МАТЕМАТИКА

MSC 35K65

СИЛЬНО ВЫРОЖДЕННАЯ СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ОСКОЛКОВА

П.Н. Давыдов, В.Е. Федоров

Челябинский государственный университет,
ул. Братьев Кашириных, 129, Челябинск, 454001, Россия, e-mail: davydov@csu.ru, kar@csu.ru

Аннотация. Рассмотрена система уравнений Осколкова динамики жидкости Кельвина-Фойгта в случае, когда основное уравнение содержит вырожденный дифференциальный по пространственным переменным оператор при производной по времени. Показано, что линейной части такой системы соответствует сильно вырожденная разрешающая группа операторов. Получена теорема о разрешимости начально-краевой задачи для линеаризованной сильно вырожденной системы Осколкова.

Ключевые слова: жидкость Кельвина-Фойгта, система уравнений Осколкова, вырожденная группа операторов.

1. Введение. В цилиндре $\Omega \times J$, где Ω — ограниченная область с гладкой границей в $\mathbb{R}^n$, J — интервал в $\mathbb{R}$, начально-краевая задача

$$\begin{gathered} v(x,t) = 0\,, \quad (x,t) \in \partial\Omega \times J\,, \\ (1-\chi\Delta)(v(x,t_0) - v_0(x)) = 0\,, \quad x \in \Omega\,, \end{gathered} \tag{1}$$

для моделирующей динамику вязкоупругой жидкости Кельвина-Фойгта системы уравнений Осколкова

$$\begin{gathered} (1-\chi\Delta)v_t = \nu\Delta v - (v\cdot\nabla)v - r + f, \\ \nabla \cdot v = 0, \end{gathered}$$

изучена в случае, когда время ретардации χ попадает в спектр соответствующего задаче оператора Лапласа. Такая система уравнений далее называется сильно вырожденной. Уравнение редуцировано к обобщенной задаче Шоуолтера для полулинейного дифференциального уравнения первого порядка в банаховом пространстве

$$L\dot{u}(t) = Mu(t) + N(t, u(t))\,. \tag{2}$$

Показано, что соответствующая линейной части этого уравнения разрешающая полугруппа операторов вырождается не только на элементах ядра оператора L, но и на соответствующих им M-присоединенных векторах высоты 1 [1]. Поэтому в данном случае система Осколкова не поддается исследованию методами, развитыми для уравнения (2) в работе [2].

Работа поддержана грантом РФФИ к 14-01-31125 и грантом Фонда Михаила Прохорова.

Для линеаризованной сильно вырожденной системы уравнений Осколкова методами теории вырожденных полугрупп операторов [1] доказана теорема об однозначной разрешимости начально-краевой задачи (1).

Отметим, что в работах [3–5], в которых исследовалась система уравнений Осколкова, случай ее сильного вырождения не рассматривался.

2. Сильная (L, p)-ограниченность и вырожденное линейное эволюционное уравнение. Пусть $\mathfrak{U}$, $\mathfrak{F}$ — банаховы пространства. Обозначим через $\mathcal{L}(\mathfrak{U}; \mathfrak{F})$ банахово пространство линейных непрерывных операторов, действующих из $\mathfrak{U}$ в $\mathfrak{F}$. Множество линейных замкнутых операторов с областями определения, плотными в пространстве $\mathfrak{U}$, действующих в $\mathfrak{F}$, будем обозначать $\mathcal{C}l(\mathfrak{U}; \mathfrak{F})$. Кроме того, будем использовать обозначения $\mathcal{L}(\mathfrak{U}; \mathfrak{U}) \equiv \mathcal{L}(\mathfrak{U})$, $\mathcal{C}l(\mathfrak{U}; \mathfrak{U}) \equiv \mathcal{C}l(\mathfrak{U})$.

Рассмотрим уравнение

$$L\dot{u}(t) = Mu(t) + F(t), \ t \in J\,, \tag{3}$$

с операторами $L \in \mathcal{L}(\mathfrak{U}; \mathfrak{F})$, $M \in \mathcal{C}l(\mathfrak{U}; \mathfrak{F})$ с областью определения D_M, J — интервал в $\mathbb{R}$, задана функция $F : J \to \mathfrak{F}$. Предполагается, что $\ker L \neq \{0\}$, такие эволюционные уравнения будем называть вырожденными.

