

УДК 537.8

DOI 10.18413/2075-4639-2018-50-4-433-441

**СПЕКТРАЛЬНО-УГЛОВЫЕ ПЛОТНОСТИ ПРИ И ДПИ В МОНОКРИСТАЛЛЕ
В УСЛОВИИ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ****SPECTRAL ANGULAR DENSITY OF PXR AND DTR IN A SINGLE CRYSTAL
UNDER CONDITION OF MULTIPLE SCATTERING****С.В. Блажевич¹, Р.А. Загороднюк¹, Д.Н. Ефимцева¹, А.В. Носков^{1,2}
S. V. Blazhevich¹, R.A. Zagorodnyuk¹, D.N. Efimtceva¹, A.V.Noskov^{1,2}**¹Белгородский национальный исследовательский университет,
Россия, 308015, г. Белгород, ул. Победы, 85.
Belgorod National Research University, 85 Pobedy St, Belgorod, 308015, Russia.²Белгородский государственный технологический университет имени В.Г. Шухова
Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, 46.
Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov
46 Kostukova St., Belgorod, 308012, Russia.

E-mail: noskovbupk@mail.ru

Аннотация

Развита динамическая теория когерентного рентгеновского излучения расходящегося пучка релятивистских электронов, генерируемого в монокристаллической пластине в условиях многократного рассеяния падающих частиц. Проведено усреднение сечений излучения по расширяющемуся пучку прямолинейных траекторий электронов. Получены выражения, описывающие спектрально-угловые характеристики параметрического рентгеновского и дифрагированного переходного излучений в условиях многократного рассеяния. Показаны условия, в которых вкладом дифрагированного тормозного излучения можно пренебречь.

Abstract

The dynamic theory of coherent X-ray radiation generated by relativistic electron beam in a single crystal plate has been developed for condition of multiple scattering of electrons. The radiation cross-section averaging was carried out over the rectilinear trajectories of expended electron beam. The expressions for spectralangular characteristic of PXR and DTR were derived for conditions of electron multiple scattering. The numerical calculations of PXR and DTR spectral-angular characteristics were carried out for concrete conditions.

Ключевые слова: параметрическое рентгеновское излучение, многократное рассеяние, динамическая дифракция, дифрагированное тормозное излучение.

Keywords: parametric X-rays, multiple scattering, dynamic diffraction, diffracted bremsstrahlung.

Введение

Когда быстрая заряженная частица пересекает монокристалл, ее кулоновское поле рассеивается на системе параллельных атомных плоскостей кристалла, порождая параметрическое рентгеновское излучение (ПРИ) [1–3]. При пересечении заряженной частицы поверхности пластинки возникает переходное излучение (ПИ) [4–5], которое впоследствии дифрагирует на системе параллельных атомных плоскостей кристалла в направлении рассеяния Брэгга, образуя дифрагированное переходное излучение ДПИ [6–7].

Множественное рассеяние релятивистских электронов на атомах монокристалла может оказывать влияние на спектрально-угловые характеристики параметрического излучения и дифрагированного переходного излучения. Естественная ширина спектра ПРИ определяется числом неоднородностей, с которыми взаимодействует электрон. В эксперименте по исследованию ширины спектра ПРИ в кристалле, представленном в работе [8], ширина спектральных линий оказалась значительно больше, чем естественная ширина спектра ПРИ, то есть когда электрон движется прямолинейно. В работе [9] на основе кинематической теории было показано, что множественное рассеяние оказывает существенное влияние на ширину спектра ПРИ “назад” в кристалле, при этом усреднение спектрально-угловой плотности излучения проведено на основе метода функционального интегрирования. Существование вкладов дифрагированного тормозного излучения (ДТИ) и дифрагированного переходного излучения в работе [9] не рассматривалось. Традиционно влияние множественного рассеяния на свойства параметрического излучения учитывается усреднением сечения параметрического излучения по расширяющемуся пучку прямолинейных траекторий излучающих электронов. Между тем в ряде экспериментальных работ [10–11] указывалось на несоответствие теории параметрического излучения, использующей усреднение по пучку прямолинейных траекторий излучающих частиц, полученным экспериментальным данным. Очевидно, в рамках такого подхода теряется вклад дифрагированного тормозного излучения. В рамках динамической теории дифракции в работе [12] была разработана теория ПРИ в безграничном кристалле, не учитывающая ДПИ, но корректно учитывающая влияния множественного рассеяния излучающего электрона на характеристики ПРИ. В цитируемой работе на основе строгого кинематического подхода к усреднению сечения излучения по всем возможным траекториям излучающих частиц показано, что вклад ДТИ может быть весьма существенным. Необходимо отметить, что в [12] получены выражения, описывающие спектрально-угловые характеристики полного выхода излучения, без разделения когерентного излучения на механизмы ПРИ и ДТИ, что позволило оценить только относительный вклад этих механизмов излучения. В работе найдено условие существенности, и как следствие, противоположное условие несущественности вклада ДТИ в полный выход излучения.

