УДК 537.311.33

ТЕРМОДИНАМИКА ФОРМИРОВАНИЯ ТЕПЛОВОГО КАНАЛА В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПЛЁНКАХ

Н.В. Андреева, Ю.П. Вирченко

Белгородский государственный университет, 308007, г. Белгород, ул. Студенческая, 14,
e-mail: N_Andreeva@bsu.edu.ru, virch@bsu.edu.ru

Развивается термодинамическая теория теплового пробоя тонких полупроводниковых плёнок, являющихся функциональными элементами электрической цепи с постоянной ЭДС. На её основе получены общие формулы для радиуса проплавленных каналов и для пороговой температуры возникновения теплового пробоя. Эффективность этих общих формул демонстрируется на примере плёнок аморфных полупроводниковых материалов.

Ключевые слова: тепловой пробой, микроплазменные каналы, теплопроводность, электропроводность, тепловая неустойчивость.

Введение

В настоящей работе развивается элементарная теория теплового пробоя, основанная на представлении о возникновении набора тепловых каналов в полупроводниковой плёнке – малых пространственных областей приближённо цилиндрической формы, которые пронизывают плёнку в направлении, перпендикулярном к её плоскостям. Эти каналы обладают существенно повышенной, по сравнению с окружающей их основной массой плёнки, температурой. Часто, они называются *микроплазменными каналами*. Похожие представления были использованы ранее в известной элементарной теории теплового пробоя диэлектриков [1], [2]. Тепловые каналы зарождаются на статических, связанных с нарушениями внутренней структуры материала, всплесках температуры [3]. В рамках таких представлений, развиваемой теории, каждый из каналов рассматривается в качестве элемента термодинамической системы. Она состоит, таким образом, из набора тепловых каналов, пронизывающих плёнку и обменивающихся теплом с окружающим их термостатом, роль которого выполняет среда плёнки, находящаяся вне этих каналов. Целью нашей работы является получение формулы для размера проплавленных каналов на основе условий теплового равновесия такой термодинамической системы. Впервые, такой подход к исследованию условию возникновения теплового пробоя в плёнке полупроводникового материала, был предложен в [4], однако, в этой работе были использованы температурные зависимости, не привязанные к экспериментальным данным конкретных полупроводниковых материалов. Однако эффективность этого подхода была продемонстрирована при анализе условий стабилизации динамического режима, приводящего к тепловому пробою [5]. В следующем разделе, обосновывается возможность построения теории теплового пробоя, в рамках макроскопического подхода на основе понятия распределения температуры $T(\mathbf{x},t)$ по пространству плёнки в каждый момент времени t, не используя микроскопических представлений физической кинетики.

Макроскопическое описание теплового пробоя

Обсудим, с микроскопической точки зрения, возможность макроскопического описания эффекта теплового пробоя полупроводниковых материалов. С этой целью, приведём доводы, основанные на известных экспериментальных данных, в пользу того, что описание динамики пробоя возможно в терминах распределения температуры по объёму образца материала. Кроме того, приведём доводы в пользу того, что адекватные количественные предсказания наблюдаемых характеристик теплового пробоя могут быть сделаны на основе экспериментально определяемых значений макроскопических параметров состояния материала таких, как средний пространственный размер всплесков температуры в её равновесном распределении, средняя амплитуда этих всплесков и их плотность в образце материала.

