



МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА,  
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

MSC 78A45

МЕТОД ДИСКРЕТНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ  
В ЗАДАЧАХ ДИФРАКЦИИ НА СИСТЕМЕ ЗАМКНУТЫХ  
ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Ю.Н. Бахмат

Харьковский национальный университет им. В.Н.Каразина,  
пл. Свободы, 4, 308015, Харьков, Украина e-mail: [bakhmat23@gmail.com](mailto:bakhmat23@gmail.com)

**Аннотация.** Построена математическая модель дифракции Н-поляризованной электромагнитной волны на системе идеально проводящих цилиндрических поверхностей (направляющие окружности или эллипсы). Построена дискретная математическая модель указанной задачи на базе метода дискретных особенностей и на ее основе исследована двумерная задача. Проведен численный эксперимент.

**Ключевые слова:** краевая задача, теория дифракции, граничные интегральные уравнения, метод дискретных особенностей.

**Введение.** Цель работы — построение дискретной математической модели дифракции Н-поляризованной электромагнитной волны на системе замкнутых цилиндрических поверхностей. Направляющие цилиндрических поверхностей — окружности или эллипсы. Для построения дискретной математической модели и для сведения краевой задачи к гипер сингулярному интегральному уравнению используется метод потенциалов. Для построения дискретной математической модели и проведения численного эксперимента применен метод дискретных особенностей. Численный эксперимент был проведен в отдельных частных случаях, где построены диаграммы направленности модуля комплексной амплитуды рассеянного поля.

**1. Постановка задачи.** Рассмотрение ведется в декартовой системе координат на плоскости  $X_1OX_2$ , в которой расположены направляющие цилиндрических поверхностей — окружности или эллипсы. Обозначим

$$L = \bigcup_{q=0}^l L_q, \quad (1)$$

где  $L_q$  — направляющие цилиндрических поверхностей (круговых или эллиптических цилиндров), образующие которых параллельны  $OX_3$ . Рассматривается пересечение плоскостью, параллельной плоскости  $X_1OX_2$ . Параметрические уравнения направляющих цилиндрических поверхностей имеют вид:

$$\begin{cases} x_{1,q} = x_1(\varphi) + q \cdot a; \\ x_{2,q} = x_2(\varphi), \quad \varphi \in [0, 2\pi], \quad q = 0, 1, \dots, l. \end{cases} \quad (2)$$

В случае, когда направляющая окружность:

$$\begin{cases} x_{1,q} = r \cdot \cos \phi + q \cdot a; \\ x_{2,q} = r \cdot \sin \phi, \quad \phi \in [0, 2\pi], \quad q = 0, 1, \dots, l. \end{cases} \quad (2.1)$$

а в случае, когда направляющая эллипс:

$$\begin{cases} x_{1,q} = r \cdot \cos \phi + q \cdot a; \\ x_{2,q} = b \cdot \sin \phi, \quad \phi \in [0, 2\pi], \quad q = 0, 1, \dots, l. \end{cases} \quad (2.2)$$

Обозначим

$$\Omega = \bigcup_{q=0}^l \text{int } L_q. \quad (3)$$

Падающая плоская монохроматическая волна (зависимость от времени дается множителем  $e^{-i\omega t}$ ), комплексную амплитуду которой обозначили  $u_0(\bar{x})$ , и, соответственно,  $u(\bar{x})$  — комплексная амплитуда рассеянного поля:

$$u_0(\bar{x}) = e^{i(\bar{\kappa} \cdot \bar{x})}, \quad \bar{\kappa} = \kappa(\sin \alpha, -\cos \alpha), \quad \alpha = 0. \quad (4)$$

Падающее и рассеянное поля удовлетворяет уравнению Гельмгольца:

$$\Delta u(\bar{x}) + \kappa^2 u(\bar{x}) = 0, \quad \bar{x} \in \mathbb{C}\Omega, \quad (5)$$

$\kappa^2 = \varepsilon \cdot \mu \cdot \omega^2$ , где  $\varepsilon, \mu$  — диэлектрическая и магнитная проницаемость среды соответственно.

