

УДК 532.72

## НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПО ЛЯПУНОВУ ПОЛОЖЕНИЙ РАВНОВЕСИЯ ПРОФИЛЕЙ В ВОЗДУШНОМ ПОТОКЕ

В.И. Ванько

МГТУ им. Н.Э. Баумана  
ул. 2-я Бауманская, 5, Москва, 105005, Россия, e-mail: [vvanko@mail.ru](mailto:vvanko@mail.ru)

В статье излагаются результаты работ по аэроупругости, проводимых в течение последнего десятилетия на кафедре «Прикладная математика» МГТУ им.Баумана.

Ключевые слова: аэродинамические коэффициенты, аэродинамическая устойчивость, авторотация, срыв потока.

1. Основным методом определения аэродинамических характеристик является эксперимент по продувке конструкции в аэродинамической трубе. Рассмотрим следующий пример (в данной работе для иллюстрации наших утверждений используются эксперименты, поставленные в лаборатории промышленной аэродинамики ЦАГИ им. проф. Н.Е. Жуковского [1]): в аэродинамическую трубу помещён брус ромбического поперечного сечения длиной  $l = 2\text{м}$ ; диагонали ромба  $a = 0,5\text{м}$ ,  $b = 0,375\text{м}$ ; нижний конец бруса опирается на шаровой шарнир, брус удерживается в вертикальном положении двумя горизонтальными пружинами, прикреплёнными к верхнему сечению. Собственная частота колебаний модели  $\nu = 4\text{Гц}$ , скорость набегающего потока  $V_\infty = 20\text{м/с}$ . Нулевой угол атаки соответствует положению бруса, при котором большая диагональ поперечного сечения параллельна скорости потока.

При проведении исследований для каждого фиксированного значения угла атаки  $\alpha$  измерялась максимальная величина амплитуды колебаний верхнего сечения бруса; значения безразмерной величины амплитуды  $\bar{A} = A/a$  откладывали по оси ординат (см. рис. 1). Построенная зависимость  $\bar{A} = \bar{A}(\alpha)$  показывает существование интервала углов атаки  $[\alpha_1, \alpha_2]$ , в котором происходит резкое увеличение, а затем падение амплитуды  $\bar{A}(\alpha)$  колебаний. Возникновение ветрового резонанса при этом исключено, так как значение динамического числа Струхала  $Sh_d = \nu a/V_\infty = 0,1$  меньше его кинематического значения  $Sh_k = 0,2$ .

В литературе наличие интервала  $[\alpha_1, \alpha_2]$  связывают со срывом потока с профиля и называют потерей аэродинамического демпфирования. Это явление характерно не только для плохообтекаемых, но также и для крыловых профилей [2].

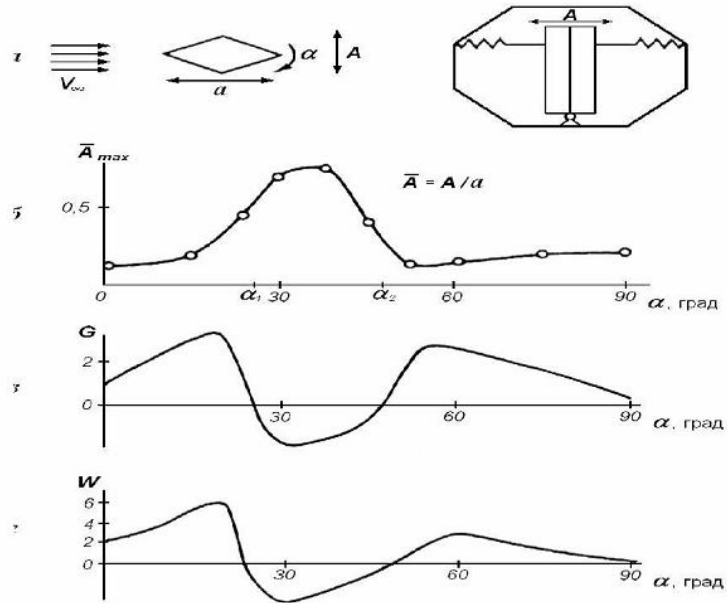


Рис. 1.

