УДК 537.8

КОГЕРЕНТНОЕ РЕНТГЕНОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ, ВОЗБУЖДАЕМОЕ РЕЛЯТИВИСТСКИМ ЭЛЕКТРОНОМ В ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СЛОИСТОЙ СТРУКТУРЕ В ГЕОМЕТРИИ РАССЕЯНИЯ БРЭГГА

© 2013 г. С. В. Блажевич[1], Ю. П. Гладких[1], А. В. Носков[2]

[1]Белгородский государственный университет, Белгород, Россия

[2]Белгородский университет кооперации, экономики и права, Белгород, Россия

Поступила в редакцию 17.07.2012 г.

Для общего случая асимметричного отражения развита динамическая теория когерентного рентгеновского излучения, возбуждаемого релятивистским электроном, пересекающим искусственную периодическую слоистую структуру в геометрии рассеяния Брэгга. Получены и исследованы выражения, описывающие спектрально-угловые характеристики излучения.

DOI: 10.7868/S0207352813030086

ВВЕДЕНИЕ

Излучение релятивистского электрона в периодической слоистой структуре рассматривалось обычно только в геометрии рассеяния Брэгга и для случая, кода отражающие аморфные слои вещества параллельны входной поверхности мишени, т.е. для случая симметричного отражения. При этом излучение в периодической слоистой структуре традиционно рассматривалось как резонансное переходное излучение [1, 2]. В работе [3] излучение из многослойной периодической слоистой структуры рассматривалось уже как рассеяние псевдофотонов кулоновского поля релятивистского электрона на слоях периодической слоистой структуры (по аналогии с процессом когерентного излучения, вызываемого релятивистским электроном в кристаллической среде [4–7]) и было представлено в виде суммы дифрагированного переходного излучения (ДПИ, DTR) и параметрического рентгеновского излучения (ПРИ, PXR). Для описания процесса излучения в [3] использовался динамический подход. В цитируемых работах излучение релятивистской частицы в многослойной среде рассматривалось только в геометрии рассеяния Брэгга для частного случая симметричного отражения поля частицы относительно поверхности мишени.

Позже была построена динамическая теория когерентного рентгеновского излучения релятивистского электрона, пересекающего периодическую слоистую среду в геометрии рассеяния Лауэ для случая асимметричного отражения поля электрона относительно поверхности мишени [8–10]. Было выявлено, что выход излучения в искусственной периодической структуре существенно превышает выход излучения в кристалле в аналогичных условиях, и показана дополнительная возможность увеличения выхода фотонов излучения за счет изменения асимметрии отражения.

В настоящей работе динамическая теория когерентного излучения релятивистского электрона в периодической слоистой среде построена в геометрии рассеяния Брэгга для случая асимметричного отражения, когда отражающие слои в мишени расположены под углом к ее поверхности. На основе двухволнового приближения динамической теории дифракции получены и исследованы выражения, описывающие спектрально-угловые характеристики излучения, вызванного релятивистским электроном, пересекающим искусственную многослойную периодическую структуру, представляющую собой чередующиеся слои веществ, резко отличающихся по диэлектрической восприимчивости в рассматриваемой области частот излучения. Анализ полученных выражений показал, что в излучении релятивистского электрона в периодической слоистой среде могут заметно проявляться динамические эффекты дифракции, обнаруженные и исследованные ранее для случая монокристаллической мишени.

АМПЛИТУДА ИЗЛУЧЕНИЯ

Рассмотрим релятивистский электрон, пересекающий со скоростью $\mathbf{V}$ периодическую слоистую структуру толщиной L в геометрии рассеяния Брэгга (рис. 1), состоящую из периодически расположенных аморфных слоев толщиной a и b ($T = a + b$ – период структуры), имеющих диэлек-

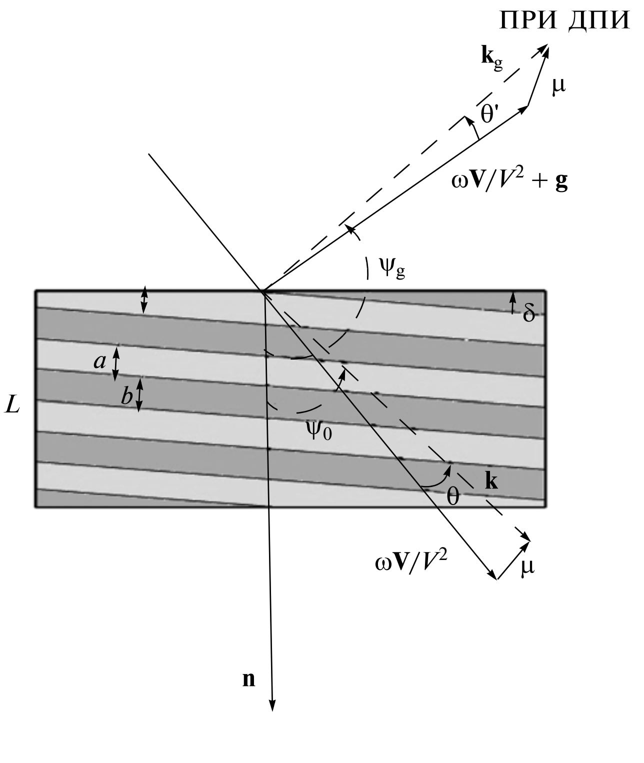

Рис. 1. Геометрия процесса излучения и система обозначений используемых величин; θ и θ' – углы излучения; θ_B – угол Брэгга (угол между скоростью электрона $\mathbf{V}$ и отражающими слоями); δ – угол между поверхностью и слоями мишени; $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k_g}$ – волновые векторы падающего и дифрагированного фотона.

трические восприимчивости, соответственно, χ_a и χ_b. На рис. 1 использованы следующие обозначения: $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{k} - \omega\mathbf{V}/V^2$ – составляющая импульса виртуального фотона, перпендикулярная скорости частицы $\mathbf{V}$ ($\mu = \omega\theta/V$, где $\theta \ll 1$ – угол между векторами $\mathbf{k}$ и $\mathbf{V}$), θ_B – угол Брэгга, φ – азимутальный угол излучения, отсчитываемый от плоскости, образованной вектором скорости электрона $\mathbf{V}$ и вектором $\mathbf{g}$, перпендикулярным отражающим слоям. Длина вектора $\mathbf{g}$ также может быть выражена через угол Брэгга θ_B и частоту Брэгга ω_B: $g = 2\omega_B \sin\theta_B/V$.