Из экспериментов известно, что тепловой пробой развивается за времена порядка $10^{-8} - 10^{-6}$ с, которые, с точки зрения статистической физики, существенно превосходят кинетическое время релаксации $\sim 10^{-12}$ с к локальному равновесию в системе электронов и ионов кристаллической решётки материала, находящихся в области с линейными размерами порядка 10^{-5} см. Так как эти размеры существенно превосходят межатомные расстояния $\sim 10^{-8}$ см, то система частиц, в каждой из таких областей в пространстве полупроводниковой плёнки, допускает термодинамическое описание, ввиду малости флуктуаций относящихся к ним локальных термодинамических величин. Такой тип эволюции системы многих частиц связан с обменом теплом (и, возможно, частицами) между физически малыми областями с размерами $\sim 10^{-5}$ см и, поэтому, эволюция может быть описана в терминах, зависящих от времени локальных термодинамических величин, относящихся к каждой из этих областей. Локальное равновесие в системе электронов и ионов решётки характеризуется, в общем случае, в каждый момент времени t, температурой $T^i(\mathbf{x},t)$ решёточной подсистемы и температурой $T^e(\mathbf{x},t)$ электронной подсистемы в этой области, отмеченной радиус-вектором $\mathbf{x}$, а также плотностями $n^e(\mathbf{x},t)$ и $n^i(\mathbf{x},t)$ находящихся в ней электронов и дырок, соответственно. Таким образом, распределённые по образцу материала величины являются макроскопическими характеристиками состояния плёнки, усреднёнными по физически малой области. Описание динамики теплового пробоя в терминах таких усреднённых величин возможно, так как в объёме с указанными линейными размерами содержится $(10^{-5}\text{ см } 10^{-8}\text{ см})^3 = 10^9$ частиц и, следовательно, относительные статистические флуктуации этих величин имеют порядок $\sim 10^{-9/2}$. Заметим, что размеры проплавленных, в результате пробоя, каналов имеют порядок 10^{-3}см, а средний линейный размер области в образце, в которой проявляется существенные неоднородности температуры, связанные с возникновением тепловой неустойчивости, имеет порядок 10^{-4} см, т.е. совпадает, по порядку величины, с поперечным размером наблюдаемого микроплазменного канала. В области с такими линейными размерами содержится уже 10^{12} частиц и относительные флуктуации имеют порядок $\sim 10^{-12/2} = 10^{-6}$. Всё это позволяет надеяться на то, что динамику теплового пробоя можно описать в терминах функций $T^i(\mathbf{x},t)$, $T^e(\mathbf{x},t)$, $n^e(\mathbf{x},t)$, $n^i(\mathbf{x},t)$, составив для них систему эволюционных уравнений. Указанный выше характерный размер существенной температурной неоднородности с амплитудой ~ 10 град, получается из среднего размера r_0 дислокаций, на которых, согласно существующим представлениям, возникают всплески температуры. Например, для линейных дислокаций этот размер имеет порядок $r_0 \approx 10^{-4} \div 10^{-3}$ см. При этом, если чистота приготовления материала такова, что плотность λ дислокаций (линейных) имеет порядок 10^4 см$^{-2}$, то их объёмная доля $\lambda \cdot r^2{}_0 = 10^4 \cdot (10^{-4})^2 \div 10^4 \cdot (10^{-3})^2 = 10^{-4} \div 10^{-2} \ll 1$, а среднее расстояние между ними имеет порядок 10^{-2} см. Тогда, обмен теплом между всплесками температуры, сосредоточенными на дислокациях, осуществляется за времена порядка $c \cdot \rho \cdot r^2{}_0 / \kappa = 10^{-7} \div 10^{-5}$ с (с – теплоёмкость материала, ρ – его плотность), что превосходит, по крайней мере, на порядок указанные выше времена развития пробоя. Отсюда можно сделать следующие выводы: во-первых, характерные тепловые неоднородности в образце, которые порождают тепловую неустойчивость при зарождении теплового пробоя, можно также описывать в терминах усредненного по физически малой области ~ 10^{-5} см распределения температуры, во-вторых, флуктуации температуры в начальном положении можно считать с большой точностью статистически независимыми, и обменом теплом между ними, в процессе развития пробоя, можно пренебречь. Выше, для описания эволюции полупроводникового материала в макроскопическом приближении введены различные температуры: $T^{i}(\mathbf{x},t)$ – для кристаллической решётки (фононной подсистемы) и $T^{e}(\mathbf{x},t)$ – для носителей (т.н. двухкомпонентное приближение). Однако, в рассматриваемом случае, при описании теплового пробоя, можно пренебречь различием между ними и оперировать распределением единой "макроскопической" температуры $T(\mathbf{x},t)=T^{e}(\mathbf{x},t)=T^{i}(\mathbf{x},t)$. Это связано с тем, что характерное время выравнивания температур между подсистемами имеет порядок 10^{-11}с, что существенно меньше характерного времени развития теплового пробоя. Наконец, если не интересоваться динамикой плотности тока, т.е. не описывать эффект *файламентации тока* в плоскости плёнки при описании теплового пробоя, то можно попытаться составить замкнутое динамическое уравнение, описывающее эволюцию распределения температуры $T(\mathbf{x},t)$, не прибегая к использованию функций $n^{e}(\mathbf{x},t)$ и $n^{i}(\mathbf{x},t)$. В частности, при этом не имеет смысла разделять результирующий электрический ток на две составляющих – ток электронов и ток дырок. Тогда, можно ожидать, что характеристики теплового пробоя будут зависеть только от суммарной средней плотности носителей, а зависимость от этого параметра содержится в электропроводности материала. Итак, можно сделать вывод: макроскопическое описание эффекта теплового пробоя, которое будет развито в настоящей работе, должно строиться на основе уравнения для переноса тепла в терминах распределения $T(\mathbf{x},t)$ температуры в плёнке материала. Тепловой пробой плёнок полупроводниковых материалов связан с локализацией тепла в малых пространственных областях плёнки. Поэтому, основной проблемой развиваемого макроскопического подхода в теории теплового пробоя является объяснение такой локализации и её последовательное описание в терминах распределения температуры $T(\mathbf{x},t)$. Последовательная теория эффекта пробоя, таким образом, должна дать описание процесса формирования тепловых каналов. Попытка построения теории, основанной на описанных представления была предпринята в работах [7], [8], однако, она столкнулась с серьёзными математическими трудностями. В настоящей работе построим теорию, основанную на термодинамических соображениях, которая позволяет получить значения экспериментально наблюдаемых величин, не используя сложных математических средств. Появление тепловых каналов, по нашему мнению, является следствием неравномерного нагревания плёнки, связанного с положительной обратной связью между локальным ростом температуры и ростом плотности электрического тока. Появление положительной обратной связи обязано наличию возрастающей зависимости электропроводности материала от температуры. При этом выделяющееся тепло не успевает компенсироваться посредством процесса теплопроводности, в результате которого оно от более нагретых областей переносится к менее нагретым. Таким образом, стартовой причиной появления теплового пробоя является наличие всплесков в распределении температуры в плёнке с характерным пространственным размером и характерной амплитудой. Появление же теплового пробоя является следствием согласованного действия двух факторов: роста проводимости и намного более медленного изменения теплопроводности. Первый фактор усиливает неравномерность нагревания различных участков материала, причём эта неравномерность тем более резкая, чем выше температура участка. Второй фактор препятствует теплообмену между различными областями в материале, что обеспечивает локализацию тепла в некоторых областях при слабом изменении средней температуры. Дополнительно к этому, в условиях неравномерного нагревания различных физически малых участков на плоскости плёнке, с течением времени возникает перераспределение между ними подводимой мощности от источника питания. Такое перераспределение вызвано ограничением суммарной величины электрического тока в связи с постоянством электродвижущей силы. Этот механизм, в конце концов, приводит к файламентации тока на плоскости плёнки [6].