Процесс когерентного рентгеновского излучения релятивистских электронов в кристалле в рамках динамической теории дифракции рентгеновских волн развит в работах [13–19]. Необходимо отметить, что в работах [13–15] рассматривалось когерентное рентгеновское излучение в частном случае симметричного отражения, когда отражающая система атомных плоскостей кристалла расположена параллельно поверхности мишени в случае геометрии рассеяния Брэгга и перпендикулярно в случае геометрии рассеяния Лауэ. В работах [16–19] разработана динамическая теория когерентного рентгеновского излучения релятивистских электронов в монокристалле в общем случае асимметричного отражения поля электрона относительно поверхности мишени, когда система параллельных отражающих слоев мишени может располагаться под произвольным углом к поверхности мишени. В рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции получены и исследованы выражения описывающие ПРИ и ДПИ в общем случае асимметричного отражения.

Настоящая работа посвящена развитию динамической теории когерентного рентгеновского излучения релятивистского электрона пересекающего монокристаллическую пластинку произвольной толщины в геометрии рассеяния Лауэ с учетом множественного рассеяния пучка релятивистских электронов на атомах мишени. Для учета множественного рассеяния используется традиционный метод усреднения спектрально-угловой и угловой плотностей излучений по расширяющемуся пучку прямолинейных траекторий электронов. Необходимо отметить, что строгий кинематический подход, описанный в работе [12], не позволяет довольно легко рассмотреть излучение из

мишени конечной толщины, а также не позволяет отдельно рассмотреть механизмы излучения ПРИ и ДПИ. Использование же критерия возможности вклада ДТИ в выход излучения, полученный в работе [12], позволяет рассматривать условия, при которых вклад ДТИ отсутствует, то есть традиционный подход вполне оправдан.

2. Спектрально-угловая плотность когерентного рентгеновского излучения

Рассмотрим пучок релятивистских электронов пересекающих кристаллическую пластинку (Рис. 1). Введем угловые переменные ψ , θ и θ_0 в соответствии с определениями скорости релятивистского электрона \mathbf{v} и единичных векторов: в направлении импульса фотона \mathbf{n} излученного вблизи скорости электрона и в направлении рассеяния Брэгга \mathbf{n}_g :

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= \left(1 - \frac{1}{2}\gamma^{-2} - \frac{1}{2}\psi^2\right)\mathbf{e}_1 + \psi, & \mathbf{e}_1\psi &= 0 \\ \mathbf{n} &= \left(1 - \frac{1}{2}\theta_0^2\right)\mathbf{e}_1 + \boldsymbol{\theta}_0, & \mathbf{e}_1\boldsymbol{\theta}_0 &= 0, & \mathbf{e}_1\mathbf{e}_2 &= \cos 2\theta_B, \\ \mathbf{n}_g &= \left(1 - \frac{1}{2}\theta^2\right)\mathbf{e}_2 + \boldsymbol{\theta}, & \mathbf{e}_2\boldsymbol{\theta} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\boldsymbol{\theta}$ – угол излучения, отсчитываемый от оси детектора излучения \mathbf{e}_2 , ψ – угол отклонения электрона в пучке, отсчитываемый от оси электронного пучка \mathbf{e}_1 , $\boldsymbol{\theta}_0$ – угол между направлением распространения падающего фотона и осью \mathbf{e}_1 , $\gamma = 1/\sqrt{1-V^2}$ – Лоренц-фактор частицы. Угловые переменные раскладываются на составляющие параллельные и перпендикулярные плоскости рисунка: $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}_{\parallel} + \boldsymbol{\theta}_{\perp}$, $\boldsymbol{\theta}_0 = \boldsymbol{\theta}_{0\parallel} + \boldsymbol{\theta}_{0\perp}$, $\psi = \psi_{\parallel} + \psi_{\perp}$, ψ_0 – начальная расходимость электронного пучка.

