УДК 330.322.01

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МОДЕЛИ БЛЭКА-ЛИТТЕРМАНА ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОГО ПОРТФЕЛЯ ЦЕННЫХ БУМАГ

В.В. ТАМОЖНИКОВ

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

e-mail: vvvtam@mail.ru

Модель Блэка-Литтермана позволяет инвестору учитывать свои прогнозы относительно доходности определенных активов при построении эффективного портфеля ценных бумаг на основе оптимизационной методики Г. Марковица. Статья сводит воедино результаты исследований авторов немногочисленных научных работ по модели Блэка-Литтермана и предлагает рекомендации по практическому использованию данной модели для построения оптимального, с учетом персональных прогнозов инвестора, портфеля ценных бумаг. Раскрывается смысл и предлагаются методики определения значений наиболее абстрактных параметров модели – матрицы ковариаций стандартных ошибок прогнозов и масштабирующего множителя. Возможности и ограничения применения модели Блэка-Литтермана, а также методология расчета результирующего вектора удельных весов рассматриваются на числовом примере.

Ключевые слова: портфель ценных бумаг, оптимизация портфеля, модель Марковица, вектор равновесной доходности, финансовые инструменты, управление инвестиционным портфелем, прогнозы доходностей активов.

Модель Блэка-Литтермана построения портфеля ценных бумаг, разработанная Фишером Блэком и Робертом Литтерманом, представляет собой метод построения эффективного портфеля ценных бумаг, который во многом решает проблемы недостаточной диверсификации и высокой чувствительности структуры портфеля к качеству входящих данных, связанные с применением оптимизационной модели Марковица. Корме того, модель Блэка-Литтермана позволяет инвестору учесть свой персональный прогноз относительно соотношения доходности конкретных активов с их равновесной рыночной доходностью, построить новый вектор ожидаемой доходности и получить на его основе новые относительные веса бумаг в инвестиционном портфеле. Полученные на базе модели Блэка-Литтермана портфели отличаются большей стабильностью весов бумаг в портфеле, что позволяет существенно сократить транзакционные издержки при ребалансировке портфелей. К сожалению, выбор необходимых для модели входящих данных является достаточно сложным процессом и недостаточно освещен в современной научной литературе.

Модель Блэка-Литтермана была представлена общественности в 1990 году, затем доработана Блэком и Литтерманом в 1991-1992 гг. Более детально модель была рассмотрена в работах Винкельмана, Литтермана и Хи в 1998-2003 гг. Модель представляет собой комбинацию концепций CAPM Шарпа (1964), задачи обратной оптимизации Шарпа (1974) и оптимизационной модели Марковица (1952).

Наиболее важной отправной точкой при построении портфеля ценных бумаг на основе оптимизации соотношения риска и доходности Марковица является вектор ожидаемой доходности. Тем не менее, давно показано, что относительно небольшое изменение ожидаемой доходности одного из активов в портфеле, при применении оптимизации Марковица, может привести к пересмотру структуры портфеля более чем на 50%. В поисках более подходящей стартовой точки для решения оптимизационной задачи Блэк, Литтерман и Хи в своих работах[1] пытались использовать несколько аль-

[1] Black, F. and Litterman, R. (1992). "Global Portfolio Optimization." Financial Analysts Journal, September/October, 28-43; He, G. and Litterman, R. (1999). "The Intuition Behind Black-Litterman Model Portfolios." Investment Management Research, Goldman, Sachs & Company, December.

тернативных вариантов прогноза будущей доходности активов: прогноз на основе исторических данных, прогноз одинаковых доходностей для всех активов на рынке и прогноз одинаковых для всех активов доходностей на единицу риска. Было продемонстрировано, что все эти альтернативные прогнозы при применении оптимизации Марковица приводят, в случае отсутствия ограничений, к структуре портфелей с огромными длинными и короткими позициями. В случае же ограничений на короткую продажу, получившиеся портфели являются высококонцентрированными и содержат относительно небольшое количество различных типов активов.