Наконец, выскажем предположения относительно того, которые находят своё подтверждение в результатах настоящей работы, каким образом реализуется пороговый характер возникновения теплового пробоя. По мнению авторов, этот эффект является следствием соотношения между двумя величинами – отношения теплопроводности κ (T) в данной фиксированной области на плёнке к крутизне роста по температуре мощности, выделяемой на нагрев этого участка (которая пропорциональна крутизне роста $\sigma'(T)$ электропроводности материала в этой области) и средней амплитуды θ_0 всплесков в распределении температуры по плоскости плёнки. Как только эта средняя амплитуда превысит указанное отношение, то в наиболее высоких всплесках температуры, превышающих его, запускается механизм положительной обратной связи, который приводит к развитию режима пробоя. Так как отношение теплопроводности к крутизне электропроводности является функцией температуры, то та температура T_* (если величина напряжения, падающего на плёнку, фиксирована), при которой это отношение превысит имеющийся уровень средней амплитуды температурных всплесков, который зависит от чистоты приготовления материала (от плотности дислокаций λ, как раз и является той пороговой температурой, при которой возникает пробой. При медленном нагреве плёнки джоулевым теплом, когда температура теплового фона T_0 подходит снизу к T_0, некоторые из всплесков случайно превысят величину $T_* + \theta_0$, и именно эти всплески температуры являются зародышами теплового пробоя. Так как такое превышение может произойти одновременно, как правило, только лишь в небольшом числе областей на плоскости плёнки, то число мест расположения таких тепловых неоднородностей, в которых развивается тепловой пробой, не должно быть очень большим. Новые зародыши теплового пробоя не успевают появиться, так как после проплавления плёнки в каком-либо месте, электрический ток, протекающий через плёнку, резко фокусируется, устремляясь в образованные проплавленные каналы, вследствие чего новые проплавления не образуются. Кроме зависимости от температуры, указанное отношение зависит квадратичным образом от приложенного к плёнке напряжения. Это обуславливает зависимость момента возникновения теплового пробоя от напряжения, т.е., наряду с пороговой температурой T_* имеется пороговое напряжение, которое находится с ней в функциональной связи.