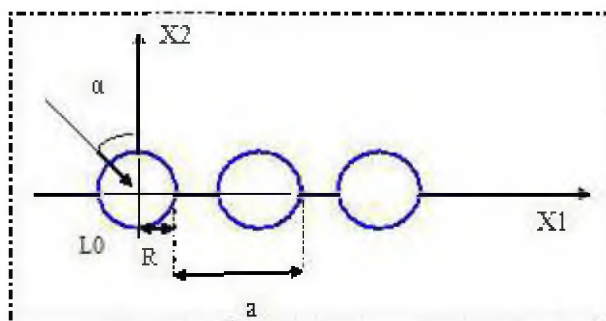


Рис. 1.

Рассматривается внешняя краевая задача, рассеянное поле удовлетворяет условиям излучения Зоммерфельда [1]:

$$\begin{cases} u(\bar{x}) = O\left(\frac{1}{\sqrt{r}}\right), & r \rightarrow \infty; \\ \frac{\partial u(\bar{x})}{\partial n} - i \cdot k \cdot u(\bar{x}) = o\left(\frac{1}{\sqrt{r}}\right), & r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2} \rightarrow \infty. \end{cases} \quad (6)$$



В случае Н-поляризации, на поверхности идеально проводящих цилиндров выполняется граничное условие Неймана:

$$\frac{\partial u_0(\bar{x})}{\partial n} + \frac{\partial u(\bar{x})}{\partial n} = 0, \quad \bar{x} = (x_1, x_2) \in L. \quad (7)$$

Рассеянное поле ищем в виде потенциала двойного слоя [3]:

$$u(\bar{y}) = \frac{1}{2\pi} \int_L v(\bar{x}) \frac{\partial}{\partial n_x} G(\bar{x}, \bar{y}) ds_x, \quad \bar{y} \in \mathbb{C}\bar{\Omega}, \quad (8)$$

где

$$G(\bar{x}, \bar{y}) = \frac{\pi}{2i} H_0^{(1)}(\kappa|\bar{x} - \bar{y}|). \quad (9)$$

Векторы электромагнитного поля представляются в виде:

$$E(\bar{x}, t) = E(\bar{x}) \cdot e^{-i\omega t}, \quad H(\bar{x}, t) = H(\bar{x}) \cdot e^{-i\omega t},$$

где

$$H(\bar{x}) = (0, 0, H_z(\bar{x})), \quad H_z = u(\bar{x}),$$

$$E(\bar{x}) = (E_x, E_y, 0), \quad E_x = -\frac{1}{i\omega\varepsilon} \frac{\partial H_z}{\partial x_2}, \quad E_y = \frac{1}{i\omega\varepsilon} \frac{\partial H_z}{\partial x_1}.$$

Поставлена краевая задача во внешности  $\Omega$ . Ищем  $u(\bar{x})$ , через которую выражаются все компоненты электромагнитного поля.

**2. Дискретная математическая модель.** Перейдем к граничному интегральному уравнению. Рассмотрим

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\partial}{\partial n} u(\bar{y} + \varepsilon \bar{n}) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\partial}{\partial n_y} \frac{1}{2\pi} \int_L v(\bar{x}) \frac{\partial}{\partial n_x} G(\bar{x}, \bar{y} + \varepsilon \bar{n}) ds, \quad (\bar{y} + \varepsilon \bar{n}) \in \mathbb{C}\bar{\Omega},$$

где  $\bar{n}$  — нормаль к области  $\Omega$ . Используя граничные условия Неймана, получили

$$-\frac{\partial}{\partial n} u_0(\bar{y}) = \frac{\partial}{\partial n_y} \frac{1}{2\pi} \int_L v(\bar{x}) \frac{\partial}{\partial n_x} G(\bar{x}, \bar{y}) ds, \quad \bar{y} \in L. \quad (10)$$

Интегральное уравнение (10) содержит сингулярный интеграл с логарифмическим ядром и гиперсингулярный интеграл, который нужно понимать в смысле конечной части по Адамару [1].

