УДК 621.396.96

МНОГОАЛЬТЕРНАТИВНЫЕ РЕШЕНИЯ В ЗАДАЧАХ ВЫБОРА КЛАССА ПРИНАДЛЕЖНОСТИ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ ОБЪЕКТОВ ДЛЯ СИСТЕМ С ПОЛЯРИЗАЦИОННЫМ ЗОНДИРОВАНИЕМ

О.Д. Дикуль, Ю.П. Новоченко, И.И. Олейник

Белгородский государственный университет, 308015, Белгород, ул. Победы, 85, e-mail: oleinik_i@bsu.edu.ru

Приводятся многоальтернативные правила при принятии решения о принадлежности радиолокационного объекта какому-либо классу для систем с поляризационным зондированием. Приведен вариант модели представления входного сигнала в виде многомерного комплексного вектора. Рассмотрены особенности модели представления входного сигнала при однопозиционной локации. Приведена методика оценки ошибок первого и второго рода при многоальтернативном принятии решения об отнесении объекта к классу. Приведены результаты вычислительных экспериментов по расчету ошибок с моделированием собственных шумов приемных каналов радиолокационной системы и использованием результатов натурного эксперимента.

Ключевые слова: многоальтернативное решение, класс, выборка, система, зондирование.

ВВЕДЕНИЕ

Закон распределения признаков, выбранных для принятия решения о принадлежности объекта к тому или иному классу (распознавания), часто считают нормальным. Это допущение оправдано при условии, что на наблюдение влияет большое число независимых случайных факторов, причем каждый из них по отдельности оказывает лишь малое воздействие. В частности, для радиолокационного объекта сложной формы – это отражение от совокупности блестящих точек.

Свойство нормальности признаков сильно упрощает вид решающей функции, так как решающая функция оказывается линейной комбинацией наблюдений, и ее распределение вновь будет нормальным.

Все виды решающих правил основаны на формировании отношения правдоподобия и его сравнении с определенным порогом, значение которого определяется выбранным критерием качества [1].

При статистическом принятии решения плотности вероятности распределения признаков априори неизвестны, поэтому в решающие правила подставляются не сами плотности вероятности, а их оценки, получаемые в процессе обучения. Соответственно, в решающем правиле с порогом сравнивается не само отношение правдоподобия, а его оценка, полученная в ходе обучения [1,2]. Если в результате предварительного анализа наблюдаемой совокупности выборочных значений оказывается возможным хотя бы с некоторым приближением установить вид закона их распределения, то априорная неопределенность относится лишь к параметрам этого распределения. Таким образом, целью обучения в этом случае становится получение оценок этих параметров (вектора средних и ковариационных матриц) нормальных плотностей вероятностей, используемых в решающем правиле.

МОДЕЛИ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ВХОДНЫХ СИГНАЛОВ

Для радиолокационных систем зондирующих на двух ортогональных поляризациях и производящих прием на двух ортогональных поляризаций по каждому излученному сигналу (например, вертикальная и горизонтальная) входной сигнал можно представить в виде поляризационного вектора рассеяния (ПВР), образованного из поляризационной матрицы рассеяния [3]

$$\dot{\mathbf{U}}(t_i) = \left(\dot{U}_{11}(t_i) \quad \dot{U}_{21}(t_i) \quad \dot{U}_{12}(t_i) \quad \dot{U}_{22}(t_i)\right)^T, \qquad (1)$$

где: $\dot{U}_{11}(t_i)=U_{11}(t_i)e^{j\varphi_{11}}$, $\dot{U}_{21}(t_i)=U_{21}(t_i)e^{j\varphi_{21}}$, $\dot{U}_{12}(t_i)=U_{12}(t_i)e^{j\varphi_{12}}$, $\dot{U}_{22}(t_i)=U_{22}(t_i)e^{j\varphi_{22}}$;

$U_{11}(t_i), U_{21}(t_i), U_{12}(t_i), U_{22}(t_i)$ – амплитуды сигналов в момент времени t_i; $\varphi_{11}, \varphi_{21}, \varphi_{12}, \varphi_{22}$ – фазы сигналов; индексы 1,2 обозначают вид поляризации (первый – на прием, второй – на излучение).

С целью исключения зависимости фаз сигналов от дальности до объекта в системах с поляризационной обработкой информации производят измерение ПВР с относительными фазами. При этом компоненты ПВР могут быть представлены в виде:

$$\dot{U}_{11}(t_i)=U_{11}(t_i)e^{j\varphi_1},\ \dot{U}_{21}(t_i)=U_{21}(t_i)+j0,\ \dot{U}_{12}(t_i)=U_{12}(t_i)+j0,\ \dot{U}_{22}(t_i)=U_{22}(t_i)e^{j\varphi_2}, \quad (2)$$

где: $\varphi_1=\varphi_{11}-\varphi_{21}$, $\varphi_2=\varphi_{22}-\varphi_{12}$ – относительные фазы между основными и кроссовыми компонентами ПВР.

Ковариационная матрица (или ковариационно-поляризационная матрица [3])

$$\dot{\mathbf{M}}=\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left(\dot{\vec{\mathbf{U}}}_i-\dot{\vec{\mathrm{m}}}\right)\left(\dot{\vec{\mathbf{U}}}_i-\dot{\vec{\mathrm{m}}}\right)^{T*}, \quad (3)$$

где: N – объем выборки ПВР; $\dot{\vec{\mathrm{m}}}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\dot{\vec{\mathbf{U}}}_i$ – математическое ожидание выборки ПВР; $T*$ – знак транспонирования и комплексного сопряжения.

