



УДК 004.42: 624.131

## АЛГОРИТМ И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ РАСЧЕТА УСТОЙЧИВОСТИ ОТКОСОВ ЗЕМЛЯНЫХ СООРУЖЕНИЙ ПО КРУГЛОЦИЛИНДРИЧЕСКИМ ПОВЕРХНОСТЯМ СКОЛЬЖЕНИЯ<sup>1</sup>

**В.В. Ломакин, С.В. Сергеев,  
Е.В. Лычагин, О.С. Резниченко**

*Белгородский государственный  
национальный исследовательский  
университет, Россия, 308015,  
г. Белгород, ул. Победы, 85*

*E-mail: lomakin@bsu.edu.ru;  
sergeev@bsu.edu.ru; ly-  
chagin@bsu.edu.ru; oreznichen-  
ko@bsu.edu.ru*

В статье предложена методика применения информационных технологий для расчёта устойчивости откосов земляных сооружений и естественных склонов по методам Р.Р. Чугаева, Г. Крея и А.А. Ничипоровича. По выработанным рекомендациям в рамках принятых методов расчёта можно получить минимальные коэффициенты запаса устойчивости с учётом основных действующих сил, геологического строения и конфигурации для всех случаев, рекомендованных СНиПом 2.06.05-84. Разработанное программное обеспечение предназначено для расчёта устойчивости земляных сооружений и естественных склонов.

Ключевые слова: алгоритм расчета устойчивости земляных откосов, коэффициент запаса устойчивости, программное обеспечение расчета устойчивости земляных и гидротехнических сооружений.

### Введение

В настоящее время не разработан единый нормативно-технического документ, предлагающий рекомендации, которые в полной мере отражают основные этапы оценки устойчивости откосов земляных сооружений, в том числе определение расчетных характеристик грунтов, оценку инженерно-геологической обстановки, выбор расчетной схемы, что в свою очередь приводит к усложнению процесса проектирования хвостохранилищ карьеров. Задача автоматизации расчетов устойчивости земляных откосов решалась многими авторами, однако существующие программы, как правило, имеют ограниченное применение, ориентированное на специфические области, не связанные с организацией хвостохранилищ карьеров, а использование их для расчетов устойчивости откосов хвостохранилищ требует значительной доработки и относительно большого времени на подготовку исходных данных.

Известно [1], что потеря устойчивости откосов земляных сооружений и естественных склонов происходит по целому ряду причин, в частности в результате воздействия гравитационных, фильтрационных сил и динамических нагрузок, и носит характер либо общего обрушения откоса, либо местного (локального) разрушения.

В настоящее время наиболее распространены три группы методов расчёта устойчивости откосов, основанные на различных предположениях (гипотезах), а именно:

- методы, основанные на предположении о том, что рассматриваемый массив грунта находится в предельном состоянии (работы О. Ренкина, В.В. Соколовского, С.С. Голушкевича, Ю.А. Соболевского и др.);
- методы, основанные на отыскании положения поверхности скольжения любой заданной формы, соответствующей наименьшему запасу устойчивости с учетом того, что во всех точках поверхности скольжения одновременно наступает предельное равновесие;
- методы расчёта устойчивости откосов с учётом напряженно-деформированного состояния массива грунта.

Вторая группа методов в достаточной мере опробована в практических расчётах сооружений, позволяет учитывать неоднородность земляной среды, фильтрационные силы, поровое давление и т. д. Поэтому в большинстве случаев в практических инженерных расчётах устойчивости земляных откосов применяют методы, основанные на отыскании поверхностей скольжения заданной формы по наименьшему коэффициенту запаса устойчивости. Кроме того, наблюдения за имевшими место обрушениями естественных склонов (например, на водохранилище Вайонт в Италии), а также откосов искусственных земляных сооружений показывают, что обрушения происходят в большинстве случаев по криволинейным плоскостям скольжения, близким к цилиндрическим.

<sup>1</sup> Исследование выполнено в рамках Государственного задания Министерства образования и науки РФ на выполнение НИР подведомственным вузам в 2013 году. Проект № 8.8600.2013.



В связи с этим в практических расчётах устойчивости откосов земляных сооружений и естественных склонов, сложенных рыхлыми осадочными породами, как правило, поверхность обрушения принимается круглоцилиндрической формы.

