

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ФИЛЬТРАЦИОННЫХ ТЕЧЕНИЙ ПОД
ГИДРОТЕХНИЧЕСКИМИ СООРУЖЕНИЯМИ**

Э.Н.Береславский, Л.А.Александрова, Е.В.Пестерев

Государственный университет гражданской авиации,
Санкт-Петербург, 197349, Россия, e-mail: eduber@mail.ru

В рамках двумерной стационарной фильтрации в однородном и изотропном грунте несжимаемой жидкости по закону Дарси исследуются некоторые фильтрационные течения под гидротехническим сооружением и под шпунтом Жуковского. Решение соответствующих многопараметрических смешанных краевых задач теории аналитических функций осуществляется с помощью метода конформных отображений областей специального вида. Приводятся результаты численных расчетов и дается подробный гидродинамический анализ влияния определяющих физических параметров моделей на картину течений.

Ключевые слова: фильтрация, грунтовые воды, плотина, шпунт, область комплексной скорости, конформные отображения.

1. Введение. В рамках плоской установившейся фильтрации в однородном и изотропном грунте несжимаемой жидкости (по закону Дарси с известным коэффициентом фильтрации $\kappa = \text{const}$) рассматриваются математические модели некоторых течений под заглубленной плотиной и под шпунтом Жуковского. Для их изучения формулируются и с помощью метода конформных отображений областей специального вида решаются смешанные краевые задачи теории аналитических функций. На основе полученных точных аналитических зависимостей и численных расчетов анализируется влияние физических параметров моделей на фильтрационные характеристики, а также изучается характер и степень влияния на фильтрационные потоки таких важных факторов, как скорость обтекания, действующий на гидротехническое сооружение напор, мощность проницаемого слоя и интенсивность инфильтрации на свободную поверхность.

2. Построение подземного контура плотины с участками постоянной скорости обтекания. Рассматривается течение под водонепроницаемым подземным контуром заглубленной плотины $ABCC_1B_1A_1$ (рис. 1). Пусть контур основания плотины AA_1 состоит из двух вертикальных отрезков AB и A_1B_1 одинаковой длины d_1 , среднего горизонтального отрезка CC_1 и примыкающих к ним дуг кривых BC и B_1C_1 с постоянной величиной скорости их обтекания $|w| = v_0$. Снизу область течения ограничена

криволинейным водоупором FF_1 , на котором величина скорости фильтрации также постоянна $|w| = u_0 (0 < u_0 < v_0)$. Предполагается, что границы верхнего и нижнего бьефов горизонтальны, грунт однороден и движение подчиняется закону Дарси с извечным коэффициентом фильтрации $\varkappa = \text{const}$. Действующий на сооружение напор H , скорость обтекания v_0 и фильтрационный расход Q считаются заданными.

Введем комплексный потенциал движения $\omega = \varphi + i\psi$, где φ – потенциал скорости, ψ – функция тока (область изменения переменной ω представлена на рис. 2) и комплексную координату $z = x + iy$, отнесенные соответственно к $\varkappa H$ и H . Тогда $\vec{v} = \text{grad}\varphi = -\varkappa \text{grad}h$, где напор $h = p/\gamma + y$, p – давление, γ – удельный вес фильтрующейся жидкости [1]. Задача состоит в определении положения кривых BC , B_1C_1 и FF_1 при краевых условиях

$$\begin{aligned} A_1F_1 : y = 0, \varphi = -0.5H; & \quad A_1B_1 : x = -l, \psi = Q; \\ C_1C : y = -d, \psi = Q; & \quad AB : x = l, \psi = Q; \\ AF : y = 0, \varphi = 0.5H; & \quad FEF_1 : \psi = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

таким образом, чтобы скорость фильтрации вдоль криволинейных участков подземного контура флютбета BC и B_1C_1 , а также водоупора FF_1 имела постоянные значения v_0 (заданное) и u_0 (искомое) соответственно.

Рассматриваемая задача в подобной постановке относится к так называемым смешанным обратным краевым задачам теории фильтрации, т.е. к задачам, в которых одни участки границы области известны, а другие подлежат определению. Отметим, что впервые обратный подход к фильтрационному расчету подземного контура плотин был применен в [2], когда известные участки контура прямолинейны, а на искомым скорость обтекания постоянна. Эта работа дала толчок к развитию целого направления – отысканию контуров гидротехнических сооружений по заданным их свойствам – и породила многочисленные исследования, посвященные течениям подобного рода, которые принадлежат главным образом казанской школе математиков и механиков [3].

В отличие от этих работ ниже рассматривается не только построение плавного контура плотины, но и определяется очертание подстилающего водопроницаемого основания криволинейного водоупора, также характеризуемого постоянством скорости фильтрации. Отметим, что введение подобных криволинейных участков позволяет избежать рассмотрения нереальных полу-бесконечных и бесконечных областей, что особенно важно при разработке приближенных и численных методов (конечных элементов, граничных интегральных уравнений и др.).

