



КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ХАОТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ В СТАБИЛИЗАТОРЕ НАПРЯЖЕНИЯ С ЭЛЕКТРОННЫМ РЕЛЕЙНЫМ ЭЛЕМЕНТОМ

Р.А. НАБОКОВ
В.Г. РУБАНОВ

*Белгородский государственный
технологический
университет
им. В.Г. Шухова*

*e-mail: nabo-
kov.roman@mail.ru, ruba-
nov@intbel.ru*

Представлены результаты компьютерного моделирования и экспериментального исследования сконструированной нелинейной динамической системы, обладающей хаотической динамикой, а так же результаты исследования свойств псевдолинейного корректирующего элемента. Реализована физическая модель псевдолинейного регулятора, и приведены результаты применения этого регулятора для демпфирования хаотических колебаний сконструированной системы.

Ключевые слова: релейная система, периодические колебания, квазипериодические колебания, хаотическая динамика, псевдолинейный корректирующий элемент.

Релейные системы представляют собой важный класс нелинейных автоматических систем, широко применяемых в различных отраслях промышленности. Основным режим устойчивой работы релейных систем рассматриваемого класса – режим автоколебаний, которые представляют собой колебания с постоянной амплитудой и постоянной частотой, что поддерживается не внешним периодическим воздействием, а определяется свойствами самой системы. В то же время, экспериментально и с помощью компьютерного моделирования обнаружены более сложные режимы, включая квазипериодические и хаотические колебания. Кроме того, для многомерных релейных систем типична ситуация, когда в широких диапазонах изменения параметров сосуществуют несколько аттракторов с различными динамическими характеристиками. При таких условиях воздействие внешнего шума, даже сколь угодно малого, может привести к внезапному переходу от одного динамического состояния к другому. В результате чего возможно не только значительное увеличение динамических ошибок и ухудшение качественных показателей, но и внезапные отказы технологического оборудования.

В настоящее время указанные явления компенсируются за счет тщательного подбора параметров системы, что в свою очередь требует проведения объемного и качественного анализа динамической системы, способствующего выявлению всех возможных режимов движения. С целью сокращения времени на разработку системы, за счет исключения достаточно сложного процесса анализа динамических режимов, необходимого для подбора параметров, становится актуальной задача конструирования корректирующих устройств, способствующих демпфированию хаотического движения системы.

Для получения нелинейной динамической системы, обладающей хаотической динамикой (порядок системы $n \geq 3$), была разработана физическая модель стабилизатора напряжения с управляющим элементом в виде электронного реле с гистерезисом, принципиальная схема которой приведена на рис. 1. Релейные системы такого вида, широко применяются для управления импульсно-модуляционными преобразователями энергии систем автоматизации технологических процессов и энергосберегающих технологий [1].

Реализованная система стабилизации напряжения состоит из следующих основных частей: входной RLC фильтр, полупроводниковый преобразователь напряжения, выходной RLC фильтр, электронное реле с гистерезисом, которое выполняет также функцию сравнивающего элемента. Реле с гистерезисом реализовано на базе двух компараторов $DA1.1$ и $DA1.2$, задающих верхний и нижний пороги переключения релейного элемента (гистерезис), а также RS -триггер, используемый для фиксации текущего значения на выходе реле.