В случае однопозиционной локации, в силу теоремы взаимности [4], кроссовые составляющие равны друг другу $\dot{U}_{21}(t_i)=\dot{U}_{12}(t_i)$. Следовательно, ковариационная матрица имеет линейно зависимые строки и столбцы. При этом ранг такой матрицы будет всегда ≤ 3. Это определяет необходимость снижения размерности входного вектора параметров. Наиболее предпочтительным в данном случае является метод анализа главных компонент [5]. Для чего определяются собственные числа и собственные векторы матрицы $\dot{\mathbf{M}}$, затем из собственных векторов формируется матрица пересчета $\dot{\mathbf{B}}$, размерность которой будет не более 4×3. При этом входной вектор преобразовывается к виду $\dot{\vec{\mathbf{S}}}_i=\dot{\mathbf{B}}^{*T}\dot{\vec{\mathbf{U}}}_i$ и имеет размерность не более трех [6]. Далее везде рассматривается случай однопозиционной локации.

МНОГОАЛЬТЕРНАТИВНОЕ РЕШАЮЩЕЕ ПРАВИЛО

При распознавании объектов сложной геометрической формы возникает задача, когда необходимо принять решение о принадлежности входной выборки поляризационных векторов рассеяния к одному из классов объектов и оценить характеристики достоверности принятого решения.

Размерность области (пространства) локализации признаков распознавания для всех классов должна быть одинаковой. Кроме этого, основным требованием использования метода анализа главных компонент является требование к расстоянию между классами. Оно должно быть больше размеров самих классов. Это условие должно быть выполнено на этапе обучения. Как было показано выше, размерность комплексного пространства локализации входных векторов для объектов сложной геометрической формы не более 3.

Допустим, дана выборка ПВР после преобразования

$$(\dot{\vec{\mathbf{S}}}_i)^n=\begin{bmatrix}\dot{\mathrm{S}}_{11}\ \dot{\mathrm{S}}_{12}\cdots\dot{\mathrm{S}}_{1n}\\ \dot{\mathrm{S}}_{21}\ \dot{\mathrm{S}}_{22}\cdots\dot{\mathrm{S}}_{2n}\\ \dot{\mathrm{S}}_{31}\ \dot{\mathrm{S}}_{32}\cdots\dot{\mathrm{S}}_{3n}\end{bmatrix}, \quad (4)$$

принадлежащая к одному из классов. Требуется определить, к какому классу она принадлежит.

Решающее правило в многоальтернативном случае можно записать в следующем виде: выборка (4) принадлежит классу x_l, $1\le l\le K$, для которого функция правдоподобия максимальна [2]

$$\mathrm{W}_{ln}=\prod_{i=1}^{n}\omega_l(\dot{\mathbf{S}}_i)=\max\left\{\prod_{i=1}^{n}\omega_k(\dot{\mathbf{S}}_i)\right\},\qquad(5)$$

где $\omega_k(\dot{\mathbf{S}})=(2\pi)^{-\frac{3}{2}}\left(\det\dot{\mathbf{T}}_k\right)^{-\frac{1}{2}}\exp\left\{-\frac{1}{2}(\dot{\mathbf{S}}-\dot{\mathbf{a}}_k)^{\mathrm{T}*}\dot{\mathbf{T}}_k^{-1}(\dot{\mathbf{S}}-\dot{\mathbf{a}}_k)\right\}$ – плотность вероятности 3-мерного нормального закона $\mathrm{N}(\dot{\mathbf{S}};\dot{\mathbf{a}}_k,\dot{\mathbf{T}}_k)$; $\dot{\mathbf{a}}_k,\dot{\mathbf{T}}_k$ – вектор математического ожидания и ковариационно-поляризационная матрица, соответствующие выборке ПВР k-го класса. При этом следует учитывать, что матрица преобразования $\dot{\mathbf{B}}$, составленная из собственных векторов $\dot{\mathbf{M}}$, должна быть одинаковой для всех классов. Т.е. в качестве такой матрицы можно выбрать какую-либо одну матрицу, полученную из матрицы $\dot{\mathbf{M}}$ для любого класса.

Решение $(\dot{\mathbf{S}}_i)^n\in x_l$ принимается в том случае, когда одновременно выполняются $K-1$ неравенств $\mathrm{W}_{ln}\geq\mathrm{W}_{kn}$, $k=1,2,...,l-1,l+1,...,K$.

Переходя к логарифмам функций правдоподобия, решающее правило в многоальтернативном случае записывается в виде: $(\dot{\mathbf{S}}_i)^n\in \mathrm{x}_l$, если выполнены условия [2]

$$\sigma_{LK}=\mathrm{L}_{ln}-\mathrm{L}_{kn}=$$

$$=\ln\mathrm{W}_{ln}-\ln\mathrm{W}_{kn}=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}[(\dot{\mathbf{S}}_i-\dot{\mathbf{a}}_k)^{\mathrm{T}*}\dot{\mathbf{T}}_k^{-1}(\dot{\mathbf{S}}_i-\dot{\mathbf{a}}_k)-(\dot{\mathbf{S}}_i-\dot{\mathbf{a}}_l)^{\mathrm{T}*}\dot{\mathbf{T}}_l^{-1}(\dot{\mathbf{S}}_i-\dot{\mathbf{a}}_l)]+\frac{n}{2}\ln\frac{\det\dot{\mathbf{T}}_k}{\det\dot{\mathbf{T}}_l}>0.\qquad(6)$$

В данном случае в качестве критерия принятия решения использован критерий максимального правдоподобия, поскольку платы за ошибки априори неизвестны.

