

К ВОПРОСУ О СТАБИЛИЗИРУЮЩЕЙ РОЛИ ХИЩНИЧЕСТВА

М.А. Амагов, Г.М. Амадова, И.С. Кузнецова, Н.А. Чеканов

Белгородский государственный университет
308015, Белгород, ул. Победы, 85
amatovm@bsu.edu.ru, amatova@bsu.edu.ru,
chekanov@bsu.edu.ru, i_kuznecova@mailto.ru

В работе рассматривается система дифференциальных уравнений типа хищник-жертва, в случае, когда один хищник питается двумя жертвами. С использованием теории дифференциальных уравнений с разрывными правыми частями доказывается, что даже в предположении отсутствия межвидовой и внутривидовой конкуренции существуют значения параметров системы, при которых любая траектория, начинающаяся в первом октанте, ограничена. Численно-аналитическими методами строятся траектории заканчивающиеся циклом, лежащим на многообразии скользящих движений.

Ключевые слова и фразы: математическая модель, три взаимодействующие популяции, хищник и два вида жертв, дифференциальные уравнения с разрывной правой частью, символично-численное моделирование.

Если популяции, обитающие в некотором ареале, имеют количество пищи, достаточное для полного их удовлетворения, то естественно ожидать, что их численность будет расти неограниченно. Но, как известно, в природе этого не происходит. Причиной тому служат три основных фактора – внутривидовая конкуренция, межвидовая конкуренция и хищничество. Анализ этих факторов посвящено большое число работ, в частности, монографии [1-7], в которых доказано, что конкуренция (внутривидовая или межвидовая) ведёт к ограничению численностей всех видов и нередко служит причиной возникновения периодических колебаний их численностей.

Вместе с тем, из курсов экологии [8] известно, что одно только воздействие хищника на популяции (даже при отсутствии конкуренции) способно стабилизировать их численность, не доводя ни одну из них до полного исчезновения. Причина этого, очевидно, кроется в регулирующей роли хищника, питающегося всеми видами.

В настоящей статье предлагается математическую модель, в которой, в отличие от других работ, посвящённых данной проблеме, для описания динамики численностей трёх популяций (из которых одна популяция – хищник, питающийся двумя жертвами), используются дифференциальные уравнения с разрывными правыми частями. Применение аппарата теории таких уравнений [9, 10] позволило доказать, что в системе возможно установление устойчивого периодического режима.

Используя «гипотезу встреч» ([2], стр. 134) и методику В. Вольтерра [1] составления дифференциальных уравнений динамики биологических популяций, для данного случая получаем систему уравнений (1).

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x \cdot (a - b \cdot z), \\ \frac{dy}{dt} = y \cdot (c - d \cdot z), \\ \frac{dz}{dt} = z \cdot (-e + h \cdot x + g \cdot y) \end{cases} \quad (1)$$

В этой системе a, b, c, d, e, h, g – положительные константы, x и y – числен-

ности популяций жертв, а z – численность хищника.

Система (1) имеет три особые точки $M_0(0,0,0)$, $M_1\left(0, \frac{e}{g}, \frac{c}{d}\right)$, $M_2\left(\frac{e}{h}, 0, \frac{a}{b}\right)$.

Точка M_0 типа седло-узел [11], так как корни характеристического уравнения системы (1) в ней действительные и различных знаков: $\lambda_1 = a$, $\lambda_2 = c$, $\lambda_3 = -e$. В точках M_1 и M_2 характеристическое уравнение имеет по одному действительному корню, а два корня чисто мнимые. В точке M_1 они равны: $\lambda_1 = \frac{ad-bc}{d}$, $\lambda_{2,3} = \pm i \cdot \sqrt{ce}$, а в точке M_2 : $\lambda_1 = \frac{bc-ad}{b}$ и $\lambda_{2,3} = \pm i \cdot \sqrt{ae}$.

Очевидно, что знаки действительных корней в точках M_1 и M_2 зависят от знака определителя $\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$. Если в одной из этих точек знак действительного корня положителен, то есть точка неустойчива, то в другой – он отрицателен, и значит, в этой точке имеет место особый случай неасимптотической устойчивости [12, с. 176].