Пусть заданная  $2\pi$ -периодическая функция  $f(\phi)$ , такая что для достаточно малых  $\varepsilon > 0$  существуют интегралы

$$\int_0^{\phi_0 - \varepsilon} \frac{f(\phi) d\phi}{2 \sin^2 \frac{\phi - \phi_0}{2}}, \quad \int_{\phi_0 + \varepsilon}^{2\pi} \frac{f(\phi) d\phi}{2 \sin^2 \frac{\phi - \phi_0}{2}}$$



и существует предел

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left( \int_0^{\phi_0 - \varepsilon} \frac{f(\phi) d\phi}{2 \sin^2 \frac{\phi - \phi_0}{2}} + \int_{\phi_0 + \varepsilon}^{2\pi} \frac{f(\phi) d\phi}{2 \sin^2 \frac{\phi - \phi_0}{2}} - \frac{4f(\phi_0)}{\varepsilon} \right),$$

тогда этот предел называют интегралом в смысле конечной части по Адамару и пишут

$$\int_0^{2\pi} \frac{f(\phi) d\phi}{2 \sin^2 \frac{\phi - \phi_0}{2}} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left( \int_0^{\phi_0 - \varepsilon} \frac{f(\phi) d\phi}{2 \sin^2 \frac{\phi - \phi_0}{2}} + \int_{\phi_0 + \varepsilon}^{2\pi} \frac{f(\phi) d\phi}{2 \sin^2 \frac{\phi - \phi_0}{2}} - \frac{4f(\phi_0)}{\varepsilon} \right).$$

Перейдем от криволинейного интеграла первого рода к определенному интегралу. Введем параметризацию контуров  $x_q(\phi)$ ,  $\phi \in [0, 2\pi)$  таким образом, чтобы  $\varphi = \frac{2\pi s}{|L_q|}$ , где  $s$  – натуральный параметр,  $|L_q|$  – длина контура  $L_q$ . И пусть на контуре  $L_{q_0}$  подинтегральная функция имеет указанные выше особенности. Тогда (10) перепишем следующим образом:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial}{\partial n} u_0(\bar{y}_{q_0}(\phi)) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\partial^2}{\partial n_x \partial n_y} G(\bar{x}_{q_0}(\phi), \bar{y}_{q_0}(\phi)) \cdot v(\bar{x}_{q_0}(\phi)) d\phi + \\ &+ \sum_{q=0, q \neq q_0}^l \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\partial^2}{\partial n_x \partial n_y} G(\bar{x}_q(\phi), \bar{y}_{q_0}(\phi)) \cdot v(\bar{x}_q(\phi)) d\phi. \end{aligned} \quad (11)$$

Первый интеграл имеет указанные выше особенности, выделим их:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{v(\bar{x}_{q_0}(\phi)) d\phi}{2 \cdot \sin^2 \frac{\phi_0 - \phi}{2}} - \left( \frac{\kappa \cdot |L_{q_0}|}{2\pi} \right)^2 \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \ln \left| \sin \frac{\phi_0 - \phi}{2} \right| \cdot v(\bar{x}_{q_0}(\phi)) d\phi + \\ + \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} Q_1(\phi, \phi_0) \cdot v(\bar{x}_{q_0}(\phi)) d\phi + \\ + \sum_{q=0, q \neq q_0}^l \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{|L_{q_0}|}{\pi} \frac{\partial^2}{\partial n_x \partial n_y} G(\bar{x}_q(\phi), \bar{y}_{q_0}(\phi)) \cdot v(\bar{x}_q(\phi)) d\phi = -\frac{|L_{q_0}|}{\pi} \frac{\partial u_0(\bar{x}_{q_0}(\phi_0))}{\partial n_0}, \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} Q_1(\phi, \phi_0) &= \pi i \left( \frac{|L_{q_0}|}{2\pi} \right)^2 \frac{\partial^2}{\partial n_0 \partial n} H_0^{(1)}(\kappa |\bar{x}_{q_0}(\phi_0) - \bar{x}_{q_0}(\phi)|) - \frac{1}{2 \cdot \sin^2 \frac{\phi_0 - \phi}{2}} + \\ &+ \left( \frac{\kappa \cdot |L_{q_0}|}{2\pi} \right)^2 \ln \left| \sin \frac{\phi_0 - \phi}{2} \right|, \end{aligned} \quad (13)$$



$$Q_1(\phi_0, \phi_0) = \frac{2 |\bar{x}_{q_0}''(\phi_0)| \pi^2}{3 |L_{q_0}|^2} - \frac{1}{6} + \left( \frac{\kappa \cdot |L_{q_0}|}{2\pi} \right)^2 \left( \frac{3}{2} - 4c - \ln \frac{\kappa |L_{q_0}|}{2\pi} + \frac{\pi i}{2} \right). \quad (14)$$

Получено граничное интегральное уравнение, в левой части которого сумма гиперсингулярного интеграла, интеграла с логарифмической особенностью в ядре, а также интеграла с гладким ядром.