В модели Блэка-Литтермана в качестве нейтральной стартовой позиции выбраны «равновесные» доходности активов. Равновесными считаются доходности, получаемые из предположения, что рынок в настоящий момент является эффективным. Предполагаемый (существующей структурой рынка) вектор равновесной доходности может быть получен из имеющейся информации о структуре рыночной капитализации путем решения задачи обратной оптимизации Шарпа:

$$\Pi=\lambda\Sigma wmkt \tag{1}$$

где П – вектор предполагаемой равновесной доходности[2] (N x 1 вектор-столбец);

λ – коэффициент склонности инвестора к риску;

Σ – ковариационная матрица доходностей инструментов (N x N матрица);

wmkt – удельный вес каждого актива в общем объеме рынка[3] (N x 1 вектор-столбец).

Коэффициент склонности инвестора к риску (λ) характеризует готовность инвестора жертвовать величиной ожидаемой доходности портфеля ради снижения его риска, выраженного дисперсией ожидаемой доходности. В формуле (1) λ играет роль масштабирующего фактора в процессе получения путем обратной оптимизации вектора ожидаемой доходности активов. Большая доходность на единицу риска (большая λ) приводит к росту оценки доходностей активов.

При наличии оценки будущей доходности рынка или бенчмарки (эталонного портфеля для инвестора) коэффициент склонности инвестора к риску может быть рассчитан по формуле:

$$\lambda = \frac{E(r) - r_f}{\sigma^2}$$

где *E(r)* – ожидаемая абсолютная доходность рынка (бенчмарки);

r_f – безрисковая ставка процента;

$\sigma^2 = w_{mkt}^T \Sigma w_{mkt}$ – дисперсия рыночного портфеля (бенчмарки).

Так как вектор предполагаемой равновесной доходности рассчитывается из весов рыночной капитализации активов, очевидно, что использование вектора равновесной доходности для вычисления удельных весов активов в составе портфеля ценных бумаг (решение обратной задачи) приведет к построению рыночного портфеля, в который все существующие на рынке активы входят пропорционально своим объемам торговли. В случае отсутствия у инвестора персональных прогнозов будущих доходностей инструментов, отличных от рыночных, модель предлагает инвестору держать рыночный портфель. Таким образом, отправной точкой модели Блэка-Литтермана можно считать вектор предполагаемой равновесной доходности, являющийся нейтральным по отношению к рынку.

---

[2] Необходимо помнить, что в оптимизационной модели Марковица корректным является использование показателя превышения доходности данного (рискового) актива над доходностью актива безрискового (относительной доходности), а не показателя абсолютной доходности актива. Здесь и далее под доходностью понимается именно относительная доходность, если не указано иное.

[3] Возможной альтернативой весам рыночной капитализации является предполагаемая эффективная бенчмарка (эталонный портфель).

Прежде чем приступить к описанию основных элементов и принципов использования модели Блэка-Литтермана, думаю, полезно будет привести саму формулу для расчета нового комбинированного вектора доходности, являющуюся результатом выводов модели:

$$E[R] = \left[(\tau\Sigma)^{-1} + P^T\Omega^{-1}P\right]^{-1}\left[(\tau\Sigma)^{-1}\Pi + P^T\Omega^{-1}Q\right] \quad (2)$$

где E[R] – новый комбинированный вектор доходности (N *x* 1 вектор-столбец);

τ – масштабирующий фактор

Σ – ковариационная матрица доходностей инструментов (N *x* N матрица);

P – матрица, идентифицирующая активы, являющиеся предметом прогнозов инвестора (K *x* N матрица либо 1 *x* N вектор-столбец в частном случае 1 прогноза);

Ω – диагональная ковариационная матрица стандартных ошибок прогнозов, отражающая неопределенность прогнозов (K *x* K матрица);

Π – вектор предполагаемой равновесной доходности (N *x* 1 вектор-столбец);

Q – прогнозный вектор (K *x* 1 вектор-столбец)

K – количество прогнозов инвестора;

N – количество активов в портфеле.

Прогнозы инвесторов

Очень часто управляющие инвестиционным портфелем имеют свои персональные взгляды на будущую доходность финансовых активов, входящих в портфель, отличную от равновесной рыночной оценки. Модель Блэка-Литтермана позволяет выразить такие прогнозы в абсолютной либо относительной форме. Для упрощения понимания рассмотрим на простом примере. Пусть мы имеем 8 бумаг для рассмотрения: A, B, C, D, E, F, G, H. Их ожидаемые доходности (в соответствии с вектором предполагаемой равновесной доходности) составляют 4,8%; 0,7%; 0,15%; 6,0%; 5,4%; 3,7%; 3,2%; 6,4%. Допустим, мы имеем три прогноза.

