УДК 537.8

С.В. БЛАЖЕВИЧ, Ю.П. ГЛАДКИХ*, А.В. НОСКОВ***

ДИНАМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОНА В ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СЛОИСТОЙ СРЕДЕ ВБЛИЗИ НАПРАВЛЕНИЯ ЕГО СКОРОСТИ

Построена динамическая теория когерентного рентгеновского излучения релятивистского электрона, пересекающего периодически слоистую среду в геометрии рассеяния Лауэ. Получены выражения, описывающие спектрально-угловые характеристики излучения вдоль скорости релятивистского электрона. Исследована спектрально-угловая плотность излучения.

Ключевые слова: *динамическая дифракция, когерентное рентгеновское излучение, периодическая слоистая структура, релятивистский электрон.*

Введение

Излучение релятивистской частицы в периодически слоистой среде традиционно рассматривается в геометрии рассеяния Брэгга для случая, когда отражающие слои располагаются параллельно входной поверхности, то есть для случая симметричного отражения. Это излучение, как правило, рассматривалось как резонансное переходное излучение [1, 2]. В работе [3] излучение из многослойной периодической структуры впервые было представлено в виде суммы дифрагированного переходного излучения (ДПИ) и параметрического рентгеновского излучения (ПРИ). Однако в цитируемых работах излучение релятивистской частицы в многослойной среде рассматривалось только в геометрии рассеяния Брэгга в частном случае симметричного отражения. В этой связи авторами настоящей работы была развита динамическая теория когерентного рентгеновского излучения в направлении рассеяния Брэгга для релятивистского электрона, пересекающего периодическую слоистую среду в геометрии рассеяние Лауэ, для случая асимметричного отражения поля электрона относительно поверхности мишени, когда отражающие слои в мишени располагаются под произвольным углом к поверхности мишени [4].

В настоящей работе построена динамическая теория когерентного рентгеновского излучения вдоль скорости релятивистского электрона, пересекающего искусственную периодическую структуру в геометрии рассеяния Лауэ для произвольной асимметрии отражения поля электрона относительно поверхности мишени. На основе двухволнового приближения динамической теории дифракции получены выражения для спектрально-угловой плотности излучения. Проводится сравнение спектрально-угловой плотности ПРИВ в периодической слоистой среде и в монокристалле в аналогичных условиях.

1. Амплитуда излучения

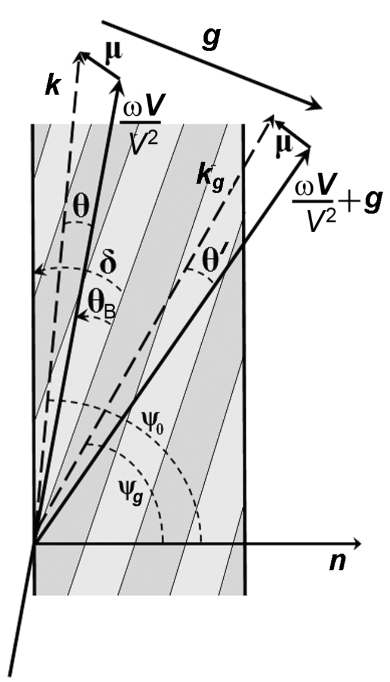
Пусть релятивистский электрон со скоростью $\boldsymbol{V}$ пересекает многослойную структуру (рис. 1), состоящую из периодически расположенных аморфных слоев толщиной a и b ($T = a + b$ – период структуры), имеющих соответственно диэлектрические восприимчивости χ_a и χ_b.

Будем использовать двухволновое приближение динамической теории дифракции. Рассмотрим фурье-образ электромагнитного поля

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{k},\omega) = \int dt\, d^3\boldsymbol{r}\, \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)\exp\left(i\omega t - i\boldsymbol{k}\boldsymbol{r}\right). \quad (1)$$

Так как поле релятивистской частицы практически может считаться поперечным, то падающая $\boldsymbol{E}_0(\boldsymbol{k},\omega)$ и дифрагированная $\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{k},\omega)$ электромагнитные волны определяются двумя амплитудами с разными значениями поперечной поляризации:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{E}_0(k,\omega) &= E_0^{(1)}(\boldsymbol{k},\omega)\boldsymbol{e}_0^{(1)} + E_0^{(2)}(\boldsymbol{k},\omega)\boldsymbol{e}_0^{(2)}, \\ \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{g}}(k,\omega) &= E_{\boldsymbol{g}}^{(1)}(\boldsymbol{k},\omega)\boldsymbol{e}_1^{(1)} + E_{\boldsymbol{g}}^{(2)}(\boldsymbol{k},\omega)\boldsymbol{e}_1^{(2)}, \end{aligned} \quad (2)$$



где векторы $\boldsymbol{e}_0^{(1)}$ и $\boldsymbol{e}_0^{(2)}$ перпендикулярны вектору $\boldsymbol{k}$, а векторы $\boldsymbol{e}_1^{(1)}$ и $\boldsymbol{e}_1^{(2)}$ – вектору $\boldsymbol{k_g}=\boldsymbol{k}+\boldsymbol{g}$. Векторы $\boldsymbol{e}_0^{(2)}$, $\boldsymbol{e}_1^{(2)}$ лежат в плоскости векторов $\boldsymbol{k}$ и $\boldsymbol{k_g}$ (π-поляризация), а векторы $\boldsymbol{e}_0^{(1)}$ и $\boldsymbol{e}_1^{(1)}$ перпендикулярны ей (σ-поляризация). Вектор $\boldsymbol{g}$ аналогичен вектору обратной решетки в кристалле, он перпендикулярен слоям, и его длина равна $g=\frac{2\pi}{T}n$, $n=0,\pm1,\pm2,...$

Рис. 1. Геометрия процесса излучения и система обозначений используемых величин: θ и θ' – углы излучения; θ_B – угол Брэгга (угол между скоростью электрона $\boldsymbol{V}$ и слоями пластинки); δ – угол между поверхностью пластины и отражающими слоями; $\boldsymbol{k}$ и $\boldsymbol{k_g}$ – волновые векторы подающего и дифрагированного фотона

Система уравнений для фурье-образа электромагнитного поля в двухволновом приближение динамической теории дифракции имеет следующий вид [5]:

$$\begin{cases}(\omega^2(1+\chi_0)-k^2)E_0^{(s)}+\omega^2\chi_{-\boldsymbol{g}}C^{(s)}E_{\boldsymbol{g}}^{(s)}=8\pi^2ie\omega\theta VP^{(s)}\delta(\omega-\boldsymbol{kV}),\\ \omega^2\chi_{\boldsymbol{g}}C^{(s)}E_0^{(s)}+(\omega^2(1+\chi_0)-k_{\boldsymbol{g}}^2)E_{\boldsymbol{g}}^{(s)}=0,\end{cases} \quad (3)$$

