

АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

ГЕОГРАФИЯ И ПРИРОДНЫЕ РЕСУРСЫ

№ 4

(Отдельный оттиск)

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
Новосибирск-1987

А. М. ТРОФИМОВ, В. М. МОСКОВКИН

МОДЕЛИРОВАНИЕ УСТОЙЧИВОЙ СИСТЕМЫ РЕКА — КАНАЛ

Моделирование устойчивых систем типа река—канал — актуальная задача в свете проблемы переброски части стока рек, когда большое практическое значение приобретают вопросы прогноза динамики существующих и появления новых геоморфологических процессов [1]. При этом обычно рассматриваются вопросы влияния водохранилищ и ГЭС на русловый режим рек [2, 3]. В то же время при расчете устойчивых каналов, а также при анализе в них руслоформирующих процессов обычно не учитывается их влияние на процесс формирования профилей рек. Каких-либо подходов к моделированию устойчивых систем река — канал до сих пор нет.

Под устойчивыми системами понимаются такие, в которых необратимые деформации как в реке, так и в канале сведены к минимуму. Проблема возникновения необратимых деформаций наиболее существенна при переброске стока [3, 4].

В качестве объекта моделирования рассмотрим продольные профили рек и каналов в обобщенном виде, без учета деталей рельефа, включая плесы и перебаты [5]. Таким образом, при моделировании учитываются только необратимые деформации и исключаются все обратимые. Больше всего этому соответствует продольный профиль речной долины. Анализ формирования профилей речных долин в прикладных целях (морфоструктурные исследования, россыпеобразования) посвящен ряд работ [6—9]. Мы рассмотрим продольный профиль реки в геоморфологическом аспекте (т. е. продольный профиль речной долины). Такой подход вполне оправдан, так как в целом профиль реки при высокой воде почти не отличается от профиля речной долины [10, 11].

В основу моделирования устойчивых (выработанных) профилей положим стационарное уравнение баланса наносов и рассмотрим детально основные предпосылки такого моделирования.

1. По определению А. В. Караушева [12], транспортирующей способностью потока называется расход наносов потока, находящегося в состоянии насыщения, т. е. когда имеет место транзит наносов (динамическое равновесие между руслом и потоком).

2. Транспортирующая способность является функцией уклона, расхода воды, физических свойств наносов и шероховатости русла [12, 13].

3. В процессе эволюции реки происходит выравнивание транспортирующей способности потока по долине русла [13, 14]. В результате для каждой реки формируется характерный профиль с относительно устойчивой формой, обеспечивающей выравнивание транспортирующей способности потока по его длине. Н. И. Маккавеев [13, 15] называет такой профиль выработанным, К. К. Марков [16] — выровненным, А. В. Караушев [12, 14] — динамически устойчивым, А. Болиг [17] — профилем подвижного (динамического) равновесия, А. С. Девдариани [5, 18] — профилем регулярного режима. Ниже мы будем использовать термин «вы-

работанный продольный профиль», для реки понимая его в геоморфологическом аспекте — как выработанный продольный профиль речной долины.

4. Устойчивость формы выработанного профиля понимается как закономерная связь его уклонов с расходом наносов и транспортирующей способностью потока. Эта связь проявляется в том, что уклон в каждой точке профиля, изменяясь в результате эрозии и аккумуляции, колеблется возле некоторого среднего значения, которое обеспечивает транзитный транспорт наносов и тем самым уравнивает транспортирующую способность потока с расходом материала [13, 19, 10].

5. Поскольку расход наносов в среднем в процессе эволюции речного бассейна непрерывно изменяется (уменьшается в стабильных тектонических условиях), выработанный профиль непрерывно перестраивается, уравнивая транспортирующую способность с этим расходом. Таким образом, выработанный профиль находится в непрерывном развитии, неразрывно связанном [21] с ландшафтной обстановкой всего бассейна. Этот профиль в каждый конкретный отрезок времени представляет собой предел, к которому стремится реальный профиль в результате саморегулирования через уклон. Сходные идеи о мобильности (изменчивости во времени) динамического равновесия в системе водный сток — твердый сток — продольный уклон высказывали А. Д. Арманд [22] и И. П. Карташов [23]. Последний показал, что в условиях длительной тектонической стабильности геоморфологическое равновесие в реке не может сохраниться столь же длительно, так как снижение междуречий уменьшает количество поступающего в реку материала, заставляет ее врезаться в грунт и вырывать меньший угол.

