УДК 621.391

РЕАЛИЗАЦИЯ МНОГОФАЗНЫХ ФИЛЬТРОВ В СИСТЕМЕ ОСТАТОЧНЫХ КЛАССОВ

Н. И. ЧЕРВЯКОВ
П. А. ЛЯХОВ

Ставропольский государственный университет

e-mail: ljahov@mail.ru

Существуют две формы реализации цифровых фильтров: прямая и многофазная. В статье показаны особенности каждой из форм реализации фильтров, а также связь между ними. Предложен способ реализации многофазных фильтров в системе остаточных классов, что позволяет организовать вычисления параллельно, а значит, повысить производительность системы в целом. Для наглядности показана реализация дискретного вейвлет-преобразования в многофазной форме.

Ключевые слова: цифровой фильтр, система остаточных классов, дискретное вейвлет-преобразование.

Введение.

Одной из весьма актуальных задач, стоящих перед современной наукой, является задача создания высокопроизводительных устройств цифровой обработки сигналов (ЦОС). Использование наборов фильтров в значительной степени поспособствовало развитию этого направления.

Существует два способа разложения сигнала при помощи фильтров [1, 3]

– прямое разложение,

– многофазное разложение.

Целью данной статьи является описание реализации многофазных фильтров в системе остаточных классов (СОК). СОК является альтернативой традиционных позиционных систем счисления. Использование СОК для вычислений позволяет увеличить производительность систем, основная доля работы которых приходится на вычисление сумм и произведений [5]. Как будет видно из дальнейшего, фильтрация сигнала является задачей, требующей интенсивного вычисления именно этих операций. Для наглядности, в качестве примера, приведено дискретное вейвлет-преобразование, получившее широкое распространение за последние годы [7].

Многофазные фильтры.

Основным способом цифровой обработки сигналов является фильтрация, осуществляемая при помощи фильтров. Математической основой работы фильтра является выполнение операции свертки. Линейный стационарный цифровой фильтр характеризуется передаточной функцией. Передаточная функция может описать, как фильтр будет реагировать на входной сигнал, и имеет следующий вид:

$$H(z)=\frac{B(z)}{A(z)}=\frac{b_0+b_1z^{-1}+\ldots+b_Nz^{-N}}{1+a_1z^{-1}+\ldots+a_Mz^{-M}}. \quad (1)$$

Формула (1) описывает работу фильтра с бесконечной импульсной характеристикой (БИХ-фильтр). Если знаменатель в формуле (1) равен единице, то такой фильтр имеет конечную импульсную характеристику (КИХ-фильтр). Далее будут рассматриваться только КИХ-фильтры.

Разностное уравнение, описывающее связь между входным и выходным сигналами фильтра:

$$y(n)=b_0x(n)+b_1x(n-1)+\ldots+b_Nx(n-N), \quad (2)$$

где N – порядок фильтра, $x(n)$ – входной сигнал, $y(n)$ – выходной сигнал, b_i – коэффициенты фильтра.

На рис. 1 приведена прямая форма КИХ-фильтра. Для ее реализации используются сумматоры, умножители, а также элементы задержки, обозначенные z^{-1}.

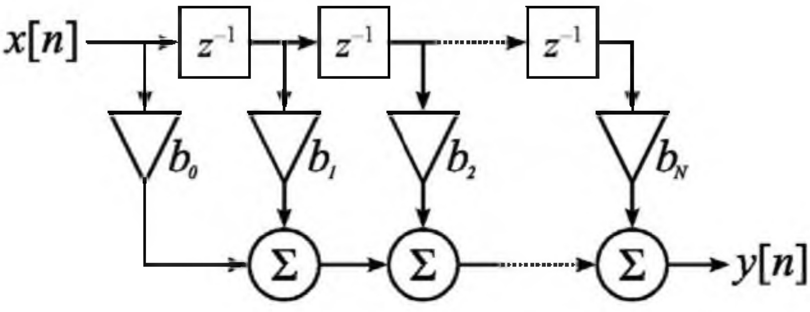

Рис. 1. Прямая реализация КИХ-фильтра

Одним из широко распространенных способов обработки сигнала в современной науке, является дискретное вейвлет-преобразование (ДВП). На рис. 2 приведена схема вычисления одномерного ДВП сигнала. Схемы такого рода носят название наборов фильтров (filter banks).