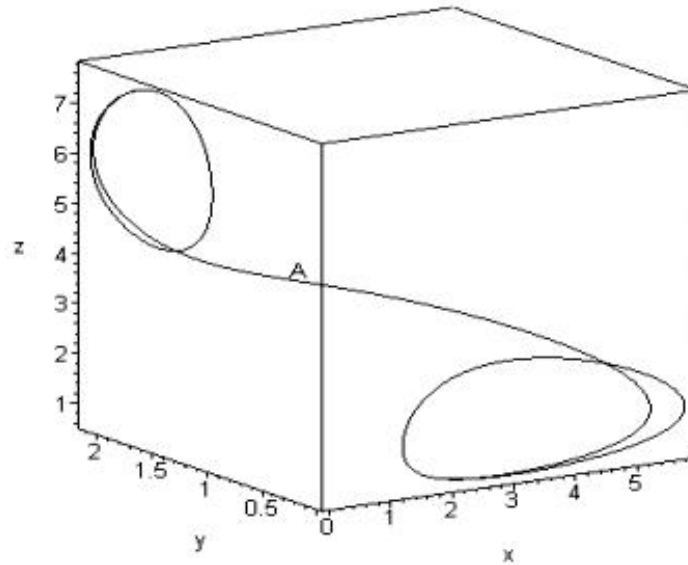


Рис. 1. Предельный цикл в системе (1)

Предположим для определённости, что $\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc < 0$. Тогда точка M_1 устойчива, а точка M_2 неустойчива.

На рис. 1, для значений параметров $a=3$, $b=2$, $c=6$, $d=1$, $h=1$, $g=2$, $\Delta=-9$, изображена траектория системы (1), проходящая при $t=0$ через точку $A(1,5; 1; 4)$. Легко видеть, что при $t \rightarrow +\infty$ траектория навивается на предельный цикл, лежащий в плоскости yoz . В общем случае все траектории системы (1), начинающиеся в точках области \square^3 , ведут себя подобным же образом и, следовательно, $\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) = 0$.

Последнее означает, что из двух популяций жертвы одна оказывается истребленной хищником. Как уже было отмечено выше в природе это не всегда так. Таким

образом, система (1) является математической моделью частного случая системы типа хищник-жертва, когда воздействие хищника приводит к гибели одной из популяций.

Вид системы дифференциальных уравнений, описывающих динамику взаимодействующих популяций, может быть определён только приближённо и на основе экспериментальных данных. В обстоятельной работе [5], посвящённой рассматриваемому вопросу, отмечается единственная статья [16], содержащая результаты эксперимента. Что же касается остальных работ, то о них сказано буквально следующее: «к сожалению, выбранные авторами знаки коэффициентов не допускают экологической интерпретации». Тем не менее, определённые выводы качественного характера относительно вида таких систем и поведения их траекторий могут быть сделаны и чисто теоретически. С этой целью используем прием, впервые применённый А.А. Александровым, при исследовании колебаний тока в ламповом генераторе в случае Z-характеристики [10, стр. 190]. Как известно, суть этого метода заключается в замене экспериментально определяемой функции на разрывную функцию и, соответственно, непрерывного дифференциального уравнения уравнением с кусочно-непрерывными правыми частями. Пусть область \square^3 разбивается некоторой гладкой поверхностью S , проходящей через ось oz , на две части G^* и G^* , и рассматриваемая система дифференциальных уравнений терпит на поверхности S разрыв, а в каждой из областей G^* и G^* имеет вид системы (1), но с различными коэффициентами. Будем считать, что в области G^* , заключённой между координатной плоскостью xoz и поверхностью S , динамика численностей популяций задаётся системой дифференциальных уравнений (2), а в области G^* между координатной плоскостью uoz и поверхностью S системой (3):

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x \cdot (a - b_1 \cdot z), \\ \frac{dy}{dt} = y \cdot (c - d_1 \cdot z), \\ \frac{dz}{dt} = z \cdot (-e + h_1 \cdot x + g_1 \cdot y) \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x \cdot (a - b_2 \cdot z), \\ \frac{dy}{dt} = y \cdot (c - d_2 \cdot z), \\ \frac{dz}{dt} = z \cdot (-e + h_2 \cdot x + g_2 \cdot y) \end{cases} \quad (3)$$

Коэффициенты a, c, e являются коэффициентами прироста популяций ([1], стр.11), поэтому естественно считать их одними и теми же для обеих систем (2) и (3). Кроме того, не ограничивая общности рассуждений, всюду в дальнейшем будем считать $a > c$. На коэффициенты b_i, d_i ($i=1, 2$) наложим следующие условия:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} a & b_1 \\ c & d_1 \end{vmatrix} = ad_1 - b_1c < 0, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a & b_2 \\ c & d_2 \end{vmatrix} = ad_2 - b_2c > 0. \quad (4)$$