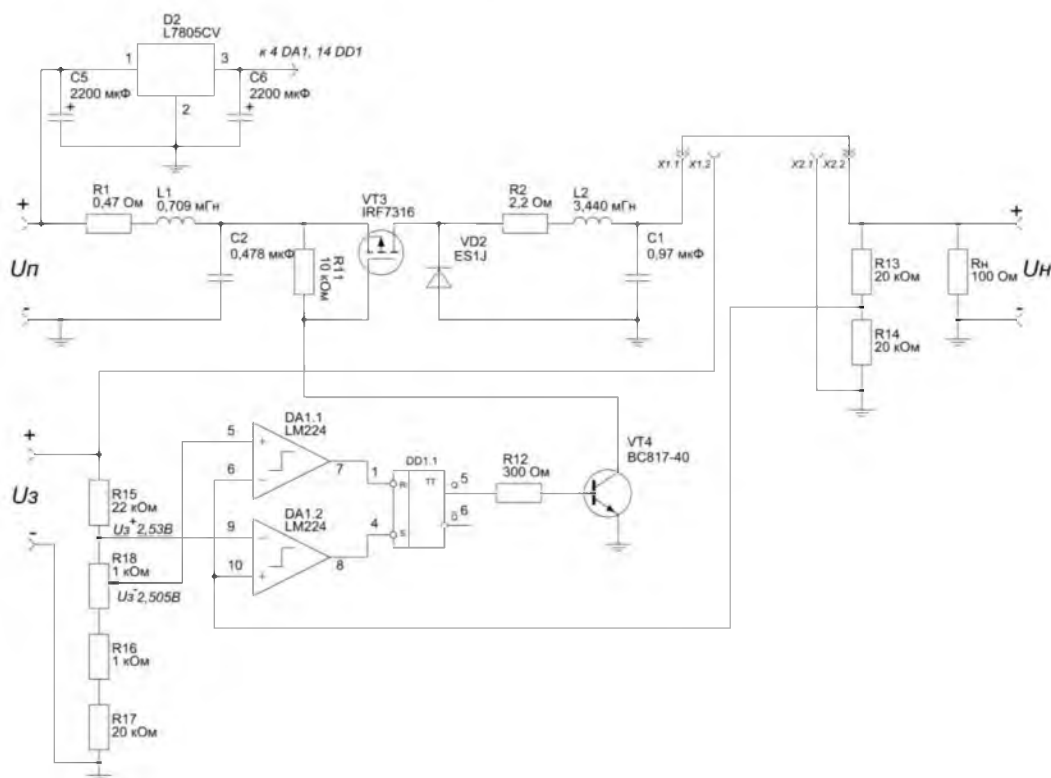


Рис. 1. Принципиальная схема стабилизатора напряжения с электронным релейным элементом

При определенных значениях параметров (U_n – питающее напряжение, U_s – напряжение задания, χ – ширина зоны гистерезиса, R_n – сопротивление нагрузочного резистора) система проявляет хаотическое движение, что свойственно нелинейным динамическим системам, описываемым дифференциальными уравнениями третьего и старшего порядков.

На рис. 2 представлена схема замещения для разработанного стабилизатора напряжения, на основании которой была получена упрощенная математическая модель системы [1], [4].



Рис. 2. Схема замещения для стабилизатора напряжения

На основании известного постулата Папалекси-Мандельштама для емкости и индуктивности и 1-го и 2-го законов Кирхгофа:

$$\begin{aligned}
 C \frac{dU_c}{dt} &= i_c; & L \frac{di_L}{dt} &= U_L; \\
 \sum_{j=1}^n I_j &= 0; & \sum_{k=1}^n E_k &= \sum_{k=1}^m U_k = \sum_{k=1}^n R_k \cdot I_k;
 \end{aligned}
 \tag{1}$$



опишем схему замещения стабилизатора (рис. 2) в виде следующих дифференциальных уравнений [2], [4]:

$$\begin{aligned} C_1 \frac{dU_1}{dt} + i &= i_1; & C_2 \frac{dU_2}{dt} + \frac{U_2}{R_n} &= i_2; \\ L_1 \frac{di_1}{dt} + R_1 i_1 + U_1 &= U_n; & L_2 \frac{di_2}{dt} + R_2 i_2 + U_2 &= U; \end{aligned} \tag{2}$$

где

$$U = \begin{cases} U_1, & K^F = 1; \\ 0, & K^F = -1; \end{cases} \quad i = \begin{cases} i_2, & K^F = 1; \\ 0, & K^F = -1; \end{cases} \tag{3}$$

или

$$U = \frac{1}{2}(1 + K^F(\varepsilon))U_1; \quad i = \frac{1}{2}(1 + K^F(\varepsilon))i_2. \tag{4}$$

Здесь ε – сигнал, подаваемый на вход электронного релейного элемента, K^F – сигнал на выходе реле.

Тогда система дифференциальных уравнений, упрощенно описывающая исследуемую систему, будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{di_1}{dt} = -\frac{R_1}{L_1}i_1 - \frac{1}{L_1}U_1 + \frac{U_n}{L_1}; \\ \frac{dU_1}{dt} = \frac{1}{C_1}i_1 - \frac{1 + K^F(\varepsilon)}{2C_1}i_2; \\ \frac{di_2}{dt} = \frac{1 + K^F(\varepsilon)}{2L_2}U_1 - \frac{R_2}{L_2}i_2 - \frac{1}{L_2}U_2; \\ \frac{dU_2}{dt} = \frac{1}{C_2}i_2 - \frac{1}{C_2R_n}U_2; \end{cases} \tag{5}$$