2. В экспериментальной работе [3] изучалось поведение модели биплана в воздушном потоке при условии, что модель имеет одну степень свободы — возможны только крутильные колебания вокруг поперечной оси. Было отмечено наличие интервала углов  $[\alpha_1, \alpha_2]$ , в котором наблюдалось резкое возрастание (а затем столь же резкое падение) амплитуды крутильных колебаний — авторотация. Упомянутые эксперименты были обработаны Х. Глауэртом [4], который вывел необходимое условие авторотации:

$$G(\alpha) = C'_y + C_x < 0. \quad (2.1)$$

Здесь  $C_y, C_x$  — стационарные аэродинамические коэффициенты подъёмной силы и лобового сопротивления; штрихом в работе обозначаются производные по углу атаки  $\alpha$ .

С развитием средств передачи электроэнергии на большие расстояния на линиях электропередачи (ЛЭП) стали отмечаться явления больших (с амплитудой до 10 м) колебаний проводов между опорами. Такие колебания были названы галопированием (пляской) проводов. Дж. Ден-Гартог [5], изучая поведение плохообтекаемого профиля (полукруг) с одной степенью свободы (колебания поперёк потока), вывел необходимое условие галопирования, которое также имеет вид (2.1).

Итак, неравенство (2.1) является необходимым условием «больших» колебаний с одной степенью свободы — авторотации и галопирования.

Условие Глауэрта – Ден-Гартога подтверждено в многочисленных экспериментах [1] и нашло приложение в строительном деле: при проектировании высотных сооружений, подверженных ветровым нагрузкам, необходимо ориентировать поперечное сечение конструкции так, чтобы углы атаки по отношению к господствующим ветрам были бы вне интервала неустойчивости  $[\alpha_1, \alpha_2]$  [6].

В работе [7] при имитации поведения провода ЛЭП под действием ветра рассмотрены движения профиля (с упруго-вязкими связями) с тремя степенями свободы — движения по осям  $Ox$ ,  $Oy$  и вращение вокруг центра масс. Выявлены условия существования статических решений системы уравнений движения: если профиль является несущим ( $C_y \neq 0$ ), то положения равновесия существуют при любой скорости ветра  $V_\infty > 0$ .

При изучении устойчивости по Ляпунову положений равновесия получены следующие результаты:

- условие (2.1) является достаточным условием неустойчивости модели с одной степенью свободы, если не учитывать вязкое сопротивление связей;
- выведено включающее в себя только аэродинамические характеристики профиля условие неустойчивости положений равновесия (для трёх степеней свободы):

$$W(\alpha) = C_x(C'_y + C_x) + C_y(C_y - C'_x) < 0. \tag{2.2}$$

Таблица 1

$\alpha$ ,град	$C_x$	$C_y$	$G(\alpha)$	$W(\alpha)$
0	0,70	0,00	1,50	2,23
10	0,64	0,15	2,02	3,36
20	0,60	0,41	3,24	5,86
25	0,60	0,64	-2,04	-3,82
35	0,80	0,25	-1,49	-1,79
45	0,83	-0,15	-1,46	-1,91
50	0,80	-0,35	1,83	2,07
60	0,80	-0,10	2,29	2,48
70	0,98	0,10	1,32	1,26
80	1,10	0,13	0,53	0,01

В [8] отмечается, что для профилей при определённых углах атаки выполняется неравенство  $C_y - C'_x < 0$ . Поэтому в тех интервалах угла атаки, где  $C_y > 0$ , второе слагаемое в (2.2) отрицательно, и, вследствие этого, интервал углов атаки, где равновесие может быть неустойчиво по (2.2) шире соответствующего интервала, вычисленного по (2.1).

В табл. 1 в первых двух колонках приводятся данные по исследованию аэродинамических коэффициентов  $C_x$  и  $C_y$  ромбовидного профиля (см. пример в п.1); в двух последних колонках представлены результаты вычисления величин  $G(\alpha)$  и  $W(\alpha)$ , их отрицательные значения подчёркнуты. Видно, что в интервале  $\alpha \in [25^\circ, 45^\circ]$  происходит потеря устойчивости по обоим условиям, что соответствует экспериментальным данным (см. рис. 1).

В работе [9] приводятся результаты обработки экспериментальных данных по исследованию прямоугольного, квадратного и близкого к астроида профилей.



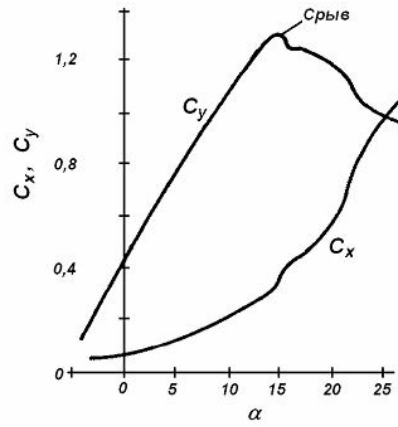


Рис. 2.