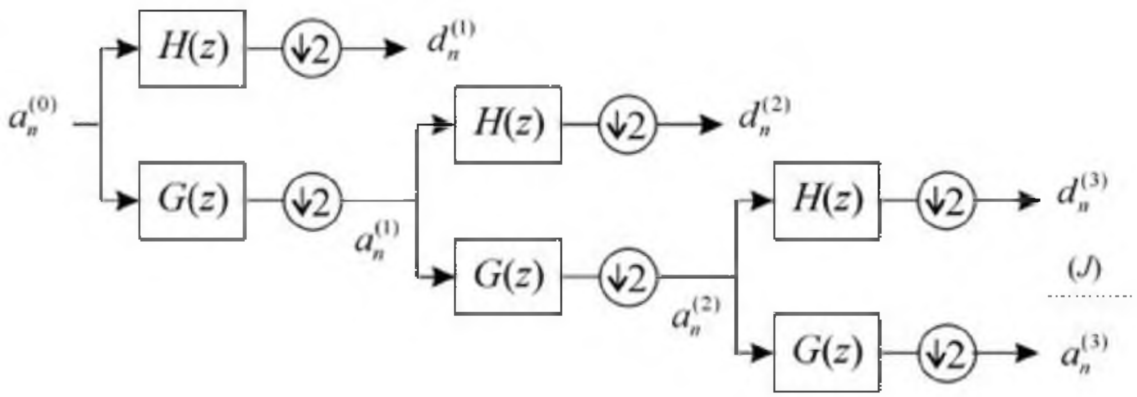

Рис. 2. Дискретное вейвлет-преобразование сигнала. Прямая реализация

Для реализации ДВП используются два КИХ-фильтра: высокочастотный $G(z)$ и низкочастотный $H(z)$, а также операторы децимации $\downarrow 2$. На каждом из шагов разложения получаются аппроксимирующие коэффициенты разложения $a_n^{(i)}$ и детализирующие коэффициенты $d_n^{(i)}$. Преобразование сигнала на каждом шаге происходит по двум каналам.

На рис. 3а показан двухканальный набор фильтров, осуществляющий преобразование входного сигнала $x(n)$. Существует, однако, альтернативный способ преобразования сигнала при помощи КИХ-фильтров. Этот способ изображен на рис. 3б и носит название многофазной (polyphase) фильтрации.

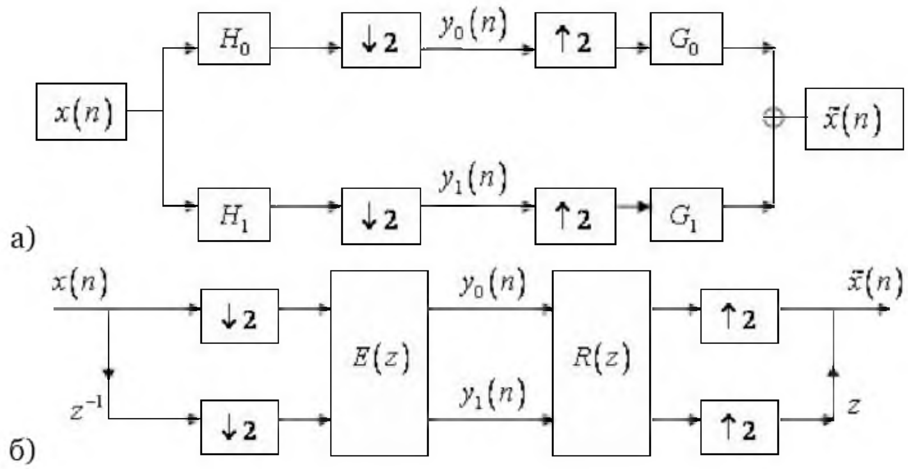

Рис. 3. Двухканальный набор фильтров преобразования сигнала:
а) прямая реализация; *б)* многофазная реализация