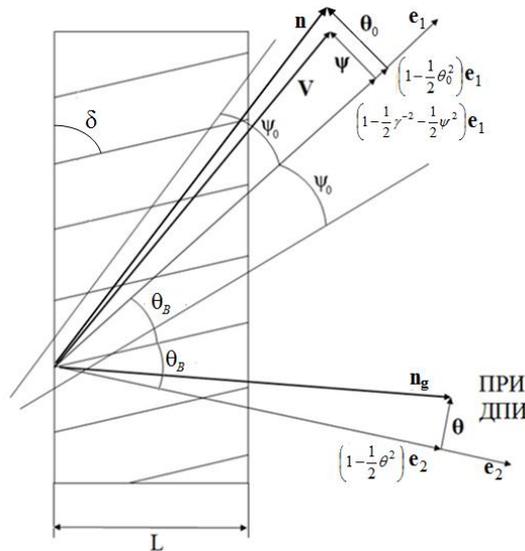


Рис.1. Геометрия процесса излучения
Fig.1. The geometry of the radiation process

При решении задачи будем рассматривать уравнение для Фурье-образа $\mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) = \int dt d^3r \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \exp(i\omega t - i\mathbf{k}\mathbf{r})$ электромагнитного поля, возбуждаемого электроном в кристалле, следующее из системы уравнений Максвелла

$$(k^2 - \omega^2(1 + \chi_0))\mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) - \mathbf{k}(\mathbf{k}\mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega)) - \omega^2 \sum_{\mathbf{g}} \chi_{-\mathbf{g}} \mathbf{E}(\mathbf{k} + \mathbf{g}, \omega) = 4\pi i \omega \mathbf{J}(\mathbf{k}, \omega), \quad (2)$$

где $\mathbf{J}(\mathbf{k}, \omega) = 2\pi e \mathbf{V} \delta(\omega - \mathbf{k}\mathbf{V})$ – Фурье-образ плотности тока излучающего электрона, $\chi_0(\omega)$ – средняя диэлектрическая восприимчивость, $\chi_{\mathbf{g}}$ и $\chi_{-\mathbf{g}}$ коэффициенты Фурье разложения диэлектрической восприимчивости кристалла по векторам обратной решетки \mathbf{g}

$$\chi(\omega, \mathbf{r}) = 1 + \chi_0(\omega) + \sum_{\mathbf{g}} \chi_{\mathbf{g}}(\omega) \exp(i\mathbf{g}\mathbf{r}), \quad (3)$$

$$\text{где } \chi_0 = \chi'_0 + i\chi''_0, \chi_{\mathbf{g}} = \chi'_{\mathbf{g}} + i\chi''_{\mathbf{g}}.$$

Так как излучаемое релятивистским электроном электромагнитное поле является поперечным в рентгеновском диапазоне частот, то падающая $\mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega)$ и дифрагированная $\mathbf{E}(\mathbf{k} + \mathbf{g}, \omega)$ в кристалле электромагнитные волны определяются двумя амплитудами с разными значениями поперечной поляризации

$$\mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) = E_0^{(1)}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{e}_0^{(1)} + E_0^{(2)}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{e}_0^{(2)}, \quad (4)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{k} + \mathbf{g}, \omega) = E_{\mathbf{g}}^{(1)}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{e}_1^{(1)} + E_{\mathbf{g}}^{(2)}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{e}_1^{(2)},$$

где вектора $\mathbf{e}_0^{(1)}$ и $\mathbf{e}_0^{(2)}$ перпендикулярны вектору \mathbf{k} , а векторы $\mathbf{e}_1^{(1)}$ и $\mathbf{e}_1^{(2)}$ перпендикулярны вектору $\mathbf{k}_{\mathbf{g}} = \mathbf{k} + \mathbf{g}$. Векторы $\mathbf{e}_0^{(2)}$, $\mathbf{e}_1^{(2)}$ лежат в плоскости векторов \mathbf{k} и $\mathbf{k}_{\mathbf{g}}$ (π -поляризация), а вектора $\mathbf{e}_0^{(1)}$ и $\mathbf{e}_1^{(1)}$ перпендикулярны ей (σ -поляризация); \mathbf{g} – вектор обратной решетки, определяющий систему отражающих атомных плоскостей кристалла. В рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции уравнение (2) сводится к хорошо известной системе уравнений [21]:

$$\begin{cases} (\omega^2(1 + \chi_0) - k^2)E_0^{(s)} + \omega^2 \chi_{-\mathbf{g}} C^{(s)} E_{\mathbf{g}}^{(s)} = 8\pi^2 i e \omega \mathbf{e}_0^{(s)} \mathbf{V} \delta(\omega - \mathbf{k}\mathbf{V}), \\ \omega^2 \chi_{\mathbf{g}} C^{(s)} E_0^{(s)} + (\omega^2(1 + \chi_0) - k_{\mathbf{g}}^2)E_{\mathbf{g}}^{(s)} = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Будем рассматривать кристалл с центральной симметрией ($\chi_{\mathbf{g}} = \chi_{-\mathbf{g}}$). $\chi'_{\mathbf{g}}$ и $\chi''_{\mathbf{g}}$ определяются следующим образом:

$$\chi'_{\mathbf{g}} = \chi'_0 (F(\mathbf{g})/Z)(S(\mathbf{g})/N_0) \exp(-g^2 u_{\tau}^2 / 2), \quad (6a)$$

$$\chi''_{\mathbf{g}} = \chi''_0 \exp\left(-\frac{1}{2} g^2 u_{\tau}^2\right), \quad (6b)$$