Прогноз 1: Доходность[4] бумаги A составит 5,25%.

Прогноз 2: Доходность бумаги B превысит доходность бумаги C на 0,25%.

Прогноз 3: Доходность бумаг D и E превысит доходности бумаг F и G на 2%.

Прогноз 1 являет собой типичный пример абсолютного прогноза. В то же время рынок оценивает будущую доходность актива A в 4,80%. В таком случае Прогноз 1 утверждает, что актив A окажется доходнее на 45 базисных пунктов по сравнению с равновесной рыночной оценкой.

Прогнозы 2 и 3 представляют собой примеры относительных прогнозов. Относительные прогнозы являются гораздо более распространенным типом прогнозов для инвестиционных менеджеров. Прогноз 2 говорит о том, что актив B окажется доходнее актива C на 0,25%. Чтобы узнать будет ли данное утверждение иметь позитивный или негативный эффект на бумагу C, необходимо сопоставить прогнозируемую разницу со значениями равновесных рыночных доходностей бумаг B и C. Равновесные рыночные доходности бумаг B и C составляют 0,70% и 0,15%. Получаем разницу в 0,55%. Так как Прогноз 2 предсказывает разницу в 0,25%, что меньше 0,55%, можно предположить, что результатом использования модели будет увеличение относительной доли бумаги C в портфеле и уменьшение относительной доли бумаги B по сравнению с рыночным портфелем. В общем виде, если предсказанная разница доходностей оказывается меньше предполагаемой рынком, то рассчитанный моделью портфель будет иметь перекос в сторону менее доходного актива, и наоборот.

Прогноз 3 представляет собой прогноз, касающийся сразу целого набора активов, поэтому понятия «более доходный» и «менее доходный» инструмент здесь также относительны. Количество более доходных инструментов не обязательно должно совпадать с количеством менее доходных. В случае Прогноза 3 мы имеем дело с двумя гипотетическими минипортфелями. Портфель с большей доходностью состоит из инструментов, обозначенных в Прогнозе 3 как «более доходные», в пропорциях, равных

[4] Здесь и далее имеется в виду относительная доходность, то есть превышение доходности данного инструмента над доходностью безрискового инструмента.

отношению рыночной капитализации каждого из инструментов к сумме их рыночных капитализаций. Аналогично из «менее доходных» инструментов строится портфель с меньшей доходностью. По одному из портфелей мы занимаем короткую позицию (продаем его), по другому – длинную (покупаем). Общие стоимости обоих минипортфелей должны быть равны. Следует понимать, что мы не обязательно покупаем именно более доходный минипортфель, и продаем более доходный. В общем случае, как и при анализе Прогноза 2, если предсказанная разница доходностей минипортфелей оказывается меньше предполагаемой рынком, то рассчитанный моделью портфель будет иметь перекос в сторону менее доходного минипортфеля, и наоборот.

Рассмотрим процесс формализации прогноза 3 на гипотетическом примере. Пусть рыночная капитализация бумаг D и E составит 7500 и 2500 млн. долларов соответственно. Равновесные доходности бумаг D и E равны 6,0% и 5,4%. Также допустим, что рыночная капитализация акций F и G составляет 2250 и 250 млн. долларов соответственно. Их равновесные доходности равны 3,7% и 3,2 %. В этом случае средневзвешенные доходности портфеля акций D и E составляет 5,85%, а акций F и G – 3,65%. Равновесный процентный дифференциал доходностей составляет в этом случае 2,20%, что выше 2%, предсказанных Прогнозом 3. Это означает, что в рассчитанном моделью модифицированном портфеле будет наблюдаться увеличение долей бумаг F и G за счет уменьшения долей акций D и E.