Введем обозначения:

$$x_1 = R_1 i_1, \quad x_2 = U_1, \quad x_3 = R_2 i_2, \quad x_4 = U_2.$$

Тогда систему дифференциальных уравнений можно представить в виде:

$$\frac{dX}{dt} = G(X), \quad X = (x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4)^T; \quad G = (g_1 \ g_2 \ g_3 \ g_4)^T, \tag{6}$$

где

$$g_1 = \eta(-x_1 - x_2 + \Omega);$$

$$g_2 = \gamma(x_1 - \frac{1}{2}(1 + K_k^F(\varepsilon))x_3);$$

$$g_3 = \frac{\mu(1 + K_k^F(\varepsilon))}{2}x_2 - \nu x_3 - \mu x_4;$$

$$g_4 = \lambda(\frac{x_3}{\alpha} - \frac{x_4}{\beta});$$

$$K_k^F = K_{k-1}^F \text{sign}(\chi_0 + (-1)^{N_{k-1}} \varepsilon(X)), \quad K_0^F = -1;$$

$$N_k = N_{k-1} + \frac{1 - \text{sign}(K_k^F K_{k-1}^F)}{2}, \quad N_0 = 0, \quad k = 1, 2, \dots$$

$$\varepsilon(X) = U_3 - K_{oc} x_4;$$

$$\eta = \frac{R_1}{L_1}, \quad \Omega = U_n, \quad \gamma = \frac{1}{C_1 R_1}, \quad \mu = \frac{R_1}{L_2}, \quad \nu = \frac{R_2}{L_2}, \quad \lambda = \frac{1}{C_2}, \quad \beta = R_n, \quad \alpha = R_1.$$

В матричной форме система будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{dX}{dt} = A_k X + B; \tag{7}$$



$$A_k = \begin{pmatrix} -\eta & -\eta & 0 & 0 \\ \gamma & 0 & -\frac{\gamma}{2}(1+K_k^F(\varepsilon)) & 0 \\ 0 & \frac{\mu}{2}(1+K_k^F(\varepsilon)) & -\nu & -\mu \\ 0 & 0 & \frac{\lambda}{\alpha} & -\frac{\lambda}{\beta} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \eta\Omega \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$K_k^F = K_{k-1}^F \text{sign}(\chi_0 + (-1)^{N_{k-1}} \varepsilon(X)), \quad K_0^F = -1;$$

$$N_k = N_{k-1} + \frac{1 - \text{sign}(K_k^F K_{k-1}^F)}{2}, \quad N_0 = 0, \quad k = 1, 2, \dots$$

$$\varepsilon(X) = U_s - U_{oc} X; \quad U_{oc} = (0, 0, 0, K_{oc}).$$

Для решения полученной системы дифференциальных уравнений с разрывной правой частью (1.6) было создано программное обеспечение, реализующее численное интегрирование методом Рунге-Кутты 4-го порядка.

Как видно из рис. 3 – рис. 5, в исследуемой системе в зависимости от варьируемого параметра – U_n проявляются три типа движения: периодические колебания (рис. 3), квазипериодические колебания (рис. 4) и хаотическое движение (рис. 5) или движение по так называемому «странному аттрактору».