Термодинамика системы теплового канала и фона

Используя построения, известные в теории теплового пробоя диэлектриков (см., например, [2]), для анализа этого эффекта в плёнках полупроводниковых материалов без учёта эффекта стабилизации режима пробоя внешним активным электрическим сопротивлением. Положим, что в исследуемой полупроводниковой плёнке, к плоскостям которой приложено электрическое напряжение, возникли тепловые каналы. Эти каналы будем мысленно нумеровать индексом i =1, ..., N, где N – полное число каналов. Каждый i – й канал, будем характеризовать двумя параметрами – температурой T_i и радиусом r_i, i = 1,..., N. Обозначим T_0 температуру теплового фона и введём, для каждого из каналов, отклонение $\Theta_i = T_i - T_0$, i = 1, ..., N его температуры от температуры теплового фона. На данной работе будем рассматривать каналы невзаимодействующими, т.е. не будем принимать во внимание наличие конкуренции между ними в перераспределении мощности, прикладываемой к плёнке. Такого рода взаимодействие рассмотрено при исследовании статистики образовавшихся микроплазменных каналов в других работах. Если считать, что тепловой пробой возникает вследствие достижения температуры плавления тем j-м каналом, из всей их совокупности, у которого температура T_j наибольшая, то, далее, нам достаточно изучить термодинамику системы, состоящей из одного канала и термостата. Исследуем условие зарождения теплового пробоя посредством одного фиксированного теплового канала на основе первого начала термодинамики, трактуя этот эффект как нарушение теплового равновесия между каналом и термостатом. Положим температуру этого выделенного канала равной Т. Обозначим $W_1(T)$ – количество джоулева тепла, выделяющегося при этой температуре в объёме канала в единицу времени. Пусть плотность тока j в канале, согласно закону Ома, определяется величиной j = E\ σ(T), где E – напряжённость однородного электрического поля в плёнке, $\sigma(T)$ – зависящая от температуры электропроводность материала плёнки. Тогда, количество джоулева тепла, выделяемое в единице объёма канала равно $j^2 / \sigma(T)$. Следовательно, величина $W_1(T)$ определяется формулой

$$W_1(T) = V_* \cdot E^2 \sigma(T), \tag{1}$$

где V_* – объём канала в термодинамическом равновесии его с термостатом. Обозначим P(T) – поток тепла через единицу площади боковой поверхности канала наружу в термостат при данной температуре Т. Этот поток зависит от разности температур $T - T_0$ канала и фона и обращается в нуль, при обращении в нуль этой разности. В общем виде, этот поток можно представить в следующей "градиентной" форме