В настоящей работе использованы методы расчета устойчивости, основанные на предположении, что разрушение откосов происходит по круглоцилиндрической поверхности скольжения.

Поскольку расчет устойчивости сводится, в конечном счёте, к отысканию наименьшего коэффициента запаса устойчивости, выбор способа определения последнего имеет принципиальный характер.

Существуют три основные группы способов определения коэффициента запаса устойчивости:

- по разрушающей нагрузке;
- по соотношению сил сдвигающих и сопротивляющихся сдвигу;
- по соотношению физико-механических фактических и фиктивных характеристик грунта, при которых может произойти нарушение устойчивости откоса.

Первая группа методов вычисления коэффициентов запаса устойчивости обычно не используется.

Нормативными документами [2] коэффициент запаса устойчивости рекомендуется определять по формуле

$$K = \frac{\operatorname{tg} \varphi_{\partial} C_{\partial}}{\operatorname{tg} \varphi_{\kappa} C_{\kappa}}, \quad (1)$$

где  $\varphi_{\partial}$  и  $C_{\partial}$  – фактические характеристики сопротивления грунта сдвигу;

где  $\varphi_{\kappa}$  и  $C_{\kappa}$  – фиктивные характеристики сопротивления грунта сдвигу.

В то же время принимаемый обычно при расчётах устойчивости по круглоцилиндрической поверхности коэффициент запаса устойчивости определяется по формуле

$$K = \frac{M_{\text{реакт}}}{M_{\text{акт}}}, \quad (2)$$

где  $M_{\text{реакт}}$  и  $M_{\text{акт}}$  – соответственно моменты реактивных и активных сил, действующих на рассматриваемый массив грунта.

Величины  $K$ , вычисленные по формулам (1) и (2) совпадают при условии, когда реактивные силы пропорциональны значениям  $\varphi$  и  $C$ . Поэтому для вычисления коэффициента запаса устойчивости откосов будем использовать выражение (2), а в расчетах руководствоваться величинами допустимых коэффициентов запаса устойчивости, установленными СНиПом.

### Методы расчета устойчивости

Для построения алгоритма вычислений рассмотрим методы расчёта устойчивости земляных сооружений и естественных склонов, предложенные Г. Креем, Р.Р. Чугаевым и А.А. Ничипоровичем. В основу этих методов положено допущение о том, что в момент начала обрушения отвердевший, недеформируемый отсек обрушения грунта ограничивается снизу круглоцилиндрической поверхностью скольжения, причём в каждой точке этой поверхности имеет место предельное равновесие, т.е. рассматривается «гипотетический грунт», для которого справедлива зависимость Кулона [3]

$$\tau_i = \sigma_i \operatorname{tg} \varphi_i + C_i \quad (3)$$

Значение определяется для каждой элементарной площадки скольжения, исходя из разбивки отсека обрушения на ряд элементов (рис. 1а).

Момент реактивных сил

$$M_{\text{реакт}} = \sum R \tau_{\text{пр}} \Delta S \quad (4)$$

Из выражений (2), (3) и (4) для  $i$ -го элемента

$$K = R \frac{\sum \sigma_i \operatorname{tg} \varphi_i \Delta S + \sum C_i \Delta S}{M_{\text{акт}}}. \quad (5)$$

Проектируя все силы на вертикальную ось, получаем (см. рис. 1а)

$$P_i B + Q_i - \tau_i \Delta S \sin \alpha_i - \sigma_i \Delta S \cos \alpha_i = 0, \quad (6)$$