Построение входящих данных для модели

Одним из аспектов модели Блэка-Литтермана, вызывающим наибольшие затруднения на практике, является формализация прогнозов инвестора и формирование входящих данных в модель, отражающих эти прогнозы. Прежде всего, следует отметить, что в рамках модели наличие прогноза инвестора по каждому из активов не является обязательным. В рассмотренном выше примере количество прогнозов равно 3 ($K = 3$) и прогнозный вектор Q представляет собой вектор-столбец размерности $3 x 1$. Неопределенность, связанная с прогнозами, выражается в случайном, независимом, нормально распределенном векторе ошибок (ε), имеющем математическое ожидание 0 и ковариационную матрицу Ω. Таким образом, прогнозы в модели имеют форму Q + ε.

Общий случай: Пример:

$$Q + \varepsilon = \begin{bmatrix} Q_1 \\ \vdots \\ Q_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_k \end{bmatrix} \qquad Q + \varepsilon = \begin{bmatrix} 5{,}25 \\ 0{,}25 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

За исключением гипотетической ситуации, когда инвестор на 100% уверен в своем прогнозе, ошибка (ε) имеет значение, отличное от нуля. Вектор ошибок (ε) не входит непосредственно в формулу Блэка-Литтермана, однако дисперсия каждой из ошибок (w) входит в указанную формулу в составе диагональной ковариационной матрица стандартных ошибок прогнозов (Ω). То, что матрица Ω является диагональной означает, что все элементы данной матрицы, не лежащие на ее главной диагонали, равны 0 (так как в модели подразумевается, что прогнозы инвестора независимы друг от друга). Дисперсия (w) отражает неопределенность прогнозов инвестора. Чем больше дисперсия, тем выше неопределенность результата прогноза.

Общий случай:

$$\Omega = \begin{bmatrix} w_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & w_k \end{bmatrix} \qquad (4)$$

Определение индивидуальных дисперсий ошибок прогнозов (w) является одним из самых сложных аспектов модели. Существует несколько методик, одна из которых более детально будет рассмотрена ниже.

Прогнозы, формирующие матрицу-столбец Q, ставятся в соответствие конкретным активам с помощью матрицы P. Каждый из прогнозов выражается в $1 x N$ векторе-строке. Соответственно, K прогнозов формируют $K x N$ матрицу. Допустим, мы имеем 8 указанных выше активов в портфеле. Тогда для рассмотренного выше примера с тремя прогнозами мы получим следующую матрицу.

Общий случай: Пример:

$$\mathrm{P} = \begin{bmatrix} p_{1,1} & \cdots & p_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{k,1} & \cdots & p_{k,n} \end{bmatrix} \qquad \mathrm{P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}5 & 0{,}5 & -0{,}5 & -0{,}5 & 0 \end{bmatrix} \tag{5}$$

Первая строка матрицы P представляет Прогноз 1 – абсолютный прогноз. Этот прогноз касается только одного актива – A. Это выражается в «1» в первой колонке (для простоты изложения в нашем примере номер колонки соответствует номеру актива в алфавитном порядке). Строки 2 и 3 отражают относительные Прогнозы 2 и 3 соответственно. В случае относительных прогнозов сумма элементов строки, их отражающей, должна быть равной 0. В матрице P номинально более доходные инструменты получают положительные веса, в то время как номинально менее доходные – отрицательные.

Существуют различные методы определения элементов матрицы P. Сатчелл и Скаукрофт[5] предлагают использовать метод равных весов, представленный в третьей строке матрицы (5). Он заключается в том, что веса пропорциональны единице, деленной на соответствующее количество номинально более доходных и менее доходных активов. В нашем примере в Прогнозе 3 группа более доходных инструментов состоит из двух бумаг. Следовательно, в соответствии с предложенным методом, вес каждой из бумаг этой группы составляет по 0,5. Менее доходных бумаг тоже две, поэтому веса их получаются равными –0,5. Этот метод игнорирует рыночную капитализацию рассматриваемых бумаг, хотя, в нашем примере, бумага F имеет рыночную капитализацию (и, соответственно, объем в нашем рыночном портфеле) в девять раз большую, чем G. Несмотря на это, данная методика влияет на веса этих бумаг одинаково, что приводит к непропорционально большим относительным изменениям в портфельных долях бумаг меньших компаний и влечет за собой нежелательное и безосновательное увеличение погрешности модели.