где $\chi_0 = \chi'_0 + i\chi''_0$ – средняя диэлектрическая восприимчивость, $F(\mathbf{g})$ – форм фактор атома, содержащего Z электронов, $S(\mathbf{g})$ – структурный фактор элементарной ячейки, содержащей N_0 атомов, u_{τ} – среднеквадратичная амплитуда тепловых колебаний атомов кристалла. В работе рассматривается рентгеновская область частот ($\chi'_{\mathbf{g}} < 0, \chi''_{\mathbf{g}} < 0$).

Величины $C^{(s)}$ и $P^{(s)}$ в системе (5) определены следующим образом:

$$\begin{aligned} C^{(s)} &= \mathbf{e}_0^{(s)} \mathbf{e}_1^{(s)}, \quad C^{(1)} = 1, \quad C^{(2)} = \cos 2\theta_B, \quad P^{(1)} = \sin \varphi, \quad P^{(2)} = \cos \varphi, \\ \mathbf{e}_0^{(1)} \mathbf{V} &= (\theta - \psi) P^{(1)} = \theta_{\perp} - \psi_{\perp}, \quad \mathbf{e}_0^{(2)} \mathbf{V} = (\theta + \psi) P^{(2)} = \theta_{\parallel} + \psi_{\parallel}, \end{aligned} \quad (7)$$

где θ_B – угол между осью пучка электрона и системой кристаллографических плоскостей (угол Брэгга); φ – азимутальный угол излучения, отсчитываемый от плоскости, образованной векторами \mathbf{V} и \mathbf{g} . Величина вектора обратной решетки определяется выражением $g = 2\omega_B \sin \theta_B / V$, где ω_B – частота Брэгга. Система уравнений (5) при $s = 1$ описывает поля σ -поляризованные, а при $s = 2$ поля π -поляризованные.

Выполнив для направления распространения излученного фотона $\mathbf{k}_g = k_g \mathbf{n}_g$ (см. Рис. 1) аналитические процедуры, аналогичные представленным в работах [18,19], получим выражения для спектрально-угловых плотностей ПРИ и ДПИ с учетом отклонения направления скорости электрона \mathbf{V} относительно оси электронного пучка \mathbf{e}_1 :

$$\omega \frac{d^2 N_{\text{ПРИ}}^{(s)}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2} \frac{\Omega^{(s)2}}{(\Delta - \chi_0')^2} R_{\text{ПРИ}}^{(s)}, \quad (8a)$$

$$R_{\text{ПРИ}}^{(s)} = \left(1 - \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 + \varepsilon}}\right)^2 \frac{1 + \exp(-2b^{(s)} \rho^{(s)} \Delta^{(1)}) - 2 \exp(-b^{(s)} \rho^{(s)} \Delta^{(1)}) \cos\left(b^{(s)} \left(\sigma^{(s)} + \frac{\xi - \sqrt{\xi^2 + \varepsilon}}{\varepsilon}\right)\right)}{\left(\sigma^{(s)} + \frac{\xi - \sqrt{\xi^2 + \varepsilon}}{\varepsilon}\right)^2 + \rho^{(s)2} \Delta^{(1)2}}, \quad (8b)$$

$$\omega \frac{d^2 N_{\text{ДПИ}}^{(s)}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2} \Omega^{(s)2} \left(\frac{1}{\Delta} - \frac{1}{\Delta - \chi_0'}\right)^2 R_{\text{ДПИ}}^{(s)}, \quad (9a)$$