Обозначим $\rho^L(M) = \{\mu \in \mathbb{C} : (\mu L - M)^{-1} \in \mathcal{L}(\mathfrak{F}, \mathfrak{U})\}$. Согласно [1, с. 89] оператор M будем называть (L, σ)-ограниченным, если

$$\exists a > 0 \quad \forall \mu \in \mathbb{C} \quad (|\mu| > a) \Rightarrow (\mu \in \rho^L(M))\,.$$

Теорема 1 [1, теорема 4.1.1]. *Пусть оператор M (L, σ)-ограничен. Тогда*
(i) *операторы*

$$P = \frac{1}{2\pi i}\int\limits_{|\mu|=R}(\mu L - M)^{-1}Ld\mu, \quad Q = \frac{1}{2\pi i}\int\limits_{|\mu|=R}L(\mu L - M)^{-1}d\mu, \quad R > a,$$

являются проекторами на пространствах $\mathfrak{U}$ и $\mathfrak{F}$ соответственно;

(ii) *имеет место действие операторов $L : \mathfrak{U}^k \to \mathfrak{F}^k$, $M : D_M \cap \mathfrak{U}^k \to \mathfrak{F}^k, k = 0, 1$, где $\mathfrak{U}^0 = \ker P$, $\mathfrak{U}^1 = \mathrm{im} P$, $\mathfrak{F}^0 = \ker Q$, $\mathfrak{F}^1 = \mathrm{im} Q$, $L_k = L|_{\mathfrak{U}^k}$, $M_k = M|_{D_{M_k}}$, $D_{M_k} = D_M \cap \mathfrak{U}^k$, $k = 0, 1$;*

(iii) *существуют операторы $M_0^{-1} \in \mathcal{L}(\mathfrak{F}^0; \mathfrak{U}^0)$, $L_1^{-1} \in \mathcal{L}(\mathfrak{F}^1; \mathfrak{U}^1)$;*

(iv) *$M_1 \in \mathcal{L}(\mathfrak{U}^1; \mathfrak{F}^1)$.*

Обозначим $H = M_0^{-1}L_0 \in \mathcal{L}(\mathfrak{U}^0)$, $\mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$.

Пусть $p \in \mathbb{N}_0$. Оператор M называется *(L, p)-ограниченным*, если он (L, σ)-ограничен, а оператор H нильпотентен степени p.

Замечание 1. Известно, что в случае (L, p)-ограниченности оператора M пространство $\mathfrak{U}^0$, представляющее собой ядро операторов разрешающей группы однородного $(F \equiv 0)$ уравнения (3), состоит из векторов ядра $\ker L$ и соответствующих им M-присоединенных векторов оператора L [1].

Для уравнения (3) с (L,p)-ограниченным оператором M рассмотрим обобщенную задачу Шоуолтера
$$Pu(t_0) = u_0 \in \mathfrak{U}^1 \,. \tag{4}$$
Решением задачи (3), (4) на интервале $J \subset \mathbb{R}$ назовем такую функцию $u \in C^1(J;\mathfrak{U})$, удовлетворяющую условию (4), что при всех $t \in J$ $u(t) \in D_M$ и справедливо равенство (3).

Теорема 2 [1]. *Пусть $p \in \mathbb{N}_0$, оператор M (L,p)-ограничен, $F \in C(J;\mathfrak{F})$, $(I-Q)F \in C^{p+1}(J;\mathfrak{F})$. Тогда для любых $t_0 \in J$, $u_0 \in \mathfrak{U}^1$ задача* (3), (4) *имеет единственное решение $u \in C^1(J;\mathfrak{U})$.*

4. Сильно вырожденная система уравнений Осколкова. Рассмотрим начально-краевую задачу для моделирующей динамику вязкоупругой жидкости Кельвина–Фойгта системы уравнений Осколкова
$$(1-\chi\Delta)v_t = \nu\Delta v - (v\cdot\nabla)v - r + f(t,x), \quad (x,t) \in \Omega \times J\,, \tag{5}$$
$$\nabla \cdot v = 0, \quad (x,t) \in \Omega \times J\,, \tag{6}$$
$$v(x,t) = 0, \quad (x,t) \in \partial\Omega \times J\,, \tag{7}$$
$$(1-\chi\Delta)(v(x,t_0) - v_0(x)) = 0\,, \quad x \in \Omega\,. \tag{8}$$
Здесь $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ — ограниченная область с границей $\partial\Omega$ класса C^∞. Параметр $\chi \in \mathbb{R}$, как правило, характеризует упругие свойства жидкости, а параметр $\nu \in \mathbb{R}$ — её вязкие свойства. Вектор-функции $v = (v_1, v_2, \ldots, v_n)$ (вектор скорости жидкости), $r = (r_1, r_2, \ldots, r_n)$ (градиент давления) неизвестны. Через J обозначен некоторый интервал в $\mathbb{R}$, содержащий точку t_0.