Отсюда легко выводится неравенство:

$$\frac{b_2}{d_2} < \frac{a}{c} < \frac{b_1}{d_1}. \quad (5)$$

Если учесть, что в области G^* , вблизи плоскости xoz , имеет место неравенство $y < x$, а в области G^* , вблизи плоскости uoz , – неравенство $x < y$, то становится ясен биологический смысл неравенства (5) – *интенсивней истребляется хищником та из двух популяций, численность которой больше*. Очевидно, что это утверждение вполне согласуется с гипотезой встреч: чем больше численность популяции, тем больше вероятность встречи с хищником. Это означает, что описанная выше постановка задачи вполне оправдана, и анализ её может привести к выводам, имеющим определённый биологический смысл.

Естественно, поведение траекторий системы (2), (3) зависит от выбора поверх-



ности S . В настоящей работе мы ограничимся рассмотрением случая, когда поверхностью разрыва является плоскость: $y = x$.

В этом случае

$$G^+ = \{(x, y, z) | 0 < x < +\infty, 0 < y < x, 0 < z < +\infty\},$$

$$G^- = \{(x, y, z) | 0 < x < +\infty, x < y < +\infty, 0 < z < +\infty\}.$$

Итак, в области G^+ динамика численностей популяций описывается системой дифференциальных уравнений (2), в области G^- – системой (3), кроме того, выполнены неравенства (4). Всюду в дальнейшем популяцию жертвы, численность которой обозначена буквой x будем называть первой, а ту, численность которой обозначена буквой y – второй. Решения системы дифференциальных уравнений (2), (3) с разрывными правыми частями будем понимать в смысле А.Ф. Филиппова, и использовать обозначения принятые в статьях [6, 7].

Очевидно, что в области G^+ численность первой популяции превосходит численность второй, а в области G^- наоборот – численность второй превосходит численность первой. Переход же изображающей точки траектории системы (2), (3) из одной области в другую, с точки зрения биологии, означает, что как только численность одной из популяций превосходит численность другой, сразу же (что вполне естественно) первая популяция начинает превалировать в рационе хищника.

Покажем, что при некоторых дополнительных условиях, на плоскости разрыва $S: y = x$ существует область скользящих движений. С этой целью, следуя упомянутым работам А.Ф. Филиппова, рассмотрим векторы касательные к траекториям систем (2), (3):

$$\begin{aligned} \vec{f}^+ &= x \cdot (a - b_1 \cdot z) \cdot \vec{i} + x \cdot (c - d_1 \cdot z) \cdot \vec{j} + z \cdot [-e + (h_1 + g_1) \cdot x] \cdot \vec{k}, \\ \vec{f}^- &= x \cdot (a - b_2 \cdot z) \cdot \vec{i} + x \cdot (c - d_2 \cdot z) \cdot \vec{j} + z \cdot [-e + (h_2 + g_2) \cdot x] \cdot \vec{k}, \\ \vec{N} &= -\vec{i} + \vec{j}, \quad \vec{n} = -\frac{1}{\sqrt{2}}\vec{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j}, \quad f_n^+ = \frac{x}{\sqrt{2}}[c - a + (b_1 - d_1) \cdot z], \\ f_n^- &= \frac{x}{\sqrt{2}}[c - a + (b_2 - d_2)z], \quad f_n^+ - f_n^- = \frac{x \cdot z}{\sqrt{2}}[b_1 - d_1 - (b_2 - d_2)]. \end{aligned}$$

Выясним наличие и вид областей скользящих движений на плоскости разрыва $y = x$ в пределах области Π^3 . Как доказано в [6, 7], условия существования скользящих движений записываются в виде: $f_n^+ \geq 0$, $f_n^- \leq 0$ и $f_n^+ - f_n^- > 0$. Учитывая приведённые выше формулы, имеем:

$$\begin{cases} f_n^+ \geq 0, \\ f_n^- \leq 0, \\ f_n^+ - f_n^- > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c - a + (b_1 - d_1) \cdot z \geq 0, \\ c - a + (b_2 - d_2)z \leq 0, \\ b_1 - d_1 > b_2 - d_2. \end{cases} \quad (6)$$

Последнее из неравенств (6), по сути, является следствием двух первых и показывает, что, по крайней мере, одно из них должно быть строгим. Чтобы исследовать систему неравенств (6), рассмотрим все логически допустимые соотношения между числами $b_1 - d_1$, $b_2 - d_2$ и 0.