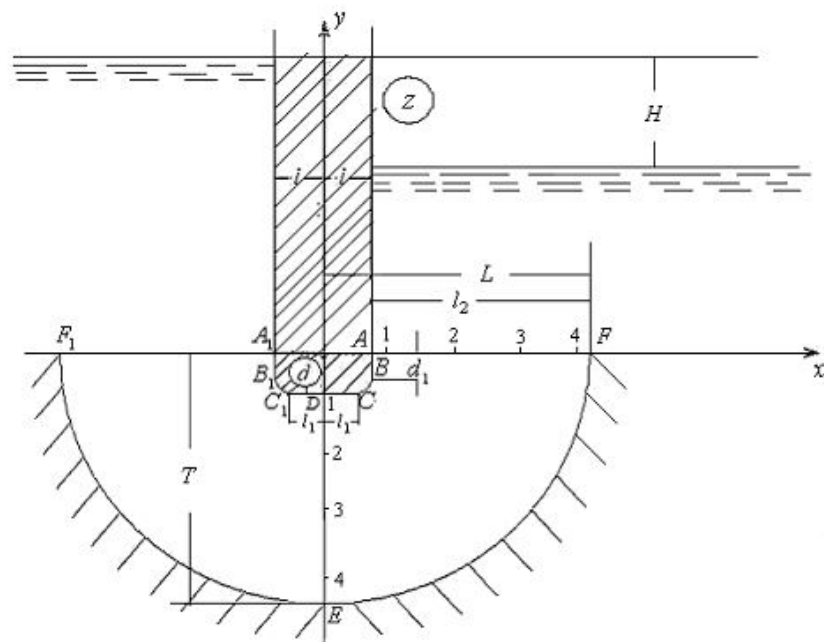


Рис.1. Картина течения, рассчитанная при $H = 2$, $v_0 = 1$, $Q = 1.14$, $\Delta l = 0.296$ и $\Delta d = 0.295$.

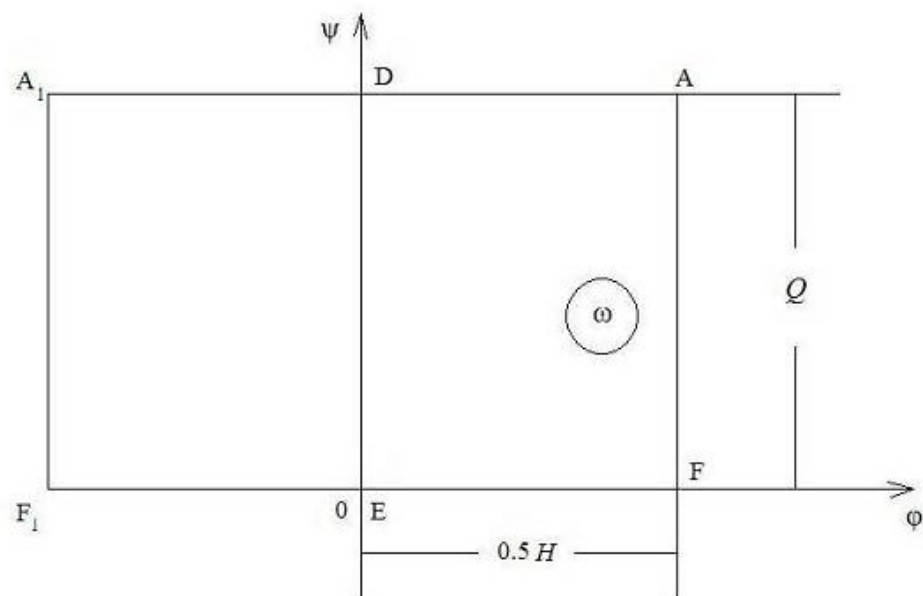


Рис.2. Область комплексного потенциала течения ω .

приближенных и численных методов (конечных элементов, граничных интегральных уравнений и др.).

На рис. 3 *a* изображена область комплексной скорости w , соответствующая краевым условиям (1), которая ограничена дугами концентрических окружностей и отрезками прямых, проходящих через начало координат. Ввиду полной симметрии на плоскостях z , ω и w ограничимся рассмотрением области движения $ABCDEF$ (рис. 1) и соответствующих ей одноименных областей на плоскостях ω и w (рис. 2 и 3, *a*).

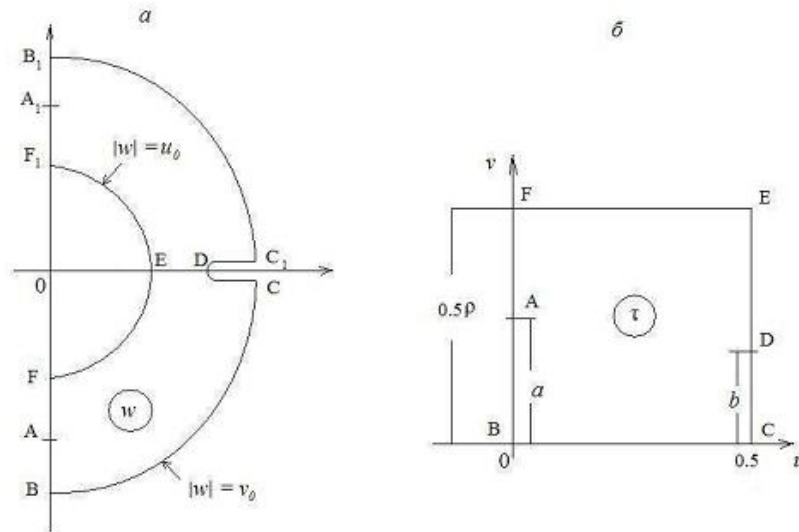


Рис. 3: Область комплексной скорости w (*a*) и вспомогательной параметрической переменной τ (*b*).