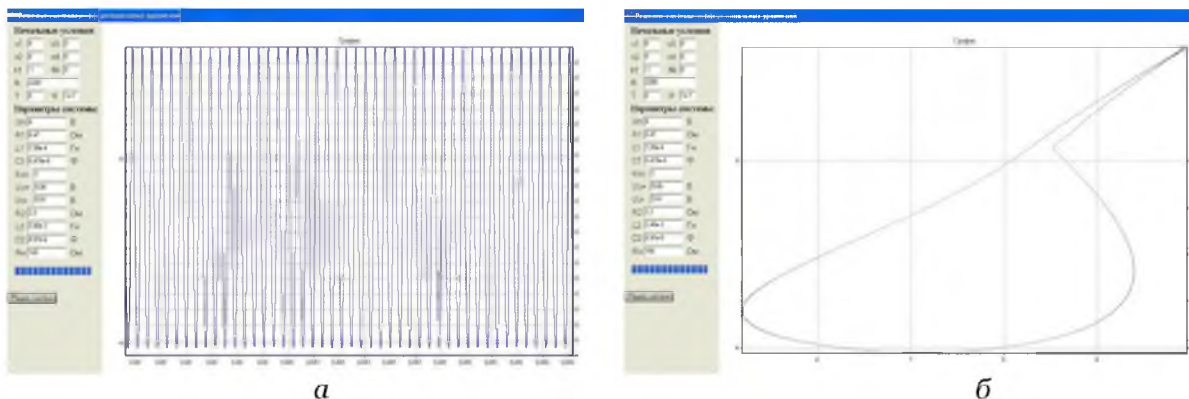


Рис. 3. Результаты исследования системы при $U_n = 8 \text{ В}$: а – график зависимости $U_{C_2}(t)$; б – фазовый портрет движения изображающей точки $U_{C_2}(U_{C_1})$

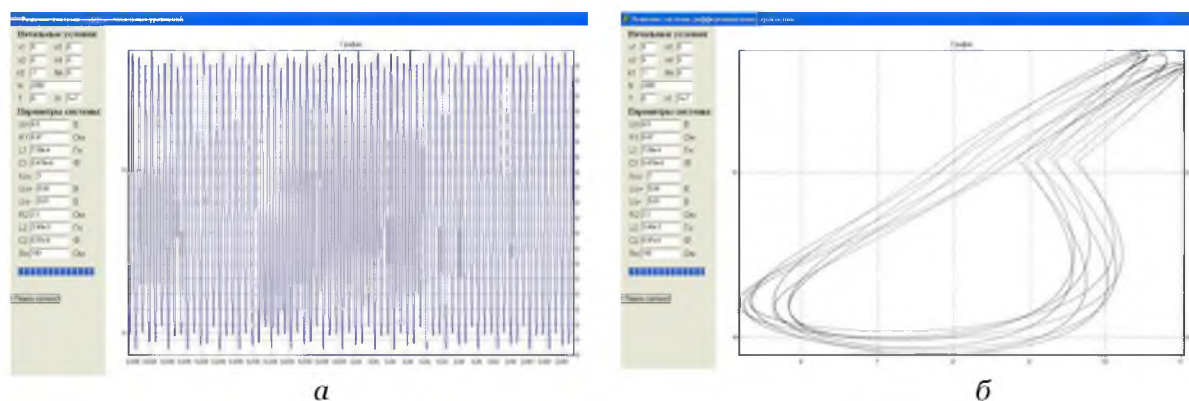


Рис. 4. Результаты исследования системы при $U_n = 8,5 \text{ В}$: а – график зависимости $U_{C_2}(t)$; б – фазовый портрет движения изображающей точки $U_{C_2}(U_{C_1})$

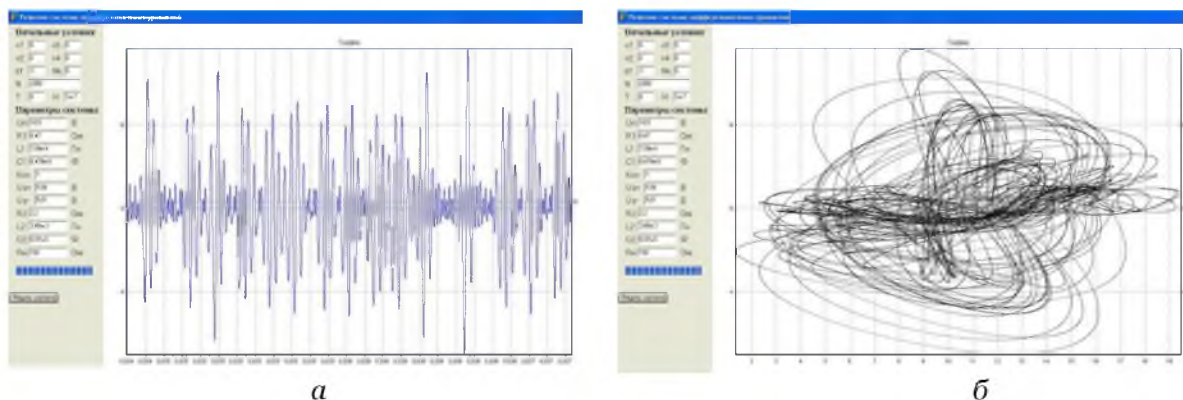


Рис. 5. Результаты исследования системы при $U_n = 10,5 \text{ В}$: а – график зависимости $U_{C_2}(t)$; б – фазовый портрет движения изображающей точки $U_{C_2}(U_{C_1})$

Далее было произведено исследование динамики системы на физической модели, в результате чего получены осциллограммы (рис. 6 – рис. 8), демонстрирующие три типа движения, при значениях варьируемого параметра – U_n , использованных при программном исследовании математической модели системы.