где $\chi_{\boldsymbol{g}}$, $\chi_{-\boldsymbol{g}}$ – коэффициенты фурье-разложения диэлектрической восприимчивости периодической структуры по векторам $\boldsymbol{g}$:

$$\chi(\omega,\boldsymbol{r})=\sum_{\boldsymbol{g}}\chi_{\boldsymbol{g}}(\omega)\exp(i\boldsymbol{gr})=\sum_{\boldsymbol{g}}\left(\chi'_{\boldsymbol{g}}(\omega)+i\chi''_{\boldsymbol{g}}(\omega)\right)\exp(i\boldsymbol{gr}). \quad (4)$$

Величины $C^{(s)}$ и $P^{(s)}$ в системе (3) определены следующим образом:

$$C^{(s)}=\boldsymbol{e}_0^{(s)}\boldsymbol{e}_1^{(s)},\quad C^{(1)}=1,\quad C^{(2)}=\cos2\theta_B,$$

$$P^{(s)}=\boldsymbol{e}_0^{(s)}(\boldsymbol{\mu}/\mu),\quad P^{(1)}=\sin\varphi,\quad P^{(2)}=\cos\varphi. \quad (5)$$

Здесь $\boldsymbol{\mu}=\boldsymbol{k}-\omega\boldsymbol{V}/V^2$ – составляющая импульса виртуального фотона, перпендикулярная скорости частицы $\boldsymbol{V}$ ($\mu=\omega\theta/V$, где $\theta<<1$ – угол между векторами $\boldsymbol{k}$ и $\boldsymbol{V}$); θ_B – угол Брэгга; φ – азимутальный угол излучения, отсчитываемый от плоскости, образованной вектором скорости $\boldsymbol{V}$ и вектором $\boldsymbol{g}$, перпендикулярным отражающим слоям. Длину вектора $\boldsymbol{g}$ можно выразить через угол Брэгга и частоту Брэгга ω_B: $g=2\omega_B\sin\theta_B/V$. Угол между вектором $\frac{\omega\boldsymbol{V}}{V^2}$ и волновым вектором падающей волны $\boldsymbol{k}$ обозначен θ, а угол между вектором $\frac{\omega\boldsymbol{V}}{V^2}+\boldsymbol{g}$ и волновым вектором дифрагированной волны $\boldsymbol{k_g}$ обозначен θ'. Система уравнений (3) при параметре $s=1$ описывает поля σ-поляризованные, а при $s=2$ – π-поляризованные.

Величины χ_0 и $\chi_{\boldsymbol{g}}$ в рассматриваемой периодической структуре имеют следующий вид:

$$\chi_0(\omega)=\frac{a}{T}\chi_a+\frac{b}{T}\chi_b,\quad \chi_{\boldsymbol{g}}(\omega)=\frac{\exp(-iga)-1}{igT}\left(\chi_b-\chi_a\right). \quad (6)$$

Из (6) следуют используемые далее соотношения:

$$\chi'_0=\frac{a}{T}\chi'_a+\frac{b}{T}\chi'_b,\quad \chi''_0=\frac{a}{T}\chi''_a+\frac{b}{T}\chi''_b,$$

$$\operatorname{Re}\sqrt{\chi_{\boldsymbol{g}}\chi_{-\boldsymbol{g}}}=\frac{2\sin\left(\frac{ga}{2}\right)}{gT}\left(\chi'_b-\chi'_a\right),\quad \operatorname{Im}\sqrt{\chi_{\boldsymbol{g}}\chi_{-\boldsymbol{g}}}=\frac{2\sin\left(\frac{ga}{2}\right)}{gT}\left(\chi''_b-\chi''_a\right). \tag{7}$$

Решая следующее из системы (3) дисперсионное уравнение

$$(\omega^2(1+\chi_0)-k^2)(\omega^2(1+\chi_0)-k_{\boldsymbol{g}}^2)-\omega^4\chi_{-\boldsymbol{g}}\chi_{\boldsymbol{g}}C^{(s)2}=0 \tag{8}$$

стандартными методами динамической теории [6], найдем k и $k_{\boldsymbol{g}}$:

$$k=\omega\sqrt{1+\chi_0}+\lambda_0,\ k_{\boldsymbol{g}}=\omega\sqrt{1+\chi_0}+\lambda_{\boldsymbol{g}}; \tag{9}$$

$$\lambda_{\boldsymbol{g}}^{(1,2)}=\frac{\omega}{4}\left(\beta\pm\sqrt{\beta^2+4\chi_{\boldsymbol{g}}\chi_{-\boldsymbol{g}}C^{(s)^2}\frac{\gamma_{\boldsymbol{g}}}{\gamma_0}}\right); \tag{10}$$

$$\lambda_0^{(1,2)}=\omega\frac{\gamma_0}{4\gamma_{\boldsymbol{g}}}\left(-\beta\pm\sqrt{\beta^2+4\chi_{\boldsymbol{g}}\chi_{-\boldsymbol{g}}C^{(s)^2}\frac{\gamma_{\boldsymbol{g}}}{\gamma_0}}\right), \tag{11}$$

где $\beta=\alpha-\chi_0\left(1-\frac{\gamma_{\boldsymbol{g}}}{\gamma_0}\right)$; $\alpha=\frac{1}{\omega^2}(k_{\boldsymbol{g}}^2-k^2)$; $\gamma_0=\cos\psi_0$; $\gamma_{\boldsymbol{g}}=\cos\psi_{\boldsymbol{g}}$; ψ_0 – угол между волновым вектором подающей волны $\boldsymbol{k}$ и вектором нормали к поверхности пластинки $\boldsymbol{n}$; $\psi_{\boldsymbol{g}}$ – угол между волновым вектором $\boldsymbol{k}_{\boldsymbol{g}}$ и вектором $\boldsymbol{n}$ (см. рис. 1). Динамические добавки λ_0 и $\lambda_{\boldsymbol{g}}$ для рентгеновских волн связаны соотношением

$$\lambda_{\boldsymbol{g}}=\frac{\omega\beta}{2}+\lambda_0\frac{\gamma_{\boldsymbol{g}}}{\gamma_0}. \tag{12}$$

Так как динамические добавки малы, $|\lambda_0|<<\omega$, $|\lambda_{\boldsymbol{g}}|<<\omega$, можно показать, что $\theta\approx\theta'$ (см. рис. 1), и поэтому в дальнейшем угол θ' будем обозначать как θ.

Решение системы уравнений (3) для падающего поля в периодической структуре удобно представить в виде

$$\begin{gathered}E_0^{(s)\text{medium}}=\frac{8\pi^2ieV\theta P^{(s)}}{\omega}\frac{-\omega^2\beta-2\omega\frac{\gamma_{\boldsymbol{g}}}{\gamma_0}\lambda_0}{4\frac{\gamma_{\boldsymbol{g}}}{\gamma_0}(\lambda_0-\lambda_0^{(1)})(\lambda_0-\lambda_0^{(2)})}\delta(\lambda_0-\lambda_0^*)+\\ +E_0^{(s)(1)}\delta(\lambda_0-\lambda_0^{(1)})+E_0^{(s)(2)}\delta(\lambda_0-\lambda_0^{(2)}),\end{gathered} \tag{13}$$

где $\lambda_0^*=\omega\left(\frac{\gamma^{-2}+\theta^2-\chi_0}{2}\right)$, $\gamma=1/\sqrt{1-V^2}$ – лоренц-фактор частицы, а $E_0^{(s)(1)}$, $E_0^{(s)(2)}$ – свободные падающие поля в рассматриваемой среде.