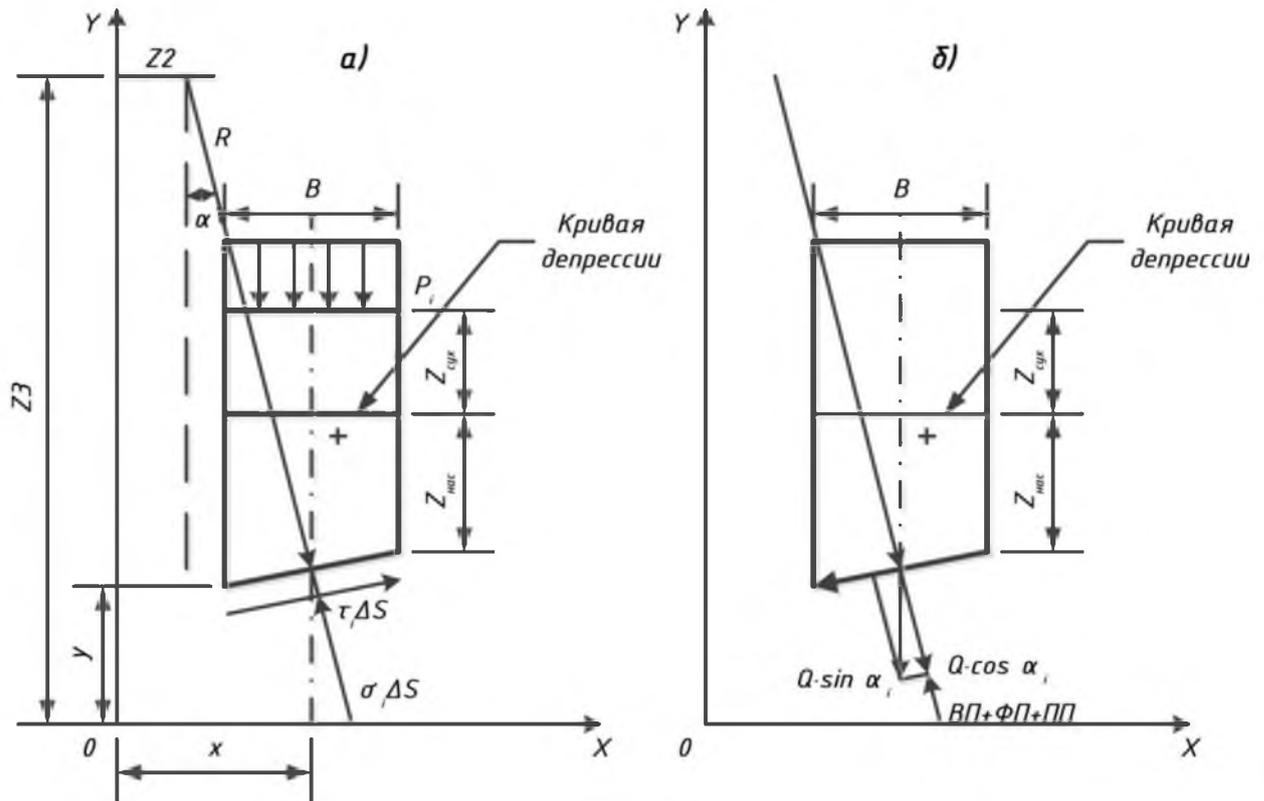


Рис. 1. Силы действующие на элемент  
(а – по Г. Крею и Р.Р. Чугаеву; б – по А.А. Ничипоровичу)

где  $Q_i = (z_{сух} i \gamma_{сух} + z_{нас} i \gamma_{нас}) B$ ,

откуда  $\sigma_i \Delta S = \frac{B(P_i + Q_i)}{\cos(\alpha_i - \varphi_i)} \cos \varphi_i - \frac{c_i \Delta S}{\cos(\alpha_i - \varphi_i)} \sin \alpha_i \cos \varphi_i$

Учитывая формулу (6), выражение (5) запишем в следующем виде:

$$K = \frac{R \cdot b}{M_{акт}} \left[ \sum \frac{B(P_i + q_i) \sin \alpha_i}{\cos(\alpha_i - \varphi_i)} + \sum \frac{C_i \cos \varphi_i}{\cos(\alpha_i - \varphi_i)} \right], \tag{7}$$

где  $q = \frac{Q_i}{B}$ .

Окончательно, с учетом  $W_i$ , получим

$$K = \frac{R^2 \left[ \frac{(P_i + q_i - w_i) \sin \alpha_i + C_i \cos \varphi_i}{(z_2 - y_i) \cos \varphi_i + (x_i - z_2) \sin \varphi_i} \right]}{(P_i - q_i)(x_i - z_2)}, \tag{8}$$

где  $Z_2, Z_3, X, Y$  – приведены на рисунке 1. Коэффициент запаса устойчивости по формуле Г. Крея (8) был использован для программирования.