В [8, 9] динамическая теория когерентного рентгеновского излучения релятивистского электрона, пересекающего периодическую слоистую структуру, была построена для случая асимметричного отражения в геометрии рассеяния Лауэ. Для случая асимметричного отражения излучение релятивистского электрона в монокристаллической мишени рассматривалось нами также и в геометрии рассеяния Брэгга [11]. Выполнив для направления распространения излученного фотона $\mathbf{k_g}$ (рис. 1) аналитические процедуры, аналогичные [8, 9, 11], получим выражения для амплитуды поля излучения $E_{\mathrm{Rad}}^{(s)}$ в виде суммы вкладов двух механизмов ПРИ и ДПИ:

$$E_{\mathrm{Rad}}^{(s)} = E_{\mathrm{PXR}}^{(s)} + E_{\mathrm{DTR}}^{(s)}, \tag{1а}$$

$$\begin{gathered} E_{\text{ПРИ}}^{(s)} = \frac{8\pi^2 ieV\theta P^{(s)}}{\omega}\times \\ \times\frac{\omega^2\chi_{\mathbf{g}}C^{(s,\tau)}}{2\omega\left(\lambda_{\mathbf{g}}^{(2)}\exp\left(i\frac{\lambda_{\mathbf{g}}^{*}-\lambda_{\mathbf{g}}^{(2)}}{\gamma_{\mathbf{g}}}L\right)-\lambda_{\mathbf{g}}^{(1)}\exp\left(i\frac{\lambda_{\mathbf{g}}^{*}-\lambda_{\mathbf{g}}^{(1)}}{\gamma_{\mathbf{g}}}L\right)\right)}\times \\ \times\left[\left(\frac{2\omega\exp\left(i\frac{\lambda_{\mathbf{g}}^{*}-\lambda_{\mathbf{g}}^{(1)}}{\gamma_{\mathbf{g}}}L\right)}{4\frac{\gamma_0^2}{\gamma_{\mathbf{g}}^2}\left(\lambda_{\mathbf{g}}^{*}-\lambda_{\mathbf{g}}^{(2)}\right)}+\frac{\omega}{2\frac{\gamma_0}{|\gamma_{\mathbf{g}}|}\lambda_0^{*}}\right)\times\right. \\ \times\left(1-\exp\left(i\frac{\lambda_{\mathbf{g}}^{*}-\lambda_{\mathbf{g}}^{(2)}}{\gamma_{\mathbf{g}}}L\right)\right)- \\ -\left(\frac{2\omega\exp\left(i\frac{\lambda_{\mathbf{g}}^{*}-\lambda_{\mathbf{g}}^{(2)}}{\gamma_{\mathbf{g}}}L\right)}{4\frac{\gamma_0^2}{\gamma_{\mathbf{g}}^2}\left(\lambda_{\mathbf{g}}^{*}-\lambda_{\mathbf{g}}^{(1)}\right)}+\frac{\omega}{2\frac{\gamma_0}{|\gamma_{\mathbf{g}}|}\lambda_0^{*}}\right)\times \\ \left.\times\left(1-\exp\left(i\frac{\lambda_{\mathbf{g}}^{*}-\lambda_{\mathbf{g}}^{(1)}}{\gamma_{\mathbf{g}}}L\right)\right)\right], \end{gathered} \tag{1б}$$

$$\begin{gathered} E_{\text{ДПИ}}^{(s)} = \frac{8\pi^2 ieV\theta P^{(s)}}{\omega}\times \\ \times\frac{\omega^2\chi_{\mathbf{g}}C^{(s,\tau)}}{2\omega\left(\lambda_{\mathbf{g}}^{(2)}\exp\left(-i\frac{\lambda_{\mathbf{g}}^{(2)}}{\gamma_{\mathbf{g}}}L\right)-\lambda_{\mathbf{g}}^{(1)}\exp\left(-i\frac{\lambda_{\mathbf{g}}^{(1)}}{\gamma_{\mathbf{g}}}L\right)\right)}\times \\ \times\left[\frac{1}{\frac{\gamma_0}{|\gamma_{\mathbf{g}}|}\left(-\chi_0-\frac{2}{\omega}\frac{\gamma_0}{\gamma_{\mathbf{g}}}\lambda_{\mathbf{g}}^{*}+\beta\frac{\gamma_0}{\gamma_{\mathbf{g}}}\right)}+\frac{\omega}{2\frac{\gamma_0}{|\gamma_{\mathbf{g}}|}\lambda_0^{*}}\right]\times \\ \times\left(\exp\left(-i\frac{\lambda_{\mathbf{g}}^{(2)}}{\gamma_{\mathbf{g}}}L\right)-\exp\left(-i\frac{\lambda_{\mathbf{g}}^{(1)}}{\gamma_{\mathbf{g}}}L\right)\right). \end{gathered} \tag{1в}$$

Выражение (1б) представляет амплитуду поля ПРИ, которое возникает в результате рассеяния псевдофотонов кулоновского поля релятивистского электрона на слоях рассматриваемой периодической слоистой структуры, а выражение (1в) описывает амплитуду поля ДПИ, возникающего вследствие дифракции на слоях структуры переходного излучения, рождающегося на входной поверхности. В соответствии с выражением (1б) существуют две ветви решения дисперсионного соотношения, дающие вклад в выход ПРИ, которым соответствуют две возбужденные рентгеновские волны, формирующиеся вместе с равновесным электромагнитным полем быстрой частицы. Больший вклад в излучение дает та ветвь ПРИ, для которой реальная часть знаменателя в формуле (1) может обратиться в нуль, $\mathrm{Re}\left(\lambda_{\mathbf{g}}^{*}-\lambda_{\mathbf{g}}^{(1,2)}\right)=0$. При $s=1$ и $\tau=2$ амплитуда (1) описывает поля σ-поляризованные, а при $s=2$ — поля π-поляризованные. При этом, если $2\theta_{\mathrm{B}}<\dfrac{\pi}{2}$, то $\tau=2$, в противном случае $\tau=1$.

В формулах (1) используются следующие обозначения:

$$C^{(s,\tau)}=(-1)^{\tau}C^{(s)},\quad C^{(1)}=1,\quad C^{(2)}=\left|\cos 2\theta_{\mathrm{B}}\right|,$$
$$P^{(1)}=\sin\varphi,\quad P^{(2)}=\cos\varphi;$$

$$\lambda_{\mathbf{g}}^{(1,2)}=\frac{\omega\left|\chi'_{\mathbf{g}}C^{(s)}\right|}{2}\left(\xi^{(s)}-\frac{i\rho^{(s)}(1+\varepsilon)}{2}\pm\sqrt{\xi^{(s)2}-\varepsilon-i\rho^{(s)}((1+\varepsilon)\xi^{(s)}-2\kappa^{(s)}\varepsilon)-\rho^{(s)2}\left(\frac{(1+\varepsilon)^{2}}{4}-\kappa^{(s)2}\varepsilon\right)}\right);$$

$$\lambda_{\mathbf{g}}^{*}=\frac{\omega\left|\chi'_{\mathbf{g}}C^{(s)}\right|}{2}\left(2\xi^{(s)}-i\rho^{(s)}-\varepsilon\sigma^{(s)}\right);$$

$$\chi_0(\omega)=\frac{a}{T}\chi_a+\frac{b}{T}\chi_b; \tag{2}$$

$$\chi_{\mathbf{g}}(\omega)=\frac{\exp(-iga)-1}{igT}(\chi_b-\chi_a);$$

$$\gamma_0=\cos\psi_0,\quad \gamma_{\mathbf{g}}=\cos\psi_{\mathbf{g}}$$

(где ψ_0 — угол между волновым вектором падающей волны $\mathbf{k}$ и вектором нормали к поверхности пластинки $\mathbf{n}$, $\psi_{\mathbf{g}}$ — угол между волновым вектором $\mathbf{k_g}$ и вектором $\mathbf{n}$ (рис. 1));

$$\xi^{(s)}(\omega)=\eta^{(s)}(\omega)+\frac{1-\varepsilon}{2\nu^{(s)}},$$

$$\eta^{(s)}(\omega)=$$
$$=\frac{\sin^2\theta_{\mathrm{B}}}{V^2C^{(s)}}\frac{gT}{\left|\chi'_b-\chi'_a\right|\left|\sin\left(\frac{ga}{2}\right)\right|}\left(1-\frac{\omega(1-\theta\cos\varphi\cot\theta_{\mathrm{B}})}{\omega_{\mathrm{B}}}\right);$$

$$\nu^{(s)}=\frac{2C^{(s)}\left|\sin\left(\frac{ga}{2}\right)\right|}{g}\left|\frac{\chi'_b-\chi'_a}{a\chi'_a+b\chi'_b}\right|; \tag{3}$$

$$\rho^{(s)}=\frac{a\chi''_a+b\chi''_b}{\left|\chi'_b-\chi'_a\right|C^{(s)}}\frac{g}{2\left|\sin\left(\frac{ga}{2}\right)\right|};$$

$$\kappa^{(s)}=\frac{2C^{(s)}\left|\sin\left(\frac{ga}{2}\right)\right|}{g}\left|\frac{\chi''_b-\chi''_a}{a\chi''_a+b\chi''_b}\right|;\quad \varepsilon=\frac{\gamma_{\mathbf{g}}}{\gamma_0}.$$

