



УДК 532.72

**ОСОБЕННОСТИ ДИФФУЗИОФОРЕТИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ  
ИСПАРЯЮЩЕЙСЯ УМЕРЕННО КРУПНОЙ КАПЛИ****К.С. Рязанов**Белгородский государственный университет  
ул. Студенческая, 14, г. Белгород, 308007, Россия, e-mail: [rksb@rambler.ru](mailto:rksb@rambler.ru)

**Аннотация.** Вычислена скорость диффузиофореза испаряющейся умеренно крупной капли в бинарной газовой смеси, внутри которой имеются внутренние источники тепла. Первый компонент газовой смеси образуют молекулы паров вещества, а второй (песущий) компонент смеси не испытывает фазовых превращений на поверхности частицы. Показано, что скорость диффузиофореза зависит от теплового и диффузионного скольжений, поверхностного натяжения, от реактивного эффекта, связанного с неоднородностью фазового перехода; эффектов, связанных с растеканием вдоль поверхности капли в слое Кнудсена молекул газовой смеси.

**Ключевые слова:** диффузиофорез, задача Адамара-Рыбчинского.

**1. Постановка задачи.** Рассматривается жидкая сферическая капля радиуса  $R$  с плотностью  $\rho_i$  и вязкостью  $\mu_i$ , внутри которой действуют неравномерно распределенные источники тепла с плотностью  $q_i$ . Капля находится в неограниченно расположенной в пространстве бинарной газовой смеси с плотностью  $\rho_e$  и вязкостью  $\mu_e$ . Наличие внутренних источников тепла является модельным представлением, предназначенным для описания физических процессов, сопровождающихся выделением тепла в объеме аэрозольной частицы. Так образом можно моделировать нагрев поверхности частицы под действием химической реакции, вследствие радиоактивного распада вещества частицы, либо вследствие поглощения электромагнитного излучения и т.п. Неоднородный нагрев поверхности капли вызывает, с одной стороны, усиление испарения, что сказывается на процессе теплообмена и массообмена между каплей и окружающей средой и так называемого реактивного эффекта; с другой стороны, такой нагрев влияет на величину теплового и диффузионного скольжения, а также и на термокапиллярный дрейф, связанный с возникновением касательных напряжений на поверхности капли за счёт изменения коэффициента поверхностного натяжения  $\sigma$  с температурой  $T_e$  (эффект Марангони). Все это важно как для теоретического описания движения испаряющейся капли, так и для практических приложений. Таким образом, наличие внутренних источников тепла может влиять не только на направление, но и на величину силы и скорости диффузиофореза.

Будем считать, что на поверхности капли происходит фазовый переход вещества, из которого она состоит. Предполагается также, что на относительно большом удалении от капли в объеме газообразной смеси присутствуют постоянные градиенты относительных концентраций  $\nabla C_{1e}$  и  $\nabla C_{2e}$ . Введём обозначения

$$C_{1e} = \frac{n_{1e}}{n_{1e} + n_{2e}}, \quad C_{2e} = \frac{n_{2e}}{n_{1e} + n_{2e}}, \quad (1)$$



где  $n_{1e}$  и  $n_{2e}$  – числа молекул компонентов смеси в единице объёма. При этом суммарное число молекул в единице объёма равно

$$n_e = n_{1e} + n_{2e}. \quad (2)$$

Из (1) и (2) следует

$$C_{1e} + C_{2e} = 1, \quad (\nabla C_{1e})_\infty = -(\nabla C_{2e})_\infty, \quad (3)$$

Окружающая каплю газовая среда состоит из двух компонентов: основной (несущий) компонент, граничная поверхность для которого непроницаема, и компонента (например, первого), испытывающего фазовый переход на поверхности капли. Молекулы конденсированной фазы испаряются или конденсируются при числах Маха много меньших единицы, т.е. испарение капли протекает в диффузионном режиме, когда основное влияние на процесс переноса в окрестности частицы определяется молекулярной диффузией [2],[6]. Тепло- и массоперенос внутри капли протекает при тепловых и диффузионных числах Пекле много меньших единицы. Движение капли происходит при малых относительных перепадах температуры  $(T_{iS} - T_{e\infty})/T_{e\infty} \ll 1$ . Здесь  $(T_{iS}$  – средняя температура поверхности капли,  $T_{e\infty}$  – температура газа на большом расстоянии от неё. Это позволяет считать коэффициенты молекулярного переноса (вязкости, теплопроводности, диффузии) постоянными величинами. В силу малости времен тепловой и диффузионной релаксации описание движения частиц проводится в квазистационарном режиме. Капля в процессе движения сохраняет сферическую форму, образована однородным и изотропным по своим свойствам веществом.