Далее в работе построена дискретная математическая модель рассматриваемой задачи. Сначала формулируется задача для приближенного решения в форме граничного интегрального уравнения — интерполяционного полинома, который нужно определить. Заменим все гладкие функции (12) соответствующими тригонометрическими интерполяционными полиномами [2]:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{(P_n^{(1)}v)(\bar{x}_{q_0}(\phi))d\phi}{2 \cdot \sin^2 \frac{\phi_0 - \phi}{2}} - \left( \frac{\kappa \cdot |L_{q_0}|}{2\pi} \right)^2 \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \ln \left| \sin \frac{\phi_0 - \phi}{2} \right| \cdot (P_n^{(1)}v)(\bar{x}_{q_0}(\phi))d\phi + \\ & + \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (P_n^{(2)}P_n^{(1)}Q_1)(\phi, \phi_0) \cdot (P_n^{(1)}v)(\bar{x}_{q_0}(\phi)) + \\ & + \sum_{q=0, q \neq q_0}^l \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{|L_{q_0}|}{\pi} \left( P_n^{(2)}P_n^{(1)} \frac{\partial^2}{\partial n_x \partial n_y} G \right) (\bar{x}_q(\phi), \bar{y}_{q_0}(\phi_0)) \cdot (P_n^{(1)}v)(\bar{x}_q(\phi))d\phi = \\ & = -\frac{|L_{q_0}|}{\pi} \left( P_n^{(2)} \frac{\partial u_0}{\partial n_0} \right) (\bar{x}_{q_0}(\phi_0)), \end{aligned} \quad (15)$$

$$(P_n^{(i)}g)(\varphi) = \frac{1}{2n+1} \sum_{k=0}^{2n} g(\varphi_k^{(i,n)}) \frac{\sin \frac{2n+1}{2}(\varphi - \varphi_k^{(i,n)})}{\sin \frac{1}{2}(\varphi - \varphi_k^{(i,n)})}, \quad (15)$$

$$\varphi_k^{(1,n)} = \varphi_k^n = \frac{2\pi k}{2n+1}, \quad k = 0, 1, \dots, 2n,$$

$$\varphi_j^{(2,n)} = \varphi_{0j}^n = \frac{2j+1}{2n+1} \pi, \quad j = 0, 1, \dots, 2n.$$

Воспользовавшись интерполяционными квадратурными формулами [2], узлами которых являются указанные выше наборы точек, а в качестве точек коллокации взяли второй набор точек, получили систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2n+1} \sum_{k=0}^{2n} v(\bar{x}_{q_0}(\phi_k^n)) \left( \frac{\sin^2 \frac{n}{2}(\phi_{0j}^n - \phi_k^n)}{\sin^2 \frac{1}{2}(\phi_{0j}^n - \phi_k^n)} - \frac{n \cdot \sin(n + \frac{1}{2})(\phi_{0j}^n - \phi_k^n)}{\sin \frac{1}{2}(\phi_{0j}^n - \phi_k^n)} \right) + \\ & + \left( \frac{\kappa |L_{q_0}|}{2\pi} \right)^2 \frac{2\pi}{2n+1} \sum_{k=0}^{2n} v(\bar{x}_{q_0}(\phi_k^n)) \left( \ln 2 + \sum_{p=1}^n \frac{\cos p(\phi_{0j}^n - \phi_k^n)}{p} \right) + \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{2n+1} \sum_{k=0}^{2n} v(\bar{x}_{q_0}(\phi_k^n)) \cdot Q_1(\bar{x}_{q_0}(\phi_k^n), \bar{x}_{q_0}(\phi_{0j}^n)) + \\
 & + \sum_{q=0, q \neq q_0}^l \frac{|L_{q_0}|}{\pi} \frac{1}{2n+1} \sum_{k=0}^{2n} v(\bar{x}_{q_0}(\phi_k^n)) \cdot \frac{\partial^2}{\partial n_0 \partial n} G(\bar{x}_q(\phi_k^n), \bar{x}_{q_0}(\phi_{0j}^n)) = \\
 & = -\frac{L_{q_0}}{\pi} \frac{\partial}{\partial n} u_0(\bar{x}_{q_0}(\phi_{0j}^n)), \quad j = 0, 1, \dots, 2n, \quad q_0 = 0, 1, \dots, l. \quad (16)
 \end{aligned}$$