$$R_{\text{ДПИ}}^{(s)} = \frac{\varepsilon^2}{\xi(\omega)^2 + \varepsilon} \left[\exp(-2b^{(s)} \rho^{(s)} \Delta^{(1)}) + \exp(-2b^{(s)} \rho^{(s)} \Delta^{(2)}) - 2 \cdot \exp\left(-b^{(s)} \rho^{(s)} \frac{1 + \varepsilon}{\varepsilon}\right) \cdot \cos\left(\frac{2b^{(s)} \sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon}}{\varepsilon}\right) \right], \quad (9b)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta(\theta_{\perp}, \theta_{\parallel}, \psi_{\perp}, \psi_{\parallel}, \gamma) &= \gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} + \psi_{\parallel})^2, \quad \Omega^{(1)} = \theta_{\perp} - \psi_{\perp}, \quad \Omega^{(2)} = \theta_{\parallel} + \psi_{\parallel}, \\ \Delta^{(2)} &= \frac{\varepsilon + 1}{2\varepsilon} + \frac{1 - \varepsilon}{2\varepsilon} \frac{\xi^{(s)}}{\sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon}} + \frac{\kappa^{(s)}}{\sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon}}, \quad \Delta^{(1)} = \frac{\varepsilon + 1}{2\varepsilon} - \frac{1 - \varepsilon}{2\varepsilon} \frac{\xi^{(s)}}{\sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon}} - \frac{\kappa^{(s)}}{\sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon}}, \\ \sigma^{(s)} &= \frac{1}{|\chi_g' C^{(s)}|} \left(\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} + \psi_{\parallel})^2 - \chi_0' \right), \quad \varepsilon = \frac{\sin(\delta + \theta_B)}{\sin(\delta - \theta_B)}, \quad \rho^{(s)} = \frac{\chi_0''}{|\chi_g' C^{(s)}|}, \\ b^{(s)} &= \frac{1}{2 \sin(\delta - \theta_B)} \frac{L}{L_{ext}^{(s)}}, \quad \nu^{(s)} = \frac{\chi_g' C^{(s)}}{\chi_0'}, \quad \kappa^{(s)} = \frac{\chi_g'' C^{(s)}}{\chi_0''}, \quad \xi^{(s)}(\omega) = \eta^{(s)}(\omega) + \frac{1 - \varepsilon}{2\nu^{(s)}}, \\ \eta^{(s)}(\omega) &= \frac{2 \sin^2 \theta_B}{V^2 |\chi_g' C^{(s)}|} \left(\frac{\omega(1 - \theta_{\parallel} \cot \theta_B)}{\omega_B} - 1 \right). \end{aligned} \quad (10)$$

Выражения (8) и (9) описывают спектрально-угловую плотность ПРИ и ДПИ релятивистского электрона, пересекающего кристаллическую пластинку под углом Ψ относительно оси электронного пучка \mathbf{e}_1 . Выражения получены в рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции с учетом угла между отражающей системой параллельных атомных плоскостей кристалла и поверхности мишени (угол δ). Важным параметром в выражениях (8–10) является параметр ε , определяющий степень асимметрии отражения поля в кристаллической пластинке относительно поверхности мишени, δ – угол между поверхностью мишени и отражающими плоскостями. Параметр $\rho^{(s)}$, характеризующий степень поглощения рентгеновских волн в кристалле, равен отношению длины экстинкции $L_{ext}^{(s)} = 1/\omega |\chi_g' C^{(s)}|$ к длине поглощения $L_{abs} = 1/\omega \chi_0''$

рентгеновских волн: $\rho^{(s)} = L_{ext}^{(s)} / L_{abs}$. Параметр $b^{(s)}$, характеризующий толщину кристаллической пластинки, равен отношению половины пути электрона в мишени $L_e = L / \sin(\delta - \theta_B)$ к длине экстинкции $L_{ext}^{(s)}$. Параметр $\nu^{(s)}$, принимающий значения в промежутке $0 \leq \nu^{(s)} \leq 1$, определяет степень отражения волн от кристалла, которая обуславливается характером интерференции волн, отраженных от разных плоскостей (конструктивным ($\nu^{(s)} \approx 1$) или деструктивным ($\nu^{(s)} \approx 0$)). Параметр $\kappa^{(s)}$ определяет степень проявления эффекта аномального слабого фотопоглощения (эффекта Бормана) в прохождении рентгеновских фотонов излучений ПРИ и ДПИ через кристаллическую мишень [20].

Чтобы найти угловую плотность ПРИ, проинтегрируем выражение (8) по частотной функции $\xi^{(s)}(\omega)$, используя соотношение $\frac{d\omega}{\omega} = -\frac{|\chi'_g| C^{(s)}}{2 \sin^2 \theta_B} d\xi^{(s)}$, следующее из

выражения (10). Так как $\rho^{(s)} \Delta^{(1)} \ll 1$, такое интегрирование может быть выполнено с использованием аппроксимации

$$\frac{1}{x^2 + a^2} (1 + e^{-2ba} - 2a^{-ba} \cos(bx)) \rightarrow \frac{\pi}{a} (1 - e^{-2ba}) \delta(x). \quad (11)$$

Результат интегрирования представим в виде

$$\frac{dN_{\text{ПРИ}}^{(s)}}{d\Omega} = \frac{e^2 \nu^{(s)2} \varepsilon^2 \Omega^{(s)2}}{4\pi \sin^2 \theta_B \chi''_0} \left(\frac{1 - \exp \left\{ -2b^{(s)} \rho^{(s)} \frac{(\Sigma + 1)^2 - 2\kappa^{(s)} \nu^{(s)} (\Sigma + 1) + \nu^{(s)2}}{\nu^{(s)2} + (\Sigma + 1)^2 \varepsilon} \right\}}{(\Sigma + 1)^2 - 2\kappa^{(s)} \nu^{(s)} (\Sigma + 1) + \nu^{(s)2}} \right), \quad (12)$$

где $\Sigma = \Delta / |\chi'_0|$.

