

# ФИЗИКА

УДК 537.8

## ПРИМЕНЕНИЕ УГЛОВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДИФРАГИРОВАННОГО ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ТОНКОЙ МОНОКРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ МИШЕНИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАСХОДИМОСТИ ПУЧКА РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ

### APPLICATION OF THE ANGULAR DISTRIBUTION OF THE DIFFRACTED TRANSITION RADIATION IN A THIN SINGLE-CRYSTAL TARGET FOR DETERMINATION OF THE DIVERGENCE OF THE RELATIVISTIC ELECTRON BEAM

**С.В. Блажевич, А.В. Носков, А.С. Старовойтов**  
**S.V. Blazhevich, A.V. Noskov, A.S. Starovoitov**

*Белгородский национальный исследовательский университет,  
Россия, 308015, г. Белгород, ул. Победы, 85*

*Belgorod National Research University,  
85 Pobedy St, Belgorod, 308015, Russia*

*E-mail: noskov\_a@bsu.edu.ru*

**Аннотация.** В настоящей работе получены выражения, описывающие угловую плотность дифрагированного переходного излучения пучка релятивистских электронов, пересекающих тонкую монокристаллическую пластинку и исследовано влияние расходимости пучка на угловую плотность излучения. Создана компьютерная программа, позволяющая рассчитывать расходимость пучка релятивистских электронов по измеренному распределению угловой плотности дифрагированного переходного излучения.

**Resume.** In the present work the expression describing the transition radiation generated by a relativistic electron beam crossing a thin single crystal plate is derived and the influence of the beam divergence on the radiation angular density is investigated. A computer program, which allows to determinate the relativistic electron beam divergence by the diffracted transition radiation angular density is created.

**Ключевые слова:** релятивистский электрон, дифрагированное переходное излучение.  
**Key words:** relativistic electron, parametric X-radiation, diffracted transition radiation.

## Введение

В последнее время при проведении фундаментальных и прикладных экспериментальных исследований с использованием пучков электронов различных энергий ученые сталкиваются с проблемой недостаточности информации о параметрах используемых пучков. Важными параметрами пучка являются его поперечные размеры и угловая расходимость. Главную проблему для физиков, занимающихся пучками релятивистских электронов в диапазоне энергий 100-1000 МэВ, представляет измерение поперечных размеров пучка, поскольку угловая расходимость на современных электронных ускорителях составляет величину порядка 0.001 мрад, несущественную для пучков электронов, имеющих размеры порядка и более десяти микрон. В настоящее время в мире проектируются два линейных электрон-позитронных коллайдера [1,2]. В этих установках электроны и позитроны будут разогнаны до энергии 250 ГэВ. При этом поперечные размеры пучка предполагаются очень малыми (~ 5-100 нм) и главной



проблемой станет измерение угловой расходимости. Решение этой проблемы позволит с большей точностью анализировать экспериментальные данные в фундаментальных и прикладных исследованиях. Очевидно, что при этом для измерения расходимости электронного пучка необходимо использовать такие процессы, которые минимально воздействовали бы на сами измеряемые параметры. Возможности использования параметрического рентгеновского излучения (ПРИ) для диагностики поперечных размеров пучков релятивистских электронов недавно экспериментально исследовались в работах [3,4]. Влияние расходимости электронного пучка на ПРИ в кристалле было экспериментально исследовано в Томске и Токио [5] для энергии электронов 600 и 800 MeV соответственно. При этом было показано, что зависимость ПРИ от ориентации кристалла чувствительна к расходимости пучка, и предложено использовать ПРИ в качестве простого средства для определения угловой расходимости пучков заряженных частиц высокой энергии. В работе [6] для получения оперативной информации о положении и размерах электронного пучка предложено использовать параметрическое рентгеновское излучение, генерируемое в тонких кристаллах.

Кроме ПРИ в направлении рассеяния Брэгга наблюдается также дифрагированное переходное излучение (ДПИ) [7-10], которое является следствием дифракции на системе параллельных атомных плоскостей кристалла фотонов переходного излучения, генерируемого на передней границе кристаллической пластинки. Теория ДПИ в монокристалле и периодической слоистой среде в общем случае асимметричного отражения поля электрона относительно поверхности мишени была разработана в работах [11-13]. В работе [14] развита динамическая теория когерентного рентгеновского излучения расходящегося пучка релятивистских электронов, пересекающих монокристаллическую пластинку в геометрии рассеяния Лауэ. Полученные в работе [14] выражения позволили показать, что угловая плотность ДПИ зависит от расходимости электронного пучка в большей степени, чем угловая плотность ПРИ.