**3. Комплексная амплитуда рассеянного поля.** Рассеянное поле представлено в виде потенциала (4). Перейдем от криволинейного интеграла первого рода к определенному интегралу. Тогда (4) перепишем:

$$u(\bar{y}) = \frac{1}{2\pi} \sum_{q=0}^l \int_0^{2\pi} Q_{1q}(\phi, \bar{y}) \cdot v(\bar{x}_q(\phi)) d\phi, \quad \bar{y} \in \mathbb{C}\bar{\Omega}, \quad (17)$$

где

$$Q_{1q}(\phi, \bar{y}) = -\frac{\pi \cdot i}{2} H_1^{(1)}(\kappa |\bar{x}_q(\phi) - \bar{y}|), \quad q = 0, 1, \dots, l.$$

Заменяя все гладкие функции тригонометрическими интерполяционными полиномами [2], используя соответственные квадратурные формулы, окончательно имеем:

$$u(\bar{y}) = \frac{1}{2n+1} \sum_{q=0}^l \sum_{k=0}^{2n} Q_{1q}(\bar{x}_q(\phi_k^n), \bar{y}) \cdot v(\bar{x}_q(\phi_k^n)), \quad \bar{y} \in \mathbb{C}\bar{\Omega}, \quad (18)$$

где значения  $v(\bar{x}_q(\phi_k^n))$  — решения системы (16), а  $|u(\bar{y})|$  — амплитуда рассеянного поля.

**4. Диаграмма направленности рассеянного поля в случае трех круговых цилиндров.** Рассеянное поле представлено в виде потенциала (4). Рассмотрим случай, когда направляющие цилиндров — окружности радиуса  $R$ , центры которых лежат на оси абсцисс, и расстояние между центрами окружностей равно  $a$ , цилиндры не пересекаются. Тогда параметризацию контуров запишем следующим образом:

$$\begin{cases} x_{1,q} = R \cdot \cos \phi + q \cdot a; \\ x_{2,q} = R \cdot \sin \phi, \quad \phi \in [0, 2\pi]. \end{cases} \quad q = 0, 1, 2; \quad (19)$$

и пусть

$$\begin{cases} y_1 = r \cdot \cos \phi_0; \\ y_2 = r \cdot \sin \phi_0, \quad \phi \in [0, 2\pi]. \end{cases}$$

Так как  $\bar{y} \in \mathbb{C}\bar{\Omega}$ , то предположим, что  $r \gg R$ . Рассмотрим

$$|\bar{x}_q - \bar{y}|^2 = R^2 + r^2 - 2rR \cdot \cos(\phi - \phi_0) + 2aq \cdot (R \cdot \cos \phi - r \cdot \cos \phi_0), \quad (20)$$

$$\frac{\partial}{\partial n_x} G(\bar{x}, \bar{y}) = \kappa \frac{\pi i}{2} \cdot H_1^{(1)}(\kappa|\bar{x} - \bar{y}|) \frac{(\bar{n}_x, \bar{y} - \bar{x})}{|\bar{x} - \bar{y}|}. \quad (21)$$

Теперь перейдем к определенным интегралам в (4) и обозначим  $u(\bar{y}) = U(r, \phi_0)$ , имеем

$$U(r, \phi_0) = \sum_{q=0}^2 \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \kappa \frac{\pi i}{2} H_1^{(1)}(\kappa|\bar{x}_q(\phi) - \bar{y}(\phi_0)|) \frac{(\bar{n}_x, \bar{y}(\phi_0) - \bar{x}_q(\phi))}{|\bar{x}_q(\phi) - \bar{y}(\phi_0)|} R \cdot v(\bar{x}_q(\phi)) d\phi. \quad (22)$$

При этом асимптотическое поведение функции Ханкеля первого рода на бесконечности [5]:

$$H_\nu^{(1)}(z) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi z}} e^{i(z - \nu \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4})}, \quad z \rightarrow +\infty. \quad (23)$$

Диаграмма направленности рассеянного поля определяется формулой [1]:

$$D_H(\phi_0) = \lim_{r \rightarrow +\infty} \frac{U(r, \phi_0)}{\sqrt{\frac{2}{\pi r}} e^{i(\kappa r - \frac{\pi}{4})}}. \quad (24)$$