В табл. 2 приведены характеристики для профиля крыла самолёта (хорошо обтекаемый профиль с большим значением аэродинамического качества — отношения  $K = C_y/C_x$ ,  $C_x \neq 0$ ), вычисленные по данным испытаний, представленным в [2] в виде графиков (см. рис. 2). Условие  $G(\alpha) < 0$  является «необходимым», т.к. выполняется вслед за срывом потока с профиля при  $\alpha = 14,75^\circ$ ;  $W(\alpha) < 0$  — «достаточное» условие, т.к. его выполнение предшествует срыву потока.

Таблица 2

$\alpha$ , град	$C_x$	$C_y$	$K = C_y/C_x$	$G(\alpha)$	$W(\alpha)$
0	0,0777	0,4440	5,7141	3,267	28,521
5	0,1332	0,7437	5,8333	3,323	31,812
10	0,2220	1,0545	4,7500	4,050	13,113
13	0,2775	1,2210	4,4000	3,467	7,197
14	0,3108	1,2765	4,1071	8,849	-31,117
14,75	0,3718	1,2876	3,4632	-4,454	-21,445
15	0,3829	1,2654	3,3048	-2,169	-11,645
...	...	...	...	<0	<0
25	0,9546	0,9546	1,0000	-0,637	-2,178

3. В работе [10] при обсуждении аэродинамических характеристик т.н. расщеплённого токоведущего провода ЛЭП, являющегося (в поперечном сечении) системой круговых профилей, была сформулирована гипотеза об аддитивности характеристик подобных конструкций: коэффициенты  $C_y^{(K)}$ ,  $C_x^{(K)}$  системы профилей как целого есть алгебраические

суммы соответствующих коэффициентов отдельных профилей:

$$C_y^{(K)} = \sum_{i=1}^n C_{yi}, \quad C_x^{(K)} = \sum_{i=1}^n C_{xi}, \quad K^{(K)} = C_y^{(K)} / C_x^{(K)}. \quad (3.1)$$

Для экспериментальной проверки гипотезы (3.1) была изготовлена модель — система из четырёх круговых цилиндров:  $d = 35\text{мм}$ ,  $l = 900\text{мм}$ , шаг расщепления  $h = 400\text{мм}$  (рис. 3а). Цилиндры фиксировались двумя круглыми шайбами диаметром  $D = 760\text{ мм}$ . Плоские шайбы устраняли перетекание потока по торцам модели, что вместе с большим относительным удлинением цилиндров ( $l/d \approx 25,7$ ) создавало условия, близкие к условиям плоской задачи. Продувка модели производилась в аэродинамической трубе Т-1 ЦАГИ. По экспериментальным данным  $C_y^{(K)}$ ,  $C_x^{(K)}$  построена кривая  $K^{(K)} = K_{\text{эксп}}^{(K)}(\alpha)$ . Для вычисления теоретических значений  $K_{\text{теор}}^{(K)}(\alpha)$ , согласно гипотезе (3.1), использовались формулы, приведённые в [11]. На рис. 3б, 3в даны графики  $K_{\text{эксп}}^{(K)}(\alpha)$  и  $K_{\text{теор}}^{(K)}(\alpha)$  соответственно; в табл. 3 приведены результаты вычисления  $C_x^{(K)}$ ,  $C_y^{(K)}$ ,  $K_{\text{эксп}}^{(K)}(\alpha)$ ,  $G(\alpha)$ ,  $W(\alpha)$ .

Из таблицы видно, что интервал углов атаки, в котором  $W(\alpha) < 0$ , шире такового, где  $G(\alpha) < 0$ , о чём упоминалось выше.

Таблица 3

$\alpha$ , рад	$C_x^{(K)}$	$C_y^{(K)}$	$K_{\text{эксп}}^{(K)}$	$G(\alpha)$	$W(\alpha)$
0,01	3,4266	0,0140	0,0041	7,7776	2,2666
0,05	3,4602	0,2218	0,0641	9,4016	2,6651
0,11	3,7046	0,4610	0,1244	4,5846	1,0542
0,15	4,0090	0,4096	0,1022	0,9390	0,0347
0,17	4,1879	0,3330	0,0795	-0,0471	-0,1739
0,19	4,3704	0,2402	0,0550	-0,3266	-0,1850
0,21	4,5420	0,1451	0,0320	0,0925	-0,0410
0,23	4,6860	0,0622	0,0133	1,0865	0,2064
0,25	4,7820	0,0011	0,0002	1,7280	0,3480
...	...	...	...	> 0	> 0
0,76	4,2964	-0,0250	-0,0058	6,1598	1,4300
$\pi/4$	4,2942	0,0	0,0		1,29

Отметим, что в [11] разработана методика вычисления аэродинамических характеристик произвольных систем круговых профилей, а также сформулированы некоторые рекомендации по повышению аэродинамической устойчивости конструкций.