Параметр $\nu^{(s)}$, принимающий значения в интервале $0\le\nu^{(s)}\le 1$, определяет степень отражения поля от периодической слоистой структуры, которая обуславливается характером интерференции волн, отраженных от разных плоскостей: конструктивным ($\nu^{(s)}\approx 1$) или деструктивным ($\nu^{(s)}\approx 0$). Параметр $\rho^{(s)}=\dfrac{L_{\mathrm{ext}}^{(s)}}{L_{\mathrm{abs}}}$ характеризует степень поглощения рентгеновских волн периодической средой и равен отношению длины экстинкции $L_{\mathrm{ext}}^{(s)}=\dfrac{1}{2C^{(s)}\omega}\dfrac{gT}{\left|\sin\left(\frac{ga}{2}\right)\right|\left|\chi'_b-\chi'_a\right|}$ к длине поглощения $L_{\mathrm{abs}}=\dfrac{T}{\omega\left|a\chi''_a+b\chi''_b\right|}$ рентгеновских волн в периодической структуре. Параметр $\kappa^{(s)}$ определяет степень проявления эффекта аномального низкого фотопоглощения (эффекта Бормана) в прохождении рентгеновских фотонов через искусственную многослойную периодическую структуру. Необходимым условием проявление эффекта Бормана как для кристаллической, так и для периодической слоистой структуры является $\kappa^{(s)}\approx 1$.

Параметр ε может быть представлен в виде $\varepsilon=\sin(\theta_{\mathrm{B}}-\delta)/\sin(\theta_{\mathrm{B}}+\delta)$, где δ — угол между входной поверхностью мишени и кристаллографической плоскостью. Для фиксированного значения θ_{B} величина ε определяет ориентацию входной поверхности мишени относительно отражающих слоев (рис. 2). При уменьшении угла падения $(\theta_{\mathrm{B}}+\delta)$ электрона на мишень параметр δ становится отрицательным и далее возрастает по модулю (в предельном случае $\delta\to-\theta_{\mathrm{B}}$), что приводит и к возрастанию ε. Напротив, при увеличении угла падения ε убывает (предельный случай $\delta\to\theta_{\mathrm{B}}$).

СПЕКТРАЛЬНО-УГЛОВАЯ ПЛОТНОСТЬ ИЗЛУЧЕНИЯ

Подставляя (1) в известное [12] выражение для спектрально-угловой плотности рентгеновского излучения

$$\omega\frac{d^2N}{d\omega d\Omega}=\omega^2(2\pi)^{-6}\sum_{s=1}^{2}\left|E_{\mathrm{Rad}}^{(s)}\right|^2, \tag{4}$$

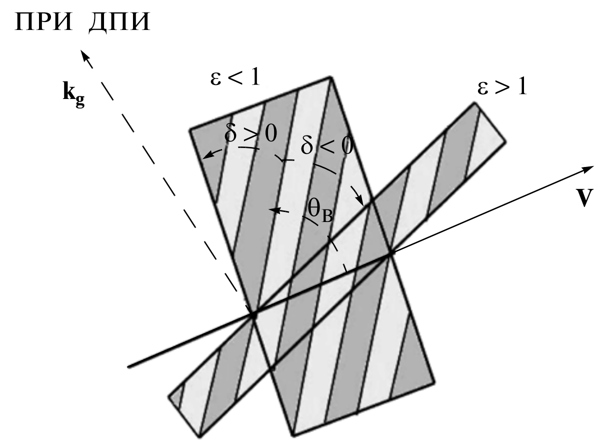

Рис. 2. Асимметричные (ε > 1, ε < 1) отражения излучения от мишени.

получаем выражения для спектрально-углового распределения ПРИ, ДПИ и слагаемого, описывающего интерференцию этих механизмов излучения:

$$\omega\frac{d^2N^{(s)}_{\text{ПРИ}}}{d\omega d\Omega}=\frac{e^2}{\pi^2}\frac{P^{(s)^2}\theta^2}{\left(\theta^2+\gamma^{-2}-\chi'_0\right)^2}R^{(s)}_{\text{ПРИ}},\tag{5а}$$

$$R^{(s)}_{\text{ПРИ}}=$$
$$=\left|\frac{\Omega^{(s)}_{+}}{\Delta^{(s)}}\frac{1-\exp\left(-ib^{(s)}\Delta^{(s)}_{+}\right)}{\Delta^{(s)}_{+}}-\frac{\Omega^{(s)}_{-}}{\Delta^{(s)}}\frac{1-\exp\left(-ib^{(s)}\Delta^{(s)}_{-}\right)}{\Delta^{(s)}_{-}}\right|^2,\tag{5б}$$

$$\omega\frac{d^2N^{(s)}_{\text{ДПИ}}}{d\omega d\Omega}=\frac{e^2}{\pi^2}P^{(s)^2}\theta^2\left(\frac{1}{\theta^2+\gamma^{-2}-\chi'_0}-\frac{1}{\theta^2+\gamma^{-2}}\right)^2R^{(s)}_{\text{ДПИ}},\tag{6а}$$

$$R^{(s)}_{\text{ДПИ}}=\varepsilon^2\left|\frac{\exp\left(-ib^{(s)}\dfrac{K^{(s)}}{\varepsilon}\right)-\exp\left(ib^{(s)}\dfrac{K^{(s)}}{\varepsilon}\right)}{\left(\xi^{(s)}-K^{(s)}-i\rho^{(s)}\dfrac{1+\varepsilon}{2}\right)\exp\left(-ib^{(s)}\dfrac{K^{(s)}}{\varepsilon}\right)-\left(\xi^{(s)}+K^{(s)}-i\rho^{(s)}\dfrac{1+\varepsilon}{2}\right)\exp\left(ib^{(s)}\dfrac{K^{(s)}}{\varepsilon}\right)}\right|^2,\tag{6б}$$

$$\begin{gathered}\omega\frac{d^2N^{(s)}_{\text{ИНТ}}}{d\omega d\Omega}=\frac{e^2}{\pi^2}P^{(s)^2}\times\\ \times\frac{\theta^2}{\theta^2+\gamma^{-2}-\chi'_0}\left(\frac{1}{\theta^2+\gamma^{-2}-\chi'_0}-\frac{1}{\theta^2+\gamma^{-2}}\right)R^{(s)}_{\text{ИНТ}},\end{gathered}\tag{7а}$$