Для поля в вакууме перед периодической структурой решение системы (3) имеет вид

$$E_0^{(s)\text{vac I}}=\frac{8\pi^2ieV\theta P^{(s)}}{\omega}\frac{1}{-\chi_0-\frac{2}{\omega}\lambda_0}\delta\left(\lambda_0-\lambda_0^*\right). \tag{14}$$

Выражение для поля в вакууме позади мишени запишем в виде

$$E_0^{(s)\text{vac II}}=\frac{8\pi^2ieV\theta P^{(s)}}{\omega}\frac{1}{-\chi_0-\frac{2\lambda_0}{\omega}}\delta(\lambda_0-\lambda_0^*)+E_0^{(s)\text{rad}}\delta\left(\lambda_0+\frac{\omega\chi_0}{2}\right), \tag{15}$$

где $E_0^{(s)\text{rad}}$ – амплитуда поля когерентного излучения вдоль скорости электрона.

Из второго уравнения системы уравнений (3) следует выражение, связывающее дифрагированное и падающее поля в кристалле:

$$E_0^{(s)\mathrm{medium}}=\frac{2\omega\lambda_{\boldsymbol g}}{\omega^2\chi_{\boldsymbol g}C^{(s)}}E_{\boldsymbol g}^{(s)\mathrm{medium}}. \qquad (16)$$

Воспользовавшись обычными граничными условиями на входной и выходной поверхности мишени

$$\int E_0^{(s)\mathrm{vac\,I}}d\lambda_0=\int E_0^{(s)\mathrm{medium}}d\lambda_0, \quad \int E_{\boldsymbol g}^{(s)\mathrm{medium}}d\lambda_0=0,$$

$$\int E_0^{(s)\mathrm{medium}}e^{i\frac{\lambda_0}{\gamma_0}L}d\lambda_0=\int E_0^{(s)\mathrm{vac\,II}}e^{i\frac{\lambda_0}{\gamma_0}L}d\lambda_0, \qquad (17)$$

получим выражение для амплитуды поля излучения:

$$E_0^{(s)\mathrm{rad}}=-\frac{4\pi^2ieV\theta P^{(s)}}{\omega}e^{i\frac{\lambda_0^*+\frac{\omega\chi_0}{2}}{\gamma_0}L}\left[\left(1-\frac{\beta}{\sqrt{\beta^2+4\chi_{\boldsymbol g}\chi_{-\boldsymbol g}C^{(s)^2}\dfrac{\gamma_{\boldsymbol g}}{\gamma_0}}}\right)\left(\frac{\omega}{-\omega\chi_0-2\lambda_0^*}+\frac{\omega}{2(\lambda_0^*-\lambda_0^{(2)})}\right)\times\right.$$

$$\left.\times\left(1-e^{i\frac{\lambda_0^{(2)}-\lambda_0^*}{\gamma_0}L}\right)+\left(1+\frac{\beta}{\sqrt{\beta^2+4\chi_{\boldsymbol g}\chi_{-\boldsymbol g}C^{(s)^2}\dfrac{\gamma_{\boldsymbol g}}{\gamma_0}}}\right)\left(\frac{\omega}{-\omega\chi_0-2\lambda_0^*}+\frac{\omega}{2(\lambda_0^*-\lambda_0^{(1)})}\right)\left(1-e^{i\frac{\lambda_0^{(1)}-\lambda_0^*}{\gamma_0}L}\right)\right]. \qquad (18)$$

Формула (18) позволяет описать спектральные и угловые характеристики излучения.

Прежде чем приступить к анализу спектрально-угловых характеристик, необходимо отметить, что три механизма излучения вносят вклад в полный выход излучения: тормозное излучение, переходное излучение и ПРИВ. Амплитуда $E_0^{(s)\mathrm{rad}}$ содержит вклады излучений, аналогичных параметрическому рентгеновскому излучению вдоль скорости релятивистского электрона в кристалле (ПРИВ) и переходному излучению (ПИ). Так как существование фона ПИ является главной помехой для наблюдения и экспериментального исследования ПРИВ, представим амплитуду $E_0^{(s)\mathrm{rad}}$ в виде суммы амплитуд ПРИВ и ПИ. Такое представление позволяет оценить вклады указанных механизмов излучения и интерференцию между ними.

Итак, представим выражение для поля излучения (18) в виде

$$E_0^{(s)\mathrm{rad}}=E_0^{(s)\text{ПРИВ}}+E_0^{(s)\text{ПИ}}, \qquad (19а)$$

$$E_0^{(s)\text{ПРИВ}}=\frac{4\pi^2ieV\theta P^{(s)}}{\omega}e^{i\frac{\lambda_0^*+\frac{\omega\chi_0}{2}}{\gamma_0}L}\frac{\omega^2\chi_{\boldsymbol g}\chi_{-\boldsymbol g}C^{(s)^2}}{2\sqrt{\beta^2+4\chi_{\boldsymbol g}\chi_{-\boldsymbol g}C^{(s)^2}\dfrac{\gamma_{\boldsymbol g}}{\gamma_0}}}\times\frac{1}{\lambda_0^*}\left[\frac{1-e^{i\frac{\lambda_0^{(2)}-\lambda_0^*}{\gamma_0}L}}{\lambda_0^*-\lambda_0^{(2)}}-\frac{1-e^{i\frac{\lambda_0^{(1)}-\lambda_0^*}{\gamma_0}L}}{\lambda_0^*-\lambda_0^{(1)}}\right], \qquad (19б)$$

$$E_0^{(s)\text{ПИ}}=\frac{4\pi^2ieV\theta P^{(s)}}{\omega}e^{i\frac{\lambda_0^*+\frac{\omega\chi_0}{2}}{\gamma_0}L}\left(\frac{\omega}{\omega\chi_0+2\lambda_0^*}-\frac{\omega}{2\lambda_0^*}\right)\times$$

$$\times\left[\left(1-\frac{\beta}{\sqrt{\beta^2+4\chi_{\boldsymbol g}\chi_{-\boldsymbol g}C^{(s)^2}\dfrac{\gamma_{\boldsymbol g}}{\gamma_0}}}\right)\left(1-e^{i\frac{\lambda_0^{(2)}-\lambda_0^*}{\gamma_0}L}\right)+\left(1+\frac{\beta}{\sqrt{\beta^2+4\chi_{\boldsymbol g}\chi_{-\boldsymbol g}C^{(s)^2}\dfrac{\gamma_{\boldsymbol g}}{\gamma_0}}}\right)\left(1-e^{i\frac{\lambda_0^{(1)}-\lambda_0^*}{\gamma_0}L}\right)\right]. \qquad (19в)$$

Слагаемые в квадратных скобках выражений (19б) и (19в) представляют две ветви решения, соответствующие двум рентгеновским волнам, возбуждаемым в периодической структуре.