а) Пусть $b_1 - d_1 > b_2 - d_2 > 0$. Тогда из первых двух неравенств (6) находим:

$$\frac{a - c}{b_1 - d_1} \leq z \leq \frac{a - c}{b_2 - d_2}.$$

Областью скользящих движений, в рассматриваемом случае является полоса

$D^0 = \left\{ (x, y, z) \mid x > 0, y = x, \frac{a-c}{b_1-d_1} \leq z \leq \frac{a-c}{b_2-d_2} \right\}$, лежащая в плоскости $y = x$. В точках

полосы $D^* = \left\{ (x, y, z) \mid x > 0, y = x, 0 < z \leq \frac{a-c}{b_1-d_1} \right\}$, находящейся под D^0 , происходит

переход с траекторий системы (3) (с траекторий скользящих движений) на траектории системы (2), т.е. из области G^* в область G^* , поскольку в точках этой области имеют место неравенства $f_n^* \leq 0, f_n^* < 0$.

В точках же области $D^* = \left\{ (x, y, z) \mid x > 0, y = x, \frac{a-c}{b_2-d_2} \leq z \right\}$, лежащей над D^0 , происходит переход с траекторий системы (2) (с траекторий скользящих движений) на траектории системы (3), т.е. из области G^* в область G^* , поскольку в точках этой области имеют место неравенства $f_n^* > 0, f_n^* \geq 0$.

б) Если выполнено неравенство $b_1 - d_1 > b_2 - d_2 = 0$, то второе из неравенств (6) выполняется всюду, а первое даёт $\frac{a-c}{b_1-d_1} \leq z$. Следовательно, область скользящих

движений есть множество $D^0 = \left\{ (x, y, z) \mid x > 0, y = x, \frac{a-c}{b_1-d_1} \leq z \right\}$. В точках области

D^* , лежащей под D^0 , так же, как и в предыдущем пункте, изображающая точка переходит с траекторий системы (3) (с траекторий скользящих движений) на траектории системы (2), т.е. из области G^* в область G^* .

в) В случае выполнения неравенства $b_1 - d_1 > 0 > b_2 - d_2$ первые два из неравенств (6) дают: $z \geq \frac{a-c}{b_1-d_1}$ и $z \geq \frac{a-c}{b_2-d_2}$, но поскольку $\frac{a-c}{b_2-d_2} < 0$, а мы ограничиваемся областью \square_+ , то остаётся только первое из неравенств, и мы имеем ту же самую область скользящих движений, что и в предыдущем пункте.

г) Неравенство $0 \geq b_1 - d_1 > b_2 - d_2$ не имеет смысла рассматривать, так как оно противоречит условию $a > c$. Действительно, $\Delta_1 = \begin{vmatrix} a & b_1 \\ c & d_1 \end{vmatrix} = ad_1 - b_1c < 0$, откуда имеем:

$d_1 < \frac{c}{a}b_1$. С другой стороны $0 \geq b_1 - d_1 \Rightarrow b_1 \leq d_1$. Из неравенств $b_1 \leq d_1$ и $d_1 < \frac{c}{a}b_1$ по транзитивности вытекает неравенство $b_1 < \frac{c}{a}b_1$.

После сокращения последнего неравенства на b_1 получаем $\frac{c}{a} > 1$ или $c > a$, что противоречит принятому по условию неравенству $a > c$.

д) При выполнении неравенства $b_2 - d_2 \geq b_1 - d_1 > 0$ последнее из неравенств (6) не имеет места и, следовательно, в системе (2), (3) скользящих движений нет. Анализ первых двух неравенств системы (6) показывает, что через точки области

$D^* = \left\{ (x, y, z) \mid x > 0, y = x, 0 < z < \frac{a-c}{b_2-d_2} \right\}$ происходит переход с траекторий системы

(3) на траектории системы (2), т.е. из области G^* в область G^* .