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ОЦЕНОК ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА РЕШАЮЩЕГО ПРАВИЛА

Для определения ошибок принятия решения о принадлежности объекта к классу была использована методика, приведенная в [2], обобщенная на комплексный случай с учетом размерности входного вектора.

Ошибкой первого рода назовем отнесение выборки не к тому классу, к которому она на самом деле принадлежит (т.е. отнесение выборки к какому-либо классу x_k, отличному от x_l. Ошибкой второго рода назовем отнесение выборки к какому-либо определенному классу, когда в действительности она ему не принадлежит. Следовательно, ошибку первого рода можно записать в виде [1,2]

$$\alpha_l=\mathrm{P}\left\{\bigcup_{k=1}^{K}[\mathrm{L}_{kn}-\mathrm{L}_{ln}>0\;|x_l]\right\}=1-\mathrm{P}\left\{\bigcap_{\substack{k=1\\k\neq l}}^{K}[\mathrm{L}_{kn}-\mathrm{L}_{ln}\leq 0\;|x_l]\right\}=1-\mathrm{P}\left\{\bigcap_{\substack{k=1\\k\neq l}}^{K}[\mathrm{L}_{ln}-\mathrm{L}_{kn}>0\;|x_l]\right\},\qquad(7)$$

а ошибку второго рода:

$$\beta_l=\frac{1}{K-1}\sum_{\substack{k=1\\k\neq l}}^{K}\beta_{lk},\qquad \beta_{lk}=\mathrm{P}\left\{\bigcap_{\substack{q=1\\q\neq l}}^{K}[\mathrm{L}_{ln}-\mathrm{L}_{qn}\leq 0\;|x_k]\right\},\ q=1,2,\ldots,K.\qquad(8)$$

Для выражения (7) разности $\mathrm{L}_{ln}-\mathrm{L}_{kn}, k=1,2,...,k,\ k\neq l$, логарифмов функции правдоподобия (после преобразования системы координат $\dot{\mathbf{S}}_j\to\dot{\mathbf{S}}_j-\dot{\mathbf{a}}_j^{(l)}$, j=1,2,3, где $\dot{\mathbf{a}}_j^{(l)}$ – j-я компонента вектора средних $\dot{\mathbf{a}}_l=(\dot{a}_1^{(l)},\dot{a}_2^{(l)},\dot{a}_3^{(l)})^{\mathrm{T}}$ класса x_l и последующих одновременных преобразований пар ковариационных матриц $\dot{\mathbf{T}}_l,\dot{\mathbf{T}}_k$ к диагональному виду согласно соотношениям [1]

$$\dot{\mathbf{A}}_k\dot{\mathbf{T}}_l\dot{\mathbf{A}}_k^{\mathrm{T}*}=\mathbf{I},\ \dot{\mathbf{A}}_k\dot{\mathbf{T}}_k\dot{\mathbf{A}}_k^{\mathrm{T}*}=\mathbf{\Lambda}_k,\qquad(9)$$

где $\dot{\mathbf{A}}_k$ – матрица преобразования (матрица собственных векторов матрицы $\dot{\mathbf{T}}_l^{-1}\dot{\mathbf{T}}_k$, нормированных в виде $\dot{\mathbf{m}}_j^{\mathrm{H}} = \dot{\mathbf{m}}_j/(\dot{\mathbf{m}}_j^{\mathrm{T}*}\dot{\mathbf{T}}_l\dot{\mathbf{m}}_j)^{1/2}$ [1]; $\mathbf{I}$ – единичная матрица; $\mathbf{\Lambda}_k$ – диагональная матрица, элементами которой служат корни $\lambda_1^{(k)} \ge \lambda_2^{(k)} \ge \lambda_3^{(k)}$ характеристического уравнения $\det(\dot{\mathbf{T}}_k - \lambda\dot{\mathbf{T}}_l) = 0$.

С учетом (9) логарифмы функции правдоподобия приобретают вид

$$\mathrm{L}_{lkn} = \mathrm{L}_{ln} - \mathrm{L}_{kn} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}[(\dot{\mathbf{y}}_i^{(k)} - \dot{\mathbf{a}}_l)^{\mathrm{T}*}\mathbf{I}^{-1}(\dot{\mathbf{y}}_i^{(k)} - \dot{\mathbf{a}}_l) - (\dot{\mathbf{y}}_i^{(k)} - \dot{\mathbf{a}}_k)^{\mathrm{T}*}\mathbf{\Lambda}_k^{-1}(\dot{\mathbf{y}}_i^{(k)} - \dot{\mathbf{a}}_k) +$$

$$+\frac{1}{2}\ln\frac{\det \mathbf{I}}{\det \mathbf{\Lambda}_k}] = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{3}[\left(\dot{y}_{ji}^{(k)}\right)^2 - (\dot{y}_{ij}^{(k)} - \dot{\upsilon}_j^{(k)})^2/\lambda_j^{(k)} - \ln\lambda_j^{(k)}] =$$

$$= \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{3}\chi_j^{(k)}\Big[\sum_{i=1}^{n}(\dot{y}_{ji}^{(k)} - \dot{\eta}_j^{(k)})^2 - n\dot{\xi}_j^{(k)}\Big], \qquad (10)$$