В настоящей работе исследуется дифрагированное переходное излучение пучка релятивистских электронов в монокристаллической мишени в геометрии рассеяния Лауэ. Излучение рассматривается для случая очень тонкой мишени, когда многократное рассеяние электронов на атомах мишени пренебрежимо мало, что важно при измерении расходимости электронного пучка, поскольку обеспечивает достаточно малое ее изменение под влиянием процесса измерения. В работе показана возможность использования ДПИ для анализа расходимости пучков релятивистских электронов сверхвысоких энергий.

### Геометрия процесса излучения

Пусть пучок релятивистских электронов пересекает со скоростью  $\mathbf{V}$  кристаллическую пластинку (рис.1). Введем в рассмотрение угловые переменные  $\psi$ ,  $\theta$  и  $\theta_0$  в соответствии с определениями скорости релятивистского электрона и единичных векторов в направлении импульса фотона, излученного близком к скорости электрона  $\mathbf{n}$ , и импульса фотона, излученного вблизи направления рассеяния Брэгга  $\mathbf{n}_g$

$$\mathbf{V} = \left( 1 - \frac{1}{2} \gamma^{-2} - \frac{1}{2} \psi^2 \right) \mathbf{e}_1 + \psi, \quad \mathbf{e}_1 \psi = 0$$

$$\mathbf{n} = \left( 1 - \frac{1}{2} \theta_0^2 \right) \mathbf{e}_1 + \theta_0, \quad \mathbf{e}_1 \theta_0 = 0, \quad \mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2 = \cos 2\theta_B,$$

$$\mathbf{n}_g = \left(1 - \frac{1}{2}\theta^2\right)\mathbf{e}_2 + \boldsymbol{\theta}, \quad \mathbf{e}_2\boldsymbol{\theta} = 0, \quad (1)$$

где  $\boldsymbol{\theta}$  - угол излучения, отсчитываемый от оси детектора излучения  $\mathbf{e}_2$ ,  $\boldsymbol{\psi}$  - угол отклонения электрона в пучке, отсчитываемый от оси электронного пучка  $\mathbf{e}_1$ ,  $\theta_0$  - угол между направлением распространения падающего фотона и осью  $\mathbf{e}_1$ ,  $\psi_0$  -угловая расходимость электронного пучка,  $\gamma = 1/\sqrt{1-V^2}$  - Лоренц-фактор частицы. Угловые переменные раскладываются на составляющие параллельные и перпендикулярные плоскости рисунка  $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}_{\parallel} + \boldsymbol{\theta}_{\perp}$ ,  $\boldsymbol{\theta}_0 = \boldsymbol{\theta}_{0\parallel} + \boldsymbol{\theta}_{0\perp}$ ,  $\boldsymbol{\psi} = \boldsymbol{\psi}_{\parallel} + \boldsymbol{\psi}_{\perp}$ .

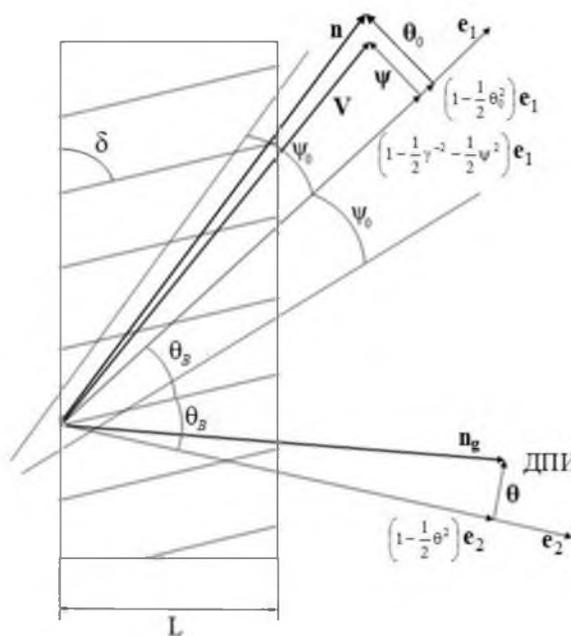


Рис. 1. Геометрия процесса излучения  
Fig. 1. The geometry of the radiation process