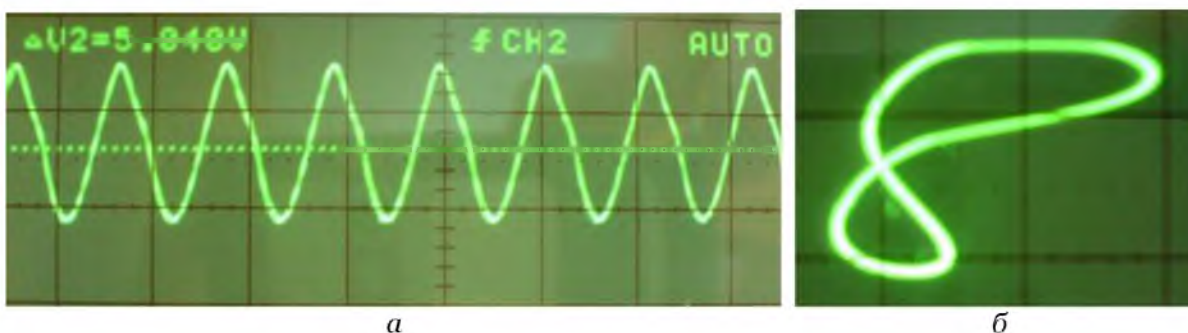


Рис. 6. Результаты исследования физической модели системы при $U_n = 8 \text{ В}$: а – осциллограмма зависимости $U_{C_2}(t)$; б – осциллограмма движения изображающей точки на плоскости (U_{C_2}, U_{C_1})



Рис. 7. Результаты исследования физической модели системы при $U_n = 8,5 \text{ В}$: а – осциллограмма зависимости $U_{C_2}(t)$; б – осциллограмма движения изображающей точки на плоскости (U_{C_2}, U_{C_1})

Для демпфирования разработанной нелинейной динамической системы был выбран псевдолинейный тип корректирующих устройств, которые подразделяются на корректирующие звенья с ослаблением амплитуды входного сигнала с ростом его частоты без изменения фазы выходного сигнала и звенья, способствующие увеличению фазового опережения с ростом частоты без изменения амплитуды [3].



Рис. 8. Результаты исследования физической модели системы при $U_n = 10,5 \text{ В}$:
а – осциллограмма зависимости $U_{C_2}(t)$; б – осциллограмма движения изображающей точки на плоскости (U_{C_2}, U_{C_1})

Из рис. 5, а и рис. 8, а видно, что переход физической модели к хаотической динамике сопровождается всплесками роста амплитуды. Исходя из этих соображений, для демпфирования было выбрано псевдолинейное корректирующее устройство способствующее ослаблению амплитуды сигнала.

Работа псевдолинейного корректирующего устройства с ослаблением амплитуды была промоделирована в системе Matlab Simulink (рис. 9).

Блок «signum» реализует функцию знака входного сигнала относительно U_s , блок «modul» берет модуль относительно U_s . Результаты моделирования представлены на рис. 10 в виде прямой линии – U_s , входного синусоидального сигнала – $U_{вх}$ и выходного сигнала – $U_{вых}$ меньшей амплитуды, относительно входного.