Если размеры капли таковы, что выполняется следующее соотношение

$$0.01 < \frac{\lambda}{R} < 0.3, \quad (4)$$

то в граничных условиях необходимо учитывать поправку на отличие средней длины свободного пробега молекул ( $\lambda$ ) от нуля. Отношение  $\lambda/R$  называется числом Кнудсена и обозначается  $Kn$ . Частицы, размеры которых удовлетворяют соотношению (4), называются умеренно крупными. При постановке граничных условий для умеренно крупных частиц, весь объём, занятый газом, разбивается на слой Кнудсена – область газа толщиной порядка длин свободного пробега, прилегающая к поверхности частицы, и на весь остальной газ. В слое Кнудсена справедливы кинетические уравнения, которые формируют граничные условия для гидродинамических уравнений. Течения вне слоя Кнудсена описываются гидродинамическими уравнениями Навье-Стокса. В настоящей работе используется гидродинамический метод расчёта. Используемые при этом выражения для кинетических коэффициентов (изотермического  $C_m$ , теплового  $K_{TS}$ , диффузионного  $K_{DS}$  скольжений; влияние на скольжение смеси кривизны поверхности  $\beta_{RT}^*$ ,  $\beta_{RT}$ ,  $\beta_{RC}^*$ ,  $\beta_{RC}$  и барнетовских эффектов  $\beta_{RT}^B$ ,  $\beta_{RC}^B$ ; растекание молекул  $C_{VT}$ ,  $C_{VD}$ ; растекание тепла  $C_{QT}$ ,  $C_{QD}$ ; скачки температуры и относительной концентрации  $K_T^N$ ,  $K_T^*$ ,  $K_N^N$ ,  $K_N^*$ ) взяты нами из [10].

Решение задачи производится в сферической системе координат  $(r, \theta, \phi)$ , начало которой жёстко привязано к центру капли, вектор  $\nabla C_{1e}$  направлен вдоль полярной оси



$z = r \cos \theta$ . При этом скорость диффузиофореза  $U_{df} = -U_\infty$  ( $U_\infty$  – скорость движения центра тяжести смеси относительно капли) и движение капли происходит при малых числах Рейнольдса.

В рамках сформулированных допущений в квазистационарном приближении распределение скорости  $U$ , давления  $P$ , температуры  $T$  и относительной концентрации первого компонента  $C_{1e}$  бинарной газовой смеси, описывается следующей линеаризованной системой уравнений газовой динамики [1],[7]-[9]:

$$\mu_e \Delta U_e = \nabla P_e, \quad \operatorname{div} U_e = 0, \quad \Delta T_e = 0, \quad \Delta C_{1e} = 0, \quad (5)$$

$$\mu_i \Delta U_i = \nabla P_i, \quad \operatorname{div} U_i = 0, \quad \Delta T_i = -q_i / \lambda_i. \quad (6)$$

На поверхности капли выполняются следующие граничные условия [1],[3],[4],[9]:

$$r = R,$$

$$\begin{aligned} n_{2e} U_r^e + D_{12} \frac{n_e^2 m_1}{\rho_e} \frac{\partial C_{1e}}{\partial r} - Kn C_{VD} \frac{n_{2e} D_{12}}{R} \left( \frac{\partial^2 C_{1e}}{\partial \theta^2} + \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial C_{1e}}{\partial \theta} \right) - \\ - Kn C_{VT} \frac{n_{2e} \nu_e}{RT_e} \left( \frac{\partial^2 T_e}{\partial \theta^2} + \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial T_e}{\partial \theta} \right) = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} n_{1e} U_r^e - D_{12} \frac{n_e^2 m_2}{\rho_e} \frac{\partial C_{1e}}{\partial r} - Kn C_{VD} \frac{n_{1e} D_{12}}{R} \left( \frac{\partial^2 C_{1e}}{\partial \theta^2} + \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial C_{1e}}{\partial \theta} \right) - \\ - Kn C_{VT} \frac{n_{1e} \nu_e}{RT_e} \left( \frac{\partial^2 T_e}{\partial \theta^2} + \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial T_e}{\partial \theta} \right) = n_{1i} U_r^i, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} U_\theta^e - U_\theta^i = K_{TS} \frac{\nu_e}{R T_e} \left( 1 + Kn(\sigma_T \beta_{RT} + \beta_{RT}^*) \right) \frac{\partial T_e}{\partial \theta} + \\ + K_{DS} \frac{D_{12}}{R} \left( 1 + Kn(\sigma_C \beta_{RC} + \beta_{RC}^*) \right) \frac{\partial C_{1e}}{\partial \theta} - \\ - Kn K_{TS} \beta_{RT}^B \frac{\nu_e R}{T_e} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial^2 T_e}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial T_e}{\partial \theta} \right) - \\ - Kn K_{DS} \beta_{RC}^B D_{12} R \left( \frac{1}{r} \frac{\partial^2 C_{1e}}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial C_{1e}}{\partial \theta} \right) + \\ + Kn C_m \left( \frac{\partial U_\theta^e}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_r^e}{\partial \theta} - \frac{\partial U_\theta^e}{\partial r} \right), \end{aligned} \quad (9)$$