Через точки области $D^* = \left\{ (x, y, z) \mid x > 0, y = x, \frac{a-c}{b_1-d_1} < z \right\} \frac{1}{2}$ происходит переход с траекторий системы (2) на траектории системы (3), т.е. из области G^* в область G^* , а полоса $D^0 = \left\{ (x, y, z) \mid x > 0, y = x, \frac{a-c}{b_1-d_1} \leq z \leq \frac{a-c}{b_2-d_2} \right\}$ является полосой неустойчивости.

е) Соотношение $b_2 - d_2 \geq b_1 - d_1 = 0$ противоречит условию $\Delta_1 < 0$, так как из равенства $b_1 = d_1 = b$ следует, что $\Delta_1 = \begin{vmatrix} a & b \\ c & b \end{vmatrix} = b \cdot (a-c) > 0$.

ж) Неравенства $b_2 - d_2 \geq 0 \geq b_1 - d_1$ и $0 \geq b_2 - d_2 \geq b_1 - d_1$ также противоречат условию $\Delta_1 < 0$. Так как, перемножив почленно неравенства $a > c > 0$ и $d_1 \geq b_1 > 0$, получим $a \cdot d_1 > c \cdot b_1$, откуда $\Delta_1 = a \cdot d_1 - c \cdot b_1 > 0$.

Итак, из восьми рассмотренных и логически возможных соотношений между числами $b_1 - d_1$, $b_2 - d_2$ и 0 только четыре не противоречат условиям, накладываемым на систему (2), (3). Из этих же четырёх, в трёх случаях разрывная система (2), (3) имеет в плоскости разрыва $y = x$ непустую область D^0 скользящих движений, и только в одном случае области скользящих движений не существует.

Далее, найдём уравнения скользящих движений, по траекториям которых изображающая точка движется в пределах области D^0 . При этом, будем считать выполненным следующее дополнительное условие $h_1 + g_1 = h_2 + g_2$, означающее, что даже при изменении состава пищи, добываемой хищником, количество её остаётся неизменным.

Проведя несложные, но довольно громоздкие выкладки, получим:

$$\alpha = \frac{c-a+(b_1-d_1)z}{[b_1-d_1-(b_2-d_2)]z}, \quad 1-\alpha = \frac{a-c+(d_2-b_2)z}{[b_1-d_1-(b_2-d_2)]z}.$$

$$\vec{f}^0 = x \cdot \left[\frac{a(d_2-d_1)+c(b_1-b_2)}{d_2-d_1+b_1-b_2} - \frac{\begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ d_1 & d_2 \end{vmatrix}}{d_2-d_1+b_1-b_2} \cdot z \right] \cdot \vec{i} +$$

$$+ x \cdot \left[\frac{a(d_2-d_1)+c(b_1-b_2)}{d_2-d_1+b_1-b_2} - \frac{\begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ d_1 & d_2 \end{vmatrix}}{d_2-d_1+b_1-b_2} \cdot z \right] \cdot \vec{j} + z \cdot [-e + (h_1 + g_1) \cdot x] \cdot \vec{k}$$

Уравнения проекций траекторий скользящих движений на плоскость hoz запишутся в следующем виде:

$$\frac{dx}{dt} = x \cdot [A - B \cdot z], \quad \frac{dz}{dt} = z \cdot [-C + D \cdot x], \quad (7)$$

где для краткости приняты обозначения:

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ d_1 & d_2 \end{vmatrix}, \quad A = \frac{a(d_2-d_1)+c(b_1-b_2)}{d_2-d_1+b_1-b_2}, \quad B = \frac{\Delta_3}{d_2-d_1+b_1-b_2}, \quad C = e, \quad D = h_1 + g_1$$

Особая точка $P_0(x_0, y_0)$ системы уравнений (7) имеет координаты:

$$x_0 = \frac{C}{D} = \frac{e}{h_1 + g_1}, \quad z_0 = \frac{a(d_2 - d_1) + c(b_1 - b_2)}{\Delta_3}.$$

Поскольку положительность коэффициентов C и D очевидна, то $x_0 > 0$. Определим знаки остальных коэффициентов системы уравнений (7) и покажем, что $z_0 > 0$. По условию $\Delta_1 = ad_1 - b_1c < 0$, $-\Delta_2 = b_2c - ad_2 < 0$. Складывая эти неравенства, получаем:

$$\Delta_1 - \Delta_2 = ad_1 - b_1c - (ad_2 - b_2c) = a(d_1 - d_2) + c(b_2 - b_1) < 0.$$

Тем самым неравенство $a(d_2 - d_1) + c(b_1 - b_2) > 0$ доказано.