Для дальнейшего анализа излучения динамические добавки (11) представим в следующем виде:

$$\lambda_0^{(1,2)} = \frac{\omega\left|\chi'_{\boldsymbol{g}}\right|C^{(s)}}{2\varepsilon}\left(-\xi^{(s)} + \frac{i\rho^{(s)}(1-\varepsilon)}{2} \pm \right.$$

$$\left. \pm\sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon - 2i\rho^{(s)}\left(\frac{(1-\varepsilon)}{2}\xi^{(s)} + \kappa^{(s)}\varepsilon\right) - \rho^{(s)^2}\left(\frac{(1-\varepsilon)^2}{4} + \kappa^{(s)^2}\varepsilon\right)}\right), \tag{20}$$

где

$$\xi^{(s)}(\omega) = \eta^{(s)}(\omega) + \frac{1-\varepsilon}{2\nu^{(s)}},$$

$$\eta^{(s)}(\omega) = \frac{\alpha}{2\left|\mathrm{Re}\sqrt{\chi_{\boldsymbol{g}}\chi_{-\boldsymbol{g}}}\right|C^{(s)}} \equiv \frac{\sin^2\theta_B}{V^2C^{(s)}}\frac{gT}{\left|\chi'_b - \chi'_a\right|\left|\sin\left(\frac{ga}{2}\right)\right|}\left(1 - \frac{\omega(1-\theta\cos\varphi\cot\theta_B)}{\omega_B}\right),$$

$$\nu^{(s)} = \frac{C^{(s)}\,\mathrm{Re}\sqrt{\chi_{\boldsymbol{g}}\chi_{-\boldsymbol{g}}}}{\chi'_0} \equiv \frac{2C^{(s)}\left|\sin\left(\frac{ga}{2}\right)\right|}{g}\left|\frac{\chi'_b - \chi'_a}{a\chi'_a + b\chi'_b}\right|,$$

$$\rho^{(s)} = \frac{\chi''_0}{\left|\mathrm{Re}\sqrt{\chi_{\boldsymbol{g}}\chi_{-\boldsymbol{g}}}\right|C^{(s)}} \equiv \frac{a\chi''_a + b\chi''_b}{\left|\chi'_b - \chi'_a\right|C^{(s)}}\frac{g}{2\left|\sin\left(\frac{ga}{2}\right)\right|},$$

$$\kappa^{(s)} = \frac{\chi''_{\boldsymbol{g}}C^{(s)}}{\chi''_0} \equiv \frac{2C^{(s)}\left|\sin\left(\frac{ga}{2}\right)\right|}{g}\left|\frac{\chi''_b - \chi''_a}{a\chi''_a + b\chi''_b}\right|, \qquad \varepsilon = \frac{\gamma_{\boldsymbol{g}}}{\gamma_0}. \tag{21}$$

Так как в области рентгеновских частот выполняется неравенство $\frac{\sin^2\theta_B}{V^2C^{(s)}}\frac{gT}{\left|\chi'_b - \chi'_a\right|\left|\sin\left(\frac{ga}{2}\right)\right|} > 1$, то $\eta^{(s)}(\omega)$ является быстрой функцией от частоты ω, поэтому для дальнейшего анализа удобно рассматривать $\eta^{(s)}(\omega)$ как спектральную переменную, характеризующую частоту ω. Важным параметром в выражении (20) является параметр ε, который представляется в виде

$$\varepsilon = \frac{\sin(\delta + \theta_B)}{\sin(\delta - \theta_B)} \tag{22}$$

и определяет степень асимметрии отражения поля относительно поверхности мишени. Здесь θ_B – угол между скоростью электрона и отражающими слоями; δ – угол между поверхностью мишени и отражающими слоями. Заметим, что угол падения электрона на поверхность мишени $\delta - \theta_B$ увеличивается при уменьшении параметра ε (рис. 2). При этом в симметричном случае $\varepsilon = 1$.

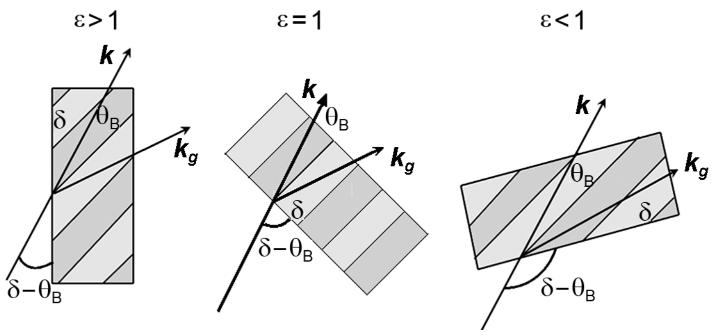


Рис. 2. Асимметричные ($\varepsilon > 1$, $\varepsilon < 1$) отражения излучения от периодической структуры. Случай $\varepsilon = 1$ соответствует симметричному отражению

Величины динамических добавок $\lambda_0^{(1,2)}$ рентгеновских волн, соответствующих двум ветвям решения дисперсионного уравнения (8), зависят не только от частоты фотона и параметров мишени, но и от параметра ε. Таким образом, дисперсия свободного фотона в периодической структуре зависит от асимметрии

$$k^{(1,2)} = \omega\sqrt{1+\chi_0} + \lambda_0^{(1,2)}(\omega,\varepsilon)\,. \tag{23}$$

Дисперсия псевдофотона кулоновского поля определяется формулой

$$k^* = \omega\sqrt{1+\chi_0} + \lambda_0^* = \omega + \frac{\omega}{2}\left(\theta^2 + \gamma^{-2}\right). \tag{24}$$

Для возникновения рефлекса ПРИВ необходимо выполнение хотя бы одного из следующих равенств:

$$\operatorname{Re}\left(\lambda_0^* - \lambda_0^{(1)}\right) = 0\,,\ \operatorname{Re}\left(\lambda_0^* - \lambda_0^{(2)}\right) = 0\,, \tag{25}$$

то есть реальная часть знаменателя хотя бы одного из слагаемых в квадратных скобках выражения (19б) должна быть равна нулю.