Более обоснованным видится использование метода построения P с учетом рыночной капитализации бумаг. В этом случае относительный вес более доходного/менее доходного актива высчитывается как доля капитализации этого актива в суммарной капитализации группы более доходных/менее доходных активов из прогноза. Капитализация бумаг D в три раза выше капитализации E. Капитализация F в девять раз превышает G. На основании этих данных получаем следующую матрицу P:

$$\mathrm{P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}75 & 0{,}25 & -0{,}9 & -0{,}1 & 0 \end{bmatrix} \tag{6}$$

После спецификации матрицы P появляется возможность посчитать дисперсию портфелей, соответствующих каждому из прогнозов. В соответствии с принципами средне-дисперсионного анализа Г. Марковица, искомые дисперсии будут равны $p_k \Sigma p_k^T$, где p_k – 1xN вектор-строка из матрицы P, который соответствует k-ому прогнозу и имеет Σ ковариационную матрицу доходностей. Дисперсии индивидуальных прогнозов являются важным источником информации относительно неопределенности прогнозов инвесторов и служат для определения уровня уверенности, приписываемого каждому из прогнозов. Эта информация

[5] Satchell, S. and Scowcroft, A. (2000). "A Demystification of the Black-Litterman Model: Managing Quantitative and Traditional Construction." Journal of Asset Management, September, 138-150.

может использоваться для пересмотра и корректировки дисперсий ошибок индивидуальных прогнозов (w), формирующих диагональные элементы матрицы Ω.

В общем случае, модель Блэка-Литтермана представляет собой сложную среднюю взвешенную Вектора предполагаемой равновесной доходности (П) и Вектора прогнозов (Q), в которой относительными весами выступают функции масштабирующего фактора (τ) и неопределенности прогнозов (Ω). К сожалению, как раз масштабирующий фактор и неопределенность прогнозов являются наиболее абстрактными, сложными для точного определения параметрами модели. Чем больше уверенность в точности прогноза, тем ближе новый комбинированный вектор доходности будет к вектору, основанному на прогнозных значениях. Если инвестор менее уверен в своих прогнозах, то полученный результат будет ближе к первоначальному вектору предполагаемой равновесной доходности (П). В результате учета прогнозов инвесторов получается новый комбинированный вектор доходности E[R], из которого потом высчитываются новые удельные веса активов в портфеле.

Величина масштабирующего фактора обратно пропорциональна относительному весу вектора предполагаемой равновесной доходности (П). Однако мнения относительно величины этого параметра расходятся. Блэк, Литтерман и Ли считают, что в силу низкой волатильности истинного вектора равновесной доходности величина этого параметра должна быть близка к 0. Ли в своих работах обычно придавал значение τ между 0,01 и 0,05. Напротив, Сатчелл и Скаукрофт очень часто придавали этому параметру значение 1. Блэймонт и Фарузи[6] интерпретируют $\tau\Sigma$ как стандартную ошибку оценки вектора предполагаемой равновесной доходности (П); таким образом величина τ примерно равна 1 деленной на количество исторических наблюдений.

Хи и Литтерман[7] при определении величины τ поступали следующим образом. Они определяли уверенность в прогнозе (Ω) таким образом, чтобы отношения w/τ равнялись дисперсиям портфелей, соответствующих отдельным прогнозам ($p_k\Sigma p_k^T$). В этом случае ковариационная матрица ошибок прогнозов (Ω) примет следующий вид:

$$\Omega = \begin{bmatrix} (p_1\Sigma p_1^T)\tau & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & (p_k\Sigma p_k^T)\tau \end{bmatrix} \tag{7}$$

В случае, когда ковариационная матрица ошибок прогнозов (Ω) рассчитывается таким образом, величина масштабирующего фактора (τ) перестает оказывать влияние на конечный результат модели. Значение τ изменяет величину элементов Ω, однако новый комбинированный вектор доходности E[R] остается одинаковым при любых значениях τ. Это напрямую следует из формулы (2).

Построение нового комбинированного вектора доходности

Выбрав значение масштабирующего фактора (τ) и определив ковариационную матрицу ошибок прогнозов (Ω), можно приступить к построению нового комбинированного вектора доходности E[R]. Как уже было показано выше, его значение определяется по формуле:

$$E[R] = \left[(\tau\Sigma)^{-1} + P^T\Omega^{-1}P\right]^{-1}\left[(\tau\Sigma)^{-1}\Pi + P^T\Omega^{-1}Q\right] \tag{8}$$

Для расчета нового комбинированного вектора доходности в рассмотренном выше примере с 8 акциями и тремя прогнозами не хватает данных о ковариациях доходностей указанных активах. Зададим ковариационную матрицу активов (табл. 1).