где $\chi_j^{(k)} = 1 - 1/\lambda_j^{(k)}$; $\dot{\eta}_j^{(k)} = \dot{\upsilon}_j^{(k)}/(1-\lambda_j^{(k)})$; $\dot{\xi}_j^{(k)} = \lambda_j^{(k)}\left(\dot{\upsilon}_j^{(k)}\right)^2/(1-\lambda_j^{(k)})^2 + \ln\lambda_j^{(k)}$; $\dot{\upsilon}_j^{(k)}$– компонент вектора $\dot{\mathbf{\upsilon}}_k$; $\dot{\mathbf{\upsilon}}_k = \dot{\mathbf{A}}_k(\dot{\mathbf{a}}_k - \dot{\mathbf{a}}_l)$; $\dot{y}_{ji}^{(k)}$, $(j = 1,2,3)$ – компоненты преобразованных векторов $\dot{\mathbf{y}}_{ki} = \dot{\mathbf{A}}_k\dot{\mathbf{S}}_i$, $\dot{\mathbf{S}}_i = (\dot{S}_{1i}, \dot{S}_{2i}, \dot{S}_{2i})^{\mathrm{T}}$, $i,...,n$.

Вектор средних $\dot{\mathbf{a}}_l$ стал нулевым ввиду сдвига начала координат в точку $(\dot{a}_1^{(l)}, \dot{a}_2^{(l)}, \dot{a}_3^{(l)},)$, ковариационная матрица $\dot{\mathbf{T}}_l$ не изменилась, так как она, по определению, инвариантна относительно сдвига начала координат. Учитывая (10), получаем, что векторы $\dot{\mathbf{y}}_{ki}$ распределены по нормальному закону с функцией распределения

$$\mathrm{F}(\dot{y}_i^{(k)}, \dot{\mathbf{A}}_k\mathbf{O}, \dot{\mathbf{A}}_k\dot{\mathbf{T}}_l\dot{\mathbf{A}}_k^{\mathrm{T}*}) = \mathrm{F}(\dot{y}_i^{(k)}, \mathbf{O}, \mathbf{I}).$$

То есть, если k и i фиксированы, то каждая из 3-х случайных величин $\dot{y}_{ji}^{(k)}, (j = 1,2,3)$ независима от остальных и имеет стандартное нормальное распределение с нулевым средним и единичной дисперсией. Следовательно, совместная функция распределения указанных случайных величин имеет вид

$$\mathrm{F}(\dot{y}_1^{(k)}, \dot{y}_2^{(k)}, ..., \dot{y}_n^{(k)}) = \prod_{j=1}^{3}\prod_{i=1}^{n}\mathrm{F}(\dot{y}_{ji}^{(k)}, \mathrm{O}, 1). \qquad (11)$$

Разности L_{lkn}, $k = 1,2,...,l-1,l+1,...K$ остаются зависимыми после преобразования, в силу зависимости случайных величин $\dot{y}_{ji}^{(k)}$ между собой при различных *k*. Чтобы определить вероятность пересечений событий $\{\mathrm{L}_{lkn} \le 0\}$, необходимо количественно охарактеризовать зависимость между произвольной парой случайных величин $\dot{y}_{ji}^{(k)}$, $\dot{y}_{gu}^{(q)}$, $1 \le k,\ q \le K,\ k \ne q \ne l,\ 1 \le j,\ g \le 3,\ 1 \le i,\ u \le n$.

Из (9) имеем

$$\dot{y}_{ji}^{(k)} = \sum_{x=1}^{3}\dot{A}_{jx}^{(k)}\dot{S}_{xi}\ , \quad \dot{y}_{gu}^{(q)} = \sum_{t=1}^{3}\dot{A}_{gt}^{(q)}\dot{S}_{tu}\ , \qquad (12)$$

где $\dot{A}_{jx}^{(k)}, \dot{A}_{gt}^{(q)}$ – элементы матриц первообразных $\dot{\mathbf{A}}_k$, $\dot{\mathbf{A}}_q$, стоящие на пересечении *j*-й строки и *x*-го столбца матрицы $\dot{\mathbf{A}}_k$ и *g*-й строки и *t*-го столбца матрицы $\dot{\mathbf{A}}_q$ соответственно. Для ковариации получим следующие выражения:

$$\dot{\mathrm{C}}_{jigu}^{(kq)} = \mathrm{m}_1\{\dot{y}_{ji}^{(k)}\dot{y}_{gu}^{(q)}\} = \sum_{x=1}^{3}\sum_{t=1}^{3}\dot{A}_{jx}^{(k)}\dot{A}_{gt}^{(q)}\mathrm{m}_1\{\dot{S}_{xi}\dot{S}_{tu}\}. \qquad (13)$$