Подставляя (20) в (19б) и (19в), представим выражения для амплитуды параметрического рентгеновского излучения вдоль скорости электрона и переходного излучения в виде

$$E_0^{(s)\text{ПРИВ}} = \frac{4\pi^2 ieV\theta P^{(s)}}{\omega}\frac{e^{i\frac{\omega(\gamma^{-2}+\theta^2)}{2\gamma_0}L}}{\gamma^{-2}+\theta^2-\chi_0}\frac{1}{\sqrt{\xi^{(s)2}+\varepsilon}}\times$$

$$\times\left(\frac{1-\exp(-ib^{(s)}\Omega^{(2)}(\omega)-b^{(s)}\rho^{(s)}\Delta^{(2)})}{\Omega^{(2)}(\omega)-i\rho^{(s)}\Delta^{(2)}}-\frac{1-\exp\left(-ib^{(s)}\Omega^{(1)}(\omega)-b^{(s)}\rho^{(s)}\Delta^{(1)}\right)}{\Omega^{(1)}(\omega)-i\rho^{(s)}\Delta^{(1)}}\right), \tag{26а}$$

$$E_0^{(s)\text{ПИ}} = \frac{4\pi^2 ieV\theta P^{(s)}}{\omega}e^{i\frac{\omega(\gamma^{-2}+\theta^2)}{2\gamma_0}L}\left(\frac{1}{\gamma^{-2}+\theta^2}-\frac{1}{\gamma^{-2}+\theta^2-\chi_0}\right)\times$$

$$\times\left(\left(1-\xi^{(s)}/\sqrt{\xi^{(s)^2}+\varepsilon}\right)\left(1-\exp\left(-ib^{(s)}\Omega^{(2)}(\omega)-b^{(s)}\rho^{(s)}\Delta^{(2)}\right)\right)+\right.$$

$$\left.+\left(1+\xi^{(s)}/\sqrt{\xi^{(s)^2}+\varepsilon}\right)\left(1-\exp(-ib^{(s)}\Omega^{(1)}(\omega)-b^{(s)}\rho^{(s)}\Delta^{(1)})\right)\right), \tag{26б}$$

где

$$\Delta^{(2)} = \frac{\varepsilon+1}{2\varepsilon}+\frac{1-\varepsilon}{2\varepsilon}\frac{\xi^{(s)}}{\sqrt{\xi^{(s)^2}+\varepsilon}}+\frac{\kappa^{(s)}}{\sqrt{\xi^{(s)^2}+\varepsilon}}, \qquad \Delta^{(1)} = \frac{\varepsilon+1}{2\varepsilon}-\frac{1-\varepsilon}{2\varepsilon}\frac{\xi^{(s)}}{\sqrt{\xi^{(s)^2}+\varepsilon}}-\frac{\kappa^{(s)}}{\sqrt{\xi^{(s)^2}+\varepsilon}},$$

$$\sigma^{(s)} = \frac{1}{\nu^{(s)}}\left(\frac{\theta^2}{|\chi_0'|}+\frac{1}{\gamma^2|\chi_0'|}+1\right),\quad b^{(s)} = \frac{\omega|\chi_{\boldsymbol{g}}'|C^{(s)}}{2}\frac{L}{\gamma_0},\quad \Omega^{(1,2)}(\omega) = \sigma^{(s)}+\left(\xi(\omega)\mp\sqrt{\xi(\omega)^2+\varepsilon}\right)/\varepsilon\,. \tag{27}$$

Параметр $b^{(s)}$ можно представить в виде

$$b^{(s)} = \frac{1}{2\sin(\delta-\theta_{\text{B}})}\frac{L}{L_{\text{ext}}^{(s)}}\ , \tag{28}$$

откуда видно, что он равен половине пути электрона в пластинке, выраженной в длинах экстинкции:

$$L_{\text{ext}}^{(s)} = \frac{1}{2C^{(s)}\omega}\frac{gT}{\left|\sin\left(\frac{ga}{2}\right)\right||\chi_b'-\chi_a'|}\,. \tag{29}$$

Выход ПРИВ формируется в основном только одной из ветвей, точнее первой (20), соответствующей второму слагаемому в (26а). Как нетрудно убедиться, только в этом слагаемом обращается в нуль реальная часть знаменателя. Решение соответствующего уравнения

$$\sigma^{(s)} + \frac{\xi^{(s)} - \sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon}}{\varepsilon} = 0 \tag{30}$$

определяет частоту ω_*, в окрестности которой сосредоточен спектр фотонов ПРИВ, излучаемых под фиксированным углом наблюдения.

2. Спектрально-угловая плотность излучения

Подставляя (19а), (26а) и (26б) в хорошо известное [5] выражение для спектрально-угловой плотности рентгеновского излучения

$$\omega \frac{d^2 N}{d\omega d\Omega} = \omega^2 (2\pi)^{-6} \sum_{s=1}^{2} \left| E_0^{(s)\mathrm{rad}} \right|^2 , \tag{31}$$

найдем выражения, описывающие вклады в спектрально-угловую плотность излучения механизмов ПРИВ и ПИ, а также слагаемого, являющегося результатом интерференции этих механизмов излучения:

$$\omega \frac{d^2 N^{(s)}_{\text{ПРИВ}}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2} P^{(s)^2} \frac{\theta^2}{(\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi'_0)^2} R^{(s)}_{\text{ПРИВ}} , \tag{32а}$$

$$R^{(s)}_{\text{ПРИВ}} = \frac{1}{\xi^{(s)2} + \varepsilon} \frac{1 + e^{-2b^{(s)}\rho^{(s)}\Delta^{(1)}} - 2e^{-b^{(s)}\rho^{(s)}\Delta^{(1)}} \cos\left(b^{(s)}\Omega^{(1)}(\omega)\right)}{\Omega^{(1)}(\omega)^2 + \left(\rho^{(s)}\Delta^{(1)}\right)^2} ; \tag{32б}$$

$$\omega \frac{d^2 N^{(s)}_{\text{ПИ}}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2} P^{(s)^2} \theta^2 \left(\frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2}} - \frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi'_0} \right)^2 R^{(s)}_{\text{ПИ}} , \tag{33а}$$

$$\begin{aligned}
R^{(s)}_{\text{ПИ}} = {} & \left(1 - \xi^{(s)} / \sqrt{\xi^{(s)^2} + \varepsilon} \right)^2 \left(1 + e^{-2b^{(s)}\rho^{(s)}\Delta^{(2)}} - 2e^{-b^{(s)}\rho^{(s)}\Delta^{(2)}} \cos\left(b^{(s)}\Omega^{(2)}(\omega)\right) \right) + \\
& + \left(1 + \xi^{(s)} / \sqrt{\xi^{(s)^2} + \varepsilon} \right)^2 \left(1 + e^{-2b^{(s)}\rho^{(s)}\Delta^{(1)}} - 2e^{-b^{(s)}\rho^{(s)}\Delta^{(1)}} \cos\left(b^{(s)}\Omega^{(1)}(\omega)\right) \right) + \\
& + \frac{2\varepsilon}{\xi^{(s)^2} + \varepsilon} \left(1 + e^{-b^{(s)}\rho^{(s)}\frac{\varepsilon+1}{\varepsilon}} \cdot \cos\left(\frac{2b^{(s)}\sqrt{\xi^2 + \varepsilon}}{\varepsilon} \right) - \right. \\
& \left. - e^{-b^{(s)}\rho^{(s)}\Delta^{(2)}} \cos\left(b^{(s)}\Omega^{(1)}(\omega)\right) - e^{-b^{(s)}\rho^{(s)}\Delta^{(1)}} \cos\left(b^{(s)}\Omega^{(1)}(\omega)\right) \right);
\end{aligned} \tag{33б}$$