Учитывая обилие прямых углов в плоскости w , удобно при конформном отображении в качестве канонической области плоскости τ взять прямоугольник [4] (рис. 3, *b*) $0 < \text{Re } \tau < 0.5$, $0 < \text{Im } \tau < 0.5$, $\rho(k) = K'/K$, $K' = K(k')$, $k' = \sqrt{1 - k^2}$, $K(k)$ – полный эллиптический интеграл первого рода при модуле k . Тогда функция, совершающая конформное отображение этого прямоугольника на область w , выражается как

$$w(\tau) = v_0 \exp(\tau - 0.5)\pi i. \tag{1}$$

Конформно отобразим прямоугольник вспомогательной переменной τ на об-

ласть комплексного потенциала ω (рис. 2). В результате

$$\omega = \frac{0.5}{K(k)} F \left(\arcsin \frac{\lambda \operatorname{dn}(2K\tau, k)}{k \sqrt{1 - \lambda^2 \operatorname{sn}^2(2K\tau, k)}}, m \right), \quad (2)$$

где $F(\varphi, m)$ – эллиптический интеграл первого рода при модуле

$$m = k \sqrt{(1 - k'^2 \alpha^2 \beta^2) / (1 - k'^2 \alpha^2)}, \quad \lambda = \sqrt{1 - k'^2 \beta^2},$$

$$\alpha = \operatorname{sn}(2Ka, k'), \quad \beta = \operatorname{sn}(2Kb, k'),$$

$\operatorname{sn}(\varphi, k)$, $\operatorname{cn}(\varphi, k)$ и $\operatorname{dn}(\varphi, k)$ – эллиптические функции Якоби (соответственно синус, косинус и дельта) при модуле k . При этом должно выполняться условие

$$\frac{K'(m)}{K(m)} \equiv \frac{2Q}{H}, \quad (3)$$

связывающее между собой физические параметры Q и H , которое служит для определения модуля k .

Принимая во внимание соотношения (2) и (3), учитывая, что $w = d\omega/dz$ и поступая аналогично тому, как это сделано в [5, 6], придем к зависимостям

$$\frac{d\omega}{d\tau} = \frac{M \operatorname{sn}(2K\tau, k) \operatorname{cn}(2K\tau, k)}{\Delta(\tau)},$$

$$\frac{dz}{d\tau} = \frac{M \operatorname{sn}(2K\tau, k) \operatorname{cn}(2K\tau, k) \exp((0.5 - \tau)\pi i)}{\nu_0 \Delta(\tau)}, \quad (4)$$

$$\Delta(\tau) = \sqrt{[1 - \lambda^2 \operatorname{sn}^2(2K\tau, k)][\alpha^2 + (1 - \alpha^2) \operatorname{sn}^2(2K\tau, k)]},$$

где $M > 0$ – масштабная постоянная моделирования. Можно проверить, что функции (5) удовлетворяют граничным условиям (1), сформулированным в терминах функций $d\omega/d\tau$ и $dz/d\tau$, и, таким образом, являются параметрическим решением исходной краевой задачи.

Основная вычислительная сложность дальнейшего решения задачи заключается в том, что в зависимости (5) входят четыре неизвестные постоянные конформного отображения – α , β , M и модуль k , для определения которых приходится исследовать и решать весьма сложную систему трансцендентных уравнений. Кроме того, подынтегральные выражения, входящие в эти уравнения, бесконечны на некоторых пределах интегрирования.

Интегрируя (5) вдоль контура области τ , получаем выражения для геометрических и фильтрационных характеристик:

$$\int_0^{0.5} X_{BC} dt = \Delta l, \quad \int_0^{0.5} Y_{BC} dt = \Delta d, \quad \int_0^{0.5} \Phi_{EF} dt = 0.5H, \quad (5)$$

которые используются для нахождения неизвестных параметров конформного отображения – α , β и M , координаты точек подземного контура плотины $x_{BC}(t)$, $y_{BC}(t)$, а также координаты криволинейной части водоупора $x_{EF}(t)$, $y_{EF}(t)$, $0 \leq t \leq 0.5$. Здесь $\Delta l = l - l_1$, $\Delta d = d - d_1$, X_{BC} , Y_{BC} , Φ_{EF} – выражения правых частей (5) на соответствующих участках контура плоскости τ . Полагая в уравнениях для координат $t = 0.5$, находим искомые размеры подземного контура плотины и криволинейного водоупора

$$l_1 = x_{BC}(0.5), \quad d_1 = y_{BC}(0.5), \quad L = l + l_2 = x_{EF}(0.5), \quad T = y_{EF}(0.5). \quad (6)$$