$$\begin{gathered}R^{(s)}_{\text{ИНТ}}=2\varepsilon\,\mathrm{Re}\left(\left(\frac{\Omega^{(s)}_{+}}{\Delta^{(s)}}\frac{1-\exp\left(-ib^{(s)}\Delta^{(s)}_{+}\right)}{\Delta^{(s)}_{+}}-\frac{\Omega^{(s)}_{-}}{\Delta^{(s)}}\frac{1-\exp\left(-ib^{(s)}\Delta^{(s)}_{-}\right)}{\Delta^{(s)}_{-}}\right)\times\right.\\ \left.\times\left(\frac{\exp\left(-ib^{(s)}\dfrac{K^{(s)}}{\varepsilon}\right)-\exp\left(ib^{(s)}\dfrac{K^{(s)}}{\varepsilon}\right)}{\left(\xi^{(s)}-K^{(s)}-i\rho^{(s)}\dfrac{1+\varepsilon}{2}\right)\exp\left(-ib^{(s)}\dfrac{K^{(s)}}{\varepsilon}\right)-\left(\xi^{(s)}+K^{(s)}-i\rho^{(s)}\dfrac{1+\varepsilon}{2}\right)\exp\left(ib^{(s)}\dfrac{K^{(s)}}{\varepsilon}\right)}\right)^*\right),\end{gathered}\tag{7б}$$

где звездочка "*" обозначает комплексное сопряжение.

В формулах введены следующие обозначения:

$$\Delta^{(s)} = \left(\xi^{(s)} - K^{(s)} - i\rho^{(s)}\frac{1+\varepsilon}{2}\right)\exp\left(-ib^{(s)}\Delta_+^{(s)}\right) - \left(\xi^{(s)} + K^{(s)} - i\rho^{(s)}\frac{1+\varepsilon}{2}\right)\exp\left(-ib^{(s)}\Delta_-^{(s)}\right);$$

$$\Omega_\pm^{(s)} = \varepsilon\left(\left(\sigma^{(s)} - i\rho^{(s)}\right)\exp\left(-ib^{(s)}\Delta_\mp^{(s)}\right) + \Delta_\pm^{(s)}\right);$$

$$\Delta_\pm^{(s)} = \frac{\xi^{(s)} \pm K^{(s)}}{\varepsilon} - \sigma^{(s)} + i\frac{\rho^{(s)}(\varepsilon-1)}{2\varepsilon};$$

$$K^{(s)} = \sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon - i\rho^{(s)}((1+\varepsilon)\xi^{(s)} - 2\kappa^{(s)}\varepsilon) - \rho^{(s)2}\left(\frac{(1+\varepsilon)^2}{4} - \kappa^{(s)2}\varepsilon\right)};$$

$$b^{(s)} = \frac{1}{2\sin(\theta_B + \delta)}\frac{L}{L_{ext}^{(s)}}. \tag{8}$$

Параметр $b^{(s)}$ равен отношению половины пути электрона в пластинке $L_e = \dfrac{L}{\sin(\theta_B + \delta)}$ к длине экстинкции рентгеновских лучей в периодической слоистой среде $L_{ext}^{(s)}$. Функции $R_{ПРИ}^{(s)}$ и $R_{ДПИ}^{(s)}$ описывают спектры ПРИ и ДПИ.

ТОНКАЯ НЕПОГЛОЩАЮЩАЯ МИШЕНЬ

Будем рассматривать мишень такой толщины, чтобы длина пути электрона в пластинке L_e была больше длины экстинкции рентгеновских волн в слоистой среде $L_{ext}^{(s)}$. В этом случае будет выполняться условие $b^{(s)} \gg 1$, являющееся условием проявления эффектов динамической дифракции в когерентном рентгеновском излучении релятивистских электронов в периодической слоистой среде. С другой стороны, будем рассматривать мишень, достаточно тонкую для того, чтобы можно было игнорировать влияние эффекта поглощения фотонов в слоистой структуре. Для этого примем для толщины мишени дополнительное условие, состоящее в том, что максимальная длина пути дифрагированного фотона в мишени $L_{\max f} = \dfrac{L}{\sin(\theta_B - \delta)}$ будет значительно меньше длины поглощения рентгеновских волн в периодической слоистой среде $L_{abs} = \dfrac{T}{\omega\left|a\chi_a'' + b\chi_b''\right|}$:

$$2\frac{b^{(s)}\rho^{(s)}}{\varepsilon} = \frac{L_{\max f}}{L_{abs}} \ll 1. \tag{9}$$

Рассмотрим σ-поляризованные волны ($s = 1$) и, используя условия (9) и полагая $\rho^{(s)} = 0$, из (5) получим выражение, описывающее спектрально-угловую плотность ПРИ в периодической слоистой среде для случая тонкой мишени:

$$\omega\frac{d^2N_{ПРИ}^{(1)}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{\pi^2}\frac{\theta_\perp^2}{\left(\theta_\perp^2 + \gamma^{-2} + \dfrac{\left|a\chi_a' + b\chi_b'\right|}{T}\right)^2}R_{ПРИ}, \tag{10а}$$

$$R_{ПРИ} = R_{ПРИ}^{(1)} + R_{ПРИ}^{(2)} + R_{ПРИ}^{(ИНТ)}, \tag{10б}$$

$$R_{ПРИ}^{(1)} = \frac{\left(\xi + \sqrt{\xi^2 - \varepsilon}\right)^2}{\xi^2 - \varepsilon + \varepsilon\sin^2\left(\dfrac{b\sqrt{\xi^2-\varepsilon}}{\varepsilon}\right)}\frac{\sin^2\left(\dfrac{b^{(1)}}{2}\left(\dfrac{\xi + \sqrt{\xi^2-\varepsilon}}{\varepsilon} - \sigma\right)\right)}{\left(\dfrac{\xi + \sqrt{\xi^2-\varepsilon}}{\varepsilon} - \sigma\right)^2}, \tag{10в}$$

$$R_{ПРИ}^{(2)} = \frac{\left(\xi - \sqrt{\xi^2 - \varepsilon}\right)^2}{\xi^2 - \varepsilon + \varepsilon\sin^2\left(\dfrac{b^{(1)}\sqrt{\xi^2-\varepsilon}}{\varepsilon}\right)}\frac{\sin^2\left(\dfrac{b^{(1)}}{2}\left(\dfrac{\xi - \sqrt{\xi^2-\varepsilon}}{\varepsilon} - \sigma\right)\right)}{\left(\dfrac{\xi - \sqrt{\xi^2-\varepsilon}}{\varepsilon} - \sigma\right)^2}, \tag{10г}$$

$$R^{(\text{ИНТ})}_{\text{ПРИ}} = \frac{\varepsilon}{\xi^2 - \varepsilon + \varepsilon\sin^2\left(\frac{b^{(1)}\sqrt{\xi^2-\varepsilon}}{\varepsilon}\right)} \frac{\cos\left(b^{(1)}\frac{\sqrt{\xi^2-\varepsilon}}{\varepsilon}\right)\left(\cos\left(b^{(1)}\left(\frac{\xi}{\varepsilon}-\sigma\right)\right) - \cos\left(b^{(1)}\frac{\sqrt{\xi^2-\varepsilon}}{\varepsilon}\right)\right)}{\left(\frac{\xi}{\varepsilon}-\sigma\right)^2 + \frac{\varepsilon-\xi^2}{\varepsilon^2}}. \tag{10д}$$