Аналогично, раскрывая очевидное неравенство $b_1 \cdot \Delta_2 - b_2 \cdot \Delta_1 > 0$, имеем:

$$\begin{aligned} b_1 \cdot \Delta_2 - b_2 \cdot \Delta_1 &= b_1 \cdot (a \cdot d_2 - c \cdot b_2) - b_2 \cdot (a \cdot d_1 - c \cdot b_1) = \\ &= b_1 \cdot a \cdot d_2 - c \cdot b_1 \cdot b_2 - b_2 \cdot a \cdot d_1 + c \cdot b_1 \cdot b_2 = a(b_1 \cdot d_2 - b_2 \cdot d_1) = a \cdot \Delta_3 > 0. \end{aligned}$$

Откуда и следует, что $\Delta_3 > 0$. Из доказанного и последнего из неравенств (6) сразу же вытекают неравенства $A > 0$, $B > 0$, и $z_0 > 0$.

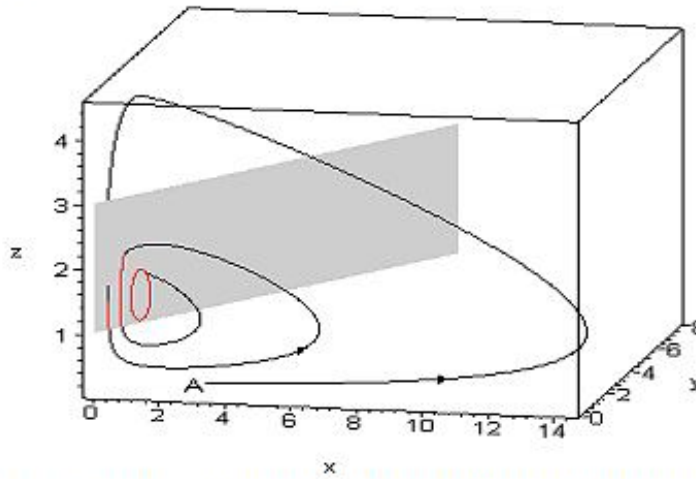


Рис. 2. Траектория системы уравнений (2), (3), которая заканчивается циклом

Далее, путём аналогичных преобразований доказывается, что точка P_0 всегда лежит внутри области скользящих движений. Из положительности коэффициентов A, B, C, D следует, что система уравнений (7) есть система Лотки-Вольтерра, и траектории её представляют собой семейство замкнутых кривых. Но в таком случае в области D^0 скользящих движений обязательно найдётся непустая её часть G^0 , ограниченная некоторой замкнутой траекторией системы уравнений скользящих движений. Если изображающая точка какой-либо траектории разрывной системы (2), (3), в момент времени $t = t_0$ попадает в область G^0 , то в дальнейшем при всех $t \in t_0$ она будет двигаться по некоторому циклу, лежащему в G^0 .

Авторами данной статьи разработан пакет программ для интегрирования систем дифференциальных уравнений с разрывными правыми частями и построения траекторий таких систем. Для разрывной системы (2), (3) со значениями параметров: $a = 7$, $c = 1$, $b_1 = 6,5$, $d_1 = 0,5$, $b_2 = 3$, $d_2 = 1$, $h_1 = g_2 = 1$, $g_1 = h_2 = 2$, с помощью одной из программ указанного пакета, построена траектория, начинающаяся в точке $A(3; 1; 0,1)$ и изображенная на рис. 2. Как видно на этом рисунке траектория заканчивается циклом, лежащим в области скользящих движений.

Следует отметить, что и при наличии циклов существуют траектории, для которых одна или несколько переменных становятся очень малыми, то есть некоторые из популяций погибают. Для значений параметров $a = 2$, $c = 1$, $b_1 = 3$, $d_1 = 1$, $b_2 = 7$, $d_2 = 4$, $h_1 = g_2 = 1$, $g_1 = h_2 = 2$ вид траектории системы (2),(3), начинающейся в точке $A(3; 2; 0,45)$, изображён на рис. 3. Гибель всех популяций системы в этом случае очевидна.