Многофазный фильтр описывается при помощи матриц

$$\mathbf{E}(z)=\begin{pmatrix} E_{00}(z) & E_{01}(z) \\ E_{10}(z) & E_{11}(z) \end{pmatrix}, \tag{3}$$

$$\mathbf{R}(z)=\begin{pmatrix} R_{00}(z) & R_{01}(z) \\ R_{10}(z) & R_{11}(z) \end{pmatrix}, \tag{4}$$

элементами которых являются полиномы вида $\sum_{i=0}^{N} b_i z^{-i}$, где N – порядок фильтра. Связь между прямой и многофазной реализацией двухканального набора фильтров устанавливается следующими формулами

$$\begin{pmatrix} H_0(z) \\ H_1(z) \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} E_{00}(z^2) & E_{01}(z^2) \\ E_{10}(z^2) & E_{11}(z^2) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ z^{-1} \end{pmatrix}, \tag{5}$$

$$\begin{pmatrix} G_0(z) & G_1(z) \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} z^{-1} & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} R_{00}(z^2) & R_{01}(z^2) \\ R_{10}(z^2) & R_{11}(z^2) \end{pmatrix}. \tag{6}$$

Многофазные фильтры в СОК.

Особенностью фильтрации сигналов является тот факт, что при использовании КИХ-фильтров необходимо выполнять лишь арифметические операции сложения и умножения. Одним из эффективных способов повышения производительности систем, основная доля работы которых приходится на вычисление сумм и произведений, является использование СОК [5]. СОК описывается набором взаимно-простых чисел, называемых модулями

$$m_1, m_2, \ldots, m_n.$$

Арифметические операции сложения и умножения чисел в традиционной позиционной системе счисления заменяются операциями с вычетами по модулям m_i. Вычисления по каждому из модулей производятся параллельно и независимо от остальных модулей. Осуществить такой переход позволяет китайская теорема об остатках [4].

Рассмотрим, в качестве наглядного примера, i-й шаг выполнения ДВП. На рис. 2 приведена прямая форма ДВП. Многофазное представление i-го шага ДВП задается следующими формулами:

$$a_n^{(i)} = \sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} g_0(k) a_{2n-2k}^{(i-1)} + \sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} g_1(k) a_{2n-2k-1}^{(i-1)}, \tag{7}$$

$$d_n^{(i)} = \sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} h_0(k) a_{2n-2k}^{(i-1)} + \sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} h_1(k) a_{2n-2k-1}^{(i-1)}. \tag{8}$$

Адаптация этих формул к СОК имеет следующий вид:

$$\left|a_n^{(i)}\right|_{m_j} = \left| \sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} \left|g_0(k)\right|_{m_j} \left|a_{2n-2k}^{(i-1)}\right|_{m_j} + \sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} \left|g_1(k)\right|_{m_j} \left|a_{2n-2k-1}^{(i-1)}\right|_{m_j} \right|_{m_j}, \tag{9}$$

$$\left|d_n^{(i)}\right|_{m_j} = \left| \sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} \left|h_0(k)\right|_{m_j} \left|a_{2n-2k}^{(i-1)}\right|_{m_j} + \sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} \left|h_1(k)\right|_{m_j} \left|a_{2n-2k-1}^{(i-1)}\right|_{m_j} \right|_{m_j}, \tag{10}$$

для каждого из модулей m_i.