$$\mu_e \left( \frac{\partial U_\theta^e}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_r^e}{\partial \theta} - \frac{\partial U_\theta^e}{\partial r} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial \sigma}{\partial T_i} \frac{\partial T_i}{\partial \theta} = \mu_i \left( \frac{\partial U_\theta^i}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_r^i}{\partial \theta} - \frac{\partial U_\theta^i}{\partial r} \right), \quad (10)$$

$$T_e - T_i = Kn K_T^N R T_e \frac{\partial C_{1e}}{\partial r} + Kn K_T^T R \frac{\partial T_e}{\partial r}, \quad (11)$$



$$\begin{aligned}
 -\lambda_e \frac{\partial T_e}{\partial r} + \lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial r} = LD_{12} \frac{n_e^2 m_1 m_2}{\rho_e} \frac{\partial C_{1e}}{\partial r} - \\
 - Kn C_{QD} \frac{P_e D_{12}}{R} \left( \frac{\partial^2 C_{1e}}{\partial \theta^2} + \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial C_{1e}}{\partial \theta} \right) - \\
 - Kn C_{QT} \frac{\lambda_e}{R} \left( \frac{\partial^2 T_e}{\partial \theta^2} + \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial T_e}{\partial \theta} \right), \quad (12)
 \end{aligned}$$

$$\frac{n_{1e} - n_{1S}}{n_e} = Kn K_N^N R \frac{\partial C_{1e}}{\partial r} + Kn K_N^T \frac{R}{T_e} \frac{\partial T_e}{\partial r}. \quad (13)$$

Вдали от капли (на бесконечности) граничные условия имеют вид:

$$\begin{aligned}
 r \rightarrow \infty, \quad U_e \rightarrow U_\infty (\cos \theta e_r - \sin \theta e_\theta), \quad P_e \rightarrow P_{e\infty}, \quad T_e \rightarrow T_{e\infty}, \\
 C_{1e} \rightarrow C_{1e\infty} + |\nabla C_{1e}| r \cos \theta. \quad (14)
 \end{aligned}$$

Следующие ограничения на искомые решения связаны с конечностью физических величин:

$$\text{при } r \rightarrow 0, \quad U_i \neq \infty, \quad P_i \neq \infty, \quad T_i \neq \infty. \quad (15)$$

Здесь  $U_r$  и  $U_\theta$  – радиальная и касательная компоненты массовой скорости;  $\rho_e = \rho_{1e} + \rho_{2e}$ ,  $\rho_{1e} = n_{1e} m_1$ ,  $\rho_{2e} = n_{2e} m_2$ ;  $m_1$ ,  $m_2$  – массы первого и второго компонента бинарной газовой смеси;  $D_{12}$  – коэффициент взаимной диффузии компонентов;  $\nu$  – коэффициент кинематической вязкости;  $n_{1i}$  – концентрация молекул вещества капли;  $\mu$  – коэффициент динамической вязкости;  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения капли;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности;  $L$  – удельная теплота фазового перехода;  $P$  – давление;  $T$  – температура;  $n_{1S}$  – концентрация насыщенных паров вещества капли, зависящая от  $T_i$ ;

$$\sigma_T = \left( \frac{\partial^2 T_e}{\partial r \partial \theta} \right) \left( \frac{1}{R} \frac{\partial T_e}{\partial \theta} \right)^{-1}, \quad \sigma_C = \left( \frac{\partial^2 C_{1e}}{\partial r \partial \theta} \right) \left( \frac{1}{R} \frac{\partial C_{1e}}{\partial \theta} \right)^{-1}.$$

В последних формулах индекс "e" относится к газообразной среде, индекс "i" относится к капле, а индексом  $\infty$  обозначены значения физических величин, характеризующие внешнюю среду в невозмущенном потоке.

