Тогда элемент (x^*, y^*) выборки из распределения с функцией (IT)C можно получить, положив

$$x^* := C_{,2}\left(x, C_{,1}^{(-1)_2}(x,y)\right), \quad y^* := y.$$

Это открывает, например, возможность применения классических критериев согласия к многомерным выборкам (см. [8]) для проверки гипотез о распределениях, заданных IT-прообразами.

Список литературы

[1] Шатских С.Я., *Об одном свойстве условной медианы*, сб. Мера и интеграл, (1988), с. 156–163.
[2] Шатских С.Я. *Усиленный закон больших чисел для схемы серий условных распределений эллиптически контурированных мер*, Теория вероятн. и ее примен. 50 (2005), с. 291–312.
[3] Шатских С.Я., *Об одном варианте преобразования независимости*, сб. Мера и интеграл, (1995), с. 99-112.
[4] Савинов Е.А., *Предельная теорема для максимума случайных величин, связанных IT-копулами t-распределения Стьюдента*, Теория вероятн. и ее примен., 59 (2014), с. 594–602.
[5] Савинов Е.А., *Предельная теорема для копул преобразований независимости t-распределения Стьюдента*, Вестник СамГУ, 89 (2011), с. 69–85.
[6] Nelsen R., *An Introduction to Copulas.*, Second Edition. Springer. New York. 2006.
[7] Darsow W.F., Nguyen B., Olsen E.T., *Copulas and Markov processes*, Illinois J. Math. 36 (1992), 600–642.
[8] Rosenblatt M., *Remarks on multivariate transformation*, Ann. Math. Stat., 23 (1952), p. 470-472.

НЕРАВЕНСТВА Ю.А. ЛИННИКА, М.Г. КРЕЙНА И Е.А. ГОРИНА ДЛЯ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Ситник С.М.

Воронежский институт МВД (Россия, Воронеж)

E-mail: mathsms@yandex.ru

В докладе рассматриваются неравенства для положительно определённых, строго положительно определённых и характеристических функций. Рассмотрены обобщения неравенств М.Г. Крейна и Е.А. Горина [1–3]. Найден вывод многоточечного неравенства Е.А.Горина из двухточечного неравенства М.Г. Крейна. Рассмотрены приложения к неравенствам для характеристических функций, включая уточнение одного неравенства Ю.А. Линника.

В качестве приложений рассмотрено обоснование однозначной разрешимости метода конечномерных приближений для аппроксимации функций квадратичными экспонентами, в том числе в теории сигналов [4–6]. Рассмотрены связи положительно определённых и характеристических функций с другими известными классами функций: экспоненциально выпуклыми, абсолютно и вполне монотонными и другими. Приведён контрпример [7], опровергающий основную теорему об абсолютно монотонных функциях из известной монографии [8]. Рассмотрены некоторые другие результаты, вытекающие из общей теории неравенств [9–10].

Список литературы

[1] Горин Е.А., *Положительно определённые функции как инструмент математического анализа*, Фундамент. и прикл. матем. Т. 17, № 7 (2012), С. 67–95.
[2] Gorin E. A., Norvidas S., *Universal Symbols on Locally Compact Abelian Groups*, Functional Analysis and Its Applications. Vol. 47, № 1 (2013), P. 1–13.
[3] Певный А.Б., Ситник С.М. *Строго положительно определённые функции, неравенства М.Г.Крейна и Е.А.Горина*, "Новые информационные технологии в автоматизированных системах". Материалы восемнадцатого научно–практического семинара.—Москва: Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН (2015). С. 247–254.
[4] Тимашов А.С., Ситник С.М., *Расчёт конечномерной математической модели в задаче квадратичной экспоненциальной интерполяции*, Научные ведомости Белгородского государственного университета. Серия: Математика, Физика. № 19 (162), Вып. 32 (2013), С. 184–186.
[5] Киселев Е.А., Минин Л.А., Новиков И.Я., Ситник С.М., *О константах Рисса для некоторых систем целочисленных сдвигов*, Мат. Заметки. Т. 96, № 2 (2014), С. 239–250.
[6] Zhuravlev M.V., Kiselev E.A., Minin L.A., Sitnik S.M., *Jacobi theta–functions and systems of integral shifts of Gaussian functions*, Journal of Mathematical Sciences, Springer. Vol. 173, № 2 (2011), P. 231–241.
[7] Sitnik S.M., *A note on the main theorem for absolutely monotonic functions*, arXiv:1202.1210 (2012).
[8] Mitrinović D.S., Pečarić J.E., Fink A.M., *Classical And New Inequalities In Analysis*, Kluwer Academic Publishers, (1993), 740 P.
[9] Ситник С.М., *Уточнения и обобщения классических неравенств*, Итоги науки. Южный федеральный округ. Серия "Математический форум". Том 3. Исследования по математическому анализу. Ред. Ю.Ф. Коробейник, А.Г. Кусраев.—Владикавказ: Южный математический институт ВНЦ РАН и РСО Алания, (2009), С. 221–266.