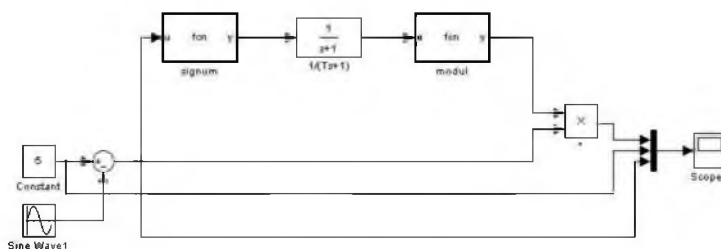


Рис. 9. Модель псевдолинейного корректирующего элемента с ослаблением амплитуды

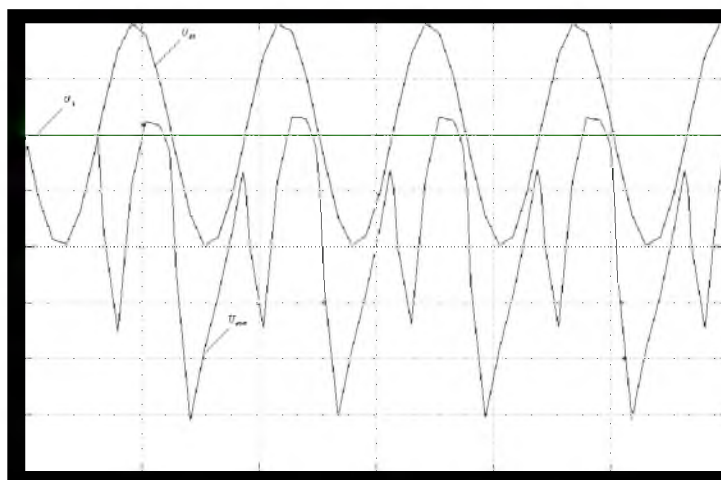


Рис. 10. Результаты моделирования работы элемента с ослаблением амплитуды

Свойства выбранного регулятора были так же исследованы математически. Графики амплитудно-частотной (рис. 11, а) и фазочастной (рис. 11, б) характеристик в логарифмическом масштабе построены по следующим функциональным зависимостям [3]:

$$A(\omega) = \sqrt{\left(1 - \frac{2\alpha}{\pi}\right)^2 + \frac{4\sin\alpha}{\pi(1+4\omega^2T^2)} \left(1 - \frac{2\alpha}{\pi}\right) (\cos\alpha - 2\omega T \sin\alpha) + \frac{\sin\alpha}{\alpha}}, \tag{8}$$

$$\varphi(\omega) = -\text{arctg} \frac{2\sin\alpha(\sin\alpha + 2\omega T \cos\alpha)}{(\pi - 2\alpha)(1 + 4\omega^2T^2) + 2\sin\alpha(\cos\alpha - 2\omega T \sin\alpha)}. \tag{9}$$

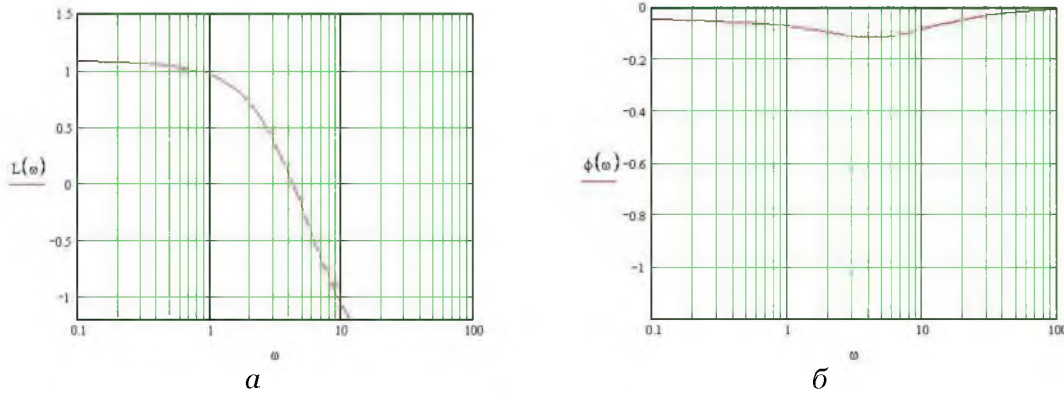


Рис. 11. Характеристики псевдолинейного регулятора, построенные в логарифмическом масштабе: а – амплитудно-частотная; б – фазочастотная

На рис. 11, а представлена амплитудно-частотная характеристика псевдолинейного регулятора, аналогичная той же характеристике апериодического звена, имеющей наклон -20 дБ/дек. Однако представленная на рис. 11, б его фазочастотная характеристика существенно отличается от характеристики инерционного звена. Максимальное отставание по фазе при $T = 0.1$ с на частоте, где возникают хаотические режимы движения, не превышает 10° .

График комплексной частотной характеристики (рис. 12) показывает, что КЧХ псевдолинейного регулятора, обладающего свойствами подавления амплитуды без внесения существенного отставания по фазе, приближается по форме к желаемой КЧХ, т.е. КЧХ, демонстрирующей подавление амплитуды входного сигнала с ростом его частоты почти без изменения фазы выходного сигнала [3].