Рассмотренные положения полностью находят выражение в стационарном уравнении баланса, первый интеграл которого соответствует постоянству расхода наносов (транспортирующей способности потока) вдоль русла; а второй интеграл при наличии закономерной связи транспортирующей способности с уклоном — выработанному продольному профилю.

Рассмотрим ряд конкретных геоморфологических зависимостей для уклона, предложенных независимо от анализа уравнения баланса наносов, которые позднее позволят выбрать наиболее простую структуру зависимости расхода наносов от уклона и других характеристик при моделировании устойчивой системы река — канал по стационарному уравнению баланса наносов.

Н. И. Маккавеев [15] для выработанного продольного профиля реки получил зависимость

$$i = A/x^n, \quad (1)$$

где i — уклон продольного профиля на расстоянии x от стока; $A, n \geq 1 = \text{const}$, для малых водотоков (оврагов) $n = 1$.

Такую же зависимость на основании исследования 30 горных долин Японии получил Т. Мизутани [24]. Среднее значение показателя n было равно 1, в верховьях рек $n = 0,5 \div 0,7$, в низовьях $n > 1$.

Аналогичную зависимость предложил Л. Бруш [25, 26]:

$$i = ax^k; a, k = \text{const}. \quad (2)$$

Дж. Хак [27, 26] на основании детального анализа 15 рек отмечает значительное влияние на их профили характера геологических пород, которое проявляется через крупность наносов

$$i = k(d/F)^{0,6}, \quad (3)$$

где d — средний размер донных наносов, F — площадь водосбора, $k = \text{const}$.

С. С. Воскресенский и К. С. Воскресенский [6], исследовав 50 рек в различных районах СССР, определили, что выработанный профиль речной долины с однородным геологическим строением описывается формулой

$$i = \tau/\sqrt{F}, \quad (4)$$

где $\tau = \text{const}$.

Установлено, что площадь водосбора является степенной функцией от расстояния l [13, 28, 29], откуда следует, что зависимости (1—4) изоморфны. Все их можно представить как

$$q = -kF^n \frac{dy}{dx}, \quad (5)$$

где $k = \text{const}$, учитывающая влияние физических свойств наносов и шероховатости русла; $q, n = \text{const}$; $i = -\frac{dy}{dx}$; y — уклон и отметка высоты профиля в соответствующей точке x .

Анализируя понятие «выработанный профиль», для которого характерно выравнивание транспортирующей способности потока вдоль по руслу, видим, что постоянная q пропорциональна этой транспортирующей способности. Примем, ее равной транспортирующей способности потока. Уравнение (5) является не чем иным, как первым интегралом стационарного уравнения баланса наносов в диффузионной его форме [18, 30, 31]. Поскольку площадь водосбора (F) линейно зависит от жидкого расхода (Q), вместо F в уравнение (5) можно поставить Q . Рассмотрим зависимости, где непосредственно учтена связь уклона с расходом воды.

Н. И. Маккавеев [13] для расчета расхода наносов (R) предложил формулу

$$R = AiQ^2, \quad (6)$$

где $A = \text{const}$ — эрозионный коэффициент.

В то же время для определения выработанного профиля им в дальнейшем [15] была предложена зависимость

$$Qi = \text{const} \quad (7)$$

при условии, что транспортирующая способность потока пропорциональна кинетической энергии потока, которая, в свою очередь, пропорциональна величине Qi . Отличие формул (6) и (7) понятно, так как первая не соответствует транспортирующей способности потока.

Из подобных соображений исходили В. Лангбейн и Л. Леопольд [32], однако в отличие от Н. И. Маккавеева они кинетическую энергию потока относили к единице ширины русла:

$$\gamma Qi/\omega = \text{const}, \quad (8)$$

где γ — плотность воды, ω — ширина русла.

При наиболее надежной связи ширины русла с расходом воды $\omega \sim Q^{0,5}$, где \sim — знак пропорциональности, они получили зависимость для расчета «квазиравновесного» профиля:

$$Q^{0,5}i = \text{const}. \quad (9)$$

В то же время при минимизации суммарной работы потока на всей длине русла ими была выведена зависимость (7). Таким образом, наиболее вероятный показатель степени жидкого расхода находится между 0,5 и 1, о чем свидетельствуют уклоны современных рек [32].

Для расчета речных наносов используется уравнение Бангольда [33], которое соответствует формуле (6) с единичным показателем степени жидкого расхода.