На рис. 4 показана многофазная реализация четырехточечного ДВП в СОК. На вход схемы подается аппроксимирующая последовательность коэффициентов $\left|a_n^{(i-1)}\right|_{m_j}$, полученная на $i-1$ шаге разложения, которая в дальнейшем разделяется на два потока. В первом обрабатываются четные элементы последовательности $\left|a_n^{(i-1)}\right|_{m_j}$, а во втором – нечетные. Символом z^{-1} на схеме обозначен элемент задержки сигнала. Поскольку обработка сигнала производится в СОК, то умножение и сложение должно быть по модулю, соответствующие элементы на схеме обозначены соответственно $\left|\times\right|_{m_j}$ и $\left|+\right|_{m_j}$. Подробное изучение различных видов модульных сумматоров и умножителей можно найти в работах [2, 6]. Результатом работы схемы, изображенной на рис. 4, являются последовательности аппроксимирующих $\left|a_n^{(i)}\right|_{m_j}$ и детализирующих $\left|d_n^{(i)}\right|_{m_j}$ коэффициентов i-го шага ДВП.

Рассмотренное многофазное представление фильтров в СОК открывает новые возможности для построения систем ЦОС. Во-первых, при многофазной фильтрации увеличивается параллельность обработки сигнала, что позволяет подчеркнуть достоинства СОК в плане увеличения производительности по сравнению с позиционными системами счисления. Во-вторых, теория многофазных фильтров позволяет строить системы с числом каналов больше двух, что также позволит увеличить быстродействие систем.