$$\omega \frac{d^2 N^{(s)}_{\text{ИНТ}}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2} P^{(s)^2} \theta^2 \left(\frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2}} - \frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi'_0} \right) \frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi'_0} R^{(s)}_{\text{ИНТ}} , \tag{34а}$$

$$\begin{aligned}
R^{(s)}_{\text{ИНТ}} = {} & \frac{-2}{\sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon}} \mathrm{Re} \left(\frac{1 - e^{-ib^{(s)}\Omega^{(1)}(\omega) - b^{(s)}\rho^{(s)}\Delta^{(1)}}}{\Omega^{(1)}(\omega) - i\rho^{(s)}\Delta^{(1)}} \left(\left(1 - \xi^{(s)} / \sqrt{\xi^{(s)^2} + \varepsilon} \right) \left(1 - e^{ib^{(s)}\Omega^{(2)}(\omega) - b^{(s)}\rho^{(s)}\Delta^{(2)}} \right) + \right. \right. \\
& \left. \left. + \left(1 + \xi^{(s)} / \sqrt{\xi^{(s)^2} + \varepsilon} \right) \left(1 - e^{ib^{(s)}\Omega^{(1)}(\omega) - b^{(s)}\rho^{(s)}\Delta^{(1)}} \right) \right) \right) .
\end{aligned} \tag{34б}$$

Выражения (32) – (34) составляют главный результат данной работы. Они получены в двухволновом приближении динамической теории дифракции с учетом поглощения излучения в среде и ориентации дифрагирующих слоев относительно поверхности пластинки.

3. Параметры динамического рассеяния рентгеновских волн

Как уже отмечалось выше, обычно рассматривают отражения от искусственной периодической структуры только в геометрии рассеяние Брэгга в симметричном случае, когда слои расположены параллельно поверхности мишени, хотя в кристаллической среде в основном излучение исследуется в геометрии рассеяния Лауэ по хорошо известным экспериментаторам причинам. Полученные выражения (32) – (34) позволяют исследовать зависимость характеристик излучений от толщины a и b разных аморфных сред с соответствующими диэлектрическими восприимчивостями χ_a и χ_b, а также от параметра асимметрии ε (см. (22)), определяющего угол δ между отражающими слоями и поверхностью мишени.

Параметр $\nu^{(s)}$ (см. (21)), принимающий значения в промежутке $0 \le \nu^{(s)} \le 1$, определяет степень отражения поля от периодической структуры, которая обусловливается характером интерференции волн, отраженных от разных плоскостей (конструктивным ($\nu^{(s)} \approx 1$) или деструктивным ($\nu^{(s)} \approx 0$)). В случае $g = \dfrac{2\pi}{T}$ его можно представить в виде

$$\nu^{(s)} = \frac{2C^{(s)}\left|\sin\left(\frac{\pi a}{T}\right)\right|}{g}\left|\frac{\chi_b' - \chi_a'}{a\chi_a' + b\chi_b'}\right|. \tag{35}$$

Параметр $\rho^{(s)} = \dfrac{L_{\text{ext}}^{(s)}}{L_{abs}}$ (см. (21)) характеризует степень поглощения рентгеновских волн периодической средой и равен отношению длины экстинкции $L_{\text{ext}}^{(s)}$ к длине поглощения $L_{abs} = \dfrac{T}{\omega\left|a\chi_a'' + b\chi_b''\right|}$ рентгеновских волн в периодической структуре. Необходимо отметить, что на глубине, равной длине экстинкции, энергия первичной волны полностью перекачивается во вторичную волну, распространяющуюся в брэгговском направлении.

Параметр $\kappa^{(s)}$ (см. (21)) определяет степень проявления эффекта аномального низкого фотопоглощения (эффекта Бормана) в прохождении рентгеновских фотонов через искусственную многослойную периодическую структуру, хорошо известного в физике рассеяния рентгеновских лучей в кристалле [6]. Проявление эффекта Бормана в кристалле для когерентного рентгеновского излучения для различной асимметрии отражения было исследовано в работе [7]. Необходимым условием проявление эффекта Бормана как для кристаллической, так и для искусственной периодической структуры является $\kappa^{(s)} \approx 1$. При этом из выражения $\Delta^{(1)}$ в (27)

$$\Delta^{(1)} = \frac{\varepsilon + 1}{2\varepsilon} - \frac{1-\varepsilon}{2\varepsilon}\frac{\xi^{(s)}}{\sqrt{\xi^{(s)^2} + \varepsilon}} - \frac{\kappa^{(s)}}{\sqrt{\xi^{(s)^2} + \varepsilon}} \tag{36}$$

следует уменьшение величины $\Delta^{(1)}$ при увеличении параметра $\kappa^{(s)}$, а вместе с тем уменьшение затухания ПРИВ (см. (32б)), так как уменьшается характеризующее поглощение произведение $\rho^{(s)}\Delta^{(1)}$. Таким образом, видно, что эффект Бормана при определенных условиях может проявиться и в рентгеновском когерентном излучении релятивистской частицы на искусственных многослойных периодических структурах.

4. Сравнение спектрально-угловых распределений

Для упрощения формул и наглядности результата рассмотрим случай, когда слои имеют одинаковую толщину, то есть $T = 2a = 2b$. Для случая σ-поляризованных волн формула (32), описывающая спектр ПРИВ, принимает следующий вид:

$$\omega\frac{d^2 N_{\text{ПРИВ}}^{(1)}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2}\frac{\theta_\perp^2}{\left(\theta_\perp^2 + \gamma^{-2} + \frac{\left|\chi_a' + \chi_b'\right|}{2}\right)^2} R_{\text{ПРИВ}}, \tag{37а}$$

$$R_{\text{ПРИВ}}=\frac{1}{\xi(\omega)^2+\varepsilon}\frac{1+e^{-2b^{(1)}\rho^{(1)}\Delta^{(1)}}-2e^{-b^{(1)}\rho^{(1)}\Delta^{(1)}}\cos\left(b^{(1)}\Omega^{(1)}(\omega)\right)}{\Omega^{(1)}(\omega)^2+\left(\rho^{(s)}\Delta^{(1)}\right)^2},\tag{37б}$$