В граничных условиях на поверхности капли учтены линейные поправки по числу Кнудсена, исходя из допущений в постановке задачи.

Граничное условие (7) указывает на то, что поверхность капли является непроницаемой для второго компонента бинарной газовой смеси. В нём произведен учет конвективного и диффузионного потоков, а также разрыв потоков тепла и массы в слое Кнудсена, пропорциональных соответственно  $C_{VT}$  и  $C_{VD}$ .

Граничное условие (8) отражает непрерывность потока первого компонента бинарной газовой смеси при фазовом переходе. Конвективный и диффузионный потоки, с учетом разрывов потоков тепла (слагаемые, содержащие коэффициент  $C_{VT}$ ) и массы



(слагаемые, содержащие коэффициент  $C_{VD}$ ) в слое Кнудсена, уравниваются конвективным радиальным потоком первого компонента внутри капли.

Граничное условие (9) показывает, что разность касательных составляющих внешней  $U_\theta^e$  и внутренней  $U_\theta^i$  скоростей складывается из суммы изотермического (слагаемого с коэффициентом  $C_m$ ), теплового (слагаемые с  $K_{TS}$ ) и диффузионного (слагаемые с  $K_{DS}$ ) скользящих, а также в этом граничном условии произведён учёт влияния кривизны поверхности капли на скольжение (слагаемые с  $\beta_{RT}, \beta_{RT}^B, \beta_{RC}, \beta_{RC}^B$ ) и учёт барнеттовских эффектов (слагаемые с  $\beta_{RT}^B, \beta_{RC}^B$ ).

В граничном условии (10) учтена непрерывность касательных составляющих тензора полных напряжений, а граничное условие (11) отражает непрерывность температуры на границе слоя Кнудсена, с учётом скачков температуры и относительной концентрации первого компонента в бинарной газовой смеси, соответственно пропорционально  $K_T^T$  и  $K_N^N$ .

Непрерывность радиальных потоков тепла учтена в граничном условии (12), где разность потоков вне и внутри капли уравнивается потоком тепла, идущего на фазовый переход, а также непрерывность неоднородных потоков тепла (слагаемые  $C_{QT}$ ) и массы (слагаемые с  $C_{QD}$ ), растекающихся в слое Кнудсена.

Граничное условие (13) отражает непрерывность концентрации первой компоненты бинарной газовой смеси, испытывающей фазовый переход, на границе слоя Кнудсена, т.е. разность концентрации молекул с насыщенной концентрацией паров вещества капли уравнивается скачками относительной концентрации и температуры, которые пропорциональны  $K_N^N$  и  $K_N^T$ .

Приведём уравнения (5), (6) и граничные условия (7)-(15) к безразмерной форме, введя следующим образом безразмерные координату, скорость и температуру:  $y_k = x_k/R, V = U/U_\infty, t = T/T_{e\infty}$ . Определяющими параметрами в задаче являются материальные постоянные  $\rho_e, \mu_e, \lambda_e, D_{12}$  и сохраняющиеся в процессе движения капли  $R$ , величины  $|\nabla C_{1e}|, U_\infty$ . Из них можно составить три безразмерных комбинации:  $\varepsilon = R|\nabla C_{1e}|$ , числа Пекле и Рейнольдса.