$$P(T) = \delta^{-1} \int_{T_0}^{T} \kappa(\tau)\, d\tau, \tag{2}$$

где κ (T) – зависящий от температуры канала коэффициент теплопроводности материала, δ – ширина условного приграничного слоя канала, разделяющего основную его массу от теплового фона. Полный поток тепла из канала в термостат равен

$$W_2(T) = S_* \cdot P(T), \tag{3}$$

где S_* – площадь боковой поверхности канала. При протекании электрического тока через плёнку, джоулево тепло производится в каждый момент времени как в канале, так и в термостате, причём величина тепла, производимая в единице объёма термостата, равна $E^2\sigma(T_0)$. Тогда $W_1(T_0) = V_* E^2 \sigma\ (T_0)$ – количество тепла, выделяемого в единицу времени в объёме V_* термостата, равного объёму канала. В теплообмене же между каналом и термостатом принимает участие только та часть тепла, выделившаяся в объёме канала, которая является избыточной, по сравнению с величиной всего производимого в объёме этого канала тепла, в том случае, если бы его не существовало вообще, т.е. температура в этом объёме была бы равна температуре T_0 теплового фона. Это избыточное количество тепла равно, таким образом, $W_1(T) - W_1(T_0)$. Тепловое равновесие имеет место тогда, когда это избыточное тепло выносится за ту же единицу времени наружу в термостат. Поэтому, условие теплового равновесия записывается в виде

$$W_1(T) - W_1(T_0) = W_2(T), \tag{4}$$

Примем, что канал имеет форму цилиндра с равновесной величиной радиуса r_*. Тогда, имеем $V_* = \pi r_*^2 d$, где d – толщина плёнки, и $S_* = 2\pi r_*^2 d$. Если параметры r_* и T таковы, что $W_1(T) > W_2(T)$, то внутри канала производится больше тепла, чем выводится из него наружу и, поэтому, с одной стороны, повышается его температура, а с другой, прогреванием приграничных с каналом участков плёнки, он расширяется, т.е. r_* увеличивается настолько, чтобы установилось равновесие. Наоборот, если $W_1(T) < W_2(T)$, то внутри канала производится тепла меньше, чем выводится наружу и, поэтому, температура канала понижается настолько, чтобы имело место равенство (4). Из уравнений (1) – (4), находим общее уравнение теплового равновесия

$$r_*^2 \cdot E^2(\sigma(T) - \sigma(T_0)) = 2\delta^{-1} \int_{T_0}^{T} \kappa(\tau)\, d\tau. \tag{5}$$

Так как введенное понятие теплового канала обладает определённой долей условности и, в связи с этим, условными являются понятия температуры канала T и ширины его приграничного слоя δ, то положим, что T – это температура в центре температурного всплеска, который называем каналом и, в этом случае, необходимо положить δ равным $\zeta \cdot r_*$, где ζ – множитель порядка 1. При таких предположениях, уравнение (5) принимает вид

$$\frac{\zeta}{2}(r_* E)^2(\sigma(T) - \sigma(T_0)) = \int_{T_0}^{T} \kappa(\tau)\, d\tau. \tag{6}$$