Обозначим $\mathbb{L}_2 = (L_2(\Omega))^n$, $\mathbb{H}^1 = (W_2^1(\Omega))^n$, $\mathbb{H}^2 = (W_2^2(\Omega))^n$. Замыкание линеала $\mathfrak{L} = \{v \in (C_0^\infty(\Omega))^n : \nabla \cdot v = 0\}$ по норме $\mathbb{L}_2$ обозначим через $\mathbb{H}_\sigma$, а по норме $\mathbb{H}^1$ — через $\mathbb{H}_\sigma^1$. Будем использовать также обозначения $\mathbb{H}_\sigma^2 = \mathbb{H}_\sigma^1 \cap \mathbb{H}^2$, $\mathbb{H}_\pi$ — ортогональное дополнение к $\mathbb{H}_\sigma$ в $\mathbb{L}_2$, $\Sigma : \mathbb{L}_2 \to \mathbb{H}_\sigma$, $\Pi = I - \Sigma$ — соответствующие ортопроекторы.

Известно, что оператор $A = \Sigma\Delta$, продолженный до замкнутого оператора в пространстве $\mathbb{H}_\sigma$ с областью определения $\mathbb{H}_\sigma^2$, имеет вещественный, отрицательный, дискретный, конечнократный спектр, сгущающийся только на $-\infty$ [6]. Обозначим через $\{\lambda_k\}$ его собственные значения, занумерованные по невозрастанию с учетом кратности, а через $\{\varphi_k\}$ — ортонормированную систему соответствующих собственных функций, которая, как известно, образует базис в $\mathbb{H}_\sigma$.

Учитывая уравнение несжимаемости (6), положим $\mathfrak{U} = \mathbb{H}_\sigma^2 \times \mathbb{H}_\pi$, $\mathfrak{F} = \mathbb{L}_2 = \mathbb{H}_\sigma \times \mathbb{H}_\pi$. Следовательно, элемент $u \in \mathfrak{U}$ имеет вид $u = (v,r)$, а $f \in \mathfrak{F}$ — вид $f = (\Sigma f, \Pi f)$. Тогда формулами
$$L = \begin{pmatrix} I - \chi A & \mathbb{O} \\ -\chi\Pi\Delta & \mathbb{O} \end{pmatrix}, \quad M = \begin{pmatrix} \nu A & \mathbb{O} \\ \nu\Pi\Delta & -I \end{pmatrix}. \tag{9}$$
определяются операторы $L, M \in \mathcal{L}(\mathfrak{U};\mathfrak{F})$.

Обозначим через $\mathbb{M}_0$ множество тех индексов k, для которых $\lambda_k = \chi^{-1}$, через $\mathbb{M}_1$ — множество $\mathbb{N} \setminus \mathbb{M}_0$.

Теорема 3. *Пусть* $\chi, \nu \neq 0$, $\chi^{-1} \in \sigma(A)$, *операторы* L *и* M *заданы формулами* (9). *Тогда оператор* M $(L,1)$*-ограничен,* $\rho^L(M) = \mathbb{C} \setminus \left\{ \frac{\nu\lambda_k}{1-\chi\lambda_k} : \lambda_k \neq \chi^{-1} \right\}$, *проекторы имеют вид*

$$P = \begin{pmatrix} \sum\limits_{k\in\mathbb{M}_1} \langle \cdot, \varphi_k \rangle \varphi_k & \mathbb{O} \\ \Pi\Delta \sum\limits_{k\in\mathbb{M}_1} \dfrac{\nu \langle \cdot, \varphi_k \rangle \varphi_k}{1-\chi\lambda_k} & \mathbb{O} \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} \sum\limits_{k\in\mathbb{M}_1} \langle \cdot, \varphi_k \rangle \varphi_k & \mathbb{O} \\ -\chi\Pi\Delta \sum\limits_{k\in\mathbb{M}_1} \dfrac{\langle \cdot, \varphi_k \rangle \varphi_k}{1-\chi\lambda_k} & \mathbb{O} \end{pmatrix}. \tag{10}$$