При  $\varepsilon \ll 1$  набегающий поток оказывает лишь возмущающее влияние, и поэтому решение уравнений (5), (6) будем искать в виде:

$$V_k = V_{k0} + \varepsilon V_{k1}, \quad p_k = p_{k0} + \varepsilon p_{k1}, \quad t_k = t_{k0} + \varepsilon t_{k1}, \quad C_{1e} = C_{1e0} + \varepsilon C_{1e1}, \quad k = e, i. \quad (16)$$

**2. Вывод выражения для диффузиофоретической скорости.** Для нахождения пространственных распределений полей  $t_k, C_{1e}, V_k$  и  $p_k$  подставим (1.16) в систему уравнений (5), (6). С учётом граничных условий (14), (15), они имеют вид

$$V_r^e = \cos \theta \left( 1 + \frac{A_2}{y} + \frac{A_1}{y^3} \right), \quad V_\theta^e = -\sin \theta \left( 1 + \frac{A_2}{2y} - \frac{A_1}{2y^3} \right), \quad (17)$$

$$V_r^i = \cos \theta (A_3 + A_4 y^2), \quad V_\theta^e = -\sin \theta (A_3 + 2A_4 y^2), \quad (18)$$

$$p_e = 1 + \frac{\mu_e U_\infty}{R y^2} \cos \theta A_2, \quad p_i = p_0 + 10 A_4 y^2 \frac{\mu_i U_\infty}{R} \cos \theta. \quad (19)$$



$$t_{e0} = 1 + \frac{\Gamma_0}{y}, \quad t_{i0} = B_0 + \frac{R^2 J_0}{3\lambda_i T_{e\infty} y} + \int_1^y \frac{\psi_0}{y} dy - \frac{1}{y} \int_1^y \psi_0 dy, \quad (20)$$

$$C_{1e0} = C_{1e\infty} + \frac{M_0}{y}, \quad t_{e1} = \frac{\Gamma_1}{y^2} \cos \theta, \quad C_{1e1} = \left( y + \frac{M_1}{y^2} \right) \cos \theta, \quad (21)$$

$$t_{i1} = \cos \theta \left\{ B_1 y + \frac{R J_1}{3\lambda_i T_{e\infty} y^2} + \frac{1}{3} \left[ y \int_1^y \frac{\psi_1}{y^2} dy - \frac{1}{y^2} \int_1^y \psi_1 y dy \right] \right\}. \quad (22)$$

Здесь

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3, \quad J_0 = \frac{1}{V} \int q_i dV, \quad J_1 = \frac{1}{V} \int q_i z dV, \quad z = r \cos \theta,$$

$$\psi_n = -\frac{(2n+1)R^2 y^2}{2\lambda_i T_{e\infty}} \int_{-1}^1 q_i(r, \theta) P_n(\cos \theta) d(\cos \theta).$$

Постоянные интегрирования  $A_m$  ( $m = 1, \dots, 4$ ),  $M_l$ ,  $\Gamma_l$ ,  $B_l$  ( $l = 0, 1$ ) находятся в результате решения линейной системы алгебраических уравнений, полученных после подстановки выражений (17)-(22) в граничные условия на поверхности капли (7)-(13).

Общая сила, действующая на частицу, определяется интегрированием тензора напряжений по её поверхности и в сферической системе координат определяется по следующей формуле [7], [8]:

$$F_z = \int (-P_e \cos \theta + \sigma_{rr} \cos \theta - \sigma_{r\theta} \sin \theta) r^2 \sin \theta \, d\theta d\varphi. \quad (23)$$

Здесь  $\sigma_{rr}$ ,  $\sigma_{r\theta}$  – компоненты тензора напряжений, которые в сферической системе координат имеют вид [7]:

$$\sigma_{rr} = \mu_e \left( 2 \frac{\partial U_r^e}{\partial r} - \frac{2}{3} \operatorname{div} U_e \right), \quad \sigma_{r\theta} = \mu_e \left( \frac{\partial U_\theta^e}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_r^e}{\partial \theta} - \frac{\partial U_\theta^e}{\partial r} \right).$$

Подставляя в (23) выражения (17)-(19), после интегрирования получаем

$$\mathbf{F}_z = -4\pi R \mu_e U_\infty A_2 \mathbf{n}_z. \quad (24)$$

Если капля движется равномерно, то приравняв (24) к нулю, учитывая, что  $\mathbf{U}_{df} = -\mathbf{U}_\infty$ , выражение для скорости диффузиофоретического переноса умеренно крупных капель в бинарной газообразной смеси имеет следующий вид:

$$\mathbf{U}_{df} = -\varepsilon (\mathbf{U}_{TS} + \mathbf{U}_{DS} + \mathbf{U}_{VT} + \mathbf{U}_{VD} + \mathbf{U}_p + \mathbf{U}_\sigma), \quad (25)$$