Заметим, что всегда существует тривиальное решение этого уравнения $\Theta = 0$, $T = T_0$. Если такое решение единственно, то, в случае, когда $W_2(T) > W_1(T) - W_1(T\_0)$ при $T > T_0$, это означает, что выход тепла из канала превышает приход и, поэтому, в точке T_0 дальнейший нагрев канала невозможен – всякая температурная неоднородность с малым превышением Θ над окружающим фоном, с течением времени исчезает, и она не превращается в тепловой канал, который является объектом нашего изучения. В случае же, когда выполняется обратное неравенство $W_2(T) < W_2(T) - W_1(T_0)$ при $T > T_0$, тривиальное равновесное решение $\Theta = 0$ неустойчиво, и это означает, что равновесие невозможно, по причине того, что приход тепла в канал превышает его выход наружу и, с течением времени, температура в канале возрастает вплоть до температуры плавления, либо до точки эвтектики составного полупроводника. Рассмотрим случай существования, по крайней мере, двух решений уравнения (6), причём второе решение $\Theta_* = T_* - T_0$ – дополнительное к решению $\Theta = 0$ – находится, справа от температуры T_0. Такое положение возможно, так как зависимость электропроводности от температуры имеет участок монотонного возрастания, более быстрого, чем рост теплопроводности. Рассмотрим случай, когда пространственно однородное распределение температуры устойчиво, т.е. устойчивым является решение $\Theta = 0$ и $W_2(T) > W_1(T) - W_1(T_0)$ при малых Θ. Тогда ближайшее справа к точке T_0 решение T_* уравнения (6) обязательно неустойчиво, т.е. правее этого решения имеет место обратное неравенство, $W_2(T) < W_1(T) - W_1(T_0)$. Эта неустойчивость как раз и соответствует возникновению теплового пробоя. А именно, если амплитуда затравочного температурного всплеска, который моделируем посредством теплового канала, переходит величину Θ_*, то тепловое равновесие между каналом и термостатом нарушается и этот канал инициирует тепловой пробой. Поэтому, тепловой пробой становится возможным, если средняя амплитуда теплового всплеска θ_0 сравнивается с решением Θ_*, $\Theta_* \approx \theta_0$. Пусть теперь решение Θ_0 неустойчиво, т.е. $W_2(T) < W_1(T) - W_1(T_0)$ при малых значениях $\Theta > 0$. Тогда в рассматриваемой температурной точке T_0 пространственно однородное распределение температуры неустойчиво. При этом наименьшее решение $T_* > T_0$ уравнения (6) должно быть устойчивым, так как правее него выполняется неравенство $W_2(T) > W_1(T) - W_1(T_0)$. В этом случае равновесным состоянием рассматриваемой термодинамической системы является тепловой канал (или система каналов) с температурой T_* и радиусом r_*, находящийся в окружении теплового фона при температуре T_0. В этом случае, такие каналы естественно интерпретировать как наблюдаемые на эксперименте *микроплазменные каналы*, возникающие в условиях стабилизации режима теплового пробоя. Особое значение имеет случай, когда решения T_0 и T_* совпадают, т.е. $\Theta = 0$ является двукратным решением уравнения (6) так, что в точке T_0 происходит касание графиков функций $[W_1(T) - W_1(T_0)]$ и $W_2(T)$. В этом случае, в температурной точке $T_0 = T_*$, происходит срыв в режим теплового пробоя при сколь угодно малой амплитуде тепловых всплесков (т.е. в сколь угодно чисто выращенной плёнке). При этом, наряду с уравнением (6), выполняется также условие

$$\left(\frac{dW_1(T)}{dT}\right)_{T_0} = \left(\frac{dW_2(T)}{dT}\right)_{T_0}, \tag{7}$$

что, с учётом уравнения (6), приводит к дополнительному уравнению

$$\frac{\zeta}{2}(r_* E)^2 (d\sigma(T)/dT)_{T_0} = \kappa(T_0). \tag{8}$$

Это уравнение определяет следующую связь критических значений величин r_* и T_*, соответствующие сценарию спонтанного возникновения теплового пробоя,

$$r_* = E^{-1}\left(\frac{\zeta}{2}\right)^{1/2}\left(\frac{\kappa(T_*)}{\sigma'(T_*)}\right)^{1/2}. \tag{9}$$

Критический радиус зависит, таким образом, обратно пропорционально от приложенного к плёнке электрического напряжения $U = E \cdot d$. Исключая, с помощью (9), критический радиус r_* из уравнения (6), находим соотношение между текущими значениями теплопроводности и электропроводности

$$\left(\int_{T_0}^{T_*} \kappa(\tau)\, d\tau\right)^{-1} \kappa(T_*) = (\sigma(T_*) - \sigma(T_0))^{-1}\left(\frac{d\sigma(T)}{dT}\right)_{T_*}. \tag{10}$$