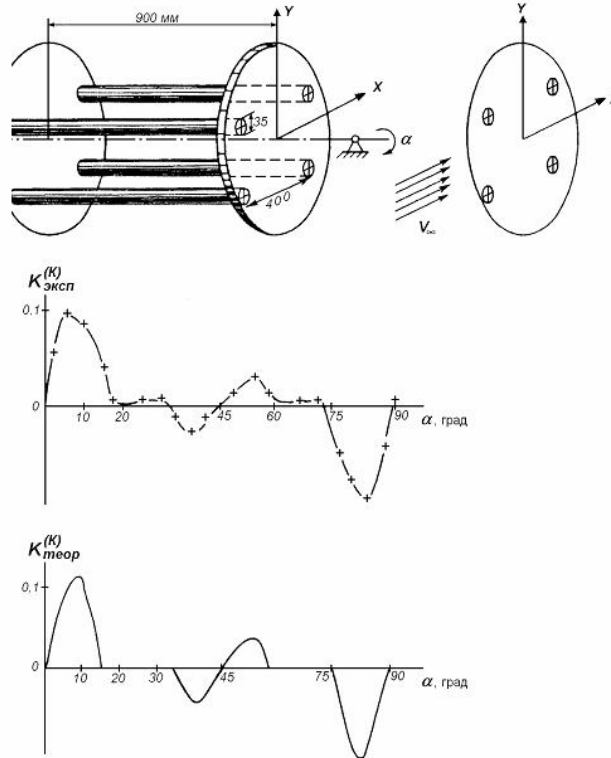


Рис. 3.

## Литература

1. Федяевский К.К., Блюмина Л.Х. Гидроаэродинамика отрывного обтекания тел / К.К. Федяевский. — М.: Машиностроение, 1977. — 198 с.
2. Чжен П. Отрывные течения / П.Чжен. — М.: Мир, 1973. Т.2. — 280 с.
3. Relf E.H., Lavender T. The auto-rotation of stalled aerofoils // Great Britain Advisory Committee for Aeronautics (GBACA)/ Reports & Memoranda. — Okt. 1918. — N549. — P.9.
4. Glauert H. The rotation of an aerofoil about a fixed axis // GBACA. R&M. — March 1919. — N595. — P.8.
5. Den-Hartog J.P. Transmission line's vibrations due to sleet // Transactions AIEE. — 1932. — 51. — P.1074-1076

6. Руководство по расчёту сооружений на действие ветра. — М.: Стройиздат, 1978. — 124 с.
7. Ванько В.И. Математическая модель пляски провода ЛЭП // Изв. вузов. Энергетика. — 1991. — № 11. — С.36-42.
8. Бетц А. Прикладная теория крыла. Аэродинамика / А.Бетц. — М.: Оборонгиз, 1940. Т.IV. — 464 с.
9. Ванько В.И., Соловьёва Е.В. Об условиях аэродинамической неустойчивости положений равновесия профилей // Прикл. механика и техн. физика. — 1996. — 37;5. — С.29-34.
10. Астахов Ю.Н., Ванько В.И., Овчинников В.В. Разработка системы проектирования расщепленной фазы для компактных ЛЭП // Известия РАН. Энергетика. — 1993. — 4. — С.52-59.
11. Ванько В.И., Соловьёва Е.В., Феоктистов В.В. Аэродинамические характеристики расщеплённых проводов для линий электропередачи // Изв. РАН. — 1994. — №4. — С.104-111.

**LYAPUNOV INSTABILITY  
OF PROFILE EQUILIBRIUM POSITIONS IN AIR STREAM**

**V.I. Vanko**

Bauman MSTU

2d Bauman St., 5, Moscow, 105005, Russia, e-mail: [vvanko@mail.ru](mailto:vvanko@mail.ru)

Some results concerning the aeroelasticity obtained during last decade at the «Applied mathematics» cathedra of Bauman MSTU are proposed.

Key words: aerodynamical coefficients, aerodynamical stability, autorotation, flow destruction.