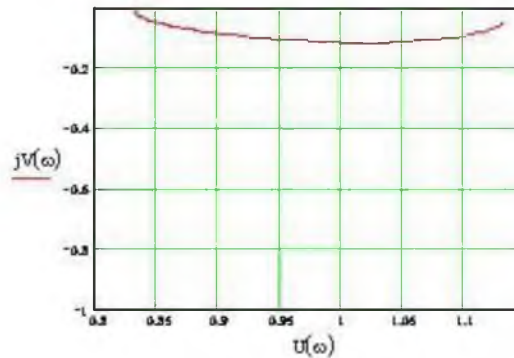


Рис. 12. КЧХ псевдолинейного корректирующего устройства

Выбранное корректирующее звено было реализовано с использованием микроконтроллера STM8S105. Сконструированный регулятор, принципиальная схема которого представлена на рис. 13, состоит из следующих основных блоков: управляющего микроконтроллера, в состав которого входит семиканальный 10-разрядный аналого-цифровой преобразователь, 8-разрядного цифро-аналогового преобразователя, реализованного на делителях напряжения по стандартной схеме $R-2R$, операционного усилителя в неинвертирующем включении.

Осциллограммы, демонстрирующие демпфирующие свойства сконструированного корректирующего устройства представлены на рис. 14. Если сравнить графики напряжения $U_{C_2}(t)$ нескорректированной системы (рис. 8, а) и $U_{R_n}(t)$ системы с псевдолинейным корректирующим устройством (рис. 14, а), то можно наблюдать уменьшение амплитуды выходного сигнала в системе с корректирующим устройством.