Таким образом, найдя предел (24), получили диаграмму направленности комплексной амплитуды рассеянного поля:

$$D_H(\phi_0) = \frac{i\pi R}{4\pi\sqrt{\kappa}} \sum_{q=0}^2 \int_0^{2\pi} \left( -\kappa \cdot i \cdot e^{-i\kappa(R \cdot \cos(\phi - \phi_0) + 2aq \cdot \cos \phi_0)} \cos(\phi - \phi_0) \right) v(\bar{x}_q(\phi)) d\phi. \quad (25)$$

Обозначим

$$g_q(\phi, \phi_0) = -\kappa \cdot i \cdot e^{-i\kappa(R \cdot \cos(\phi - \phi_0) + 2aq \cdot \cos \phi_0)} \cos(\phi - \phi_0). \quad (26)$$

Заменяя функции  $g_q(\phi, \phi_0)$  и  $v(x_q(\phi))$  соответствующими интерполяционными тригонометрическими полиномами (15') и используя соответственную квадратурную формулу [2], мы получим

$$D_H(\phi_0) = \frac{i\pi R}{4\pi\sqrt{\kappa}} \sum_{q=0}^2 \sum_{k=0}^{2n} g_q(\phi_k^n, \phi_0) v(\bar{x}_q(\phi_k^n)). \quad (27)$$

Был проведен численный эксперимент по дискретной математической модели и построены диаграммы направленности.

**Выводы.** Таким образом, в работе приведена математическая модель задачи дифракции электромагнитных волн на системе цилиндрических поверхностей на базе граничных интегральных уравнений соответственной краевой задачи для стационарного волнового уравнения. Построена дискретная математическая модель рассматриваемой задачи с использованием метода дискретных особенностей. Приведены результаты численного эксперимента и построены диаграммы направленности для модуля комплексной амплитуды рассеянного поля в дальней зоне в отдельных случаях.

## Результаты численного эксперимента.

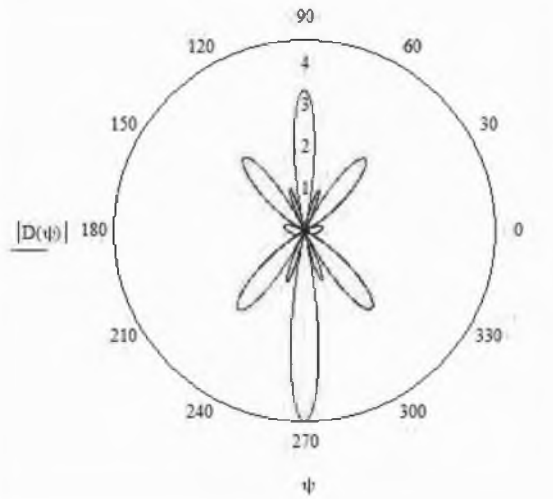


Рис. 2. Диаграмма направленности,  $R=1$ ,  
 $a=3$ ,  $\kappa = \pi$ ,  $\alpha = 0$ .

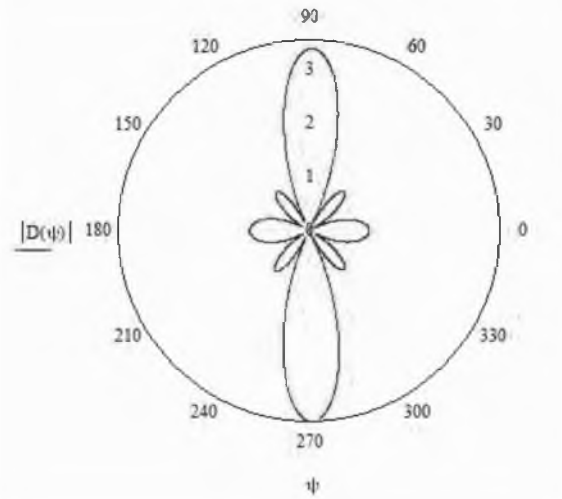


Рис. 3. Диаграмма направленности,  $R=1$ ,  
 $a=3$ ,  $\kappa = \frac{\pi}{2}$ ,  $\alpha = 0$ .