Найдем угловую плотность ДПИ, проинтегрировав (9) по частотной функции $\xi^{(s)}(\omega)$:

$$\frac{dN_{\text{ДПИ}}^{(s)}}{d\Omega} = \frac{e^2 \nu^{(s)}}{8\pi^2 \sin^2 \theta_B |\chi'_0|} \Omega^{(s)2} \left(\frac{1}{\Sigma} - \frac{1}{\Sigma + 1} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} R_{\text{ДПИ}}^{(s)} d\xi^{(s)}(\omega). \quad (13)$$

Выражения (8) и (9), описывающие соответственно спектрально-угловые плотности ПРИ и ДПИ, а также выражения (12) и (13), описывающие угловые плотности ПРИ и ДПИ, получены впервые в рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции с учетом возможного отклонения (угол ψ) направления скорости электрона \mathbf{V} относительно оси электронного пучка \mathbf{e}_1 (см. Рис. 1). Полученные выражения учитывают асимметрию отражения поля электрона относительно поверхности мишени, характеризуемую углом между поверхностью мишени и системой дифрагирующих атомных плоскостей кристалла (угол δ).

3. Учет многократного рассеяния электронного пучка на атомах мишени

Так как многократное рассеяние электронов на атомах среды может привести к генерации тормозного излучения, которая далее может дифрагировать на системе параллельных атомных плоскостей кристалла в направлении рассеяния Брэгга \mathbf{k}_g , то далее рассмотрим возможность и условие вклада дифрагированного тормозного излучения (ДТИ) в полный выход излучения. Необходимо отметить, что исследование относительного вклада ДТИ в полный выход излучения проведено в работе [12]. Поясним возможность вклада дифрагированного тормозного излучения в полный выход излучения

при многократном рассеянии релятивистских электронов в кристалле. Рассмотрим величину $\gamma_{LP}^{-2} = \psi_s^2 l_c$ равную среднему квадрату угла многократного рассеяния электрона на длине формирования тормозного излучения $l_c = 2\gamma^2 / \omega$. $\psi_s^2 = \frac{E_s^2}{m^2 \gamma^2} \frac{1}{L_R}$ – средний квадрат угла многократного рассеяния электрона на единице длины, $E_s \approx \frac{4\pi m^2}{e^2} \approx 21 \text{ МэВ}$, L_R – радиационная длина. В области энергии электронов $\gamma > \gamma_{LP} = \sqrt{e^2 \omega_B L_R / 8\pi}$ проявляется эффект Ландау – Померанчука в тормозном излучении. Если выполняется условие $\gamma > \gamma_{LP}$, то угол многократного рассеяния электрона на длине формирования излучения существенно превышает величину характерного угла излучения релятивистской частицы γ^{-1} , поэтому тормозной квант разделяется с кулоновским полем электрона на расстоянии, малом по сравнению с длиной формирования l_c , на которой электрон может излучить несколько тормозных фотонов, которые далее дифрагируют на слоях мишени, внося вклад в ДТИ. С другой стороны, в области энергии электрона $\gamma > \gamma_{TM} = \omega_B / \omega_0$ (ω_0 – плазменная частота) проявляется подавление тормозного излучения (на частоте $\omega \approx \omega_B$) вследствие эффекта Тер – Микаэляна, а также насыщение выхода параметрического излучения вследствие эффекта плотности Ферми. В случае же $\gamma_{LP} < \gamma < \gamma_{TM}$ подавления тормозного излучения не происходит, и ДТИ может дать существенный вклад в полный выход излучения. Таким образом, при выполнении одного из условия $\gamma > \gamma_{TM}$ или $\gamma < \gamma_{LP}$, вклад ДТИ в полный выход излучения можно не учитывать и применить традиционный метод усреднения спектрально-угловых характеристик излучений по расширяющемуся пучку прямолинейных траекторий излучающих электронов.