В формулах (10) введены следующие обозначения:

$$\sigma(\theta,\gamma) = \frac{gT}{2\left|\sin\left(\frac{ga}{2}\right)\right|\left|\chi'_b - \chi'_a\right|}\left(\theta_\perp^2 + \gamma^{-2} + \frac{\left|a\chi'_a + b\chi'_b\right|}{T}\right),$$

$$\xi(\omega) = \frac{gT\sin^2\theta_B}{\left|\sin\left(\frac{ga}{2}\right)\right|\left|\chi'_b - \chi'_a\right|}\left(1 - \frac{\omega}{\omega_B}\right) + \frac{1+\varepsilon}{2\nu^{(1)}},$$

$$b^{(1)} = \frac{2\omega_B\left|\sin\left(\frac{ga}{2}\right)\right|\left|\chi'_b - \chi'_a\right|}{gT\sin(\theta_B+\delta)}L, \quad \theta_\perp = \theta\sin\varphi. \tag{11}$$

Спектральная плотность ПРИ представлена в виде суммы вкладов двух возбуждаемых в мишени рентгеновских волн $R^{(1)}_{\text{ПРИ}}$ и $R^{(2)}_{\text{ПРИ}}$ и их интерференции $R^{(\text{ИНТ})}_{\text{ПРИ}}$.

Из выражений (6), (7) получим формулы, описывающие спектрально-угловую плотность ДПИ и слагаемого, описывающего влияние интерференции между волнами ДПИ и ПРИ в случае тонкой непоглощающей мишени:

$$\omega\frac{d^2N^{(1)}_{\text{ДПИ}}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{\pi^2}\theta_\perp^2\left(\frac{1}{\theta_\perp^2+\gamma^{-2}} - \frac{1}{\theta_\perp^2+\gamma^{-2}+\frac{\left|a\chi'_a+b\chi'_b\right|}{T}}\right)^2 R_{\text{ДПИ}}, \tag{12а}$$

$$R_{\text{ДПИ}} = \frac{\varepsilon^2}{\xi^2 - \left(\xi^2-\varepsilon\right)\coth^2\left(\frac{b^{(1)}\sqrt{\varepsilon-\xi^2}}{\varepsilon}\right)}, \tag{12б}$$

$$\omega\frac{d^2N^{(s)}_{\text{ИНТ}}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{\pi^2}\frac{\theta_\perp^2}{\theta_\perp^2+\gamma^{-2}+\frac{\left|a\chi'_a+b\chi'_b\right|}{T}}\left(\frac{1}{\theta_\perp^2+\gamma^{-2}} - \frac{1}{\theta_\perp^2+\gamma^{-2}+\frac{\left|a\chi'_a+b\chi'_b\right|}{T}}\right)R_{\text{ИНТ}}, \tag{13а}$$

$$R^{(s)}_{\text{ИНТ}} = \frac{2\varepsilon^3}{\xi^2-\varepsilon+\varepsilon\sin^2\left(\frac{b^{(1)}\sqrt{\xi^2-\varepsilon}}{\varepsilon}\right)}\frac{\sigma\sqrt{\xi^2-\varepsilon}\sin\left(\frac{b^{(1)}\sqrt{\xi^2-\varepsilon}}{\varepsilon}\right)\sin\left(b^{(1)}\left(\frac{\xi}{\varepsilon}-\sigma\right)\right) + (\sigma\xi-1)\sin^2\left(\frac{b^{(1)}\sqrt{\xi^2-\varepsilon}}{\varepsilon}\right)}{(\xi-\varepsilon\sigma)^2+\varepsilon-\xi^2}. \tag{13б}$$

Полученные выражения (10)–(13) являются главным результатом настоящей работы. Они позволяют исследовать спектрально-угловые характеристики когерентного рентгеновского излучения релятивистского электрона в периодической слоистой среде в геометрии рассеяние Брэгга с учетом проявления эффектов динамической дифракции.

АНАЛИЗ СПЕКТРАЛЬНО-УГЛОВОЙ ПЛОТНОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ

Вклады первой $R^{(1)}_{\text{ПРИ}}$ и второй $R^{(2)}_{\text{ПРИ}}$ ветвей, возбуждаемых в мишени рентгеновских волн (10в) и (10г), в спектр ПРИ будут существенными тогда, когда будут иметь решения соответствующие нулевым значениям знаменателей в их выражениях уравнения:

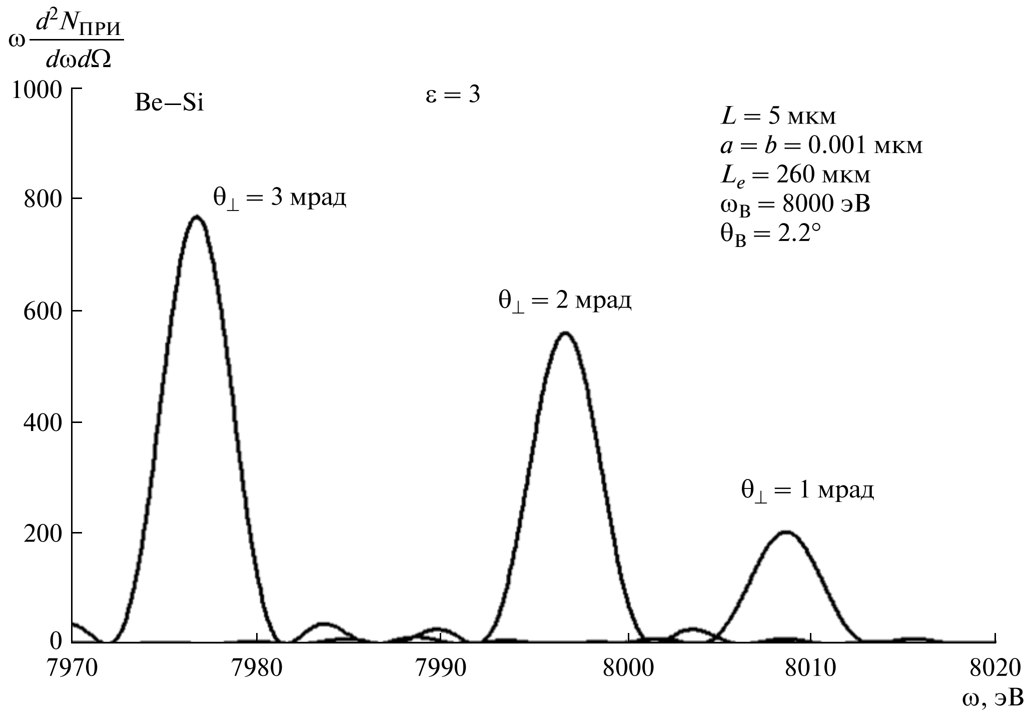

Рис. 3. Спектры ПРИ релятивистского электрона в периодической слоистой среде при разных углах наблюдения.

$$\frac{\xi(\omega)+\sqrt{\xi(\omega)^2-\varepsilon}}{\varepsilon}-\sigma=0, \tag{14а}$$

$$\frac{\xi(\omega)-\sqrt{\xi(\omega)^2-\varepsilon}}{\varepsilon}-\sigma=0. \tag{14б}$$

Можно показать, что вклад первой ветви $R^{(1)}_{\text{ПРИ}}$ в спектр будет гораздо существеннее, чем второй $R^{(2)}_{\text{ПРИ}}$. Действительно, вклад $R^{(2)}_{\text{ПРИ}}$ может сравниться с вкладом $R^{(1)}_{\text{ПРИ}}$ только при очень малых значения параметра асимметрии $\varepsilon \ll 1$, однако при этом условии выход ПРИ будет очень мал.