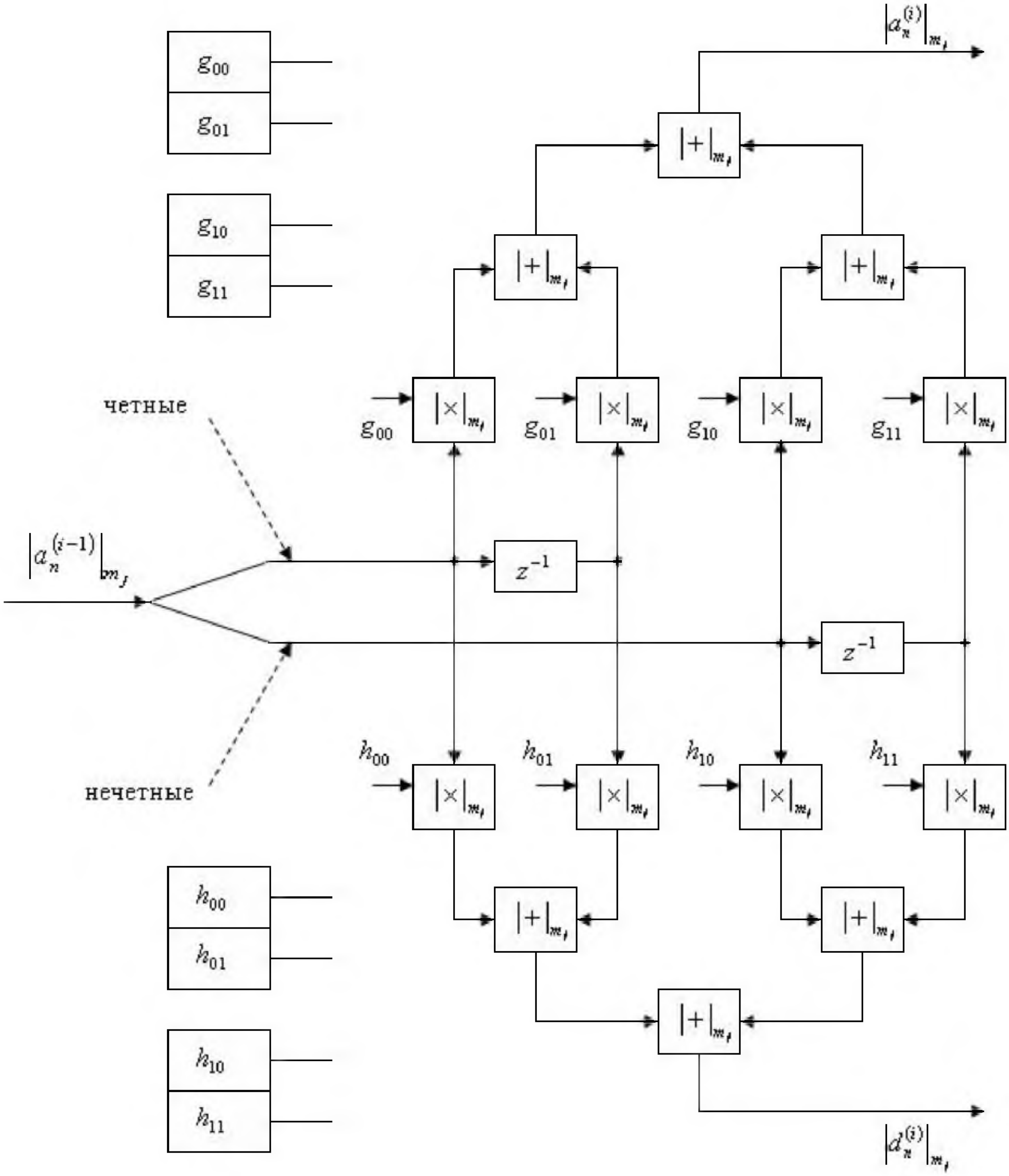

Рис. 4. Многофазная реализация четырехточечного дискретного вейвлет-преобразования в системе остаточных классов

Заключение.

Использование СОК позволяет увеличить производительность систем, требующих интенсивного вычисления сумм и произведений. В процессе фильтрации сигнала требуются только эти арифметические операции, что позволят эффективно использовать СОК для решения задачи. Многофазные фильтры являются альтернативой прямому преобразованию сигнала. Использование многофазных фильтров увеличивает параллельность обработки данных, что, в совокупности с использованием СОК, позволяет добиться существенного роста производительности систем ЦОС.

Список литературы

1. Ramírez J., García A, Meyer-Bäse U., Taylor F., Lloris A. Implementation of RNS-Based Distributed Arithmetic Discrete Wavelet Transform Architectures Using Field-Programmable Logic// VLSI Signal Processing 33(1-2), 2003, P. 171-190.
2. Ramírez J., Meyer-Bäse U., Taylor F., García A., Lloris A., Design and Implementation of High-performance RNS Wavelet Processors Using Custom IC Technologies // Journal of VLSI Signal Processing (Special Issue on Signal Processing Systems Part II), vol. 34, no. 3, Jul. 2003, P. 227-237.
3. Vaidyanathan P.P. Multirate Systems and Filter Banks. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1993. – . 944 p.
4. Бухштаб А.А. Теория чисел. – М.: Просвещение, 1966. – 384 с.
5. Модулярные параллельные вычислительные структуры нейропроцессорных систем / Н. И. Червяков, П. А. Сахнюк, А. В. Шапошников, С. А. Ряднов; под ред. Н. И. Червякова. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 288 с.
6. Стемпковский А. Л., Корнилов А. И., Семенов М. Ю. Особенности реализации устройств цифровой обработки сигналов в интегральном исполнении с применением модулярной арифметики // Информационные технологии. – № 2, 2004. – С. 2-9.
7. Фрейзер М. Введение в вэйвлеты в свете линейной алгебры // М. Фрейзер; пер. с англ. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. – 487 с.

POLYPHASE FILTERS IN RESIDUE NUMBER SYSTEM

N. I. CHERVYAKOV
P. A. LYAKHOV

Stavropol State University

e-mail: ljahov@mail.ru

There are two forms of implementation of digital filters: direct and polyphase. The article shows the features of each of the forms of realization of filters, as well as the relationship between them. A method for implementation of polyphase filters in residue number system, which allows organizing the computations in parallel, and thus improving overall system performance. For clarity the implementation of discrete wavelet transform in the polyphase form is shown.

Key words: digital filter, residue number system, discrete wavelet transform.