где

$$\mathbf{U}_{TS} = K_{TS} \frac{\Gamma_1 \nu_e}{R \phi_3 t_{eS}} [1 + Kn(\beta_{RT}^* - 2\beta_{RT} + 3\beta_{RT}^B)] \mathbf{n}_z,$$



$$\begin{aligned}
 U_{DS} &= K_{DS} \frac{D_{12}}{R \phi_0 \phi_3} \left( \Gamma_1 \phi_2 [1 + Kn(\beta_{RC}^* - 2\beta_{RC} + 3\beta_{RC}^B)] - \right. \\
 &\quad \left. - 2Kn[\phi_1(1 + Kn(\beta_{RC}^* + \beta_{RC}^B)) + \beta_{RC} - \beta_{RC}^B] \right) \mathbf{n}_z, \\
 U_{VT} &= -C_{VT} \frac{\Gamma_1 \nu_e Kn}{R \phi_3 t_{eS}} \left( 1 + 2 \frac{\mu_e}{\mu_i} + 6 C_m Kn \right) \mathbf{n}_z, \\
 U_{VD} &= -C_{VD} \frac{Kn}{R \phi_3} \left( 1 + 2 \frac{\mu_e}{\mu_i} + 6 C_m Kn \right) \left( \frac{\Gamma_1 \nu_e}{t_{eS}} + \frac{2 \phi_1 D_{12}}{\phi_0} \right) \mathbf{n}_z, \\
 U_p &= \frac{n_e^2 m_1 D_{12}}{R \rho_e n_{2e} \phi_0 \phi_3} \left( 1 + 2 \frac{\rho_e}{\rho_{ii}} + 2 \frac{\mu_e}{\mu_i} + 6 C_m Kn \right) (\Gamma_1 \phi_2 - 1) \mathbf{n}_z, \\
 U_\sigma &= \frac{1}{3 \phi_3 \mu_i} \frac{\partial \sigma}{\partial t_{iS}} \left( \Gamma_1 [1 + Kn(K_T^T + K_T^N t_{eS} \frac{\phi_2}{\phi_0})] - Kn K_T^N t_{eS} \frac{2}{\phi_0} \right) \mathbf{n}_z,
 \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned}
 \phi_0 &= 1 + 2Kn(K_N^N - K_T^N t_{eS} C_{1S}^*), & \phi_1 &= K_N^N - K_T^N t_{eS} C_{1S}^*, \\
 \phi_2 &= C_{1S}^* + 2Kn(K_T^T C_{1S}^* - K_N^T t_{eS}^{-1}), & \phi_3 &= 1 + \frac{\mu_e}{\mu_i} + 2 C_m Kn,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Gamma_1 &= \frac{R J_1}{\lambda_i T_{e\infty} \delta} + \\
 &\quad + \frac{3}{\delta \phi_0} \left( LD_{12} \frac{n_e^2 m_1 m_2}{\rho_e \lambda_i T_{e\infty}} + Kn \left[ K_T^N t_{eS} + C_{QD}(\phi_0 - 1) \frac{P_{e\infty} D_{12}}{T_{e\infty} \lambda_i} \right] \right), \\
 \delta &= 1 + 2 K_T^T Kn + 2 \frac{\lambda_e}{\lambda_i} (1 - C_{QT} Kn) + \\
 &\quad + 2 \frac{\phi_2}{\phi_0} \left( LD_{12} \frac{n_e^2 m_1 m_2}{\rho_e \lambda_i T_{e\infty}} + Kn \left[ K_T^N t_{eS} - C_{QD} \frac{P_{e\infty} D_{12}}{T_{e\infty} \lambda_i} \right] \right).
 \end{aligned}$$

Среднее значение температуры поверхности капли  $t_{iS}$  связано со средней относительной температурой  $t_{eS}$  следующей системой уравнений, в которой  $t_{eS} = t_{e0} |_{y=1}$ ,  $t_{iS} = t_{i0} |_{y=1}$ ,  $C_{1S}^* = \frac{dC_{1e}}{dt_{iS}}$ :

$$\begin{aligned}
 t_{eS} - t_{iS} &= \zeta - K_T^T Kn(t_{eS} - 1), \\
 t_{eS} &= 1 + \frac{R^2 J_0}{3 \lambda_e T_{e\infty}} + LD_{12} \frac{n_e^2 m_1 m_2 \zeta}{\lambda_e \rho_e T_{e\infty}}, & \zeta &= \frac{C_{1e\infty} - C_{1S} + K_N^T Kn(1 - t_{eS}^{-1})}{1 + K_N^N Kn}. \quad (26)
 \end{aligned}$$

В пределе числа Кнудсена, стремящегося к нулю  $\lambda/R \rightarrow 0$ , (25) переходит в формулу для скорости диффузиофоретического движения крупных летучих капель в бинарной газообразной среде [1], [3]. Из (25) могут быть получены формулы для скорости



диффузофоретического движения крупных твёрдых частиц, которые совпадают с ранее полученными формулами [1], [3].