### Спектрально-угловая плотность ДПИ в тонкой монокристаллической пластинке

Вспользуемся полученной в работе [14] формулой для спектрально-угловой плотности ДПИ релятивистских электронов, пересекающих монокристаллическую пластинку произвольной толщины:

$$\omega \frac{d^2 N_{\text{ДПИ}}^{(s)}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2} \Omega^{(s)2} \times \left( \frac{1}{\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} + \psi_{\parallel})^2} - \frac{1}{\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} + \psi_{\parallel})^2 - \chi_0'} \right)^2 R_{\text{ДПИ}}^{(s)}, \quad (2a)$$

$$R_{\text{ДПИ}}^{(s)} = \frac{\varepsilon^2}{\xi(\omega)^2 + \varepsilon} \left[ \exp(-2b^{(s)}\rho^{(s)}\Delta^{(1)}) + \exp(-2b^{(s)}\rho^{(s)}\Delta^{(2)}) - 2 \cdot \exp\left(-b^{(s)}\rho^{(s)}\frac{1+\varepsilon}{\varepsilon}\right) \cdot \cos\left(\frac{2b^{(s)}\sqrt{\xi(\omega)^2 + \varepsilon}}{\varepsilon}\right) \right], \quad (2б)$$

где

$$\Omega^{(1)} = \theta_{\perp} - \psi_{\perp}, \quad \Omega^{(2)} = \theta_{\parallel} + \psi_{\parallel}, \quad C^{(1)} = 1, \quad C^{(2)} = \cos 2\theta_B,$$



$$\Delta^{(2)} = \frac{\varepsilon + 1}{2\varepsilon} + \frac{1 - \varepsilon}{2\varepsilon} \frac{\xi^{(s)}}{\sqrt{\xi^{(s)^2} + \varepsilon}} + \frac{\kappa^{(s)}}{\sqrt{\xi^{(s)^2} + \varepsilon}}, \quad \Delta^{(1)} = \frac{\varepsilon + 1}{2\varepsilon} - \frac{1 - \varepsilon}{2\varepsilon} \frac{\xi^{(s)}}{\sqrt{\xi^{(s)^2} + \varepsilon}} - \frac{\kappa^{(s)}}{\sqrt{\xi^{(s)^2} + \varepsilon}},$$

$$\varepsilon = \frac{\sin(\delta + \theta_B)}{\sin(\delta - \theta_B)}, \quad \rho^{(s)} = \frac{\chi_0''}{|\chi_g'| C^{(s)}}, \quad b^{(s)} = \frac{1}{2 \sin(\delta - \theta_B)} \frac{L}{L_{ext}^{(s)}}, \quad v^{(s)} = \frac{\chi_g' C^{(s)}}{\chi_0'},$$

$$\kappa^{(s)} = \frac{\chi_g'' C^{(s)}}{\chi_0''}, \quad \xi^{(s)}(\omega) = \eta^{(s)}(\omega) + \frac{1 - \varepsilon}{2v^{(s)}}, \quad \eta^{(s)}(\omega) = \frac{2 \sin^2 \theta_B}{V^2 |\chi_g'| C^{(s)}} \left( 1 - \frac{\omega(1 - \theta_{//} \cot \theta_B)}{\omega_B} \right). \quad (3)$$

При  $s=1$  выражения (2) описывают  $\sigma$ -поляризованные волны, а при  $s=2$   $\pi$ -поляризованные. Выражения (2) описывают спектрально-угловую плотность ДПИ релятивистского электрона, пересекающего монокристаллическую пластинку, с учетом отклонения направления скорости электрона (угол  $\psi(\psi_{\perp}, \psi_{//})$ ) относительно оси электронного пучка  $\mathbf{e}_1$ . Выражения получены в рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции для общего случая асимметричного отражения волн излучения. Асимметрия отражения определяется углом между отражающей системой параллельных атомных плоскостей кристалла и поверхностью мишени (угол  $\delta$ ).

Параметр  $\varepsilon$  определяет степень асимметрии отражения поля электрона относительно поверхности мишени. Заметим, что угол падения электрона на поверхность мишени  $(\delta - \theta_B)$  уменьшается при увеличении параметра  $\varepsilon$ . Параметр  $b^{(s)}$  равен половине пути электрона в мишени  $L_e = L / \sin(\delta - \theta_B)$  выраженной в длинах экстинкции рентгеновских волн в кристалле  $L_{ext}^{(s)} = 1 / \omega |\chi_g'| C^{(s)}$ .