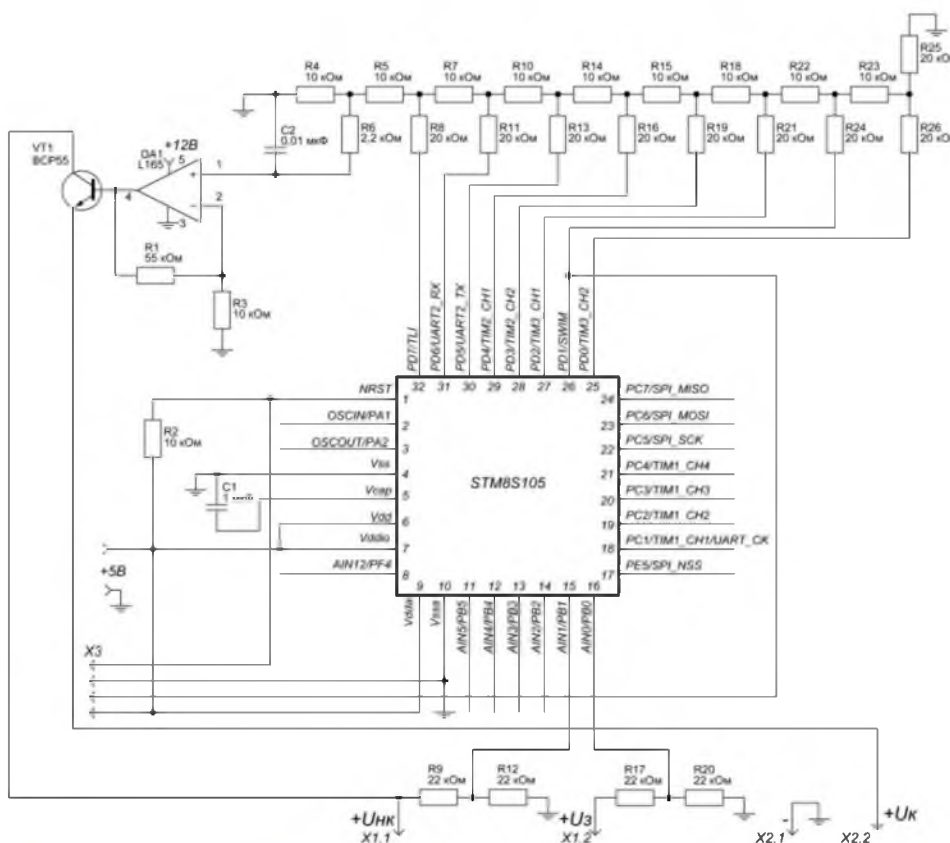


Рис. 13. Принципиальная схема псевдолинейного корректирующего устройства

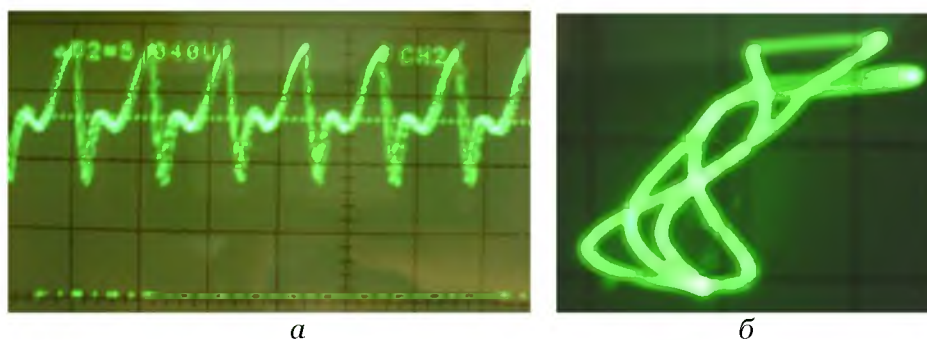


Рис. 14. Результаты исследования физической модели скорректированной системы при $U_n = 10,5 \text{ В}$: а – осциллограмма зависимости $U_{R_n}(t)$; б – осциллограмма движения изображающей точки на плоскости (U_{C_2}, U_{C_1})

За счет проявления скорректированной системой свойств ослабления амплитуды выходного сигнала, в системе не возникает режим хаотического движения при тех же значениях управляющих параметров, при которых имели место хаотические колебания в нескорректированной системе. Характерным движением в этом случае являются квазипериодические колебания. Это легко видеть сравнивая фазовые траектории, представленные на рис. 8, б и рис. 14, б.

Таким образом, сконструирована и реализована нелинейная динамическая система – стабилизатор напряжения с электронным релейным элементом, обладающая свойствами хаотичности, получена упрощенная математическая модель системы, теоретически, основываясь на полученной математической модели, и экспериментально, используя физическую модель, исследована динамика разработанной системы и получены иллюстрации периодического, квазипериодического и хаотического режимов движения, выбрано и промоделировано псевдолинейное корректирующее устройство в системе Matlab Simulink, проявляющее свойства подавление амплитуды



входного сигнала с ростом его частоты без изменения фазы выходного сигнала, построены логарифмическая амплитудно-частотная, фазочастотная и комплексная частотная характеристика, на основе чего сконструирован и реализован псевдолинейный регулятор, получены осциллограммы движения скорректированной системы, демонстрирующие демпфирующие свойства псевдолинейного звена в виде подавления хаотических режимов, имевших место в нескорректированной системе.

Список литературы

1. Жусубалиев Ж.Т. Хаотические колебания в технических системах [Текст]: монография / Ж.Т. Жусубалиев, В.Г. Полищук, В.С. Титов; Курск. гос. техн. ун-т. Курск, 2008. 201 с.
2. Набоков Р.А. Разработка и математическое описание релейной системы с гистерезисом, обладающей хаотической динамикой / Р.А. Набоков, В.Г. Рубанов // Математические методы в технике и технологиях – ММТТ-24 [текст]: сб. трудов XXIV Междунар. научн. конф.: в 10 т. Т.6. Секция 6,7 / под общ. ред. В.С. Балакирева. – Киев: Национ. техн. ун-т Украины «КПИ», 2011 – с. 102-104.
3. Рубанов В.Г. Теория автоматического управления (нелинейные, оптимальные и цифровые системы): учеб. пособие / В.Г. Рубанов. – Ч.П. – Белгород: Изд-во БГТУ, 2006. – 256 с.
4. Zhusubaliyev Z.T. Bifurcations and Chaos in Piecewise-smooth Dynamical System / Z.T. Zhusubaliyev, E. Mosekilde. – World Scientific, 2003. – P. 363.

COMPUTER SIMULATION OF THE CHAOTIC OSCILLATIONS IN THE VOLTAGE STABILIZER WITH AN ELECTRONIC RELAY ELEMENT

**R.A. NABOKOV
V.G. RUBANOV**

*Belgorod Shukhov State
Technological University*

*e-mail: nabo-
kov.roman@mail.ru, ruba-
nov@intbel.ru*

The results of computer simulation and experimental studies constructed nonlinear dynamical system with chaotic dynamics, as well as the results of investigating the properties of pseudolinear correcting element. Implemented a physical model of the pseudolinear regulator, and shows the results of this regulator to suppress the chaotic oscillations of the system constructed.

Keywords: relay system, periodic oscillations, quasi-periodic oscillations, chaotic dynamics, pseudolinear correcting element.