Рассмотрим предельные случаи. Если в плоскости течения вертикальный отрезок AB отсутствует, что соответствует слиянию точек A и B (параметры $a = \alpha = 0$, $d_1 = 0$), то интегрируя уравнения (6), получаем следующие выражения для фильтрационных характеристик

$$\Delta l = \frac{H(1 - \lambda')}{\pi v_0 \lambda}, \quad \Delta d = d = \frac{H[E(\lambda) - \lambda^2 K(\lambda)]}{\pi v_0 \lambda},$$

$$l_1 = \frac{H[E(\lambda') - \lambda'^2 K(\lambda') + \lambda']}{\pi v_0 \lambda}, \quad (7)$$

$$l = l_1 + \Delta l = \frac{H[E(\lambda') - \lambda'^2 K(\lambda') + 1]}{\pi v_0 \lambda},$$

где $E(\lambda)$ – полный эллиптический интеграл второго рода при модуле $\lambda = \sqrt{1 - \beta^2}$. Если в плоскости течения z отсутствует горизонтальный отрезок CD , что отвечает слиянию точек C и D (параметры $b = \beta = 0$, $l_1 = 0$), то интегрирование уравнений (6) приводит к формулам (8) заменой в них параметров α на β , d на l и наоборот. Формулы (8) совпадают с формулами (10.9), (10.13), (10.16), (10.19), (10.22) и (10.24) [1, с. 197-200].

На рис. 1 изображена картина течения, рассчитанная при $v_0 = 1$, $H = 2$, $Q = 1.14$, $\Delta l = 0.296$ и $\Delta d = 0.295$ (базовый вариант). Результаты расчетов влияния определяющих физических параметров v_0 , H , Q , Δl и Δd на размеры l , l_1 , d , d_1 , l_2 и T представлены на рис. 4-8 в виде зависимостей d_1 , l_2 и l_1 , T от указанных параметров. В каждом из этих рисунков варьируется

один из параметров v_0 , H , Q , Δl и Δd , а значения остальных фиксируются базовыми. Анализ графиков позволяет сделать следующие выводы.

Уменьшение скорости обтекания и увеличение действующего на сооружение напора приводят к росту всех размеров плотины l , l_1 , d и d_1 и, наоборот, к уменьшению размеров криволинейного водоупора l_2 и T . Величины l_1 и d_1 , а следовательно, ширина и толщина плотины могут быть весьма значительными: из графиков рис. 4 следует, что изменение скорости в 1.5 раза увеличивает ширину l_1 и толщину d_1 соответственно на 329 и 380.4%. Из графиков, приведенных на рис. 6-8, видно, что зависимости l_1 и d_1 от скорости обтекания и действующего напора, а также l_2 и T от всех определяющих параметров модели качественно подобны, причем при фиксированных значениях v_0 , H , Q , Δl и Δd глубина водоупора T всегда превосходит ширину l_2 в среднем на 10-20%.

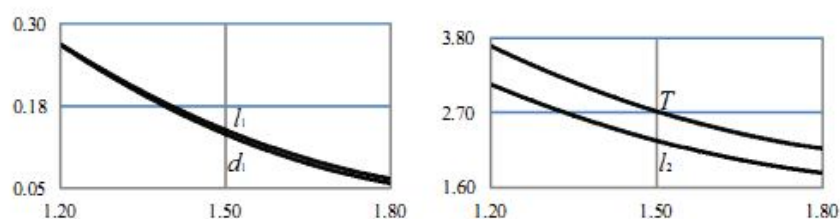


Рис. 4: Зависимости величин d_1 , l_1 (а) и T , l_2 (б) от v_0 .

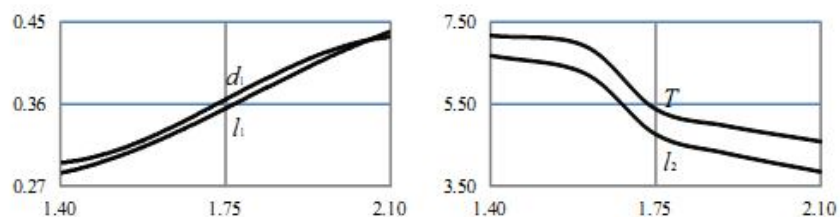


Рис. 5: Зависимости величин d_1 , l_1 (а) и T , l_2 (б) от H .

Обращает на себя внимание одинаковый качественный характер зависимостей величин l , l_1 , d и d_1 от параметров Q и Δl : увеличение фильтрационного расхода и разности Δl приводит к росту толщины плотины d (а также величины d_1) и уменьшению ширины плотины l (а также величины l_1). В то же время наблюдается совершенно противоположный характер изменения размеров плотины при варьировании величин Δl и Δd . Графики, приведенные на рисунках 7 и 8, которые относятся к этим параметрам, отражают законо-

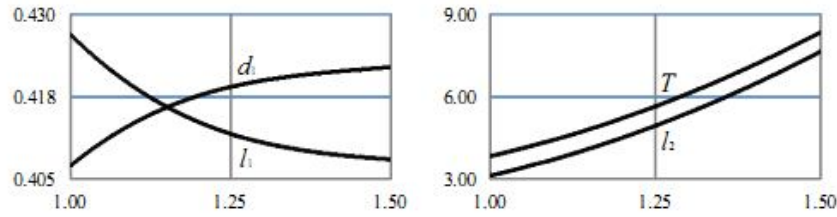


Рис. 6: Зависимости величин d_1, l_1 (а) и T, l_2 (б) от Q .