А. В. Караушев [34] для расчета расхода наносов, соответствующего транспортирующей способности потока, получил формулу

$$q = ki^{1,25}Q^{1,3}, \quad (10)$$

которая довольно близка к зависимости (7) ($q = \text{const}$).

Таким образом, сделанный обзор позволяет выбрать для целей моделирования устойчивой системы река — канал в первом приближении наиболее простую структуру для твердого расхода наносов, соответствующего транспортирующей способности потока

$$q = kiQ = -kQ \frac{dy}{dx} \quad (11)$$

В качестве функции $Q(x)$ возьмем линейную функцию от x : $Q(x) = Q_0 + ax$. С этим согласуется зависимость (1) при $n = 1$ [15, 24]. На такую же связь для малых водотоков указывает Р. А. Нежиховский [28].

Перейдем теперь к основной задаче. Пусть на расстоянии x_1 от стока реки нужно построить канал, непосредственно соединяющийся с рекой и рассчитанный на постоянный водозабор из реки с жидким расходом $Q_k = \text{const}$. Требуется определить расход наносов, забираемых из реки каналом ($q_k = \text{const}$), чтобы влияние на продольный профиль реки (речной долины) было минимальным. В соответствии с найденным оптимальным расходом наносов (транспортирующей способности) в канале (q_k) рассчитывается его устойчивый профиль. Таким образом, будет решена задача одновременной стабилизации профилей реки и канала. Математическая постановка задачи для реки при использовании стационарного уравнения баланса наносов $dq/dx = 0$ будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{cases} k \frac{d}{dx} \left((Q_0 + ax) \frac{dy}{dx} \right) = 0, & -kQ_0 \frac{dy}{dx} \Big|_{x=0} = q_0, & 0 < x < x_1 \\ k \frac{d}{dx} \left((Q_0 + ax - Q_k) \frac{dy}{dx} \right) = 0, & -k(Q_0 + ax_1 - Q_k) \frac{dy}{dx} \Big|_{x=x_1} = q_0 - q_k \\ y(x_1 - 0) = y(x_1 + 0), & y(L) = 0, & x_1 < x < L \end{cases} \quad (12)$$

где L — длина реки или ее отрезка; q_0 — расход наносов в истоке реки ($x = 0$), не изменяющийся вниз по реке до створа канала (x_1); граничное условие второго рода при $x = x_1$ соответствует уменьшению жидкого и твердого расходов в реке (ниже створа канала) после забора каналом твердого расхода q_k и жидкого Q_k ; второе условие в точке $x = x_1$ — условие сопряжения (равенство отметок высот выше и ниже створа канала); последнее условие в точке $x = L$ — условие постоянства базиса денудации.

Решение краевой задачи (12) получим в виде

$$\begin{cases} y(x) = \frac{q_0}{ak} \ln \left(\frac{Q_0 + ax_1}{Q_0 + ax} \right) + \left(\frac{q_0 - q_k}{ak} \right) \ln \left(\frac{Q_0 + aL - Q_k}{Q_0 + ax_1 - Q_k} \right), & 0 < x < x_1 \\ y(x) = \left(\frac{q_0 - q_k}{ak} \right) \ln \left(\frac{Q_0 + aL - Q_k}{Q_0 + ax - Q_k} \right), & x_1 < x < L. \end{cases} \quad (13)$$

В то же время выработанный профиль до строительства канала характеризует уравнение

$$y(x) = \frac{q_0}{ak} \ln \left(\frac{Q_0 + aL}{Q_0 + ax} \right) \quad (14)$$

Следующий этап — определить транспортирующую способность потока в канале q_k , чтобы решение (13) как можно меньше отличалось от решения (14). Для этого из одного решения вычитается другое, и полученное выражение характеризует относительную деформацию профиля

$$\Delta y(x) = \begin{cases} \frac{q_0}{ak} \ln \left(\frac{Q_0 + ax_1}{Q_0 + aL} \right) + \frac{(q_0 - q_k)}{ak} \ln \left(\frac{Q_0 + aL - Q_k}{Q_0 + ax_1 - Q_k} \right), & 0 < x < x_1 \\ \frac{(q_0 - q_k)}{ak} \ln \left(\frac{Q_0 + aL - Q_k}{Q_0 + ax - Q_k} \right) - \frac{q_0}{ak} \ln \left(\frac{aL + Q_0}{ax + Q_0} \right), & x_1 < x < L. \end{cases} \quad (15)$$