Из формулы (25) видно, что полная скорость диффузофоретического переноса капель в газообразной смеси состоит из скоростей теплового  $U_{TS}$  и диффузионных  $U_{DS}$  скольжений; скорости, связанной с растеканием молекул компонентов газовой смеси  $U_{VT}$ ,  $U_{VD}$ ; реактивной скорости  $U_p$ ; скорости Марангони  $U_\sigma$ .

Таким образом, формула (25) для скорости диффузофоретического движения умеренно крупных капель в двухкомпонентной газовой среде наиболее полно отражает по числу Кнудсена поправки на кривизну частицы (пропорциональные  $\beta_{RT}$ ,  $\beta_{RT}^*$ ,  $\beta_{RC}$ ,  $\beta_{RC}^*$ ), барнеттовские эффекты (пропорциональные  $\beta_{RT}^B$ ,  $\beta_{RC}^B$ ), растекание молекул компонентов газовой смеси ( $\sim C_{VT}$ ,  $\sim C_{VD}$ ), потока тепла ( $\sim C_{QT}$ ,  $\sim C_{QD}$ ), а также фазовый переход вещества капли на её поверхности. Учтены зависимость коэффициента поверхностного межфазного натяжения от температуры и неоднородный нагрев поверхности капли внутренними источниками тепла.

### Литература

1. Галоян В.С., Яламов Ю.И. Динамика капель в неоднородных вязких средах / В.С. Галоян, Ю.И. Яламов. – Ереван: Луйс. 1985. – 208 с.
2. Фукс П.А. Испарение и рост капель в газообразной среде / П.А. Фукс. – Москва: Изв. АН СССР, 1958. – 90 с.
3. Дерягин Б.В., Яламов Ю.И. Теория движения капель растворов в диффундирующей бинарной газовой смеси // ДАН СССР. – 1967. – 175;1. – С.59-62.
4. Щукин Е.Р., Яламов Ю.И., Шулиманова З.Т. Избранные вопросы физики аэрозолей / Учебное пособие для студентов и аспирантов / Е.Р. Щукин. – М.: МПУ, 1992. – 297 с.
5. Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика / М.: Физ. мат. лит., 1959. – 230 с.
6. Брюханов О.И., Шевченко С.И. Тепломассообмен / Учебное пособие / О.И. Брюханов. – М.: Изд. АСВ, 2005. – 460 с.
7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: Наука, 1986. – 736 с.
8. Хашпель Дж., Бреншер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса / Дж. Хашпель, Г. Бреншер. – М.: Мир, 1960. – 630 с.
9. Яламов Ю.И., Юшканов А.А. Диффузионное скольжение бинарной газовой смеси вдоль искривленной поверхности // ДАН СССР. – 1977. – 237;2. – С.303-306.
10. Яламов Ю.И., Поддоскин А.Б., Юшканов А.А. О граничных условиях при обтекании неоднородно нагретым газом сферической поверхности малой кривизны // ДАН СССР. – 1980. – 254;2. – С.1047-1050.





PECULIARITIES OF THE DIFFUSIOPHORESIS MOVEMENT  
OF THE EVAPORATING AND GENTLY LARGE DROP

K.S. Ryazanov

Belgorod State University

Studencheskaya st.,14, Belgorod, 308007, Russia, e-mail: [rksb@rambler.ru](mailto:rksb@rambler.ru)

**Аннотация.** The diffusiophoresis velocity of the evaporating and gently large drop being in the binary gas mixture where there are some internal heat sources is calculated. First component of the gas mixture consists of vapor molecules. Second mixture component (the supporting one) does not undergo phase transition on the particle surface. It is shown that the diffusiophoresis velocity depends on the heat gliding and the diffusion one; on the surface tension; on the reactive effect connected with the phase transition nonuniformity; on some effects connected with the flowing of gas mixture molecules along the drop surface in the Knudsen layer.

**Key words:** diffusiophoresis, Hadamar-Rybchinskii problem.