где

$$\Omega^{(1)}(\omega)=\sigma(\theta,\gamma)+\left(\xi(\omega)-\sqrt{\xi(\omega)^2+\varepsilon}\right)/\varepsilon,\qquad \sigma(\theta,\gamma)=\frac{\pi}{|\chi_b'-\chi_a'|}\left(\theta_\perp^2+\gamma^{-2}+\frac{|\chi_a'+\chi_b'|}{2}\right),$$

$$\Delta^{(1)}=\frac{\varepsilon+1}{2\varepsilon}-\frac{1-\varepsilon}{2\varepsilon}\frac{\xi}{\sqrt{\xi^2+\varepsilon}}-\frac{\kappa^{(1)}}{\sqrt{\xi^2+\varepsilon}},\qquad \xi(\omega)=\frac{2\pi\sin^2(\theta_{\text{B}})}{|\chi_b'-\chi_a'|}\left(1-\frac{\omega}{\omega_{\text{B}}}\right)+\frac{1-\varepsilon}{2\nu^{(1)}},$$

$$\kappa^{(1)}=\frac{2}{\pi}\left|\frac{\chi_b''-\chi_a''}{\chi_b''+\chi_a''}\right|,\qquad \rho^{(1)}=\frac{\pi}{2}\left|\frac{\chi_b''+\chi_a''}{\chi_b'-\chi_a'}\right|,\qquad \nu^{(1)}=\frac{2}{\pi}\left|\frac{\chi_b'-\chi_a'}{\chi_b'+\chi_a'}\right|.\tag{38}$$

Для сравнения спектрально-угловой плотности излучения в искусственной периодической и кристаллической структурах в приблизительно одинаковых условиях запишем выражения для спектрально-угловой плотности ПРИВ в кристалле [8] для σ-поляризованных волн

$$\omega\frac{d^2N_{\text{ПРИВ}}^{(1)\text{Cr}}}{d\omega d\Omega}=\frac{e^2}{4\pi^2}\frac{\theta_\perp^2}{\left(\theta_\perp^2+\gamma^{-2}-\chi_0'\right)^2}R_{\text{ПРИВ}}^{\text{Cr}},\tag{39а}$$

$$R_{\text{ПРИВ}}^{\text{Cr}}=\frac{1}{\xi(\omega)^2+\varepsilon}\frac{1+e^{-2b^{(1)}\rho^{(1)}\Delta^{(1)}}-2e^{-b^{(1)}\rho^{(1)}\Delta^{(1)}}\cos\left(b^{(1)}\Omega^{(1)}(\omega)\right)}{\Omega^{(1)}(\omega)^2+\left(\rho^{(s)}\Delta^{(1)}\right)^2}.\tag{39б}$$

Здесь соответствующие обозначения (38) будут иметь вид

$$\kappa^{(1)}=\frac{\chi_{\mathbf g}''}{\chi_0''},\qquad \rho^{(1)}=\frac{\chi_0''}{|\chi_{\mathbf g}'|},\qquad \nu^{(1)}=\frac{\chi_{\mathbf g}'}{\chi_0'},\qquad \sigma(\theta,\gamma)=\frac{1}{|\chi_{\mathbf g}'|}\left(\theta_\perp^2+\gamma^{-2}-\chi_0'\right),$$

$$\xi(\omega)=\frac{2\sin^2(\theta_{\text{B}})}{|\chi_{\mathbf g}'|}\left(1-\frac{\omega}{\omega_{\text{B}}}\right)+\frac{1-\varepsilon}{2\nu^{(1)}}.\tag{40}$$

По формулам (39б) и (37б) построены кривые угловой плотности ПРИВ ($\omega_{\text{B}}=8$ кэВ) в кристаллической мишени вольфрама W (рис. 3) и ПРИВ в многослойной периодической структуре, состоящей из аморфных слоев Be и W (рис. 4). Путь электрона в мишени $L_e=56$ мкм, параметр

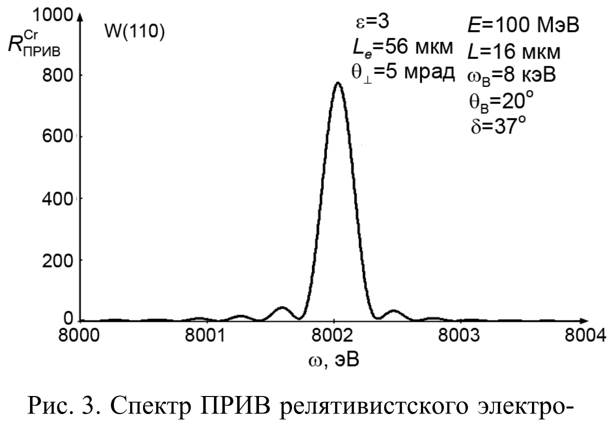


Рис. 3. Спектр ПРИВ релятивистского электрона в кристаллической среде W

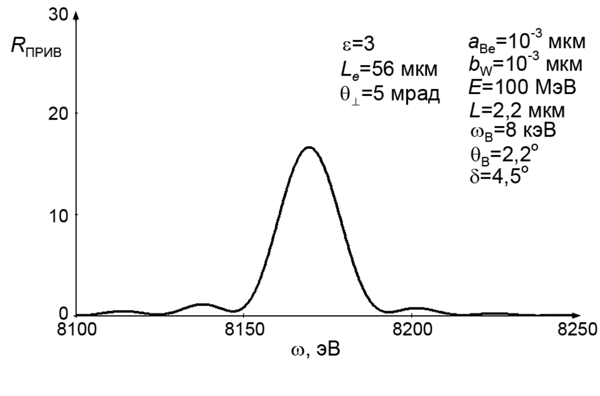


Рис. 4. Спектр ПРИВ релятивистского электрона в искусственной периодической слоистой структуре Be–W в аналогичных условиях рис. 3

асимметрии $\varepsilon = 3$ и угол наблюдения $\theta_\perp = 5$ мрад выбраны одинаковыми для обоих случаев. Из рис. 3 и 4 следует, что амплитуда спектра в кристалле существенно выше, чем в искусственной периодической структуре, однако ширина спектра в искусственной периодической структуре оказывается гораздо больше ширины спектра в кристалле, поскольку в этом случае электрон пересекает меньшее число неоднородностей. В этой связи экспериментальное исследование пика ПРИВ в искусственной периодической структуре становится интересным и менее сложным, чем в кристаллической среде.

Рассмотрим соотношения угловых плотностей для этих двух различных сред. Угловые плотности, описывающие ПРИВ в искусственной периодической структуре и кристаллической среде, принимают следующий вид:

$$\frac{dN^{(1)}_{\text{ПРИВ}}}{d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2} \frac{\theta_\perp^2}{\left(\theta_\perp^2 + \gamma^{-2} + \dfrac{\left|\chi'_a + \chi'_b\right|}{2}\right)^2} \int R_{\text{ПРИВ}} \frac{d\omega}{\omega}; \tag{41}$$

$$\frac{dN^{(1)\,\text{Cr}}_{\text{ПРИВ}}}{d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2} \frac{\theta_\perp^2}{\left(\theta_\perp^2 + \gamma^{-2} - \chi'_0\right)^2} \int R^{\text{Cr}}_{\text{ПРИВ}} \frac{d\omega}{\omega}. \tag{42}$$

Из рис. 5 и 6, кривые на которых построены по формулам (41) и (42), следует, что угловая плотность ПРИВ из искусственной периодической структуры многократно превышает угловую плотность ПРИВ из кристалла, при этом и выход фотонов также будет выше.