Рассмотрим теперь излучение пучка релятивистских электронов в тонком непоглощающем кристалле, то есть при условии, когда наибольшая длина пути дифрагированного фотона в пластинке  $L_f = L / \sin(\delta + \theta_B)$  будет много меньше длины поглощения рентгеновских волн в кристалле  $L_{abs} = 1 / \omega \chi_0''$ :

$$2 \frac{b^{(s)} \rho^{(s)}}{\varepsilon} = \frac{L_f}{L_{abs}} \ll 1. \quad (4)$$

В случае тонкой непоглощающей мишени из выражения (2б) следует

$$R_{ДПИ}^{(s)} = \frac{4\varepsilon^2}{\xi^{(s)^2} + \varepsilon} \sin^2 \left( b^{(s)} \frac{\sqrt{\xi^{(s)^2} + \varepsilon}}{\varepsilon} \right). \quad (5)$$

Найдем угловую плотность ДПИ, проинтегрировав выражения (2а) по частотной функции  $\xi^{(s)}(\omega)$ , используя соотношение  $\frac{d\omega}{\omega} = -\frac{|\chi_g'| C^{(s)}}{2 \sin^2 \theta_B} d\xi^{(s)}$ , которое следует из выражения для  $\xi^{(s)}(\omega)$  в (3).

Угловая плотность ДПИ примет вид:

$$\frac{dN_{ДПИ}^{(s)}}{d\Omega} = \frac{e^2 \chi_0'^2}{8\pi^2 \sin^2 \theta_B |\chi_g'| C^{(s)} \sigma^{(s)^2} (|\chi_g'| C^{(s)} \sigma^{(s)} + \chi_0')^2} \frac{\Omega^{(s)^2}}{\sigma^{(s)^2}} \int_{-\infty}^{\infty} R_{ДПИ}^{(s)} d\xi^{(s)}(\omega), \quad (6)$$

Рассмотрим угловую плотность ДПИ из такого тонкого монокристалла, когда половина длины пути электрона в мишени выраженного в длинах экстинкции  $b^{(s)}$  существенно меньше параметра  $\sqrt{\varepsilon}$ , то есть выполняется неравенство:  $b^{(s)} \ll \sqrt{\varepsilon}$ . Пояснение: например, для монокристалла



кремния  $Si(111)$  толщиной  $L = 1 \text{ мкм}$  и параметров:  $\delta = 45^\circ$ ,  $\theta_B = 14.5^\circ$ ,  $\omega_B = 8 \text{ кэВ}$ , рассматриваемые параметры принимают значения  $b^{(s)} \approx 0.32$ ,  $\varepsilon \approx 1.7$ , что соответствует  $b^{(s)} \ll \sqrt{\varepsilon}$  ( $0.32 \ll 1.3$ ). Если толщину монокристалла увеличить в 5 раз ( $L = 5 \text{ мкм}$ ), то  $b^{(s)} \approx 1.6$  и неравенство  $b^{(s)} \ll \sqrt{\varepsilon}$  не будет выполняться.

Проинтегрируем спектральную функцию в (6), используя полученную аппроксимацию:

$$\int_{-\infty}^{\infty} R_{\text{ДПИ}}^{(s)} d\xi^{(s)}(\omega) \approx 4\pi\varepsilon b^{(s)}, \quad b^{(s)} \ll \sqrt{\varepsilon}. \tag{7}$$

При  $b^{(s)} \ll \sqrt{\varepsilon}$ , угловая плотность ДПИ (6) принимает следующий вид:

$$\left( \frac{dN_{\text{ДПИ}}^{(s)}}{d\Omega} \right)_{b^{(s)} \ll \sqrt{\varepsilon}} = \frac{e^2 \omega_B \chi_0'^2 \chi_g'^2 C^{(s)2}}{4\pi \sin^2 \theta_B} \times \frac{\Omega^{(s)2}}{\left( \gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} + \psi_{\parallel})^2 - \chi_0' \right)^2 \left( \gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} + \psi_{\parallel})^2 \right)^2} \varepsilon \frac{L}{\sin(\delta - \theta_B)}. \tag{8}$$

Выражение (8), описывающее нормированную на один электрон угловую плотность ДПИ пучка релятивистских электронов, пересекающих мишень при условии  $b^{(s)} \ll \sqrt{\varepsilon}$ , является главным результатом настоящей работы. Выражение получено в рамках двух-волнового приближения динамической теории дифракции с учетом возможного отклонения (угол  $\psi$ ) направления скорости электрона  $\mathbf{V}$  относительно оси электронного пучка  $\mathbf{e}_1$  (см. Рис. 1).