Но $m_1\{\dot{S}_{xi}\dot{S}_{tu}\}=0$ при $i \neq u$, так как компоненты отдельных наблюдений независимы по условию. Таким образом, ввиду одинаковой распределенности компонент $\dot{S}_{xi}$ при различных $i = 1,2,\ldots,n$ можно записать

$$\dot{C}^{(kq)}_{jigu} = \dot{C}^{(kq)}_{jg} = \sum_{x=1}^{3}\sum_{t=1}^{3}\dot{A}^{(k)}_{jx}\dot{A}^{(q)}_{gt}m_1\{\dot{S}_x\dot{S}_t\} = \sum_{x=1}^{3}\sum_{t=1}^{3}\dot{A}^{(k)}_{jx}\dot{A}^{(q)}_{gt}\dot{T}^{(l)}_{xt}, \tag{14}$$

где $\dot{T}^{(l)}_{xt} = \dot{r}^{(l)}_{xt}\sigma^{(l)}_x\sigma^{(l)}_t$ – *элемент матрицы* $\dot{\mathbf{T}}_l$, *расположенный на пересечении ее x–й строки* и *t*–го столбца; $\dot{r}^{(l)}_{xl}$ – коэффициенты парной корреляции *x*–го и *t*–го признаков.

Ковариационная матрица случайных величин $\dot{y}^{(k)}_{ji}$ имеет клеточную (жорданову) структуру вида

$$\dot{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{C}}_1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & \dot{\mathbf{C}}_2 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & \dot{\mathbf{C}}_n \end{bmatrix}, \tag{15}$$

где

$$\dot{\mathbf{C}}_i = \begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & \dot{C}^{(12)}_{11} & \dot{C}^{(12)}_{12} & \dot{C}^{(12)}_{13} & \ldots & \dot{C}^{(1k)}_{11} & \dot{C}^{(1k)}_{12} & \dot{C}^{(1k)}_{13} \\
0 & 1 & 0 & \dot{C}^{(12)}_{21} & \dot{C}^{(12)}_{22} & \dot{C}^{(12)}_{23} & \ldots & \dot{C}^{(1k)}_{21} & \dot{C}^{(1k)}_{22} & \dot{C}^{(1k)}_{23} \\
0 & 0 & 1 & \dot{C}^{(12)}_{31} & \dot{C}^{(12)}_{32} & \dot{C}^{(12)}_{33} & \ldots & \dot{C}^{(1k)}_{31} & \dot{C}^{(1k)}_{32} & \dot{C}^{(1k)}_{33} \\
\dot{C}^{(21)}_{11} & \dot{C}^{(21)}_{12} & \dot{C}^{(21)}_{13} & 1 & 0 & 0 & \ldots & \dot{C}^{(2k)}_{11} & \dot{C}^{(2k)}_{12} & \dot{C}^{(2k)}_{13} \\
\dot{C}^{(21)}_{21} & \dot{C}^{(21)}_{22} & \dot{C}^{(21)}_{23} & 0 & 1 & 0 & \ldots & \dot{C}^{(2k)}_{21} & \dot{C}^{(2k)}_{22} & \dot{C}^{(2k)}_{23} \\
\dot{C}^{(21)}_{31} & \dot{C}^{(21)}_{32} & \dot{C}^{(21)}_{33} & 0 & 0 & 1 & \ldots & \dot{C}^{(2k)}_{31} & \dot{C}^{(2k)}_{32} & \dot{C}^{(2k)}_{33} \\
 & \ldots & & & \ldots & & \ldots & & \ldots & \\
\dot{C}^{(k1)}_{11} & \dot{C}^{(k1)}_{12} & \dot{C}^{(k1)}_{13} & \dot{C}^{(k2)}_{11} & \dot{C}^{(k2)}_{12} & \dot{C}^{(k2)}_{13} & \ldots & 1 & 0 & 0 \\
\dot{C}^{(k1)}_{21} & \dot{C}^{(k1)}_{22} & \dot{C}^{(k1)}_{23} & \dot{C}^{(k2)}_{21} & \dot{C}^{(k2)}_{22} & \dot{C}^{(k2)}_{23} & \ldots & 0 & 1 & 0 \\
\dot{C}^{(k1)}_{31} & \dot{C}^{(k1)}_{32} & \dot{C}^{(k1)}_{33} & \dot{C}^{(k2)}_{31} & \dot{C}^{(k2)}_{32} & \dot{C}^{(k2)}_{33} & \ldots & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}$$

– матрица-клетка, элементами которой являются ковариации:

$\dot{C}^{(kq)}_{jg} = \dot{C}^{(qk)}_{gj}$, $1 \leq j$, $g \leq 3$, $1 \leq k$, $g \leq k$, $k \neq g \neq l$;

$\dot{C}^{(kk)}_{jg} = \dot{C}^{(qq)}_{gi} = 0$ для всех *j, g,* $j \neq g$;

$\dot{C}^{(kk)}_{jj} = \dot{C}^{(qq)}_{gg} = 1$ для всех *j, g*.

Таким образом, плотность вероятности случайных величин $\dot{\mathbf{y}} = \{\dot{y}^{(k)}_{ji}\}$; $j = 1,2,3$; $k \neq l$ имеет вид

$$\omega(\dot{\mathbf{y}}) = [(2\pi)^{-\frac{3n}{2}}(\det\dot{\mathbf{C}})^{-\frac{1}{2}}]^{K-1}\prod_{i=1}^{n}\exp(-\frac{1}{2}\dot{\mathbf{y}}^{T*}_i\dot{\mathbf{C}}\,\dot{\mathbf{y}}_i), \tag{16}$$

где $\dot{\mathbf{y}}_i = (\dot{y}^{(1)}_{1i}, \dot{y}^{(1)}_{2i}, \dot{y}^{(1)}_{3i}, \dot{y}^{(2)}_{1i}, \dot{y}^{(2)}_{2i}, \dot{y}^{(2)}_{3i}, \ldots, \dot{y}^{(k)}_{1i}, \dot{y}^{(k)}_{2i}, \dot{y}^{(k)}_{3i})$; $k \neq l$ – вектор переменных, соответствующий *i*-й строке упорядоченных случайных величин $\dot{y}^{(k)}_{ji}$.