[10] Sitnik S.M., *Generalized Young and Cauchy–Bunyakowsky Inequalities with Applications: a survey*, arXiv: 1012.3864 (2010), 51 P.

ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ КОМПОНЕНТ ХЕДЖИРУЮЩЕГО ПОРТФЕЛЯ ПОСРЕДСТВОМ ХААРОВСКОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИИ

Цветкова И.В.

Ростовский Государственный Строительный Университет (Россия, Ростов-на-Дону)
E-mail: pilipenkoIV@mail.ru

В докладе представлен алгоритм работы программного комплекса, рассчитывающего компоненты самофинансируемого портфеля в случае одношагового (B,S)-рынка, заданного на $(\Omega, \mathbf{F})$, где $\mathbf{F} = (\mathcal{F}_k)_{k=0}^1$, $\mathcal{F}_0$ — тривиальная σ-алгебра, $\mathcal{F}_1$ — σ–алгебра, порождённая разбиением Ω на счётное число атомов A_i, $i = 1, 2, 3, \ldots$.

*Ш*аг 1. Конструируем модель (B,S)-рынка.

1) Задаём значения случайного процесса $Z = (Z_k, \mathcal{F}_k)_{k=0}^1$, $(Z_0 = a,\ Z_1(A_i) = b_i,\ i = 1, 2, 3, \ldots)$. Считаем, что Z — дисконтированная стоимость акции. Мы работаем с такой моделью, когда среди значений $\{b_i\}_{i=1}^{\infty}$ только три различных: b_1, b_2, b_3. Обозначим через m_i – кратность значения $b_i, i = 1, 2, 3$ (сколько раз число b_i встречается в наборе $\{b_i\}_{i=1}^{\infty}$, $m_i \leq \infty$, $i = 1, 2, 3$). Будем считать, что $b_1 < a < b_2 < b_3$; это, в частности, обеспечивает непустоту множества мартингальных мер исходного процесса.

2) Задаём ограниченное финансовое обязательство f марковского типа. Проверяем его на реплицируемость на исходном рынке. Если финансовое обязательство реплицируемо (тогда в процессе проверки строится совершенный хедж), то вычисления завершаются (переход на шаг 5). Иначе будем применять технику хааровской интерполяции исходного финансового рынка.

Шаг 2. Работа с мартингальную мерой, удовлетворяющей ОСУХЕ (см.[1]).

1) Для построенной на шаге 1 модели находим мартингальную меру, удовлетворяющую ОСУХЕ (см. [2], [3]). Так как различных значений в последовательности $\{b_i\}_{i=1}^{\infty}$ всего три, то и компоненты мартингальной меры разбиваются на три подпоследовательноти. Получаем соответствующие значения их сумм: $x_1 = \sum\limits_{i=1}^{m_1} p_{3i-2}$, $x_2 = \sum\limits_{i=1}^{m_2} p_{3i-1}$, $x_3 = \sum\limits_{i=1}^{m_3} p_{3i}$.

2) Вычисляем цену финансового обязательства.

Шаг 3. Строим специальную хааровскую интерполяцию исходного рынка.

1) Задаём горизонт для интерполирующего рынка N. С помощью генератора случайных векторов, основанного на геометрическом распределении, определяется порядок появления случайных событий A_i, $i = 1, 2, 3, \ldots$ в промежуточные моменты времени.

2) Для каждого случайного события с помощью специального алгоритма вычисляются значения компонент мартингальной меры, полученной на шаге 2.

3) Решая задачу Дирихле с граничной случайной величиной Z_1, получаем значения процесса $(Y_k)_{k=0}^N$, интерполирующего процесс Z.

Шаг 4. По известным формулам [4] вычисляем значения компонент самофинансируемого порфеля и его полный капитал $X_k = \beta_k + \gamma_k Y_k, k = 1, 2, 3, \ldots, N$.

Шаг 5. Конец алгоритма.

Реализация программного комплекса выполнена с помощью кроссплатформенной библиотеки Qt4 и её расширений. В качестве основного языка программирования выбран объектно-ориентированный язык C++.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (N 13-01-00637a).

Список литературы

[1] Данекянц А.Г., *Моделирование безарбитражных финансовых рынков с помощью хааровских интерполяций на счётном вероятностном пространстве.* Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, Ростов-на-Дону, 2005.

[2] Павлов И.В., Цветкова И.В., Шамраева В.В. *Некоторые результаты о мартингальных мерах одношаговых моделей финансовых рынков, связанные с условием несовпадения барицентров.* Вестник РГУПС, 2012, №3, с.177-181.