Выражение (8) в идентификаторах имеет вид:

$$K1 = \frac{Z1^2 \cdot (rQq - rPv) \times \sin\_Fi + CN \cdot rCi}{\cos\_Fi \times (Z3 - Y) + \sin\_Fi \times (X - Z2)} \cdot rQq \times (X - Z2) \tag{9}$$

Согласно методу весового давления Р.Р. Чугаева угол  $\alpha_i$  принимается равным нулю. Это равносильно допущению, что элементарная нормальная сила, соответствующая любому элементу дуги обрушения, равна внешней силе  $N$ , приходящейся на данный элемент [4]. Коэффициент запаса устойчивости по Р.Р. Чугаеву (см. рис. 1а) отличается от него незначительно.

$$K = \frac{RB(\sum Q1_i \cdot tg \varphi_i + \sum C_i \Delta S)}{\sum Q2_i \cdot X \cdot B} \tag{10}$$

$$Q1_i = z_{\text{сух}i} \gamma_{\text{сух}} + z b_{3i} \cdot \gamma b_{3i},$$

где  $Z2, X$  – приведены на рисунке 1а.

Выражение (10) в идентификаторах имеет следующий вид:

$$K1 = \frac{Z1(rQq2 \times \text{Tan\_Fi}) + rCi}{rQq \times (X - Z2)} \quad (11)$$

Метод А.А. Ничипоровича отличается от двух выше названных тем, что объёмные силы, такие как взвешивающее фильтрационное давление и поровое давление, заменяются поверхностными силами.

Коэффициент запаса устойчивости выражается отношением удерживающих сил к сдвигающим [1] (см. рис. 1б):

$$K = \frac{\sum tg \varphi_i [Q_i \cos \alpha_i - (B_n + \Phi_n + \Pi_n)] + \sum (C_i \Delta S)}{\sum Q_i \sin \alpha_i}, \quad (12)$$

$$B_n + \Phi_n = \frac{hn \cdot B}{\cos \alpha_i}, \quad Q_i = B(z_{\text{сух}i} \gamma_{\text{сух}} + z_{\text{нас}i} \gamma_{\text{нас}}), \quad hn = z_{\text{нас}}.$$

где

Выражение (12) в идентификаторах имеет вид

$$K = \frac{\text{Tan\_Fi} \times (rQq \times \text{Cos\_B} - (W_n + rPv)) + (rCi \times dS)}{rQq \times \text{Sin\_B}} \quad (13)$$

Выбор в качестве расчётных нескольких формул обусловлен отсутствием единой точки зрения на характер процессов, происходящих при разрушении откосов, и вероятностным характером методик расчёта. При этом следует отметить, что метод весового давления Р.Р. Чугаева рекомендуется в качестве нормативного [5].

Надежность коэффициентов запаса по методу Г. Крея гарантируется большим количеством проделанных практических расчётов и безаварийной работой сооружений, рассчитанных по этому методу.

Кроме того, результаты расчётов по методу Г. Крея весьма близки к полученным по методу Тейлора, учитывая все уравнения равновесия.

Метод поверхностных сил А.А. Ничипоровича также довольно распространён и даёт возможность получить коэффициент запаса, исходя из силовой схемы, принципиально отличающейся от двух вышеприведённых.

Таким образом, одновременное применение рассмотренных методов позволяет оценить устойчивость сооружения наиболее надёжно.

Программы и алгоритмы, приведённые в работах [6, 7], не обладают достаточной полнотой учёта различных факторов, влияющих на устойчивость сооружения (неоднородность физико-механических свойств, геологическое строение, фильтрационные силы, поровое давление, сейсмические силы и т.д.), поэтому авторами предложено осуществить разработку программного обеспечения, которое позволило бы в рамках принятых методов Г. Крея, Р.Р. Чугаева и А.А. Ничипоровича учитывать:

- практически любую неоднородность физико-механических свойств грунта откоса;
- фильтрационные силы;
- любую конфигурацию откоса;
- поровое давление в грунтах (по методам Г. Крея и А.А. Ничипоровича);
- действие сейсмических сил (по методу Р.Р. Чугаева).

При этом находятся минимальные коэффициенты запаса устойчивости с заданной степенью точности, зависящей от числа итераций в разрабатываемом алгоритме расчёта. Кроме того, принятая нами схема расчёта не подразумевает направленного поиска кривой обрушения с наименьшим коэффициентом запаса устойчивости, как рекомендовано в работах [2, 4]. При этом решается задача вычисления значений функции с заданными пределами изменения трех переменных, радиуса и координат его начала.