Следовательно, вероятность ошибки 1-го рода

$$\alpha_l = 1 - P\left\{\bigcap_{\substack{k=1\\k\neq l}}^{K}\{L_{lkn} \leq 0 \mid x_l\}\right\} = [(2\pi)^{-\frac{3n}{2}}(\det\dot{\mathbf{C}})^{-\frac{1}{2}}]^{K-1}\iint_{y^{(1)}}\ldots\int dy^{(1)}_{11}dy^{(1)}_{21}dy^{(1)}_{31}\ldots dy^{(1)}_{1n}dy^{(1)}_{2n}dy^{(1)}_{3n} \times$$

$$\times \iint\limits_{y^{(2)}}\ldots\int dy_{11}^{(2)}dy_{21}^{(2)}dy_{31}^{(2)}\ldots dy_{1n}^{(2)}dy_{2n}^{(2)}dy_{3n}^{(2)} \times \iint\limits_{y^{(K)}}\ldots\int \exp\left(-\frac{1}{2}\dot{\vec{\mathbf{y}}}_i^{\mathrm{T}*}\dot{\mathbf{C}}\,\dot{\vec{\mathbf{y}}}_i\right)\times$$

$$\times\, dy_{11}^{(K)}dy_{21}^{(K)}dy_{31}^{(K)}\ldots dy_{1n}^{(K)}dy_{2n}^{(K)}dy_{3n}^{(K)},\ \text{ при } l\neq k.$$

Обозначив интеграл как J_l, получим выражение [33]

$$\alpha_l = [(2\pi)^{-\frac{3n}{2}}(\det\dot{\mathbf{C}})^{-\frac{1}{2}}]^{K-1}\mathrm{J}_l, \tag{17}$$

где область интегрирования $\dot{y}^{(k)}$ определяется условиями

$$\sum_{j=1}^{3}\chi_j^{(k)}\left[\sum_{i=1}^{n}(\dot{y}_{ji}^{(k)}-\dot{\eta}_j^{(k)})^2-n\dot{\xi}_j^{(k)}\right]\leq 0,\quad l\neq k. \tag{18}$$

Используя полученные выражения, можно получить формулу для расчета вероятностей ошибок 2-го рода β_l. Пусть контрольная выборка $(\dot{\vec{\mathbf{S}}}_i)^n$ принадлежит классу x_k. Рассмотрим вероятность ее отнесения к классу x_l.

Переходим к новым случайным переменным по формулам

$$\dot{\vec{\mathbf{Y}}}_i^{(q)} = (\mathbf{\Lambda}_q^{-\frac{1}{2}}\,\dot{\mathbf{A}}_q)[\dot{\vec{\mathbf{S}}}_i - (\dot{\vec{\mathbf{a}}}_q - \dot{\vec{\mathbf{a}}}_l)], \tag{19}$$

где матрица $\dot{\mathbf{A}}_q$ – удовлетворяет условиям, аналогичным (9):

$$\dot{\mathbf{A}}_q\dot{\mathbf{T}}_l\dot{\mathbf{A}}_q^{\mathrm{T}*} = \mathbf{I}\,,\quad \dot{\mathbf{A}}_q\dot{\mathbf{T}}_q\dot{\mathbf{A}}_q^{\mathrm{T}*} = \mathbf{\Lambda}_q. \tag{20}$$

Разности логарифмов функций правдоподобия приобретают вид

$$\mathrm{L}_{lqn} = \mathrm{L}_{ln} - \mathrm{L}_{qn} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{3}[(\lambda_j^{(q)}-1)(\dot{y}_{ji}^{(q)})^2 + 2\sqrt{\lambda_i^{(q)}}\dot{\upsilon}_j^{(q)}\dot{y}_{ji}^{(q)} + (\dot{\upsilon}_j^{(q)})^2 - \ln(\lambda_j^{(q)})] =$$

$$= \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{3}\chi_j^{(q)}\left[\sum_{i=1}^{n}(\dot{y}_{ji}^{(q)}+\dot{\eta}_j^{(q)})^2 + n\dot{\xi}_j^{(q)}\right], \tag{21}$$

где $\upsilon_j^{(q)}$ – компоненты вектора $\dot{\vec{\mathbf{\upsilon}}}_q = \mathbf{\Lambda}_q^{-\frac{1}{2}}\dot{\mathbf{A}}_q(\dot{\vec{\mathbf{a}}}_q - \dot{\vec{\mathbf{a}}}_l)$.