мерность, которая является естественной с физической точки зрения: увеличению разности $\Delta l(\Delta d)$ сопутствует убывание (или рост) ширины плотины l и рост (или убывание) её толщины d . Так, с изменением Δl на 50% ширина l_1 уменьшается в 4.1 раза, толщина d_1 увеличивается в 110.5 раз, подобное же изменение величины Δd приводит к увеличению ширины l_1 в 5.2 раза и уменьшению толщины d_1 в 14.7 раза.

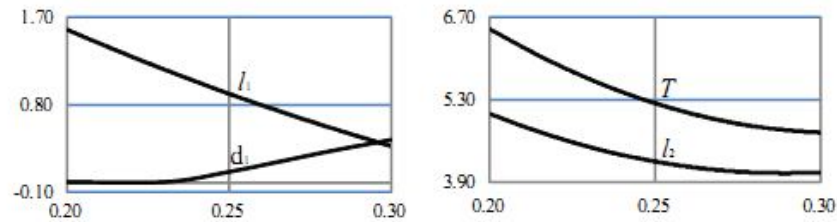


Рис. 7: Зависимости величин d_1, l_1 (а) и T, l_2 (б) от Δl .

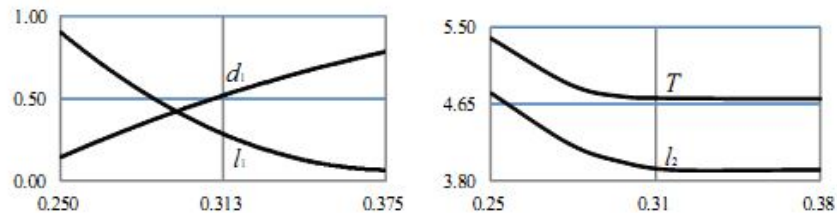


Рис. 8: Зависимости величин d_1, l_1 (а) и T, l_2 (б) от Δd .

С ростом параметров $v_0, H, \Delta l$ и Δd глубина водоупора T и ширина l_2 уменьшаются (хотя и незначительно, в пределах 1.1-1.7 раз) и увеличиваются с возрастанием фильтрационного расхода Q , причем существенно: на 147 и 119% соответственно. При этом величины T и l_2 могут быть весьма значительными и в рассматриваемых случаях превосходить не только параметры l_1 и d_1 , но и сами размеры плотины l и d соответственно. Так из графика

рис. 4 вытекает, что при $H = 1.4$ имеем $l_1 = 0.285$, $l = 0.581$, $l_2 = 6.678$, значит, $l_2/l = 11.5$, а из графика рис. 8 следует, что при $\Delta l = 0.2$ получаем $d_1 = 0.004$, $d = 0.299$, $T = 6.495$, следовательно, $T/d = 21.7$. Таким образом, размеры l_2 и T превосходят ширину плотины l и ее толщину d на 1049 и 2072% соответственно.

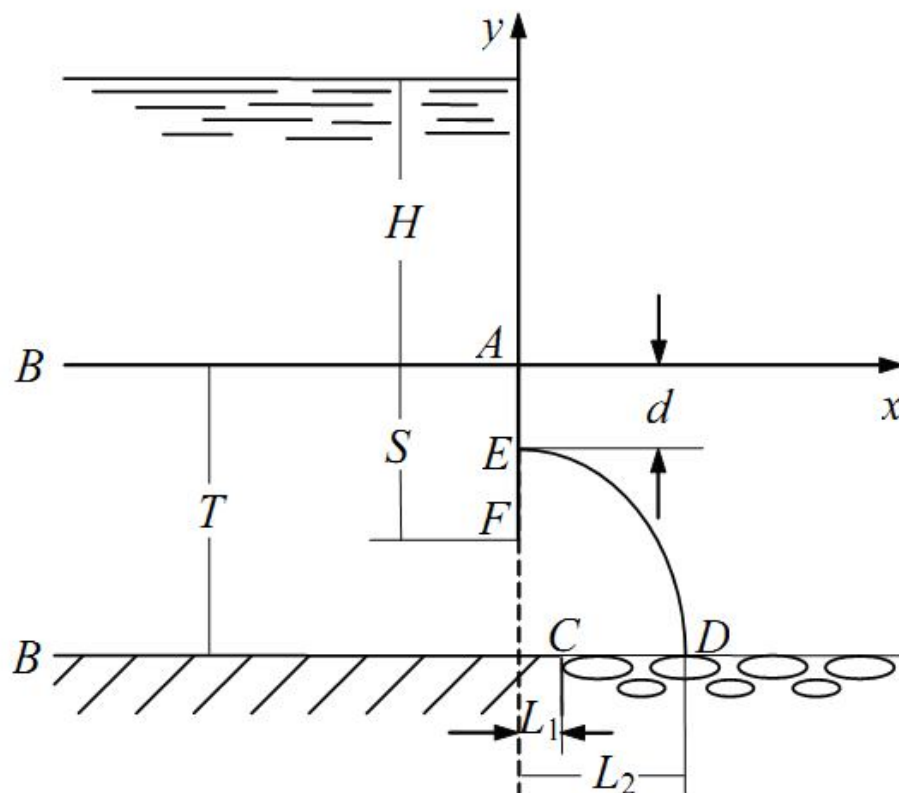


Рис. 9: Картина течения, рассчитанная при $V_F = 0.3$, $\varepsilon = 0.6$, $T = 5$, $H = 5$, $S = 3$.