Проведем усреднение спектрально-угловых плотностей ПРИ и ДПИ по функции распределения

$$f(\psi, t) = \frac{1}{\pi(\psi_0^2 + \psi_s^2 t)} \cdot e^{-\frac{\psi^2}{\psi_0^2 + \psi_s^2 t}}, \tag{14}$$

то есть по расширяющемуся пучку прямолинейных траекторий излучающих электронов. ψ_0 – начальная расходимость электронного пучка. Выражения, описывающие спектрально-угловые плотности ПРИ и ДПИ, усредненные по расширяющемуся пучку прямолинейных траекторий излучающих электронов на длине пути электрона, в мишени L_e имеют вид

$$\left\langle \omega \frac{d^2 N_{\text{PXR,DTR}}^{(s)}}{d\omega d\Omega} \right\rangle = \frac{1}{\pi L_e} \int_0^{L_e} dt \iint d\psi_{\perp} d\psi_{\parallel} \frac{e^{-\frac{\psi^2}{\psi_0^2 + \psi_s^2 t}}}{\psi_0^2 + \psi_s^2 t} \omega \frac{d^2 N_{\text{PXR,DTR}}^{(s)}}{d\omega d\Omega}. \tag{15}$$

Используя (8), (9) и (14), получим выражения, описывающие спектрально-угловые плотности ПРИ и ДПИ с учетом многократного рассеяния электрона на атомах периодической слоистой среды

$$\left\langle \omega \frac{d^2 N_{\text{PXR}}^{(s)}}{d\omega d\Omega} \right\rangle = \frac{e^2}{4\pi^3 \psi_s^2 L_e} \iint d\psi_{\perp} d\psi_{\parallel} \left(\frac{\Omega^{(s)2}}{(\Delta - \chi'_0)^2} R_{\text{PXR}}^{(s)}(\psi_{\perp}, \psi_{\parallel}) \int_{\frac{\psi_{\perp}^2 + \psi_{\parallel}^2}{\psi_0^2 + \psi_s^2 L_e}}^{\frac{\psi_{\perp}^2 + \psi_{\parallel}^2}{\psi_0^2}} \frac{e^{-x}}{x} dx \right), \tag{16}$$

$$\left\langle \omega \frac{d^2 N_{\text{DTR}}^{(s)}}{d\omega d\Omega} \right\rangle = \frac{e^2}{4\pi^3 \psi_s^2 L_e} \iint d\psi_{\perp} d\psi_{\parallel} \left(\Omega^{(s)2} \left(\frac{1}{\Delta} - \frac{1}{\Delta - \chi'_0} \right)^2 R_{\text{DTR}}^{(s)}(\psi_{\perp}, \psi_{\parallel}) \int_{\frac{\psi_0^2 + \psi_{\parallel}^2}{\psi_0^2 + \psi_s^2 L_e}}^{\frac{\psi_1^2 + \psi_{\parallel}^2}{\psi_0^2}} \frac{e^{-x}}{x} dx \right). \quad (17)$$

Используя (12), (13) и (15), получим выражения, описывающие угловые плотности ПРИ и ДПИ с учетом многократного рассеяния

$$\left\langle \frac{dN_{\text{PXR}}^{(s)}}{d\Omega} \right\rangle = \frac{e^2 v^{(s)2} \varepsilon^2}{4\pi^2 \sin^2 \theta_B \chi_0'' \psi_s^2 L_e} \iint d\psi_{\perp} d\psi_{\parallel} \Omega^{(s)2} \times \left(\frac{\left(1 - \exp \left\{ -2b^{(s)} \rho^{(s)} \frac{(\Sigma + 1)^2 - 2\kappa^{(s)} v^{(s)} (\Sigma + 1) + v^{(s)2}}{v^{(s)2} + (\Sigma + 1)^2 \varepsilon} \right\}}{(\Sigma + 1)^2 - 2\kappa^{(s)} v^{(s)} (\Sigma + 1) + v^{(s)2}} \right) \int_{\frac{\psi_0^2 + \psi_{\parallel}^2}{\psi_0^2 + \psi_s^2 L_e}}^{\frac{\psi_1^2 + \psi_{\parallel}^2}{\psi_0^2}} \frac{e^{-x}}{x} dx \right), \quad (18)$$

$$\left\langle \frac{dN_{\text{DTR}}^{(s)}}{d\Omega} \right\rangle = \frac{e^2 v^{(s)}}{8\pi^3 \sin^2 \theta_B |\chi'_0| \psi_s^2 L_e} \int_{-\infty}^{\infty} R_{\text{DTR}}^{(s)} d\xi^{(s)} \iint d\psi_{\perp} d\psi_{\parallel} \left(\Omega^{(s)2} \left(\frac{1}{\Delta} - \frac{1}{\Delta - \chi'_0} \right)^2 \int_{\frac{\psi_0^2 + \psi_{\parallel}^2}{\psi_0^2 + \psi_s^2 L_e}}^{\frac{\psi_1^2 + \psi_{\parallel}^2}{\psi_0^2}} \frac{e^{-x}}{x} dx \right) \quad (19)$$

Выражения (16)–(19), полученные в рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции в геометрии рассеяния Лауэ, в общем случае асимметричного отражения поля электрона относительно поверхности мишени, является главным результатом настоящей работы.