Случайные величины $\dot{y}_{ji}^{(q)}$ зависимы при фиксированных q, $q\neq l$, и i, кроме случая $q = k$. Клетки ковариационной матрицы, отвечающие совокупностям случайных величин $\dot{\vec{\mathbf{y}}}_i^{(k)} = (\dot{y}_{1i}^{(k)},\dot{y}_{2i}^{(k)},\dot{y}_{3i}^{(k)})^{\mathrm{T}}$, представляют собой, как и при вычислении вероятностей ошибок 1-го рода, диагональные единичные матрицы размерности 3×3. Величины $\dot{y}_i^{(k)}$ являются, таким образом, независимыми гауссовыми случайными переменными с нулевыми математическими ожиданиями и единичными дисперсиями. Остальные совокупности векторов – $\dot{\vec{\mathbf{y}}}_i^{(q)} = (\dot{y}_{1i}^{(q)},\dot{y}_{2i}^{(q)},\dot{y}_{3i}^{(q)})^{\mathrm{T}}$ (при q=1,2,…,K, $k\neq q\neq l$) – распределены по нормальному закону общего вида.

Ковариация между произвольной парой случайных величин $\dot{y}_{ji}^{(q)}$ и $\dot{y}_{gu}^{(z)}$:

$1\leq q,\ z\leq K,\ \ q\neq l,\ z\neq l,\ \ 1\leq j,\ \ g\leq 3,\ \ 1\leq i,\ u\leq n$ имеет вид

$$\mathrm{C}_{jigu}^{(qz)} = \mathrm{m}_1[(\dot{y}_{ji}^{(q)} - \mathrm{m}_1\{\dot{y}_{ji}^{(q)}\})(\dot{y}_{gu}^{(z)} - \mathrm{m}_1\{\dot{y}_{gu}^{(z)}\}], \tag{22}$$

где $\dot{y}_{ji}^{(q)} = \sum_{x=1}^{3}\sqrt{\lambda_j^{(q)}}\,\dot{A}_{jx}^{(q)}[\dot{S}_{xi}^{(k)} - (\dot{a}_x^{(q)} - \dot{a}_x^{(l)})]$, $\dot{y}_{gu}^{(z)} = \sum_{t=1}^{3}\sqrt{\lambda_g^{(z)}}\,\dot{A}_{gt}^{(z)}[\dot{S}_{tu}^{(k)} - (\dot{a}_t^{(z)} - \dot{a}_t^{(l)})]$, $\dot{S}_{xi}^{(k)}$, $\dot{S}_{tu}^{(k)}$ подчинены нормальному закону с функцией распределения $\mathrm{F}(\dot{\vec{\mathbf{S}}},\dot{\vec{\mathbf{a}}}_k - \dot{\vec{\mathbf{a}}}_l,\dot{\mathbf{T}}_k)$,

$$\mathrm{m}_1\{\dot{y}_{ji}^{(q)}\} = \dot{\mu}_{ji}^{(q)} = \sum_{x=1}^{3}\sqrt{\lambda_j^{(q)}}\,\dot{A}_{jx}^{(q)}(\dot{a}_x^{(k)} - \dot{a}_x^{(q)}), \tag{23}$$

$$\mathrm{m}_1\{\dot{y}_{gu}^{(z)}\} = \dot{\mu}_{gu}^{(z)} = \sum_{t=1}^{3}\sqrt{\lambda_g^{(z)}}\,\dot{A}_{gt}^{(z)}(\dot{a}_t^{(k)} - \dot{a}_t^{(z)}). \tag{24}$$

Выполнив преобразования, получим

$$\dot{C}_{jigu}^{(qz)} = \dot{C}_{jg}^{(qz)} = \sum_{x=1}^{3}\sum_{t=1}^{3}\sqrt{\lambda_j^{(q)}\lambda_g^{(z)}}\,\dot{A}_{jx}^{(q)}\dot{A}_{gt}^{(z)}\mathrm{m}_1\{[\dot{S}_x^{(k)} - (\dot{a}_x^{(k)} - \dot{a}_x^{(l)})][\dot{S}_t^{(k)} - (\dot{a}_t^{(k)} - \dot{a}_t^{(l)})]\} =$$

$$= \sum_{x=1}^{3}\sum_{t=1}^{3}\sqrt{\lambda_j^{(q)}\lambda_g^{(z)}}\,\dot{A}_{jx}^{(q)}\dot{A}_{gt}^{(z)}\dot{T}_{xt}^{(k)}, \tag{25}$$

где $\dot{T}_{xt}^{(k)}$ – элемент ковариационной матрицы $\dot{\mathbf{T}}_k$, стоящий на пересечении ее x-й строки и t-го столбца.

При $q=z=k$ ковариация $\mathrm{C}_{jg}^{(qz)}=0$.

Полученная ковариационная матрица $\dot{\mathbf{C}}$ имеет также клеточную структуру. В каждой клетке $\dot{\mathrm{C}}_i$ присутствует только одна единичная диагональная 3×3 подматрица, которая располагается на пересечении тех строк и столбцов клетки, которые отвечают случайным величинам $\dot{y}_{1i}^{(k)}, \dot{y}_{2i}^{(k)}, \dot{y}_{3i}^{(k)}$. В полной ковариационной матрице $\dot{\mathbf{C}}$ остается всего n единичных диагональных 3×3 подматриц. Ковариации остальных случайных величин ($y_{ji}^{(q)},\ q \neq k$) определяют согласно выражению (25). Таким образом, плотность распределения величин $\dot{\bar{\mathbf{y}}} = \{\dot{y}_{ji}^{(q)}\}$, $j = 1,2,3, i = 1,\ldots,n,\quad q = 1,\ldots k,\quad q \neq l$ имеет вид

$$\omega(\dot{\bar{\mathbf{Y}}}) = (2\pi)^{-\frac{3n(K-1)}{2}}\prod_{i=1}^{n}\{(\det\dot{\mathbf{C}}_i)^{-\frac{K-1}{2}}\exp[-\frac{1}{2}(\dot{\bar{\mathbf{y}}}_i - \dot{\bar{\boldsymbol{\mu}}}_i)^{\mathrm{T}*}\dot{\mathbf{C}}_i^{-1}(\dot{\bar{\mathbf{y}}}_i - \dot{\bar{\boldsymbol{\mu}}}_i)]\}, \tag{26}$$