3. Об одном случае обтекания шпунта Жуковского. Рассматривается течение жидкости под шпунтом AFE , когда на некоторой глубине T имеется горизонтальный пласт, состоящий из непроницаемого участка BC и хорошо проницаемого слоя CD , не содержащего напорных грунтовых вод (рис. 9). Грунтовые воды, обтекая шпунт с конечной скоростью V_F на его конце, поднимаются за ним на некоторую высоту FE и образуют свободную поверхность ED , на которую поступают инфильтрационные воды с интенсивностью ε ($0 < \varepsilon < 1$). Действующий напор H , глубина залегания пласта

T , длина шпунта S , а также скорость обтекания его на конце V_F ($0 < V_F < \varepsilon$) считаются заданными. Задача состоит в определении положения кривой депрессии ED и, стало быть, размеров d (высота поднятия воды за шпунтом), L_1 (длина отрезка непроницаемого участка слоя за шпунтом) и L_2 (проекция свободной поверхности) при следующих краевых условиях:

$$\begin{aligned} AB : y = 0, \varphi = -H; \quad BC : y = -T, \psi = 0; \quad CD : y = -T, \varphi = 0; \\ DE : \varphi = -y - T, \psi = Q + \varepsilon x; \quad AFE : x = 0, \psi = Q, \end{aligned} \quad (8)$$

где Q – искомый фильтрационный расход.

Впервые задача об обтекании шпунта рассматривалась Н.Е. Жуковским [7], где видоизмененный им метод Кирхгофа в теории струй был использован для решения задач фильтрации со свободной поверхностью. Здесь была введена специальная аналитическая функция, впоследствии получившая весьма широкое применение в теории фильтрации, с помощью которой Н.Е. Жуковским дано исследование задачи об обтекании шпунта. С тех пор как сама функция, так и шпунт носят имя Жуковского [1]. Работа [7] открыла возможность математического моделирования задач со свободной поверхностью и положила начало исследованиям указанного класса фильтрационных течений [1,3,8].

В отличие от предыдущих исследований ниже дается решение задачи Жуковского об обтекании шпунта в том случае, когда на некоторой глубине под шпунтом залегает горизонтальный пласт, состоящий из непроницаемого и хорошо проницаемого участков и при наличии инфильтрации на свободную поверхность.

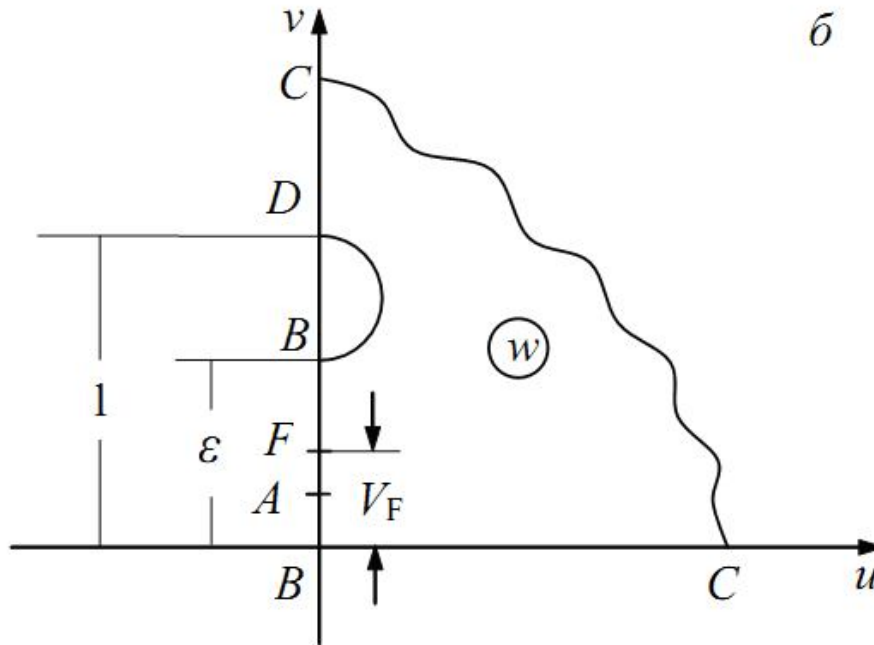
Область комплексной скорости w , которая соответствует краевым условиям (9) (рис. 10), имеет только прямые углы и в этом смысле подобна области предыдущей задачи (рис. 3 а). Поэтому принимая в качестве вспомогательной параметрической переменной τ (рис. 3 б) и применяя разработанную [4] методику построения отображающих функций для подобных многоугольников, найдем

$$w(\tau) = \sqrt{\varepsilon} \operatorname{tg} \pi \tau. \quad (9)$$

Принимая во внимание соотношение (10) и поступая аналогично [9,10], решение краевой задачи найдем в следующем параметрическом виде

$$\frac{dw}{d\tau} = \sqrt{\varepsilon} M \frac{\sin \pi \tau}{\operatorname{sn}(2K\tau, k) \Delta(\tau)}, \quad \frac{dz}{d\tau} = M \frac{\cos \pi \tau}{\operatorname{sn}(2K\tau, k) \Delta(\tau)}, \quad (10)$$

здесь $\Delta(\tau) = \sqrt{B_1^2 \operatorname{sn}^2(2K\tau, k) + B^2}$, $\beta_1 = \sqrt{1 - \beta^2}$, $a = \operatorname{arth}(V_F / \sqrt{\varepsilon}) / \pi$, $b = \tau_0$ (ордината точки O в плоскости τ), и модуль k определяется на сей раз

Рис. 10: Область комплексной скорости w .