### Угловая плотность ДПИ расходящегося пучка электронов

Рассмотрим влияние расходимости пучка электронов сверхвысоких энергий, пересекающих тонкую монокристаллическую мишень, на угловую плотность ДПИ. Для этого усредним выражения для угловой плотности излучения электрона по всем его возможным прямолинейным траекториям в пучке. В качестве примера проведем усреднение угловой плотности ДПИ (8) по функции распределения Гаусса

$$f(\psi) = \frac{1}{\pi \psi_0^2} e^{-\frac{\psi^2}{\psi_0^2}}, \tag{9}$$

где параметр  $\psi_0$  будем называть расходимостью пучка излучающих электронов (см. рис.1). Угол  $\psi_0$  определяет конус, ограничивающий часть пучка электронов, за пределами которого плотность электронов уменьшается более чем в  $e$  раз по сравнению с плотностью на оси пучка. В этом случае выражение для усредненной угловой плотности ДПИ пучка релятивистского электрона, нормированное на число электронов в пучке, принимает вид:

$$\left\langle \frac{dN_{\text{ДПИ}}^{(s)}}{d\Omega} \right\rangle_{b^{(s)} \ll \sqrt{\varepsilon}} = \frac{e^2 \omega_B \chi_0'^2 \chi_g'^2 C^{(s)2}}{4\pi \sin^2 \theta_B} \frac{\varepsilon L}{\sin(\delta - \theta_B)} \frac{1}{\pi \psi_0^2} \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Omega^{(s)2} e^{-\frac{\psi^2}{\psi_0^2}}}{\left( \gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} + \psi_{\parallel})^2 - \chi_0' \right)^2 \left( \gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} + \psi_{\parallel})^2 \right)^2} d\psi_{\perp} d\psi_{\parallel} \tag{10}$$

На рис. 2 представлены построенные по формуле (10) кривые, описывающие угловую плотность ДПИ пучка релятивистских электронов для различной расходимости электронного пучка. На рис.3 представлены кривые, описывающую угловую плотность ДПИ при условиях аналогичных условиям рис.2, но для электронов с гораздо большей энергией. Кривые, представленные на рис.2 и рис.3, демонстрируют существенную зависимость угловой плотности ДПИ от расходимости электронного пучка. Из рис. 2 следует, что угловая плотность ДПИ при рассматриваемых параметрах кристалла, для энергии электронов  $E_e = 5 \text{ GeV}$ , будет чувствительна к расходимости электронного пучка при  $\psi_0 \geq 0.08 \text{ мрад}$ . При энергии пучка релятивистских электронов  $E_e = 100 \text{ GeV}$  (см.рис.3) угловая плотность ДПИ будет чувствительна к расходимости электронного пучка при  $\psi_0 \geq 0.003 \text{ мрад}$ . Видно, что при большей энергии релятивистских электронов в пучке угловое распределение фотонов ДПИ имеет более высокую направленность, и большую чувствительность к расходимости электронного пучка.

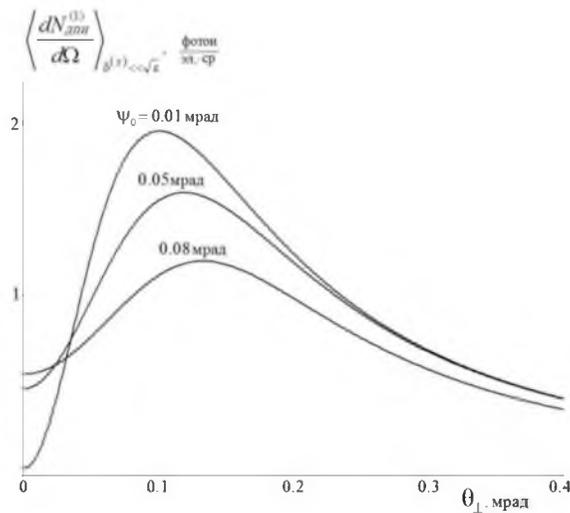


Рис. 2. Угловая плотность ДПИ.  $Si(111)$ ,  $L = 1 \text{ мкм}$ ,  $\delta = 45^\circ$ ,  $\theta_{\parallel} = 14.5^\circ$ ,  $\omega_B = 8 \text{ кэВ}$ ,  $E_e = 5 \text{ GeV}$ ,  $\theta_{\parallel} = 0$ ;  $b^{(s)} \approx 0.32$ ,  $\varepsilon \approx 1.7$