Из выражения (15) видно, что $\Delta y(x)$ на отрезке $0 < x < x_1$ не зависит от x , т. е. легко добиться полного совпадения профилей на данном отрезке до и после строительства канала. Это будет иметь место при $\Delta y(x) = 0$. В таком случае можно установить оптимальное значение q_k :

$$\bar{q}_k = q_0 \left[1 + \frac{\ln \left(\frac{Q_0 + ax_1}{Q_0 + aL} \right)}{\ln \left(\frac{Q_0 + aL - Q_k}{Q_0 + ax_1 - Q_k} \right)} \right] \quad (16)$$

Выражение (15) можно представить графически (рис. 1) по результатам расчетов при $L = 6$ км, $x_1 = 3$ км, $a = 0,003$ м²/с, $k = 1$, $q_0 = 0,1$ м³/с, $Q = 1$ м³/с, $Q_k = 5$ м³/с и разных $q_k = 0,02; 0,03; 0,03766; 0,04; 0,05$ м³/с. Значение 0,03766 соответствует оптимальному значению q_k , вычисленному по формуле (16). Как можно видеть, ниже створа канала в этом случае будут возникать относительно небольшие деформации (размыв). Дальнейший анализ выражений (15), (16) будем проводить в безразмерных переменных: $y' = \frac{y}{H}$, $x' = \frac{x}{L}$, $x_1' = \frac{x_1}{L} = \xi$. При этом величина деформации в точке ξ по выражению (15) составит

$$\Delta y'(\xi) = \frac{q_0}{akH} \ln \left(\frac{1 + k_1 \xi}{1 + k_1} \right) + \left(\frac{q_0 - q_k}{akH} \right) \ln \left(\frac{1 + k_1 - k_2}{1 + k_1 \xi - k_2} \right), \quad (17)$$

где $k_1 = aL/Q_0$, $k_2 = Q_k/Q_0$.

Выражение (17) представляет собой четырехпараметрическое семейство прямых линий в безразмерных координатах $\Delta y'(\xi)$ и $\frac{q_0 - q_k}{akH}$ (параметры $k_1, k_2, q_0/akH, \xi$), откуда следует, что величина деформации в створе канала линейно зависит от расхода наносов, забираемых каналом (q_k).

Локальный минимум на отрезке $\xi < x' < 1$ находится в точке $\frac{x_{\min}}{L} = \eta = \frac{1}{k_1} \left(\frac{q_0}{q_k} k_2 - 1 \right)$ и исчезает при $\eta = \xi$ и $\eta = 1$. В первом случае

имеет место $q_k = \frac{q_0 k_2}{1 + k_1 \xi}$ (условие равенства мутностей в канале и соответствующем створе реки до водозабора). Для условий расчетов ($k_1 = 18$, $k_2 = 5$, $\xi = 1/2$) это соответствует $q_k = 0,05$ м³/с (см. рис. 1). Во втором случае $q_k = \frac{q_0 k_2}{1 + k_1}$, что соответствует $q_k = 0,0263$ м³/с (условие равенства мутностей в канале и нижнем створе реки до строительства канала).

В общем виде выявляется следующее:

- 1) $q_k < q_0 k_2 / (1 + k_1)$ — происходит только аккумуляция в реке;
- 2) $\frac{q_0 k_2}{1 + k_1} < q_k < \bar{q}_k$ — происходит аккумуляция до створа канала и эрозия — ниже створа (\bar{q}_k вычисляется по формуле (16));
- 3) $q_k > \bar{q}_k$ — происходит только эрозия в реке.

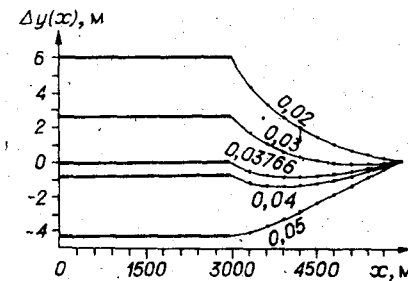


Рис. 1. График относительных деформаций речной поймы при разных q_k , м³/с.
 $\Delta y(x) > 0$ — соответствует аккумуляции;
 $\Delta y(x) < 0$ — эрозии.