Шаг изменения радиуса и область, в которой будут меняться его координаты, могут быть выбраны в достаточно широком диапазоне величин. Это позволяет оценивать устойчивость сооружения более надёжно, так как выбор начальных значений трех переменных и шагов изменения по каждой переменной при расчёте неоднородных откосов сложного геологического строения представляет известную трудность.

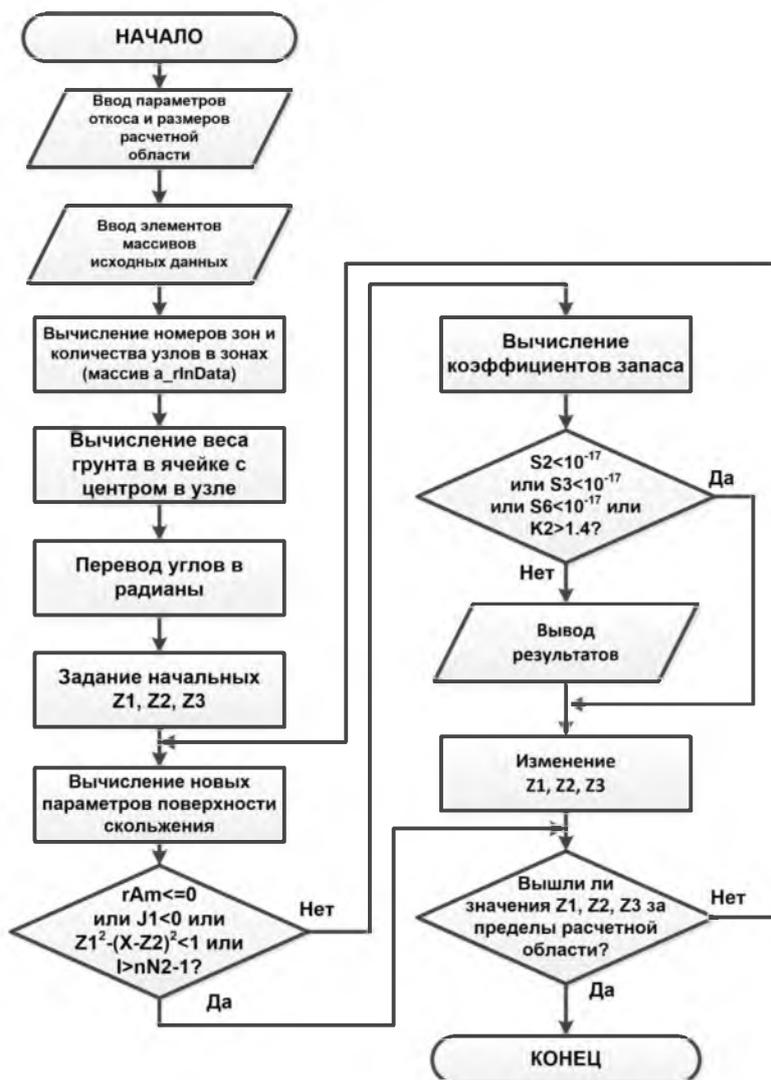
Кроме того, следует отметить, что способ весового давления рекомендуется применять при  $ctg \alpha > 1.7$  [5].

### Разработка алгоритма программы и подготовка исходных данных

В соответствии с изложенной методикой построим алгоритм расчёта, определим функции и разработаем модульную структуру программного обеспечения. В соответствии с последовательностью и логикой методики расчета включим в состав программного обеспечения следующие функциональные модули:

- 1) ввода параметров откоса и размеров расчётной области;
- 2) ввода значений элементов массивов исходных данных;
- 3) вычисления номеров зон и количества узлов, принадлежащих каждой зоне;
- 4) вычисление параметров грунта в ячейке, центром которого служит узел;
- 5) определения расчётных параметров возможных кривых обрушений;
- 6) вычисления новых параметров поверхности скольжения;
- 7) вычисления коэффициентов запаса;
- 8) модификации расчетных параметров возможных кривых обрушений.

Блок-схема алгоритма расчета приведена на рисунке 2.