Fig. 1 The angular density of DTR.  $Si(111)$ ,  $L = 1 \text{ мкм}$ ,  $\delta = 45^\circ$ ,  $\theta_{\parallel} = 14.5^\circ$ ,  $\omega_B = 8 \text{ кэВ}$ ,  $E_e = 5 \text{ GeV}$ ,  $\theta_{\parallel} = 0$ ;  $b^{(s)} \approx 0.32$ ,  $\varepsilon \approx 1.7$

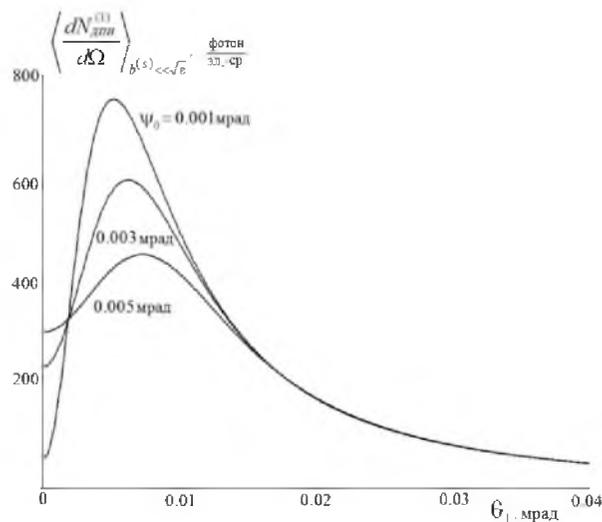


Рис. 3. Параметры те же, что на рис. 2, но при  $E_e = 100 \text{ GeV}$

Fig. 3. The parameters are the same as in Fig. 2, but  $E_e = 100 \text{ GeV}$



### Расчет угловой расходимости электронного пучка по угловой плотности ДПИ

Рассмотри обратную задачу, нахождения расходимости пучка релятивистских электронов  $\psi_0$  по угловой плотности ДПИ для заданных параметрах системы пучок-радиатор, при этом будем предполагать, что электроны в пучке распределены по Гауссу. Будем использовать выражение (10), полученное в настоящей работе.

Используя (10) построим кривую, описывающую угловую плотность ДПИ пучка релятивистских электронов при расходимости  $\psi_0 = 10^{-5} = 0.01 \text{ mrad}$  (см. рис.4 верхняя кривая (например, предположим экспериментальная)). Предположим, что мы не знаем расходимость пучка, и хотим её найти по заданной (экспериментальной) угловой плотности ДПИ пучка релятивистских электронов. Для решения этой задачи используем итерационный процесс, приближающий значение параметра углового распределения частиц в пучке  $\psi_0$ , к значению, соответствующему экспериментально измеренному угловому распределению ДПИ.

На базе пакета компьютерной математики Maple и полученной в настоящей работе формулы (10), разработана компьютерная программа, позволяющая по заданной угловой плотности ДПИ найти с заданной точностью расходимость пучка релятивистских электронов, распределенных в пучке по распределению Гаусса. Опишем принцип действия программы. Выбирается предполагаемое (прикидочное) значение  $\psi_0 = 1/\gamma$ , которое будет начальным для итерационного процесса, приближающим его к значению соответствующему реальной расходимости пучка, и определяется для выбранного  $\psi_0$  распределение угловой плотности ДПИ согласно выражению (10). Находится сумма квадратов отклонений полученного распределения угловой плотности от измеренного, затем выбирается некоторое смещенное  $\psi_0$ , для которого также рассчитывается угловое распределение плотность ДПИ и сумма квадратов отклонений значений угловой плотности от измеренной. Далее итерационный процесс, минимизирует сумму квадратов получающихся отклонений, с необходимой нам точностью. Для выбора очередного смещенного значения  $\psi_0$  используется модифицированный метод секущих, где под функцией будем понимать сумму квадратов отклонений значений полученной угловой плотности от экспериментально измеренных, а аргументом этой функции является параметр  $\psi_0$ . Таким образом за определенное число итераций определяется расходимость пучка релятивистских электронов  $\psi_0$ , для которого угловая плотность ДПИ, вычисленная согласно формуле (10) будет отличаться от заданной угловой плотности ДПИ (при  $\psi_0 = 10^{-5}$ ) на величину, не превышающую требуемую для обеспечения необходимой нам точности. На рис. 4 представлены графики угловой плотности ДПИ на разных итерациях. Найденное значение  $\psi_0 = 0.01047 \cdot 10^{-3}$  получено с относительной точностью 4,7% после 14 итерации.