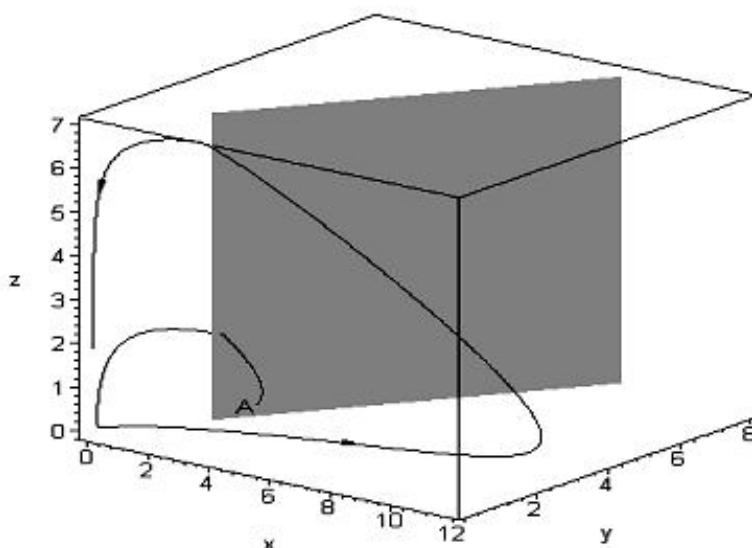


Рис. 3. Траектория системы уравнений (2), (3), которая отвечает исчезновению одной из взаимодействующих популяций

Проведённый анализ позволяет сделать следующие выводы.

- 1) В системе взаимодействующих популяций, в которой хищник питается двумя различными популяциями жертв, возможно установление периодического режима.
- 2) Если амплитуда колебаний достигает значительных размеров одна или несколько из взаимодействующих популяций могут погибнуть.
- 4) Рассмотренная система автономна, то есть в ней принято, что первичный источник энергии (солнечное излучение, вода, минеральные соли) имеют неперiodический характер. Следовательно, она представляет собой пример автоколебательной системы, так как за счёт «неперiodического источника энергии» создаёт периодический процесс ([10], стр.222).

Литература

1. Вольтерра В. Математическая теория борьбы за существование. – М.: Наука, 1976.
2. Свирижев Ю.М., Логофет Д.О. Устойчивость биологических сообществ. – М.: Наука, 1978.
3. Пых Ю.А. Равновесие и устойчивость в моделях популяционной динамики. – М.: Наука, 1983.
4. Мари Дж. Нелинейные дифференциальные уравнения в биологии. Лекции о моделях. – М.: Мир, 1983.
5. Базыкин А.Д. Нелинейная динамика взаимодействующих популяций. – Москва-Ижевск: РХД, 2003.
6. Романовский Ю.М., Степанова Н.В., Чернавский Д.С. Математическое моделирование в биофизике. Введение в теоретическую биофизику. – Москва-Ижевск: РХД, 2004.
7. Ризниченко Г.Ю. Математические модели в биофизике и экологии. – Москва-Ижевск: РХД, 2003.
8. Одум Ю. Основы экологии. – М.: Мир, 1975.
9. Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. – М.: Наука, 1985.
10. Уткин В.И. Скользящие режимы и их применения в системах с переменной структурой. – М.: Наука, 1974.

11. Бутенин Н.В., Неймарк Ю.И., Фуфаев Н.А. Введение в теорию нелинейных колебаний. – М.: Наука, 1976.
12. Малкин И.Г. Теория устойчивости движения. – М.: Наука, 1966.
13. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. – М.: Наука, 1981.
14. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. – М.: ГИТТЛ, 1953.
15. Немыцкий В.В., Степанов В.В. Качественная теория дифференциальных уравнений. – М.: ГИТТЛ, 1949.
16. Paine R.T. Food web complexity and species diversity. // Amer. Natur., 1966, vol. 100, p.65-75.

TO THE ISSUE OF PREDATOR'S ROLE IN STABILITY

M.A. Amatov, G.M. Amatova, I.S. Kuznetsova, N.A. Chekanov

Belgorod State University, Pobedy St., 85, Belgorod, 308015, Russia,
amatovm@bsu.edu.ru, amatova@bsu.edu.ru,
chekanov@bsu.edu.ru, i_kuznetsova@mailto.ru

A mathematical model is considered, which describes through a system of differential equations with discontinuous right-hand sides the dynamics of the numbers of species in three interacting populations, one of which is predator feeding on two species of prey. It has been proven that auto-oscillation mode is possible in such a system.

Key words and phrases: mathematical model, three interacting populations, predator feeding on two species of prey, differential equations with discontinuous right-hand sides, symbolic-numeric modeling.