В этом случае, при τ=0,025 матрица ошибок прогнозов (Ω), рассчитанная по методу Литтермана, примет следующий вид:

---

[6] Blamont, D. and Firoozy, N. (2003). "Asset Allocation Model." Global Markets Research: Fixed Income Research, Deutsche Bank, July.

[7] He, G. and Litterman, R. (1999). "The Intuition Behind Black-Litterman Model Portfolios." Investment Management Research, Goldman, Sachs & Company, December.

$$\Omega = \begin{bmatrix} (p_1 \Sigma p_1^T)\tau & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & (p_k \Sigma p_k^T)\tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}001063 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}000211 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}001545 \end{bmatrix}$$

Таблица 1

Матрица ковариаций доходностей активов (Σ)

Актив	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0,042533	0,002163	-0,000668	0,049451	0,059915	0,031046	0,029822	0,052596
B	0,002163	0,010916	0,001992	-0,001961	-0,003356	-0,000915	-0,001484	-0,002303
C	-0,000668	0,001992	0,001508	-0,000869	0,000182	-0,001013	0,000192	-0,000656
D	0,049451	-0,001961	-0,000869	0,089778	0,095246	0,041382	0,034554	0,072059
E	0,039915	-0,003356	0,000182	0,095246	0,153732	0,039858	-0,054116	0,098991
F	0,031046	-0,000915	-0,001013	0,041382	0,039858	0,044414	0,032198	0,044781
G	0,027822	-0,001484	0,000192	0,034554	-0,054116	0,032198	0,048084	0,048353
H	0,052596	-0,002303	-0,000656	0,072059	0,098991	0,044781	0,048353	0,119937

Подставив в формулу (2) значения матрицы Q из (3) и P из (5) можно рассчитать новый комбинированный вектор доходности E[R]. Результаты расчета представлены в табл. 2.

Несмотря на то, что наши прогнозы касались лишь 7 из имеющихся 8 активов, в новом комбинированном векторе изменились индивидуальные доходности всех 8 инструментов. Даже прогноз, касающийся одного актива, автоматически изменит весь вектор равновесных доходностей, так как доходность каждого из активов связана с доходностями других посредством ковариационной матрицы.

Таблица 2

Векторы доходностей и соответствующие удельные веса активов в портфеле

Актив	Вектор предполагаемой равновесной доходности (П)	Рыночные веса активов в портфеле (w_{mkt})	Новый комбинированный вектор доходности (E[R])	Новые веса активов в портфеле (w_n) %	Разница (w_n -w_{mkt}) %
A	4,80	31,17	4,97	33,81	2,64
B	0,70	14,12	0,55	6,47	-7,65
C	0,15	41,22	0,14	48,87	7,65
D	6,00	5,10	6,21	4,27	-0,82
E	5,40	0,92	5,51	0,65	-0,27
F	3,70	3,87	3,91	4,85	0,99
G	3,20	1,20	3,47	1,31	0,11
H	6,40	2,40	6,69	2,40	0,00
Сумма		100,00		102,64	2,64

Вектор новых весов (5-ая колонка табл. 2) рассчитан из нового комбинированного вектора доходности на основе формулы, обратной выражению (1), и подстановки E(R) вместо П. Следует отметить, что удельные веса 7 активов, относительно которых имелись прогнозы, изменились. Направления изменений весов данных активов интуитивно понятны и были предсказаны выше, при анализе прогнозов. К примеру, увеличилась доля актива A, предсказанная доходность которого превышает рыночную. В то же время вес актива H, прогноза по доходности которого не было представлено, остался неизменным.