из уравнения

$$\rho = K'/K = 2\operatorname{arth}\sqrt{\varepsilon}/\pi. \quad (11)$$

В данном случае неизвестные параметры отображения W и M определяются в результате решения следующей системы уравнений

$$\int_a^b Y_{OF} dt = S, \quad \int_0^{0.5} \Phi_{CD} = H, \quad (12)$$

после чего вычисляются координаты точек свободной поверхности $x_{AB}(t)$ и $y_{AB}(t)$, $0 \leq t \leq 0.5$. Полагая в уравнениях $t = 0.5$, находим искомые размеры

$$L_2 = x_{AB}(0.5), \quad d = T - y_{AB}(0.5), \quad (13)$$

а также

$$L_1 = L_2 - \int_0^{0.5} \psi_{AD} dt, \quad Q = \int_0^b \psi_{OC} dt, \quad (14)$$

где Y_{OF} , Φ_{CD} , ψ_{AD} и ψ_{OC} – выражения правых частей (11) на соответствующих участках контура плоскости τ .

На рис. 9 изображена картина течения, рассчитанная при $V_F = 0.3$, $\varepsilon = 0.6$, $T = 5$, $H = 5$, $S = 3$ (базовый вариант). Результаты расчетов влияния

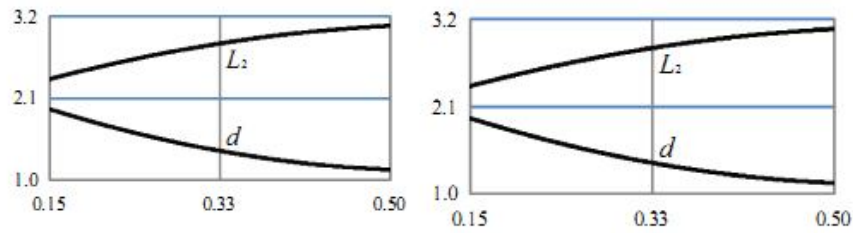


Рис. 11: Зависимости величин L_2 и d (а), Q и L_1 (б) от V_F .

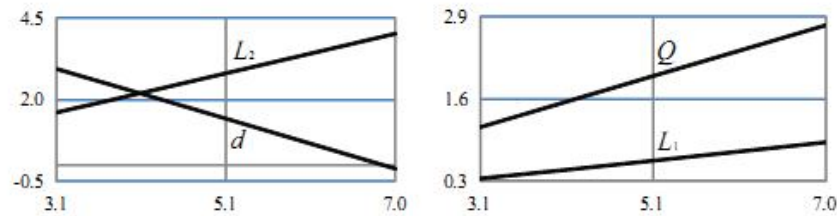


Рис. 12: Зависимости величин L_2 и d (а), Q и L_1 (б) от H .

определяющих физических параметров V_F , H , S , и ϵ на фильтрационные характеристики представлены на рис. 11-15 в виде зависимостей Q , d и L_1 , L_2 от указанных параметров. Анализ данных графиков позволяет сделать следующие выводы.

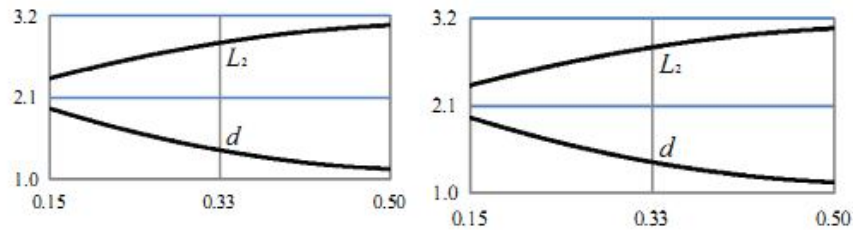
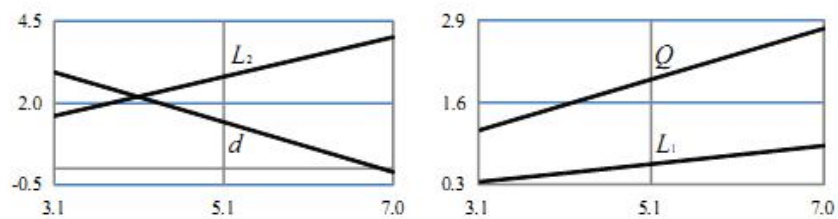
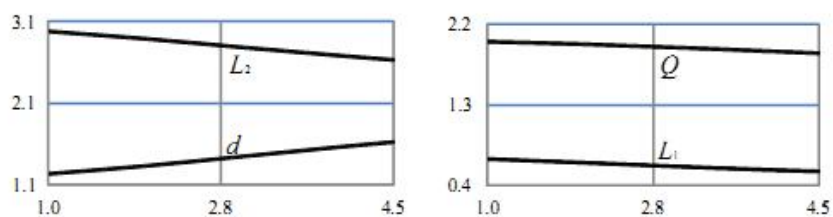
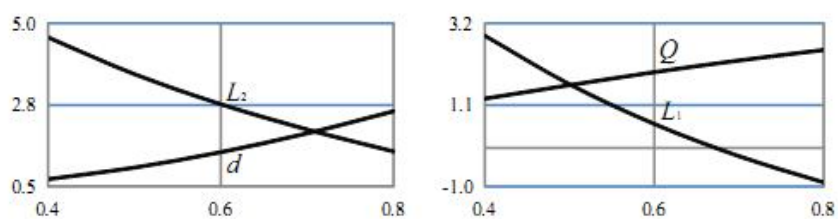
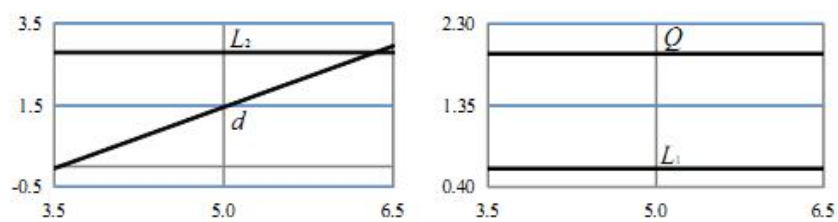