□ Имеем

$$\mu L - M = \begin{pmatrix} \mu I - (\mu\chi + \nu)A & \mathbb{O} \\ -(\mu\chi+\nu)\Pi\Delta & I \end{pmatrix}.$$

По условию теоремы $\mathbb{M}_0$ не пусто, а в силу свойств спектра оператора A — конечно. Имеем

$$\mu I - (\mu\chi+\nu)A = \sum_{k\in\mathbb{M}_1} (\mu - (\mu\chi+\nu)\lambda_k)\langle \cdot, \varphi_k \rangle \varphi_k - \frac{\nu}{\chi} \sum_{k\in\mathbb{M}_0} \langle \cdot, \varphi_k \rangle \varphi_k ,$$

где $\langle \cdot, \cdot \rangle$ – скалярное произведение в $\mathbb{H}_\sigma$. Числа $\mu_k = \dfrac{\nu\lambda_k}{1-\chi\lambda_k}$, $k \in \mathbb{M}_1$, сгущаются к точке $-\dfrac{\nu}{\chi}$ при $k \to \infty$ в силу свойств спектра оператора A, поэтому образуют ограниченное множество. Следовательно, существует настолько большое $a > 0$, что при $|\mu| > a$ существует непрерывный оператор $\mathbb{H}_\sigma \to \mathbb{H}_\sigma^2$

$$(\mu I - (\mu\chi+\nu)A)^{-1} = \sum_{k\in\mathbb{M}_1} \frac{\langle \cdot, \varphi_k \rangle \varphi_k}{(1-\chi\lambda_k)\left(\mu - \frac{\nu\lambda_k}{1-\chi\lambda_k}\right)} - \frac{\chi}{\nu} \sum_{k\in\mathbb{M}_0} \langle \cdot, \varphi_k \rangle \varphi_k .$$

Действительно, из последнего равенства видно, что для $f \in \mathbb{H}_\sigma$

$$\|(\mu I - (\mu\chi+\nu)A)^{-1} f\|^2_{\mathbb{H}_\sigma^2} \leq c \sum_{k=1}^{\infty} |\langle f, \varphi_k \rangle|^2 = c\|f\|_{\mathbb{H}_\sigma} .$$

Отсюда следует, что при $|\mu| > a$ непрерывен оператор

$$\Pi\Delta(\mu I - (\mu\chi+\nu)A)^{-1} : \mathbb{H}_\sigma \to \mathbb{H}_\pi ,$$

а следовательно, и оператор

$$(\mu L - M)^{-1} = \begin{pmatrix} (\mu I - (\mu\chi+\nu)A)^{-1} & \mathbb{O} \\ (\mu\chi+\nu)\Pi\Delta(\mu I - (\mu\chi+\nu)A)^{-1} & I \end{pmatrix} : \mathfrak{F} \to \mathfrak{U}.$$

Таким образом, оператор M (L,σ)-ограничен.

Обозначим $R = (\mu I - (\mu\chi+\nu)A)^{-1}$. Тогда

$$R_\mu^L(M) = \begin{pmatrix} R(I-\chi A) & \mathbb{O} \\ (\mu\chi+\nu)\Pi\Delta R(I-\chi A) - \chi\Pi\Delta & \mathbb{O} \end{pmatrix} =$$

$$
= \begin{pmatrix} \sum\limits_{k\in\mathbb{M}_1} \dfrac{\langle\cdot,\varphi_k\rangle\varphi_k}{\left(\mu-\dfrac{\nu\lambda_k}{1-\chi\lambda_k}\right)} & \mathbb{O} \\ \Pi\Delta\left(\sum\limits_{k\in\mathbb{M}_1} \dfrac{\nu\langle\cdot,\varphi_k\rangle\varphi_k}{(1-\chi\lambda_k)\left(\mu-\dfrac{\nu\lambda_k}{1-\chi\lambda_k}\right)} - \chi\sum\limits_{k\in\mathbb{M}_0}\langle\cdot,\varphi_k\rangle\varphi_k\right) & \mathbb{O} \end{pmatrix},
$$