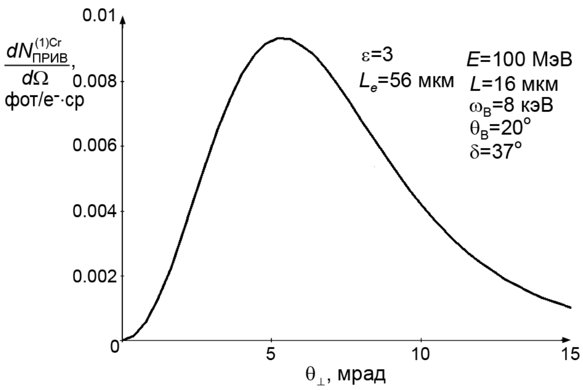


Рис. 5. Угловая плотность ПРИВ релятивистского электрона, пересекающего искусственную периодически слоистую структуру Be–W

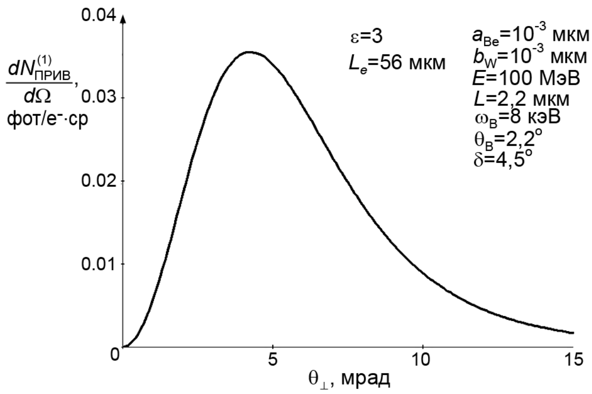


Рис. 6. Угловая плотность ПРИВ релятивистского электрона, пересекающего кристаллическую пластинку W в аналогичных условиях рис. 5

Так как существование фона переходного излучения является главной помехой для наблюдения ПРИВ, то рассмотрим ПРИВ на фоне ПИ. Для этого спектрально угловую плотность ПИ в искусственной периодической структуре для σ-поляризованных волн запишем в виде

$$\omega \frac{d^2 N^{(1)}_{\text{ПИ}}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2} \theta_\perp^2 \left(\frac{1}{\theta_\perp^2 + \gamma^{-2}} - \frac{1}{\theta_\perp^2 + \gamma^{-2} + \dfrac{\left|\chi'_a + \chi'_b\right|}{2}} \right)^2 R^{(1)}_{\text{ПИ}}. \tag{43}$$

На рис. 7 построенные кривые по формулам (37) и (43) с учетом (33б) демонстрируют пик ПРИВ на фоне ПИ-излучения. При увеличении же угла наблюдения (см. рис. 8) соотношение сигнал/фон увеличивается.

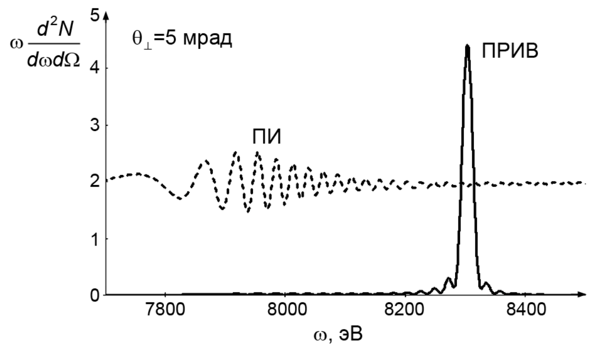


Рис. 7. Пик ПРИВ от искусственной периодической структуры на фоне переходного излучения при условиях рис. 4

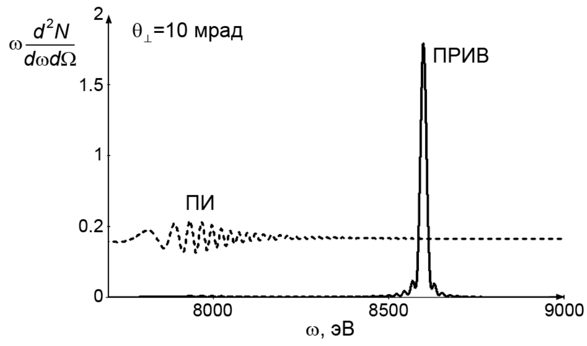


Рис. 8. То же, что на рис. 7, но при большем угле наблюдения

Заключение

В работе построена динамическая теория когерентного рентгеновского излучения вдоль скорости релятивистской частицы в периодической слоистой среде для геометрии рассеяния Лауэ в общем случае асимметричного отражения поля частицы относительно поверхности мишени. На основе двухволнового приближения динамической теории дифракции получены выражения, описывающие спектрально-угловые характеристики излучения на основе двух механизмов: параметрического и переходного. Показано, что спектральный пик параметрического рентгеновского излучения в направлении вперед оказывается во много раз шире, чем аналогичный пик спектра излучения в монокристалле, что может облегчить его экспериментальное обнаружение и исследование. Показано, что угловая плотность ПРИВ релятивистского электрона в искусственной периодической структуре во много раз выше, чем в монокристалле в подобных условиях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тер-Микаэлян М.Л. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. – Ереван: АН АрмССР, 1969. – С. 459.
2. Piestrup M.A., Boyers D.G., Pincus C.I., et al. // Phys. Rev. A. – 1992. – V. 45. – P. 1183.
3. Nasonov N.N., Kaplin V.V., Uglov S.R., et al. // Phys. Rev. E. – 2003. – V. 68. – P. 3604.
4. Блажевич С.В., Колосова И.В., Носков А.В. // ЖЭТФ. – 2012. – Т. 141. – Вып. 4. – С. 627.
5. Базылев В.А., Жеваго Н.К. Излучение быстрых частиц в веществе и внешних полях. – М.: Наука, 1987. – 272 с.
6. Пинскер З.Г. Динамическое рассеяние рентгеновских лучей в идеальных кристаллах. – М.: Наука, 1974. – 369 с.
7. Blazhevich S.V. and Noskov A.V. // Nucl. Instr. Meth. B. – 2008. – V. 266. – P. 3777.
8. Блажевич С.В., Носков А.В. // ЖЭТФ. – 2009. – Т. 136. – Вып. 6. – С. 1043.

*Белгородский государственный университет, г. Белгород, Россия
**Белгородский университет кооперации, экономики и права, г. Белгород, Россия
E-mail: blazh@bsu.edu.ru

Поступила в редакцию 25.05.12.

Блажевич Сергей Владимирович, д.ф.-м.н., зав. каф. информатики и вычислительной техники;
Гладких Юлия Петровна, ассистент каф. информатики и вычислительной техники;
Носков Антон Валерьевич, к.ф.-м.н., доцент каф. естественнонаучных дисциплин.