Для подготовки исходных данных на поперечном разрезе откоса и его основания, выполненном в одном вертикальном и горизонтальном масштабах, показывается их геологическое строение и положение кривой депрессии.

Ось X проводится горизонтально ниже поверхности основания на расстоянии, равном половине высоты ячейки сетки (рис. 3). Ось Y проводится через точку излома. Точка излома – точка пересечения поверхности основания и прямой, проведенной под углом  $\alpha$  к этой поверхности так, чтобы весь откос был расположен по одну сторону от неё.

Рис. 2. Блок-схема алгоритма расчета

На откос накладывается прямоугольная сетка узлов. Считается, что грунт в прямоугольнике, центром тяжести которого служит узел сетки, однороден.

Профиль разбивается на зоны, которым присваиваются номера, начиная с 1 до 3. При этом основание должно иметь №3.





Второй массив ( $a\_nZoneCent$ ) содержит целые числа, в которых первые две цифры представляют номер зоны, а последние две – число узлов. При формировании массива узлы обходятся сверху вниз, начиная с первого столбца (см. табл. 1).

Таблица 1

Состав и содержание массивов входных начальных данных

Массив $a\_rInData$	Массив $a\_nZoneCent$	Массив $a\_rQ$
$nN1=-18$	40018	1.7; 1.8; 1.6; 0.0
$nN2=0$	10001	
$nM1=0$	40015	
$nM2=9$	10004	Массив $a\_rC$
$nN3=4$	40013	1.5; 1.0; 2.0; 0.0
$nN=-18$	10006	
$tT=1,7$	40011	Массив $d a\_rQv$
$dX=4$	20002	1.7; 1.8; 1.6
$dY=1$	10006	
$dK=0$	40009	
$a\_rZ [1]=42$	20004	Массив $a\_rVolW$
$a\_rZ [2]=0$	10006	0; 0; 0
$a\_rZ [3]=42$	40007	
$dZ [1]=1.0$	20006	Массив $a\_rFi$
$dZ [2]=1.0$	10006	25; 20; 15
$dZ [3]=1.0$	40004	
$a\_rB [1]=44.0$	30001	
$a\_rB [2]=3.0$	20008	Массив $a\_rLimP$
$a\_rB [3]=44$	10006	0; 0; 0
$nN8=29$	40002	
	30003	
	20008	
	10008	
	30005	
	20008	
	10006	
	30005	
	20008	
	10006	

Третий массив ( $a\_rQ$ ) содержит в порядке нумерации зон значения объёмных весов грунтов в состоянии естественной влажности для зон, лежащих выше кривой депрессии, а для остальных – с учётом насыщения (тс/м<sup>3</sup>).

Четвёртый массив ( $a\_rC$ ) содержит в порядке нумерации зон значения сцепления грунтов (тс/м<sup>2</sup>).

Пятый массив ( $a\_rQv$ ) содержит значения объёмных весов в состоянии естественной влажности для зон, лежащих выше кривой депрессии, и с учётом взвешивания для остальных зон (тс/м<sup>3</sup>).

Шестой массив ( $a\_rVolM$ ) содержит значения объёмных весов воды для зон, лежащих ниже кривой депрессии (тс/м<sup>3</sup>).

Седьмой массив ( $a\_rFi$ ) содержит значения углов внутреннего трения для всех зон в градусах.

Восьмой массив ( $a\_rLimP$ ) содержит значения поровых давлений для консолидирующихся зон (тс/м<sup>2</sup>).

Для учёта сейсмических сил по Р.Р. Чугаеву необходимо повернуть откос на угол  $tg(1,5 KC)$  относительно откосной линии  $rT$  (см. рис. 3) и вновь описать массивы  $a\_rInData$  и  $a\_nZoneCent$  (KC – коэффициент сейсмичности).

Разработанное программное обеспечение сохраняет результаты расчета в специализированной базе данных, а также выдает их в табличной форме.

Выводятся  $R, j1, j2$ , а также коэффициенты запаса, меньшие 1.4. Коэффициенты, превышающие значение 1.4 интереса не представляют.



### Решение контрольной тестовой задачи

Расчётная схема рассмотренного в работе [4] слоистого откоса приведена на рис. 4.