Рассмотрим спектральную плотность ПРИ при различных углах наблюдения. На рис. 3 представлены кривые, описывающие спектр ПРИ релятивистского электрона, имеющего энергию $E = 500$ MeV и пересекающего периодическую слоистую среду бериллий–кремний, рассчитанные по формулам (10а) и (10в) для значений параметров, указанных на рисунке. Из рисунка видно, что при уменьшении угла наблюдения $\theta_\perp$ спектр ПРИ смещается в сторону частотной области, соответствующей полному внешнему отражению излучения (экстинкции). Область полного внешнего отражения определяется следующим неравенством:

$$-\sqrt{\varepsilon}<\xi(\omega)<\sqrt{\varepsilon}, \tag{15}$$

где $\xi(\omega)=\dfrac{gT\sin^2\theta_{\text{B}}}{\left|\sin\left(\dfrac{ga}{2}\right)\right|\left|\chi'_b-\chi'_a\right|}\left(1-\dfrac{\omega}{\omega_{\text{B}}}\right)+\dfrac{1+\varepsilon}{2\nu^{(1)}}.$

Рассмотрим спектральную плотность ДПИ при различных углах наблюдения. На рис. 4 представлены описывающие спектр ДПИ кривые, вычисленные по формулам (12а) и (12б) при тех же значениях параметров, что и на рис. 3. Как видно из рис. 4, при изменении угла наблюдения $\theta_\perp$ изменяется амплитуда спектра ДПИ, однако область полного внешнего отражения (15) остается неизменной, так как спектральная функция $\xi(\omega)$ не зависит от угла наблюдения.

Проанализируем зависимость спектральной плотности излучения от соотношения толщин a и b отражающих слоев. На рис. 5 и рис. 6 представлены кривые спектральной плотности ПРИ и ДПИ соответственно, построенные для различных отношений b/a при условии, что период структуры $T = a + b$ для всех кривых оставался одинаковым. Из представленных рисунков следует, что для обоих механизмов излучения спектральная плотность будет максимальна при $b/a \approx 1$. Это объясняется тем, что определяющий степень отражения волн от периодической слоистой структуры параметр $\nu^{(1)}$ (3), обусловленную характером интерференции отраженных от разных слоев среды волн, для рассматриваемой пары сред Be–Si будет максимальным при условии $b/a \approx 1$.

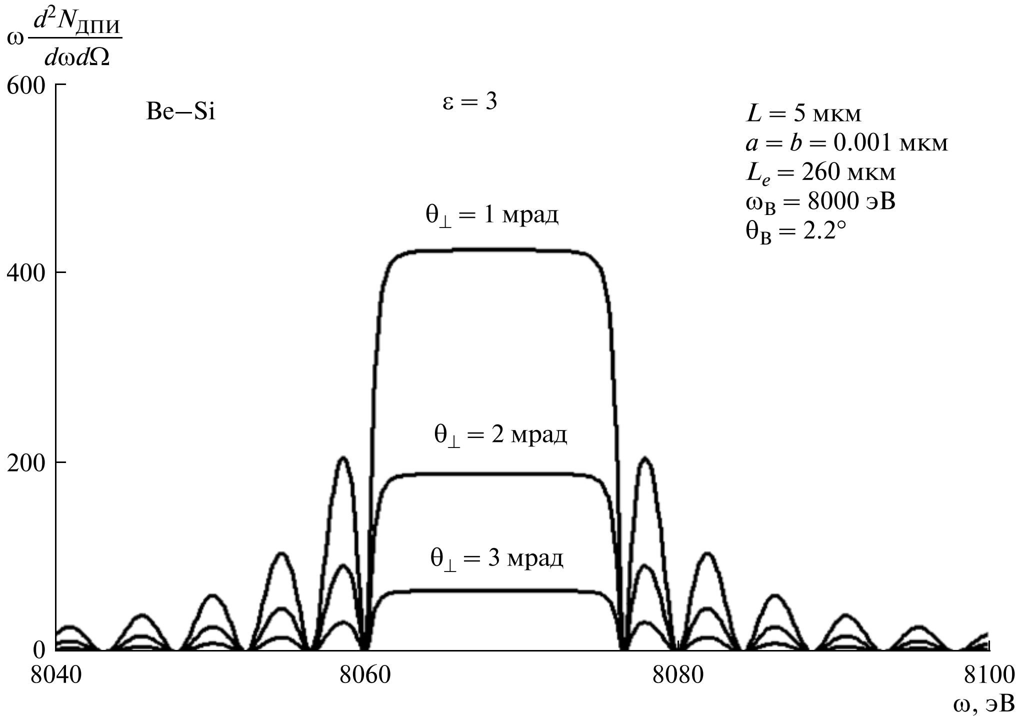

Рис. 4. Спектры ДПИ релятивистского электрона в периодической слоистой среде при разных углах наблюдения.

Проанализируем зависимость параметра ν от величины отношения b/a, представив его в виде

$$\nu = \frac{1}{\pi}\left(1+\frac{b}{a}\right)\left|\frac{\chi_b'}{\chi_a'}-1\right|\frac{\sin\left(\dfrac{\pi}{1+\dfrac{b}{a}}\right)}{1+\dfrac{b}{a}\dfrac{\chi_b'}{\chi_a'}}. \quad (16)$$

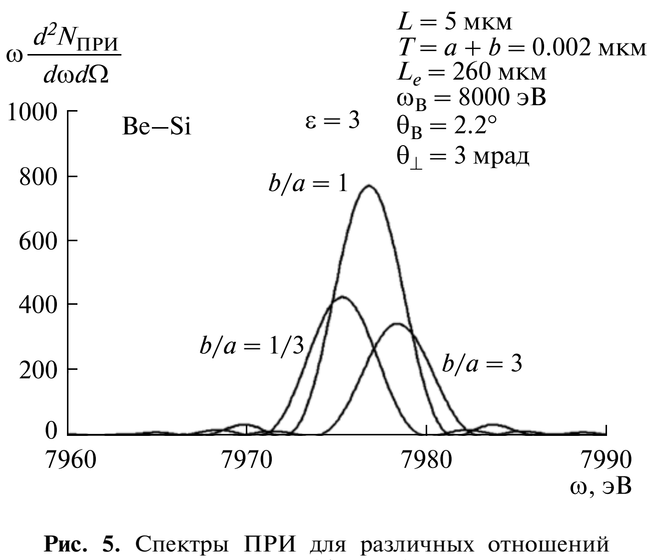

Рис. 5. Спектры ПРИ для различных отношений между толщинами слоев b/a при фиксированном периоде структуры $T = a + b$.

На рис. 7 построены кривые, рассчитанные по формуле (16) для двух различных пар сред, Be–Si и Be–W. Как видно из рисунка, для более плотной второй среды W степень отражения оказывается выше, и наблюдается также смещение максимума плотности излучения. Необходимо отметить, что частотная область полного отражения (рис. 6) смещается при изменении отношения толщин слоев b/a, что обусловлено зависимостью спектральной функции $\xi(\omega)$ от этого отношения.