На рис. 5 представлены графики угловой плотности ДПИ на разных итерациях, вычисленные разработанной программой, при большей энергии  $E_e = 100 \text{ GeV}$  излучающего пучка релятивистских электронов. При этом верхняя «экспериментальная» кривая построена по формуле (10) с расходимостью  $\psi_0 = 10^{-6} = 0.001 \text{ mrad}$ . Найденное значение  $\psi_0 = 0.0010013 \cdot 10^{-3}$  получено с относительной точностью 0,13% после 18 итерации.

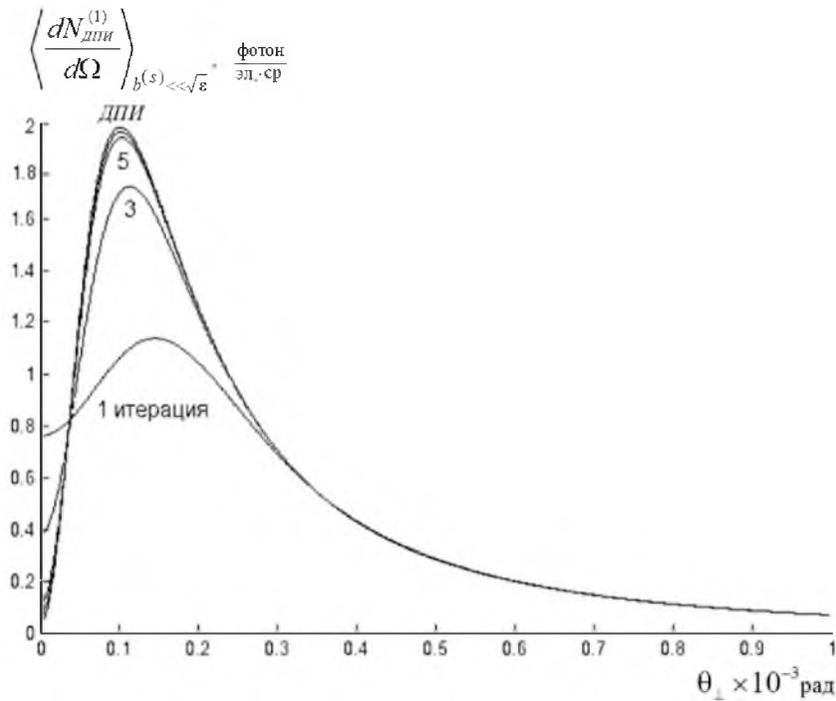


Рис 4. Графики угловой плотности ДПИ, полученные на разных итерациях. Параметры те же, что на рис. 2  
 Fig. 4. Graphics angular density of DTR, obtained at different iterations. The parameters are the same as in Fig. 2

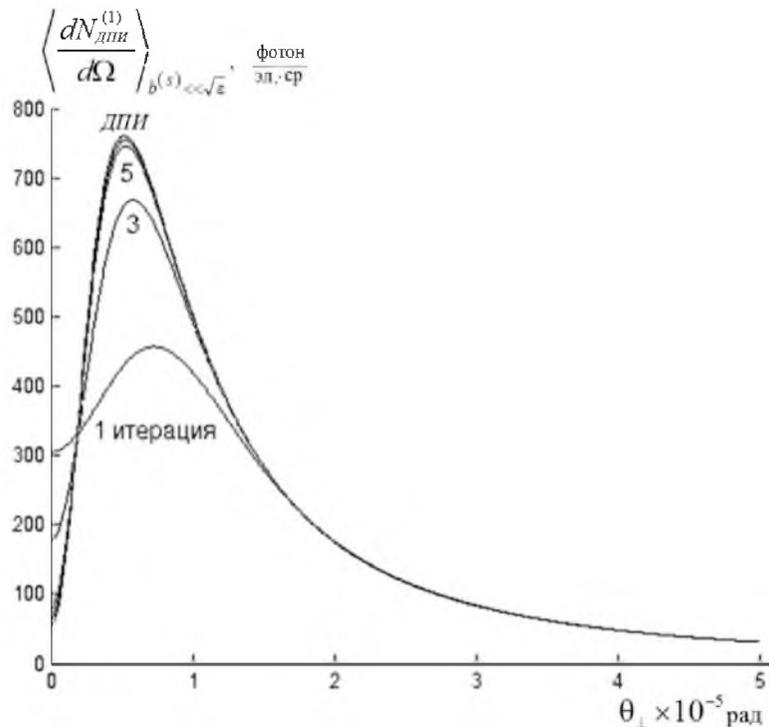


Рис 5. Графики угловой плотности ДПИ, полученные на разных итерациях. Параметры те же, что на рис. 3  
 Fig. 5 Graphics angular density of DTR, obtained at different iterations. The parameters are the same as in Fig. 3