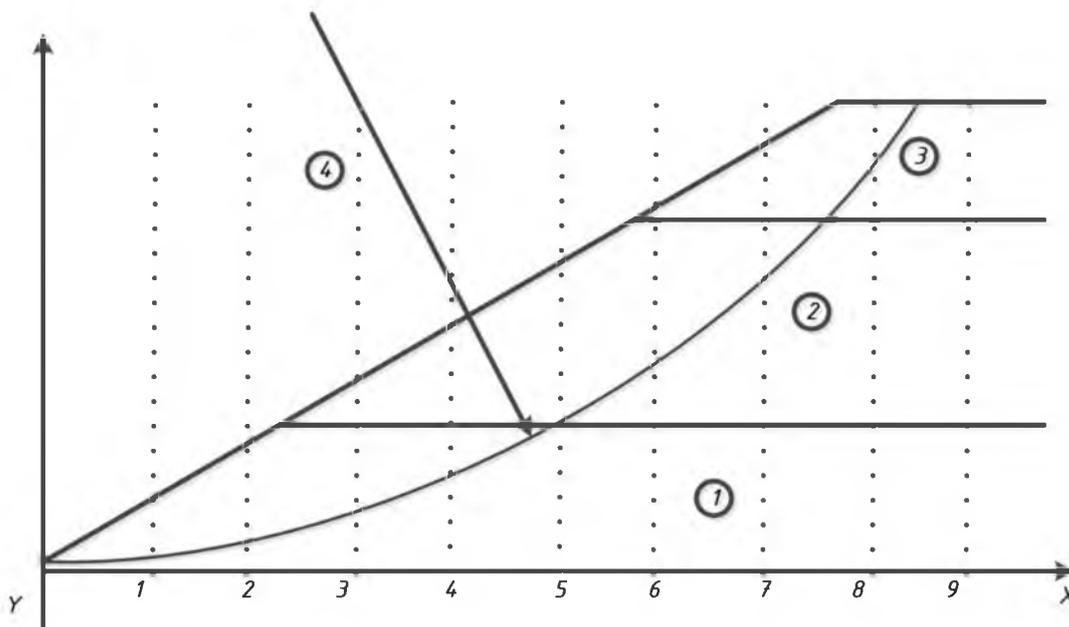


Рис. 4. Расчетная схема решения контрольной задачи

### Анализ полученных результатов

В представленной работе существующие методы расчета устойчивости откосов круглоцилиндрических поверхностей скольжения адаптированы для применения на компьютере. Результаты выполненных расчётов при  $K_2 < 1.4$  приведены в табл. 2.

Таблица 2

Расчётные коэффициенты запаса, полученные на ЭВМ

$R$	$X$	$Y$	$j_1$	$j_2$	$K_1$	$K_2$	$K_3$
43.00	0.00	44.00	0.00	9.00	1.27	1.31	1.28
43.00	3.00	44.00	0.00	9.00	1.29	1.34	1.30

На практике расчеты осуществляются для достаточно большого объема кривых обрушения (в зависимости от шага дискретизации расчетной области). Поэтому не представляется возможным их осуществление в ручном режиме, т.к. точка с минимальным коэффициентом запаса устойчивости может находиться на любой кривой обрушения. Кроме того, расчет одной кривой обрушения – также сложная процедура. В связи с этим произведем оценку правильности расчетов по заранее известным значениям [2]. Результаты сравнения коэффициентов запаса устойчивости для одной из поверхностей скольжения, полученных на ЭВМ и известных, показаны на рисунке 5.

По схеме расчета рассматриваемого трехслойного откоса расхождение полученных коэффициентов запаса устойчивости составил соответственно 0.9%, 1.6% и 4% относительно рассчитанных в работе [2] при аналогичных начальных условиях, что приемлемо для использования в практике расчетов.

Таким образом, осуществление расчетов на ЭВМ позволяет существенным образом повысить точность за счет увеличения числа дискретных зон в расчетной схеме, организовать практический расчет устойчивости, исходя из всех возможных значений радиуса поверхности обрушения и его координат, что существенно повышает достоверность выполняемых расчетов.