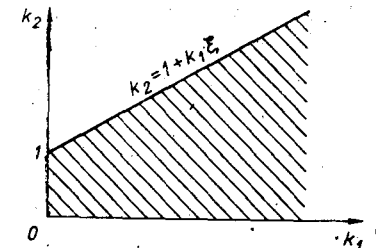


Рис. 2. Область существования оптимальной транспортирующей способности потока в канале (заштрихована).

Чтобы исследовать поведение оптимального значения q_k , записываются выражения под логарифмами в формуле (16) в безразмерных переменных

$$\bar{q}_k = q_0 \left[1 + \frac{\ln \left(\frac{1 + k_1 \xi}{1 + k_1} \right)}{\ln \left(\frac{1 + k_1 - k_2}{1 + k_1 \xi - k_2} \right)} \right] \quad (18)$$

Легко видеть, что $\bar{q}_k(\xi)$ — монотонно возрастающая положительная функция ($0 < \xi < 1$), стремящаяся к пределу $\lim_{\xi \rightarrow 1} \bar{q}_k(\xi) = \frac{q_0 k_2}{1 + k_1}$. Область существования \bar{q}_k имеет вид $0 < k_2 < 1 + k_1 \xi$, $k_1 > 0$ (рис. 2) при условии, что забираемый каналом расход воды не будет превышать расход в реке в створе водозабора (канала) ($Q_0 + ax_1 < Q_k$).

Необходимо также исследовать поведение функции $\bar{q}_k(k_1)$ при ξ , $k_2 = \text{const}$. По правилу Лопиталья предел отношения логарифмов при $k_1 \rightarrow 0$ равен $k_2 - 1 < 0$ и $\lim_{k_1 \rightarrow \infty} \bar{q}_k(k_1) = k_2 q_0$. В то же время $\lim_{k_1 \rightarrow \infty} \bar{q}_k(k_1) = 0$.

Таким образом, $\bar{q}_k(k_1)$ — монотонно убывающая до нуля функция. Предельные значения функции $\bar{q}_k(k_2)$ равны: $\bar{q}_k(0) = 0$ и $\bar{q}_k(\infty) = \infty$ (следует иметь в виду, что на самом деле величина k_2 ограничена).

Полученные результаты качественно не изменятся при других зависимостях расхода наносов, соответствующего транспортирующей способности потока, от уклона и расхода воды. Прогнозируемые деформации в результате строительства канала следует рассматривать как максимально возможные деформации речной поймы.

По найденному оптимальному расходу наносов в канале рассчитывается его устойчивый профиль. При постоянном расходе воды в канале он будет прямолинейным. Итак, для реализации транспортирующей способности потока в канале необходимо придать ему уклон

$$i_k = \frac{\bar{q}_k}{kQ_k} = \frac{0,03766}{5} = 0,00753.$$

При переменном расходе воды по длине канала задача решается аналогично задаче (12) без условия сопряжения.

Размыты реальных каналов связаны с недогрузкой потока наносами [4, 35], т. е. для них $q_k < \bar{q}_k$. При поступлении излишнего количества наносов в канал они, как правило, откладываются в головной части канала ($q_k > \bar{q}_k$) [35]. В этом случае возникают дополнительные затраты по эксплуатации канала, связанные с его расчисткой.

Интересно отметить, что в результате экспериментов [36] обнаружена сильная зависимость продольного и малая зависимость поперечного уклона устойчивого русла каналов от расхода наносов. Это доказывает правомерность использования зависимостей типа (7)–(11) для расчета устойчивых продольных профилей каналов.

Казанский государственный университет

Поступила в редакцию
26 октября 1981 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Герасимов И. П. Новые пути в геоморфологии и палеогеографии. М.: Наука, 1976. 460 с.
2. Маккавеев Н. И. Воздействие крупного гидротехнического строительства на геоморфологические процессы в речных долинах. — Геоморфология, 1970, № 2, с. 28–34.
3. Розанов Л. Л. Методологический аспект прогноза изменений рельефа и геоморфологических процессов в связи с межзональным перераспределением водных ресурсов в европейской части СССР. — Геоморфология, 1980, № 4, с. 101–106.