4. Заключение

Развита динамическая теория когерентного рентгеновского излучения релятивистского электрона, пересекающего монокристаллическую пластину произвольной толщины в условиях многократного рассеяния релятивистских электронов на атомах мишени. Используется традиционный метод усреднения сечений излучения по расширяющемуся пучку прямолинейных траекторий электронов, не учитывающий вклада дифрагированного тормозного излучения в полный выход излучения. В рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции получены аналитические выражения для спектрально-угловой плотности и угловой плотности параметрического рентгеновского и дифрагированного переходного излучений в условиях многократного рассеяния. Даны оценки условия существенности (несущественности) вклада ДТИ в выход излучения, показаны условия применимости традиционного метода для описания полного выхода излучения, генерируемого пучком релятивистских электронов в кристалле.

Исследование выполнено при поддержке Министерства образования и науки РФ (проект № 3.4877.2017/ВУ).

Список литературы References

1. Тер-Микаэлян М.Л. 1969. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Ереван: АН АрмССР, 459 с.
Ter-Mikaelyan M. L. 1969, Impact of Environment on Electromagnetic Processes at High Energies (Yerevan) [in Russian].

2. Garibian G.M., Yang C. 1971. Quantum microscopic theory of radiation by a charged particle moving uniformly in a crystal. *Sov. Phys. JETP*, №34(3): 495.
3. Baryshevskii V.G. and Feranchuk I.D. 1971. Transition radiation of γ -rays in a crystal. *Sov. Phys. JETP*. 1971, №34 (3): 502.
4. Ginzburg V. L. and Frank I. M. 1946. *Sov. Phys. JETP* 16: 15.
5. Ginzburg V. L. and Tsytovich V. N. 1984. *Transition Radiation and Transition Scattering*. Nauka, Moscow.
6. Caticha A. 1989. *Phys. Rev.* Transition-diffracted radiation and the Cherenkov emission of X-rays A 40 : 4322.
7. Nasonov N. 1999. Borrmann effect in parametric X-ray radiation, *Phys. Lett. A.*, 260: 391.
8. Backe H., Kube G. and Lanth W. 2001. *Electron-Photon Interaction in Dense Media*, Ed. H. Wiedemann, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht: 153–181.
9. Shul'ga N. F. and Tabrizi M. 2002. Method of functional integration in the problem of line width of parametric X-ray relativistic electron radiation in a crystal, *JETP Lett*, 76 (5): 279.
10. Chesonov O.V., Kalinin B.N., Naumenko G.A., Podalko D.V. et al. 2001., Experimental comparison of parametric X-ray radiation and diffracted bremsstrahlung in a pyrolytic graphite crystal. *Nucl. Instr.Meth.B*, V.173: 18.
11. Bogomazova E.A., Kalinin B.N., Naumenko G.A., Podalko D.V. et al. 2003. Diffraction of real and virtual photons in a pyrolytic graphite crystal as source of intensive quasimonochromatic X-ray beam. *Nucl. Instr.Meth B* 2003, V.201: 276.
12. Nasonov N. N., Nasonova V. A., and Noskov A. V. 2004. Poverkhnost'. On the influence of multiple scattering on the parametric X-ray properties, No. 4: 18.
13. Nasonov N. 2001. On the effect of anomalous photoabsorption in the parametric X-rays. *Physics Letters A* 292: 146.
14. Nasonov N., Noskov A. 2003. On the parametric X-rays along an emitting particle velocity. *Nucl. Instr. Meth. In Phys. Res. B* 201: 67.
15. Nasonov N.N., Zhukova P., Piestrup M.A., Park H. 2006. Grazing incidence parametric X-ray emission. *Nucl. Instr. Meth. In Phys. Res. B* 251: 96 .
16. Blazhevich S., Noskov A. 2006. On the dynamical effects in the characteristics of transition radiation produced by a relativistic electron in a single crystal plate. *Nucl. Instr. Meth. In Phys. Res. B* 252: 69.
17. Blazhevich S.V., Noskov A.V. 2008. Coherent X-radiation of relativistic electron in a single crystal under asymmetric reflection conditions. *Nucl. Instr. Meth. In Phys. Res. B*, 266: 3770.
18. Blazhevich S., Noskov A. 2009. Parametric X-ray radiation along relativistic electron velocity in asymmetric Laue geometry. *ЖЭТФ*, 136: 1043.
19. Blazhevich S. V. and Noskov A. V. 2010. On the Ratio of the Relativistic Electron PXR in the Bragg Direction and in the Forward Direction in Laue Geometry *J. Surf. Invest.: Xray, Synchrotron Neutron Tech.* 2 (4): 303.
20. Blazhevich S.V., Noskov A.V. 2008. The Borrmann effect in parametric X-radiation under asymmetric reflection conditions. *Nucl. Instr. Meth. In Phys. Res. B*: 3777.