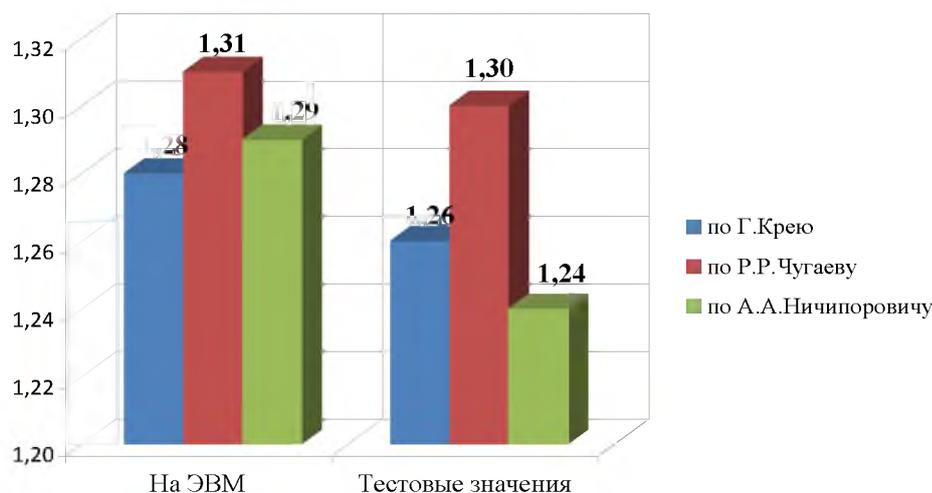


Рис. 5. Сравнения коэффициентов запаса устойчивости

#### Список литературы

1. Строительные нормы и правила: СНиП 33-01-2003. Гидротехнические сооружения. Основные положения [Текст]: нормативно-технический материал. – Москва: [б.и.], 2004. – 27 с.
2. Отраслевой дорожный методический документ. ОДМ 218.2.006-2010. Отраслевой дорожный методический документ. Рекомендации по расчету устойчивости оползнеопасных склонов (откосов) и определению оползневых давлений на инженерные сооружения автомобильных дорог [Текст]: нормативно-технический материал. – Москва: [б.и.], 2011. – 114 с.
3. Цыгович, Н.А. Механика грунтов: Краткий курс. Изд.7 [Текст] / Н.А. Цыгович. – М: НИИОСП, 2013. - 272 с.
4. Munoz-Hernandez, G.A. Modelling and Controlling Hydropower Plants [Текст] / G.A. Munoz-Hernandez, S.P. Mansoor, D.I. Jones. - London: Springer-Verlag, 2013. – 305 с.
5. Строительные нормы и правила: СНиП 2.06.05-84. Плотины из грунтовых материалов [Текст]: нормативно-технический материал. – Москва: [б.и.], 1991. – 36 с.
6. Негусторов, В.Г. Алгоритмы расчёта устойчивости бортов и отвалов карьеров на ЭВМ [Текст] / В.Г. Негусторов // Осушение месторождений, специальные горные работы, рудничная геология, маркшейдерское дело / ВИОГЕМ - Белгород, 1973. - Вып. 18. – С 8-12.
7. Красильников, Н.А. Программа расчёта устойчивости земляных плотин [Текст] / Н.А. Красильников // Применение ЭВМ для решения задач, связанных с исследованием, проектированием и строительством ГЭС / С.-Пб – Энергия, 1993. – Ч. 1. – С. 23-27.

### ALGORITHM AND SOFTWARE OF EARTH CONSTRUCTIONS SLOPES STABILITY CALCULATION ON ROUND CYLINDRICAL TO SLIDING SURFACES

**V.V. Lomakin, S.V. Sergeev,  
E.V. Lychagin, O.S. Reznichenko**

*Belgorod State National Research University, 85, Pobedy St., Belgorod, 308015, Russia*

*E-mail: lomakin@bsu.edu.ru;  
sergeev@bsu.edu.ru;  
lychagin@bsu.edu.ru;  
oreznichenko@bsu.edu.ru*

The article deals with technique of information technologies application for stability calculation of earth constructions slopes and natural slopes by R.R. Chugayev's, G. Krey's and A.A. Nichiporovich's methods. According to the offered recommendations it is possible to receive the minimum coefficients of stability factor taking into account all operating forces, a geological structure and a configuration for all cases recommended by Construction Norms and Regulations 2.06.05-84. The technique is intended for calculations of stability of earth constructions and natural slopes on the computer.

Key words: stability of earth slopes, coefficient of stability factor, stability of earth constructions, hydraulic engineering constructions.