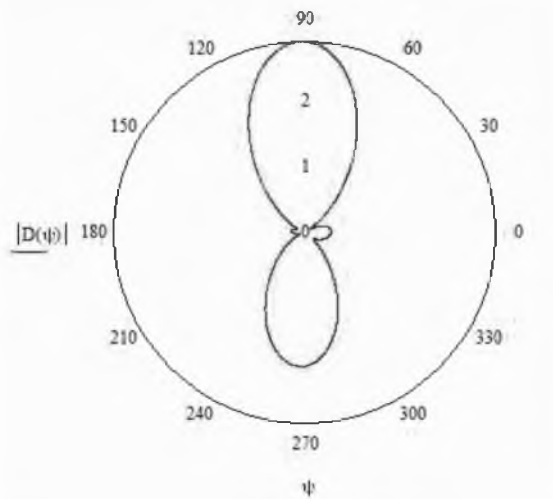


Рис. 4. Диаграмма направленности,  $R=1$ ,  
 $a=3$ ,  $\kappa = \frac{\pi}{4}$ ,  $\alpha = 0$ .

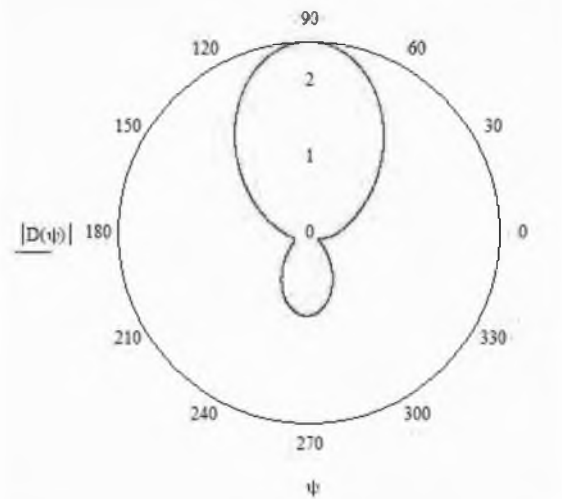


Рис. 5. Диаграмма направленности,  $R=1$ ,  
 $a=3$ ,  $\kappa = \frac{\pi}{6}$ ,  $\alpha = 0$ .

## Литература

1. Бахмат Ю.М. Дискретна математична модель задачі дифракції на системі замкнених циліндричних поверхонь (випадок Е-поляризації) // Вестник Херсонского национального технического университета. 2013. Вып.2 (47). С.47-50.
2. Gandel' Yu.V. Boundary-Value Problems for the Helmholtz Equation and their Discrete Mathematical Models // Journal of Mathematical Sciences. 2010. 171, №1. Springer Science+Business Media, Inc. P.74-88.
3. Гандель Ю.В., Еременко С.В., Полянская Т.М. Обоснование численного метода дискретных особенностей решения двумерных задач дифракции электромагнитных волн / Учебное пособие. Часть 2 / Харьков: ХГУ, 1992. 145 с.





4. Гандель Ю.В. Введение в методы вычисления сингулярных и гиперсингулярных интегралов / Учебное пособие / Харьков: ХНУ, 2002. – 92 с.
5. Гандель Ю.В., Душкин В.Д. Математические модели двумерных задач дифракции: Сингулярные интегральные уравнения и численные методы дискретных особенностей / Х.: АВВ МВСУ, 2012. – 544 с.
6. Лифанов И.К. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент / М.: ТОО «Янус», 1995. – 520 с.
7. Панасюк В.В., Саврук М.П., Назарчук З.Т. Метод сингулярных интегральных уравнений в двумерных задачах дифракции / Киев: Наук.думка, 1984. – 344 с.
8. Справочник по специальным функциям / под ред. М. Абрамовица и И. Стиган / М.: Наука, 1979. – 832 с.

**METHOD OF DISCRETE SINGULARITIES  
IN DIFFRACTION PROBLEMS OF CLOSED CYLINDRICAL SURFACES**

**Yu.N. Bakhmat**

Karazin Kharkiv National University,  
Svobody Sq. 4, Kharkiv, 61022, Ukraine, e-mail: [bakhmat23@gmail.com](mailto:bakhmat23@gmail.com)

**Abstract.** In frameworks of the mathematical model of diffraction the boundary value problem of the scattering of H-polarized electromagnetic waves on the system of closed ideally conducting cylindrical surfaces (guides — circles or ellipses) is studied. The discrete mathematical model based on discrete singularities has been built for diffraction problems pointed out. The two-dimensional problem is investigated using the numerical experiment.

**Key words:** boundary-value problems, diffraction theory, boundary integral equations, method of discrete singularities.