Рис. 13: Зависимости величин L_2 и d (а), Q и L_1 (б) от V_F .

Возрастание скорости V_F и напора H увеличивают размеры L_1 , L_2 и расход Q и, наоборот, уменьшают высоту поднятия воды за шпунтом d . В то же время наблюдается совершенно противоположный характер изменения размеров L_1 , L_2 и d при варьировании параметров S и ϵ : при уменьшении интенсивности ϵ всего в 2 раза размеры L_1 и L_2 возрастают на 1744 и 312% соответственно. Наиболее существенное влияние на глубину d оказывает напор H и мощность пласта T .

Рис. 14: Зависимости величин L_2 и d (а), Q и L_1 (б) от H .Рис. 15: Зависимости величин L_2 и d (а), Q и L_1 (б) от S .Рис. 16: Зависимости величин L_2 и d (а), Q и L_1 (б) от ε .Рис. 17: Зависимости величин L_2 и d (а), Q и L_1 (б) от T .

Литература

1. Полубаринова-Кочина П.Я. Теория движения грунтовых вод / П.Я.Полубаринова-Кочина. – М.: Гостехиздат,1952.; 2-е изд. – М.:Наука,1977.
2. Кочина И.Н., Полубаринова-Кочина П.Я. О применении плавных контуров основания гидротехнических сооружений // ПММ. – 1952. – 16. – С.57-66.
3. Развитие исследований по теории фильтрации в СССР (1917-1967). – М.: Наука,1969. – 545с.
4. Береславский Э.Н. О конформном отображении некоторых круговых многоугольников на прямоугольник // Изв. вузов. Математика. – 1980. – №5. – С.3-7.
5. Береславский Э.Н. Построение контура постоянной скорости основания гидросооружения при фильтрации двух жидкостей разной плотности // ПММ. – 1990. – 54. – 2. – С.342-346.
6. Береславский Э.Н. Определение подземного контура заглубленного флютбета с участком постоянной скорости при наличии соленых подпорных вод // ПММ. – 1998. – 62; 1. – С.169-175.
7. Жуковский Н.Е. Просачивание воды через плотины // Опытно-мелиоративная часть НКЗ. – 1993. – 30. – С.30-32; собр. соч. М.: Гостехиздат,1950. – 7. – С.297-332.
8. Ведерников В.В. Теория фильтрации и её применение в области ирригации и дренажа/ В.В.Ведерников. – М.-Л.: Госстройиздат,1939. – 248с.
9. Береславский Э.Н. Гидродинамическая модель отжима пресными фильтрационными водами покоящихся соленых при обтекании шпунта Жуковского // Докл. АН СССР. – 1998. – 303;4. – С.479-482.
10. Береславский Э.Н. К задаче Жуковского об обтекании шпунта // ПММ. – 1999. – 63;4. – С.603-610.

MATHEMATICAL MODELING OF SOME FILTRATION CURRENTS UNDER HYDRAULIC ENGINEERING CONSTRUCTIONS

Bereslavskiy E.N., Aleksandrova L.A., Pesterev E.V.

State University of Civil Aviation,

Sankt-Peterburg, 197349, Russia, e-mail: eduber@mail.ru

Within the framework of two-dimensional stationary filtering in uniform soil of the incondensable liquid under the law Darsi are researched some filtration currents under hydrotechnical building and under groove Zhukovskogo. The Decision corresponding to multivariable mixed marginal problems to theories analytical function is realized by means of method conformal mappings of the areas of the special type. Happen to the results numerical calculation and is given detailed hydrodynamic analysis of the influence defining physical parameter of the models on picture of the currents.

Key words: filtering, groundwater, dam, groove, velocity hodograph, conformal mappings.