Это уравнение определяет, на основе характеристик материала $\kappa(T)$, $\sigma(T)$, критическую температуру T_*, при которой тепловой пробой возникает спонтанно. Тогда, согласно формуле (9), толщина проплавленных в результате пробоя каналов также полностью определяется этими характеристиками полупроводникового материала, т.е. универсальна. Эта универсальность заключается в том, что толщина, с большой точностью, одинакова для всех пробойных каналов при фиксированной величине приложенного напряжения $E\,d$. Заметим, что, согласно формулам (9), (10), тепловой пробой может возникнуть при любом напряжении Ed, если средняя температура плёнки достигла величины T_*. Рассмотрим, в качестве примера, важный частный случай. Пусть $\sigma(T) = \sigma_0 e^{\gamma T}$ [9] и

$$\kappa(T) = \kappa_0 + \kappa_1 \Theta. \tag{11}$$

Здесь используем возрастающий тип зависимости для теплопроводности κ (T) материала. Он характерен для аморфных полупроводников [10], [11]. В частности, для аморфных соединений селена такого типа зависимости наблюдались экспериментально в [12], [13]. Найдём ненулевое решение уравнения (10) в этом случае. Так как функции, стоящие в обеих частях уравнения обращаются в нуль при $\Theta = 0$ и имеют в этой точке равные производные, а функция в левой части стремится к постоянной при $\Theta \to \infty$, то, для существования положительного решения, необходимо и достаточно, чтобы её вторая производная при $\Theta = 0$ была меньше второй производной функции в правой части. Отсюда находим условие $\gamma < \kappa_1 / \kappa_0$ существования решения. Подстановка указанных выражений для $\sigma(T)$ и κ (T) в (10) приводит к уравнению

$$\gamma^{-1}(1 - e^{-\gamma\Theta}) = \Theta \frac{\kappa_0 + \kappa_1 \Theta / 2}{\kappa_0 + \kappa_1 \Theta},$$

где $\Theta = T_* - T_0$. Если температура T_0 меньше температуры T_* и мало от неё отличается, то необходимо найти малое решение $\Theta > 0$ этого уравнения. Раскладывая вплоть до членов Θ^2 обе части уравнения, находим

$$1 - \frac{\gamma}{2}\Theta + \frac{\gamma^2}{6}\Theta^2 = \left(1 + \frac{\kappa_1}{2\kappa_0}\Theta\right)\left(1 - \frac{\kappa_1}{\kappa_0}\Theta + \frac{\kappa^2{}_1}{\kappa^2{}_0}\Theta^2 - \ldots\right),$$

$$\Theta = 3\left(\frac{\kappa_1}{\kappa_0} - \gamma\right)\left(3\frac{\kappa_1}{\kappa_0} - \gamma^2\right)^{-1}.$$

Приравнивая это решение средней величине θ_0 тепловых всплесков, найдём выражение для этой величины в том случае, когда возникает пробой. Получим теперь, из условия существования решения уравнения (10), соотношение, справедливое в общем положении при зарождении пробоя. В этом случае, достаточно ограничиться квадратичной нелинейной зависимостью $\sigma(T)$. Для нахождения этого условия, разложим обе части уравнения (10) в окрестности точки T_0 вплоть до членов квадратичных по $\Theta = T_* - T_0$, используя разложение (11) для κ (T) и разложение

$$\sigma(T) = \sigma_0 + \sigma_1\Theta + \frac{1}{2}\sigma_2\Theta^2. \quad 12)$$

В результате, уравнение (10) принимает следующий вид

$$\frac{\sigma_1 + \sigma_2\Theta/2}{\sigma_1 + \sigma_2\Theta} = \frac{\kappa_0 + \kappa_1\Theta/2}{\kappa_0 + \kappa_1\Theta}. \tag{13}$$