Очевидно, что в основе данной методики расчёта расходимости пучка лежит предположение о близости функции углового распределения электронов в пучке к функции распределения Гаусса, где расходимость характеризуется одним параметром. Для расширения семейства функций распределения необходимо изменять вид распределения в выражении (9) и соответствующим образом модифицировать используемое в методе выражение (10).



### Заключение

В настоящей работе рассматривается дифрагированное переходное излучение пучка релятивистских электронов, пересекающих тонкую монокристаллическую пластинку в геометрии рассеяния Лауэ. Получено выражение описывающее угловую плотность ДПИ. Проведены численные расчеты и показано существенное влияние расходимости пучка релятивистских электронов на угловую плотность фотонов ДПИ для высоких и сверхвысоких энергий релятивистских электронов. Разработана программа, позволяющая определять расходимость пучка релятивистских электронов по угловой плотности ДПИ при условии, что распределение электронов в пучке Гауссово. Поскольку в программе используется метод итераций, то для ускорения его сходимости применен модифицированный метод секущих. Программа позволяет определять расходимость пучка электронов по угловой плотности ДПИ с заданной точностью в пределах от 5 до 0.1%.

**Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №15-12-10019).**

### Список литературы

1. ILC Technical Design Report, 12 June 2013.
2. A Multi-TeV linear collider based on CLIC technology: CLIC Conceptual Design Report. edited by Aicheler M. et. al CERN, 2012. 841 p.
3. Takabayashi Y. 2012. Parametric X-ray radiation as a beam size monitor. *Phys. Lett. A.*, 376: 2408.
4. Takabayashi Y., Sumitani K. 2013. New method for measuring beam profiles using a parametric X-ray pinhole camera. *Phys. Lett. A.*, 377: 2577.
5. Kalinin B.N., Potylitsin A.P., Verzilov V.A., Vnukov I.E. et. al. 1994. Possible application of PXR to the beam-divergence measurements. *Nucl. Instr. and Meth. in Physics Research. A.*, 350: 601.
6. Gogolev A., Potylitsyn A., Kube G., *Phys J.* 2011. A possibility of transverse beam size diagnostics using parametric X-ray radiation. *Conference Series*, 357: 012018.
7. Caticha A. 1989. Transition-diffracted radiation and the Čerenkov emission of x-rays. *Phys. Rev. A.*, 40: 4322.
8. Baryshevsky V. 1997. Parametric X-ray radiation at a small angle near the velocity direction of the relativistic particle. *Nucl. Instr. and Meth. A.*, 122: 13.
9. Artru X., Rullhusen P. 1998. Parametric X-rays and diffracted transition radiation in perfect and mosaic crystals. *Nucl. Instr. and Meth. B.*, 145: 1.
10. Nasonov N. 1998. Influence of the density effect upon the parametric X-rays of high energy particles. *Phys. Lett. A.*, 246: 148.
11. Blazhevich S.V., Noskov A.V. 2008. Enhancement of spectral-angular density of parametric X-rays in Laue geometry due to change in the angle between a target surface and reflecting atomic planes. *Journal of Surface Investigation: X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques*, 2: 225-233.
12. Blazhevich S.V., Noskov A.V. 2008. Coherent X-radiation of relativistic electron in a single crystal under asymmetric reflection conditions. *Nucl. Instr. and Meth. B.*, 266: 3770-3776.
13. Blazhevich S.V., Kolosova I.V., Noskov A.V. 2012. Diffracted Transition Radiation of Relativistic Electrons in an Artificial Periodic Structure. *Journal of Surface Investigation. Xray, Synchrotron and Neutron Techniques*, 6: 345-355.
14. Blazhevich S. V., Noskov A.V. 2015. Coherent X-Ray Radiation Excited by a Diverging Relativistic Electron Beam in a Single Crystal. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 5(120): 753-761.