Рассмотрим влияние асимметрии отражения поля относительно поверхности мишени на спектрально-угловые характеристики ПРИ и ДПИ. На рис. 8 и рис. 9 представлены кривые, описывающие, соответственно, спектры ПРИ и ДПИ при разных значениях параметра асимметрии ε. Кривые построены для фиксированного пути электрона в мишени L_e = 260 мкм. Как видно из рис. 8, при фиксированном угле Брэгга θ_B увеличение асимметрии, т.е. уменьшение угла падения электрона на поверхность мишени, ведет к существенному росту спектральной ширины ПРИ, поскольку частотная зависимость условия резонанса (14а) становится слабее при увеличении параметра ε. Из рис. 9 следует, что асимметрия отражения влияет также и на спектр ДПИ, при этом увеличение ε ведет к росту как амплитуды спектра, так и частотной области полного внешнего отражения, которая также зависит от асимметрии. Увеличение спектральной плотности ПРИ и ДПИ при

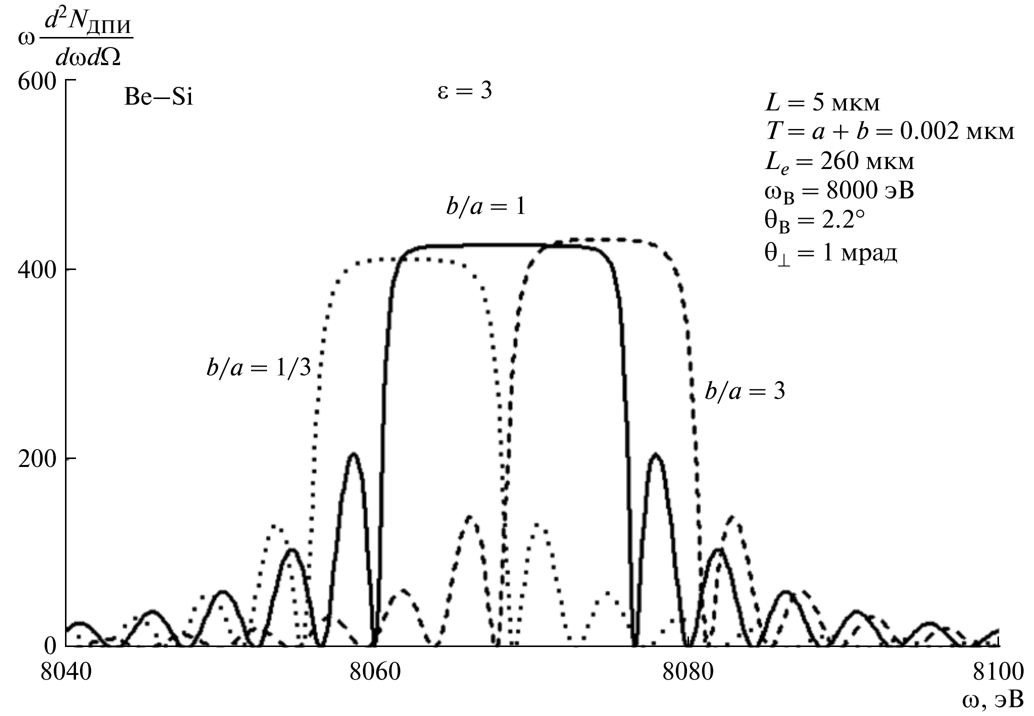

Рис. 6. Спектры ДПИ для различных отношений между толщинами слоев b/a при фиксированном периоде структуры $T = a + b$.

увеличении асимметрии отражения приводит к существенному увеличению угловой плотности излучений. Для демонстрации этого факта используем формулы, описывающие угловую плотность излучений:

$$\frac{dN_{ПРИ}}{d\Omega} = \frac{e^2}{\pi^2}\frac{\theta_\perp^2}{\left(\theta_\perp^2 + \gamma^{-2} + \frac{\left|a\chi'_a + b\chi'_b\right|}{T}\right)^2}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} R_{ПРИ}\frac{d\omega}{\omega}, \quad (17)$$

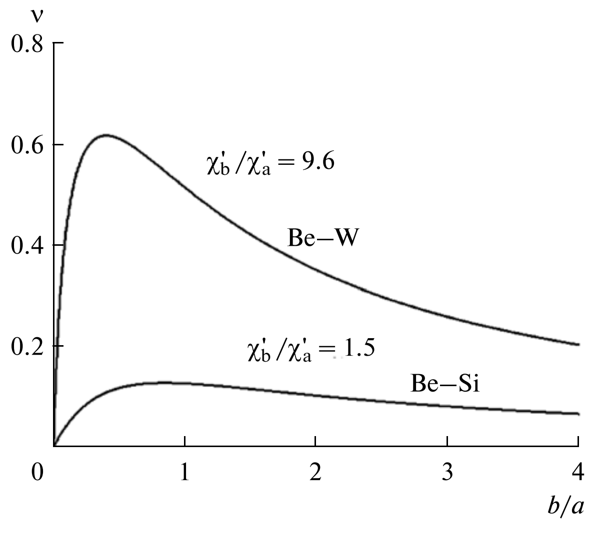

Рис. 7. Зависимость параметра ν, определяющего степень отражения рентгеновских волн от периодической структуры, от отношения b/a для двух различных структур.

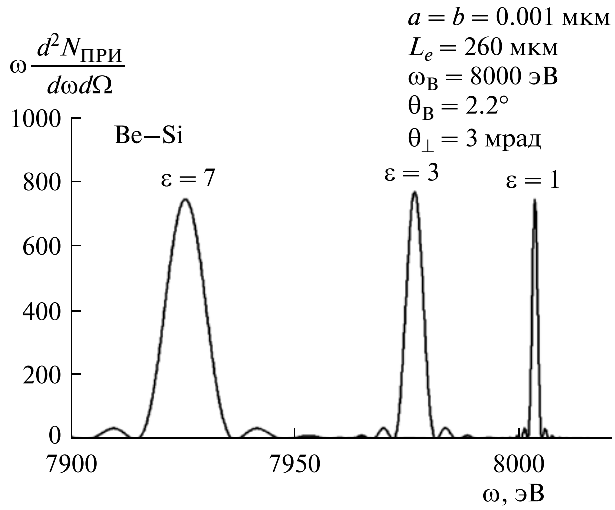

Рис. 8. Влияние асимметрии отражения (параметра ε) на спектральную плотность ПРИ при фиксированном угле наблюдения.

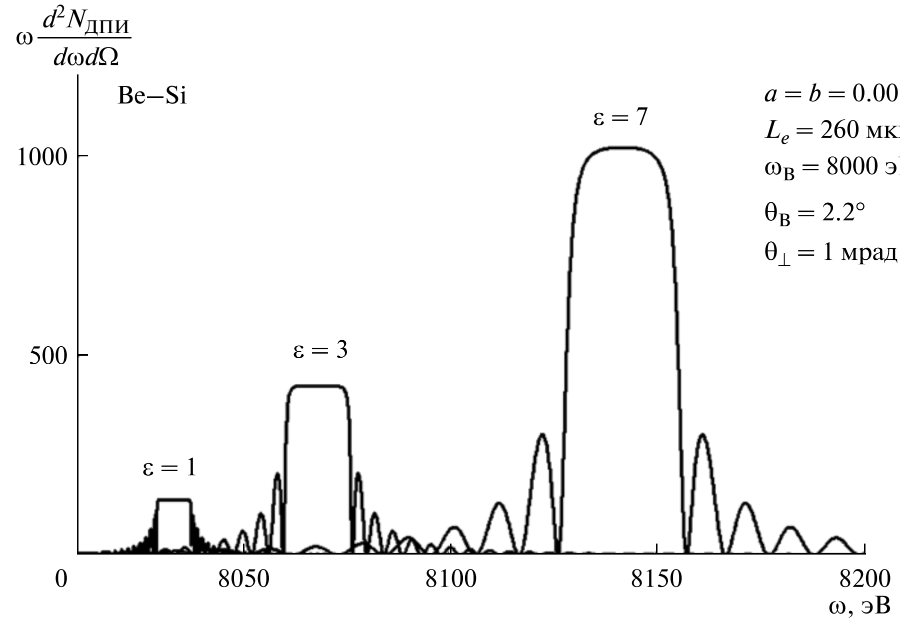

Рис. 9. Влияние асимметрии отражения (параметра ε) на спектральную плотность ДПИ при фиксированном угле наблюдения.