Из этого соотношения вытекает условие

$$\frac{\kappa_0}{\kappa_1} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}, \tag{14}$$

которое можно рассматривать как уравнение для определения критической температуры T_*. С учётом этого условия, выражение (9) для критического радиуса r_* принимает вид

$$r_* = E^{-1}\left(\frac{2}{\zeta}\right)^{1/2}\left(\frac{\kappa'(T_*)}{\sigma''(T_*)}\right)^{1/2}. \tag{15}$$

Литература

1. K.W. Wagner Trans. American Inst. Electr. Engin. – 1922. – V.41. – C.288.
2. С.М. Брагин, А.К. Вальтер, Н.Н. Семёнов Теория и практика диэлектрического пробоя. – М.: Госиздат, 1929. – 280 с.
3. И.В. Грехов, Ю.Н. Серёжкин Лавинный пробой p-n-перехода в полупроводниках. – Л.: Энергия. Ленингр. отделение, 1980. – 152 с.
4. Н.В. Андреева, Ю.П. Вирченко Качественный анализ возможности эффекта теплового пробоя плёнок полупроводниковых материалов на основе теории бифуркаций// Математические модели в образовании, науке и промышленности. Международная Академия наук высшей школы. Санкт-Петербургское отделение. Санкт-Петербург. – 2003. – С.15-17.
5. Н.В. Андреева, Ю.П. Вирченко Статистика образования мезоплазменных каналов в тонких полупроводниковых плёнках при стабилизации теплового пробоя// Письма в ЖТФ. – 2006. – Т.32. – Вып.5. – С.8-12.
6. Э.Ф. Бурцев, И.В. Грехов, Н.Н. Крюкова Локализация тока в кремниевых диодах при большой плотности прямого тока// Физика и Техника Полупроводников. – 1970. – Т.4. – Вып.10. – С.1955-1962.
7. Yu.P. Virchenko, A.A. Vodyanitskii Heat localization and formation of heat breakdown structure in semiconductor materials. I. Nonlinear model// Functional Materials. – 2001. – V.8. – № 3. – C.428- 434.
8. Yu.P. Virchenko, A.A. Vodyanitskii Heat localization and formation of heat breakdown structure in semiconductor materials. II. Mathematical analysis of the model// Functional Materials. – 2002. – V.9. – № 4. – C.601-607.
9. Дж. Дирнлей, А. Стоунхем, Д. Морган Электрические явления в аморфных плёнках окислов// Успехи физических наук. – 1974. – Т.112. – Вып.1. – С.83-128.
10. Н.А. Абдуллаев, М.А. Алджанов, Э.М. Керимова Теплопроводность слоистых полупроводников GaS и GaSe// ФТТ. – 2002. – Т.44.- Вып.2. – С.213-214.
11. В.С. Оскотский, И.А. Смирнов Дефекты в кристаллах и теплопроводность. – М.: Наука, Ленинград. отделение. Л. 1972. – 160 с.
12. L. Štourač, A. Vaško, J.Srb, C.Musil, F. Štrba // Czech.J.Phys. – 1968. – B18. – P.1067.
13. L. Štourač, B. T. Kolomiec, V. P. L. Šilo// Czech.J.Phys. – 1968. – B18. – P.92.

THE FORMATION OF THE HEAT CHAANNELS IN SEMICONDUCTOR FILMS

Andreyeva N.V., Virchenko Yu.P.

Belgorod State University, Studencheskaja St., 14, Belgorod, 308007, Russia,
e-mail: *N_Andreeva@bsu.edu.ru, virch@bsu.edu.ru*

The simple thermodynamic theory of the thermal breakdown of thin semiconductor films that are some functional elements in the electrical circuit with constant strength is developed. On the bases of this theory, the formula of the melted channel radius and the formula of the threshold temperature of the thermal breakdown are obtained. The efficiency of these formulas is demonstrated on the example of amorphous semiconductor films.

Key words: thermal breakdown, microplasma channels, thermal conductivity, electrical conductivity, thermal instability