С экономической точки зрения новый портфель может рассматриваться как сумма двух портфелей – Портфеля 1, построенного на основе показателей рыночной капитализации, и Портфеля 2, являющегося набором длинных и коротких позиций по активам, основанных на имеющихся прогнозах. Портфель 2 может быть разбит на субпортфели, относящиеся к каждому конкретному прогнозу. В субпортфелях, отвечающих за относительные прогнозы, суммарные длинные позиции компенсируются суммарными короткими. Прогноз 1 – абсолютный прогноз, поэтому он увеличил вес актива А без компенсирующего снижения весов других активов. В рассмотренном примере это привело к тому, что сумма удельных весов в портфеле превысила 100%. Для соблюдения полученных пропорций необходимо либо увеличить величину портфеля, либо пропорционально пересчитать полученные новые удельные веса до достижения их суммой уровня 100%.

Точная настройка модели

Модель Блэка-Литтермана может быть настроена с учетом персональных предпочтений путем подбора наиболее подходящих для каждого конкретного случая значений масштабирующего фактора (τ) и дисперсий ошибок прогнозов (w), формирующих диагональные элементы матрицы дисперсий ошибок (Ω).

Биван и Винкельман[8] в своей работе в 1998 году предложили методику присвоения весов вектору прогнозов (Q). Эта методика основывается на расчете информационного коэффициента (information ratio), показывающего превышение доходности портфеля над доходностью рынка, приходящееся на единицу дополнительного риска, принятого в связи с отклонением портфеля от рыночного. После получения нового вектора доходностей предлагается рассчитать информационный коэффициент и сравнить его значение с граничным значением. За граничное значение было предложено взять 2. В случае превышения указанным коэффициентом граничного значения авторы рекомендуют снизить влияние матрицы прогнозов на результирующий портфель путем уменьшения масштабирующего коэффициента при неизменности диагональных элементов Ω.

Помимо этого, необходимо на основе эмпирических данных определять точность прогнозов различных инвесторов и аналитиков. Эта информация может быть использована для придания различных весов прогнозам различных субъектов, что поможет добиться лучших показателей портфеля за счет более точной оценки будущих доходностей активов. Например, инвестиционный менеджер, получающий прогнозы от различных аналитиков может более точно настроить уровни доверия каждому из прогнозов на основе исторических информационных коэффициентов каждого из аналитиков. Это позволит придать больший вес более компетентным прогнозистам. Высокий информационный коэффициент означает существенную корреляцию прогнозов с фактическим результатом.

Имеющиеся прогнозы должны быть рассмотрены с позиции желательности полученного результата. Например, некоторые инвесторы могут исключить из рассмотрения абсолютные прогнозы, влекущие изменение размера портфеля, либо пересмотр весов всех активов в портфеле, сопровождающийся высокими транзакционными издержками.

Наиболее распространенным на практике является использование в модели ковариационной матрицы, рассчитанной на основе исторических данных. Однако инвесторы должны стремиться к использованию в расчетах наиболее достоверной оценки ковариационной матрицы. Кьян и Горман в 2001 году доработали модель Блэка-Литтермана, позволив инвестору учитывать в модели свои прогнозы по дисперсиям и ковариациям активов для получения собственной оценки ковариационной матрицы доходности. Результаты этой доработки позволили сделать результирующие веса активов в портфеле более устойчивым к небольшим изменениям в ковариационной матрице (Σ), при этом существенно усложнив саму модель и сделав полученные результаты пересмотра удельных весов активов в портфеле гораздо менее интуитивными.

---

[8] Bevan, A., and Winkelmann, K. (1998). “Using the Black-Litterman Global Asset Allocation Model: Three Years of Practical Experience.” Fixed Income Research, Goldman, Sachs & Company, December.

A FLEXIBLE WAY OF CONSTRUCTING A PORTFOLIO BASED ON INVESTORS MARKET VIEWS WITH THE BLACK-LITTERMAN MODEL

V.V. TAMOZHNIKOV

Lomonosov Moscow State University

e-mail: vvvtam@mail.ru

The Black-Litterman model enables investors to combine their unique views regarding the performance of various assets with the market equilibrium in a manner that results in intuitive, diversified portfolios. This article touches on the intuition of the Black-Litterman model, consolidate insights contained in the various works on the Black-Litterman model, and focus on the details of actually combining market equilibrium expected returns with "investor views" to generate a new vector of expected returns.

Key words: portfolio management, asset allocation, Black-Litterman, financial instruments, market equilibrium vector, mean-variance optimization, portfolio construction, investor views, diversified portfolios, expected returns.