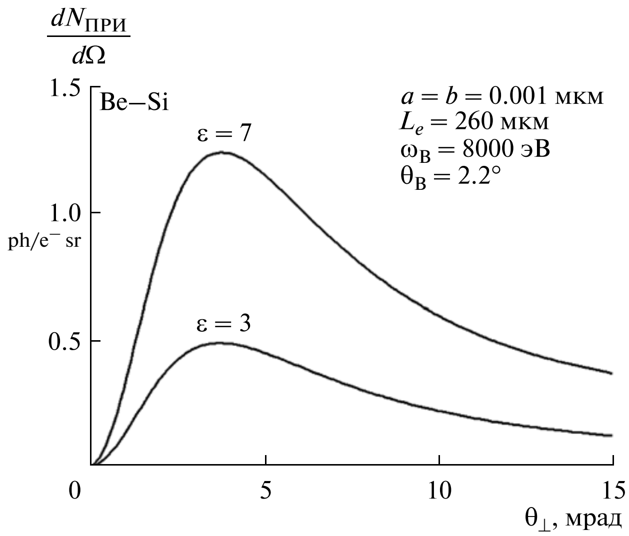

Рис. 10. Угловая плотность ПРИ при различной асимметрии отражения.

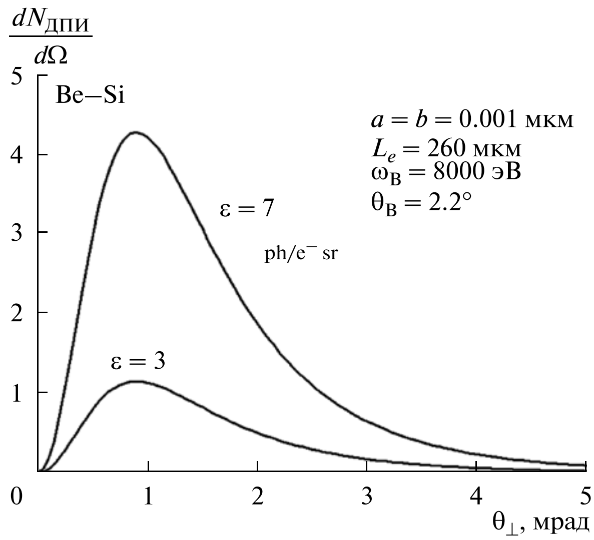

Рис. 11. Угловая плотность ДПИ при различной асимметрии отражения.

$$\frac{dN_{\text{ДПИ}}}{d\Omega} = \frac{e^2}{\pi^2}\theta_\perp^2 \times$$
$$\times\left(\frac{1}{\theta_\perp^2+\gamma^{-2}} - \frac{1}{\theta_\perp^2+\gamma^{-2}+\dfrac{\left|a\chi'_a+b\chi'_b\right|}{T}}\right)^2 \int\limits_{-\infty}^{+\infty} R_{\text{ДПИ}}\frac{d\omega}{\omega}. \tag{18}$$

Как показывают кривые углового распределения излучения, построенные по формулам (17) и (18) и представленные на рис. 10 и рис. 11, увеличение параметра ε приводит к существенному увеличению угловой плотности ПРИ и ДПИ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе развита теория когерентного рентгеновского излучения релятивистского электрона, пересекающего периодическую слоистую среду в геометрии рассеяние Брэгга. Используя аналогию с излучением релятивистского электрона в монокристаллической среде, соответствующее когерентное рентгеновское излучение в периодической слоистой среде рассмотрено в виде суммы вкладов двух механизмов излучения – параметрического рентгеновского и дифрагированного переходного. На основе двухволнового приближения динамической теории дифракции получены выражения, описывающие спектрально-угловые характеристики ПРИ и ДПИ релятивистского электрона в периодической слоистой среде. Выявлена зависимость спектрально-угловой плотности спектра излучений от соотношения толщин слоев среды, а также от асимметрии рассеяния поля рентгеновских волн на слоистой структуре. В частности, показано, что при неизменном угле Брэгга уменьшение угла падения электрона на слоистую структуру (т.е. увеличение параметра асимметрии ε) ведет к существенному росту ширины спектра параметрического рентгеновского излучения. Это приводит, в свою очередь, к росту угловой плотности (показано, что данный эффект не связан с поглощением). Выявлен рост частотной области полного отражения и, как следствие, рост ширины спектра ДПИ при уменьшении угла падения электрона на мишень, что приводит к значительному увеличению угловой плотности ДПИ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Тер-Микаэлян М.Л.* Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Ереван: АН АрмССР. 1969. 459 с.
2. *Piestrup M.A., Boyers D.G., Pincus C.I. et al.* // Phys. Rev. A. 1992. V. 45. P. 1183.
3. *Nasonov N.N., Kaplin V.V., Uglov S.R., Piestrup M.A., Gary C.K.* // Phys. Rev. E. 2003. V. 68. P. 3604.
4. *Гарибян Г.М., Ян Ши* // ЖЭТФ. 1971. Т. 61. С. 930.
5. *Барышевский В.Г., Феранчук И.Д.* // ЖЭТФ. 1971. Т. 61. С. 944.
6. *Baryshevsky V.G., Feranchuk I.D.* // J. Phys. (Paris). 1983. Т. 44. С. 913.
7. *Caticha A.* // Phys.Rev. A. 1989. Т. 40. С. 4322.
8. *Блажевич С.В., Колосова И.В., Носков А.В.* // ЖЭТФ. 2012. Т. 141. Вып. 4. С. 627.
9. *Блажевич С.В., Колосова И.В., Носков А.В.*// Поверхность. Рентген., синхротр. и нейтрон. исслед. 2012. № 4. С. 67
10. *Blazhevich S., Kolosova I., Noskov A.* // J. Phys. Conf. Ser. 2012. V. 357. P. 012016.
11. *Блажевич С.В., Носков А.В.* // Поверхность. Рентген., синхротр. и нейтрон. исслед. 2011. № 4. С. 65.
12. *Базылев В.А., Жеваго Н.К.* Излучение быстрых частиц в веществе и внешних полях. М.: Наука, 1987. 272 с.

Coherent X-Radiation Generated by Relativistic Electron in a Periodic Layered Structure in Bragg Scattering Geometry

S. V. Blazhevich, Yu. P. Gladkikh, A. V. Noskov

A theory of the coherent X-Ray Radiation generated by the relativistic electron crossing an artificial periodic layered structure in Bragg scattering geometry is developed. The expressions describing the radiation spectral-angular characteristics are derived.