$$
L^L_\mu(M) = \begin{pmatrix} (I-\chi A)R & \mathbb{O} \\ -\chi\Pi\Delta R & \mathbb{O} \end{pmatrix} =
$$

$$
= \begin{pmatrix} \sum\limits_{k\in\mathbb{M}_1} \dfrac{\langle\cdot,\varphi_k\rangle\varphi_k}{\left(\mu-\dfrac{\nu\lambda_k}{1-\chi\lambda_k}\right)} & \mathbb{O} \\ -\chi\Pi\Delta\left(\sum\limits_{k\in\mathbb{M}_1} \dfrac{\langle\cdot,\varphi_k\rangle\varphi_k}{(1-\chi\lambda_k)\left(\mu-\dfrac{\nu\lambda_k}{1-\chi\lambda_k}\right)} - \dfrac{\chi}{\nu}\sum\limits_{k\in\mathbb{M}_0}\langle\cdot,\varphi_k\rangle\varphi_k\right) & \mathbb{O} \end{pmatrix}.
$$

Отсюда по формулам из теоремы 1 (i) с помощью интегральной формулы Коши нетрудно найти проекторы (10). Таким образом,

$$
\mathfrak{U}^0 = \ker P = \{(v,r)\in\mathbb{H}^2_\sigma\times\mathbb{H}_\pi : \langle v,\varphi_k\rangle = 0, k\in\mathbb{M}_1\},
$$

$$
\mathfrak{F}^0 = \ker Q = \{(v,r)\in\mathbb{H}_\sigma\times\mathbb{H}_\pi : \langle v,\varphi_k\rangle = 0, k\in\mathbb{M}_1\},
$$

подпространство

$$
\mathfrak{U}^1 = \mathrm{im}P = \left\{(v,r)\in\mathbb{H}^2_\sigma\times\mathbb{H}_\pi : \langle v,\varphi_k\rangle = 0, k\in\mathbb{M}_0, r=\nu\Pi\Delta\sum_{k\in\mathbb{M}_1}\frac{\langle v,\varphi_k\rangle\varphi_k}{1-\chi\lambda_k}\right\}
$$

изоморфно $\{v\in\mathbb{H}^2_\sigma : \langle v,\varphi_k\rangle = 0, k\in\mathbb{M}_0\}$, а

$$
\mathfrak{F}^1 = \mathrm{im}Q = \left\{(v,r)\in\mathbb{H}^2_\sigma\times\mathbb{H}_\pi : \langle v,\varphi_k\rangle = 0, k\in\mathbb{M}_0, r=-\chi\Pi\Delta\sum_{k\in\mathbb{M}_1}\frac{\langle v,\varphi_k\rangle\varphi_k}{1-\chi\lambda_k}\right\}
$$

изоморфно подпространству $\{v\in\mathbb{H}_\sigma : \langle v,\varphi_k\rangle = 0, k\in\mathbb{M}_0\}$.

Непосредственно вычислим операторы

$$
M_0^{-1} = \begin{pmatrix} \nu^{-1}A^{-1} & \mathbb{O} \\ \Pi\Delta A^{-1} & -I \end{pmatrix}, \quad L_0 = \begin{pmatrix} \mathbb{O} & \mathbb{O} \\ -\chi\Pi\Delta\sum\limits_{k\in\mathbb{M}_0}\langle\cdot,\varphi_k\rangle\varphi_k & \mathbb{O} \end{pmatrix},
$$

$$
H = \begin{pmatrix} \mathbb{O} & \mathbb{O} \\ \chi\Pi\Delta\sum\limits_{k\in\mathbb{M}_0}\langle\cdot,\varphi_k\rangle\varphi_k & \mathbb{O} \end{pmatrix}.
$$

Отсюда видно, что $H^2 = \mathbb{O}$. Поэтому оператор M является $(L,1)$-ограниченным. ■

Замечание 2. Если $\nu = 0$, то $\ker L \cap \ker M = \{0\} \times \mathbb{H}_\pi$, поэтому множество $\rho^L(M)$ пусто.