4. Карасев И. Ф. Русловые процессы при переброске стока. Л.: Гидрометеоздат, 1970. 267 с.
5. Девдариани А. С. Профиль равновесия и регулярный режим. — Вопросы географии, 1963, сб. 63, с. 33–48.
6. Воскресенский К. С., Воскресенский К. С. Выборочный продольный профиль реки (уклоны как функция водности). — Геоморфология, 1975, № 1, с. 14–22.
7. Воскресенский К. С. Анализ продольного профиля долины при морфоструктурных исследованиях. — Геоморфология, 1980, № 2, с. 48–53.
8. Кадетов О. К. Изучение продольных профилей рек в прикладных целях. М., 1978. 14 с.
9. Кадетов О. К. Соотношение факторов, определяющих формирование продольного профиля речной долины (на примере некоторых районов Приамурья). Автореф. канд. дис. М.: Изд-во МГУ, 1979. 27 с.
10. Хортон Р. Е. Эрозионное развитие рек и водосборных бассейнов. М.: ИЛ, 1948. 158 с.
11. Чеботарев А. И. Общая гидрология. Л.: Гидрометеоздат, 1975. 544 с.
12. Караушев А. В. Проблемы динамики естественных водных потоков. Л.: Гидрометеоздат, 1960. 392 с.
13. Маккавеев Н. И. Русло реки и эрозия в ее бассейне. М.: Изд-во АН СССР, 1955. 346 с.
14. Караушев А. В. Общие и некоторые частные вопросы теории русловых процессов и склоновой эрозии. — Тр. ГГИ, 1972, вып. 49, с. 5–22.
15. Маккавеев Н. И. Сток и русловые процессы. М.: Изд-во МГУ, 1971. 115 с.
16. Марков К. К. Проблемы геоморфологии. М.: Географиз, 1948. 343 с.
17. Болиг А. Очерки по геоморфологии. М.: ИЛ, 1956. 262 с.
18. Девдариани А. С. Математический анализ в геоморфологии. М.: Недра, 1967. 155 с.
19. Боголюбова И. В., Караушев А. В. Водная эрозия и сток наносов. — Труды ГГИ, 1974, вып. 210, с. 5–21.
20. Боголюбова И. В., Караушев А. В. Вопросы формирования и развития оврагов. — Тр. ГГИ, 1979, вып. 267, с. 5–25.
21. Маккавеев Н. И. Русловой режим рек и трассирование прорезей. М.: Речиздат, 1949. 202 с.
22. Арманд А. Д. Обратная связь и саморазвитие рельефа. — Вопросы географии, 1963, сб. 63, с. 49–63.
23. Карташов И. П. Баланс рыхлого материала в денудационных склоновых процессах. — Геоморфология, 1975, № 2, с. 17–27.
24. Мизутани Т. Продольные профили долин с крутым падением. — Синсабо, 1979, 32, № 1, р. 2–9.
25. Brush L. M. Drainage basins, channels and flow characteristics of selected streams in central Pennsylvania. — Prof. Pap. U.S. Geol. Surv. 282-F, 1961.
26. Райс Р. Дж. Основы геоморфологии. М.: Прогресс, 1980. 574 с.
27. Hack J. T. Studies of longitudinal stream profiles in Virginia and Maryland. — Prof. Pap. US Geol. Surv., 294-B, 1957.
28. Нежиховский Р. А. Русловая сеть бассейна и процесс формирования стока воды. Л.: Гидрометеоздат, 1971. 476 с.
29. Cray D. M. Interrelationships of watershed characteristics. — J. Geophys. Res., 1961, v. 66, N 4, p. 1215–1223.
30. Великанов М. А. Русловой процесс (основы теории). М.: Физматгиз, 1958. 395 с.
31. Culling W. E. H. Analytical theory of erosion. — J. Geol., 1960, v 68, N 3, p. 336–344.
32. Langbein W. B., Leopold L. B. Quasi — equilibrium states in channel morphology. — Amer. J. Sci., 1964, v. 262, N 6, p. 782–794.
33. Armstrong A. C. A three-dimensional simulation of slope forms. — Z. Geomorphol. Suppl. Bd 25. B. — St., Sept, 1976, p. 20–28.
34. Караушев А. В. Теория и методы расчета речных наносов. Л.: Гидрометеоздат, 1977. 272 с.
35. Викулова Л. И., Шишова И. Н., Селиванова Е. А. Лабораторное исследование деформации песчаных каналов. — Водные ресурсы, 1981, № 4, с. 91–102.
36. Ranga R. K. G., Kalyanach D. R., Digamber K. Effect of sediment load on stable sand canal dimension. — J. Waterway Port Coast. and Ocean Div. Proc. Amer. Soc. Civ. Eng., 1977, v. 103, N 2, p. 241–249.