Замечание 3. Из вида полученного в доказательстве теоремы 3 проектора P следует, что условие (8) эквивалентно условию Шоуолтера (4). Действительно, (8) означает лишь начальное условие для проекций вектора скорости на собственные функции φ_k, не соответствующие собственному значению χ^{-1}. По ним определятся начальные значения для соответсвующих компонент r согласно выражениям для элементов пространства $\mathfrak{U}^1$.

Таким образом, ядро $\mathfrak{U}^0$ разрешающей группы операторов системы (5)-(7) при $\chi^{-1} \in \sigma(A)$ оказывается шире, чем в случае $\chi^{-1} \notin \sigma(A)$, рассмотренном в работе [2]. Это не позволяет получить результат, аналогичный теореме 7 о разрешимости начально-краевой задачи для обобщенной гидродинамической системы из работы [2], поскольку для использования теоремы 3 из [2] нужно, чтобы нелинейный оператор в уравнении (5) не зависел не только от r, как в [2], но и от проекций вектора скорости на собственные функции φ_k, соответствующие собственному значению χ^{-1}.

Рассмотрим линеаризованную в окрестности решения $(v, r) = (0, f)$ систему уравнений Осколкова в случае $\chi^{-1} \in \sigma(A)$

$$(1 - \chi\Delta)v_t = \nu\Delta v - r + f(t,x), \quad (x,t) \in \Omega \times J\,, \tag{11}$$

$$\nabla \cdot v = 0, \quad (x,t) \in \Omega \times J\,, \tag{12}$$

снабженную начальным и краевым условиями (7), (8).

Теоремы 2 и 3 сразу влекут следующий результат.

Теорема 4. *Пусть $\chi, \nu \neq 0$, $\chi^{-1} \in \sigma(A)$, $t_0 \in J$, $v_0 \in \mathbb{H}_\sigma$. Тогда при некотором $t_1 \in J$, $t_1 > t_0$, существует единственное решение $v \in C^1(J; \mathbb{H}^2_\sigma)$, $r \in C^1(J; \mathbb{H}_\pi)$ задачи* (7), (8), (11), (12).

4. Заключение. В работе исследована структура разрешающей полугруппы линейной части сильно вырожденной системы уравнений Осколкова. Исследование показало, что нелинейная сильно вырожденная система не поддается методам исследования, использованным для изучения ее обычного варианта авторами в [2]. Получены условия однозначной разрешимости линеаризованной сильно вырожденной системы Осколкова.

Литература

1. Свиридюк Г.А., Федоров В.Е. Линейные уравнения соболевского типа / Челябинск: Челяб. гос. ун-т, 2003. — 180 с.
2. Фёдоров В.Е., Давыдов П.Н. Полулинейные вырожденные эволюционные уравнения и нелинейные системы гидродинамического типа // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. – 2013. – 19, № 4. – С.267-278.
3. Осколков А.П. Начально-краевые задачи для уравнений движения жидкостей Кельвина-Фойгта и жидкостей Олдройта // Тр. Мат. ин-та АН СССР. – 1988. – 179. – С.126-164.
4. Свиридюк Г.А., Сукачева Т.Г. О разрешимости нестационарной задачи динамики несжимаемой вязкоупругой жидкости // Мат. заметки. – 1998. – 63, № 3. – С.442-450.
5. Звягин В.Г., Турбин М.В. Исследование начально-краевых задач для математических моделей движения жидкостей Кельвина-Фойгта // Современная математика. Фундаментальные направления. – 2009. – 31. – С.3-144.

6. Ладыженская О.А. Математические вопросы динамики вязкой несжимаемой жидкости / М.: Гос. изд-во физ.-мат. литературы, 1961. – 204 с.

STRONGLY DEGENERATE OSKOLKOV SYSTEM OF EQUATIONS

P.N. Davydov, V.E. Fedorov

Chelyabinsk State University,
Bratyev Kashirinyh St., 129, Chelyabinsk, 454001, Russia, e-mail: davyduv@csu.ru, kar@csu.ru

Abstract. The Oskolkol system of equations for the dynamics of Kelvin–Voight fluid is considered in the case of the degenerate differential operator with respect to the spatial variables at the time derivative. It is shown that strongly degenerate resolving operator group corresponds to the linear part of the system. Unique solvability theorem to initial boundary value problem for the linearized strongly degenerate Oskolkov system.

Key words: Kelvin-Voight's fluid, Oskolkov's system of equations, degenerate operator group.