где $\dot{\bar{\boldsymbol{\mu}}}_i = (\mu_{1i}^{(1)}, \mu_{2i}^{(1)}, \mu_{3i}^{(1)}, \mu_{1i}^{(l-1)}, \mu_{2i}^{(l-1)}, \mu_{3i}^{(l-1)}, \mu_{1i}^{(l+1)}, \mu_{2i}^{(l+1)}, \mu_{3i}^{(l+1)}, \ldots, \mu_{1i}^{(K)}, \mu_{2i}^{(K)}, \mu_{3i}^{(K)})^{\mathrm{T}}$ – вектор математического ожидания размерностью $3(K$-$1)$, компоненты которого определяются выражениями (23), (24), $\dot{\mathbf{C}}_i$ – ковариационные матрицы, элементы которых определяются выражениями (25).

Вероятности β_{lk} определяются выражением

$$\beta_{lk} = (2\pi)^{-\frac{3n(K-1)}{2}}\prod_{i=1}^{n}(\det\dot{\mathbf{C}}_i)^{-\frac{K-1}{2}}\ \mathrm{J}_{lk}, \tag{27}$$

где J_{lk} – интеграл кратности $3n(K-1)$, построен аналогично интегралу в выражении (17), области интегрирования, для которого определяются выражениями

$$\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{3}\chi_j^{(q)}\left(\sum_{i=1}^{n}(\dot{y}_{ji}^{(q)} + \dot{\eta}_j^{(q)})^2 + n\dot{\xi}_j^{(q)}\right) \leq 0, \tag{28}$$

где $q=1,\ldots,l$-$1,l+1,\ldots,K$.

Подставив в (8) выражение (27), получим выражение для вероятности ошибки второго рода:

$$\beta_l = \frac{1}{K\text{-}1}\sum_{\substack{k=2\\k\neq l}}^{K}(2\pi)^{-\frac{3n(K-1)}{2}}\prod_{i=1}^{n}(\det\dot{\mathbf{C}}_i)^{-\frac{K-1}{2}}\ \mathbf{J}_{lk}. \tag{29}$$

Таким образом, используя выражения (17) и (29), можно рассчитать ошибки 1-го и 2-го рода при многоальтернативном распознавании локационных объектов в случае многомерного представления входного сигнала.

РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ С МОДЕЛИРОВАНИЕМ СОБСТВЕННЫХ ШУМОВ ПРИЕМНЫХ КАНАЛОВ РАДИОЛОКАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

С использованием данной методики были рассчитаны ошибки первого и второго рода при проверке гипотезы о принадлежности выборки ПВР к классу объектов. В качестве объектов были выбраны различные автомобили. Экспериментальные данные были получены с использованием макета радиолокационной системы с поляризационным зондированием [7]. Всего рассматривалось три класса объектов – классы объекта 1, объекта 2, объекта 3. Расчеты проводились с учетом влияния отношения сигнал/шум. При этом входной сигнал представлялся в виде

$$\dot{\mathbf{U}}(t_i) = \dot{\mathbf{U}}(t_i)_{об} + \dot{\mathbf{U}}(t_i)_{Ш}, \quad (30)$$

где $\dot{\mathbf{U}}(t_i)_{об}$ – экспериментально измеренные значения по объекту; $\dot{\mathbf{U}}(t_i)_{Ш} = \left(1/\sqrt{2}\right)\sigma_{ш}\dot{\mathbf{u}}(t_i)$, $\dot{\mathbf{u}}(t_i)$ – комплексный случайный вектор в момент времени t_i; $\sigma_{ш}$ – СКО шума.

Компонентами $\dot{\mathbf{U}}(t_i)_{Ш}$ являются комплексные амплитуды собственных шумов соответствующих приемных каналов радиолокационной системы. Шумы приемных каналов полагаются нормально распределенными, некоррелированными и независимыми при воздействии на каждый из компонентов входного вектора. СКО шума задается с помощью такого параметра, как отношение сигнала/шум по мощности $q^2_{с/ш} = \mathrm{Sp}(\dot{\mathbf{M}})/\mathrm{Sp}(\dot{\mathbf{M}}_{ш})$, где $\dot{\mathbf{M}}$ – ковариационная матрица сигнала, $\dot{\mathbf{M}}_{ш} = \sigma^2_{ш}\mathbf{I}$ – ковариационная матрица шума, след которой будет определяться как $\mathrm{Sp}(\dot{\mathbf{M}}_{ш}) = \mathrm{n}\sigma^2_{ш}$. Следовательно, $\sigma_{ш} = \sqrt{\mathrm{Sp}(\dot{\mathbf{M}})/\mathrm{n}q^2_{с/ш}}$.

Графики зависимости ошибок 1-го и 2-го рода от отношения сигнал/шум при проверке гипотезы принадлежности объекта 1 классу 1 приведены на рис. 1.

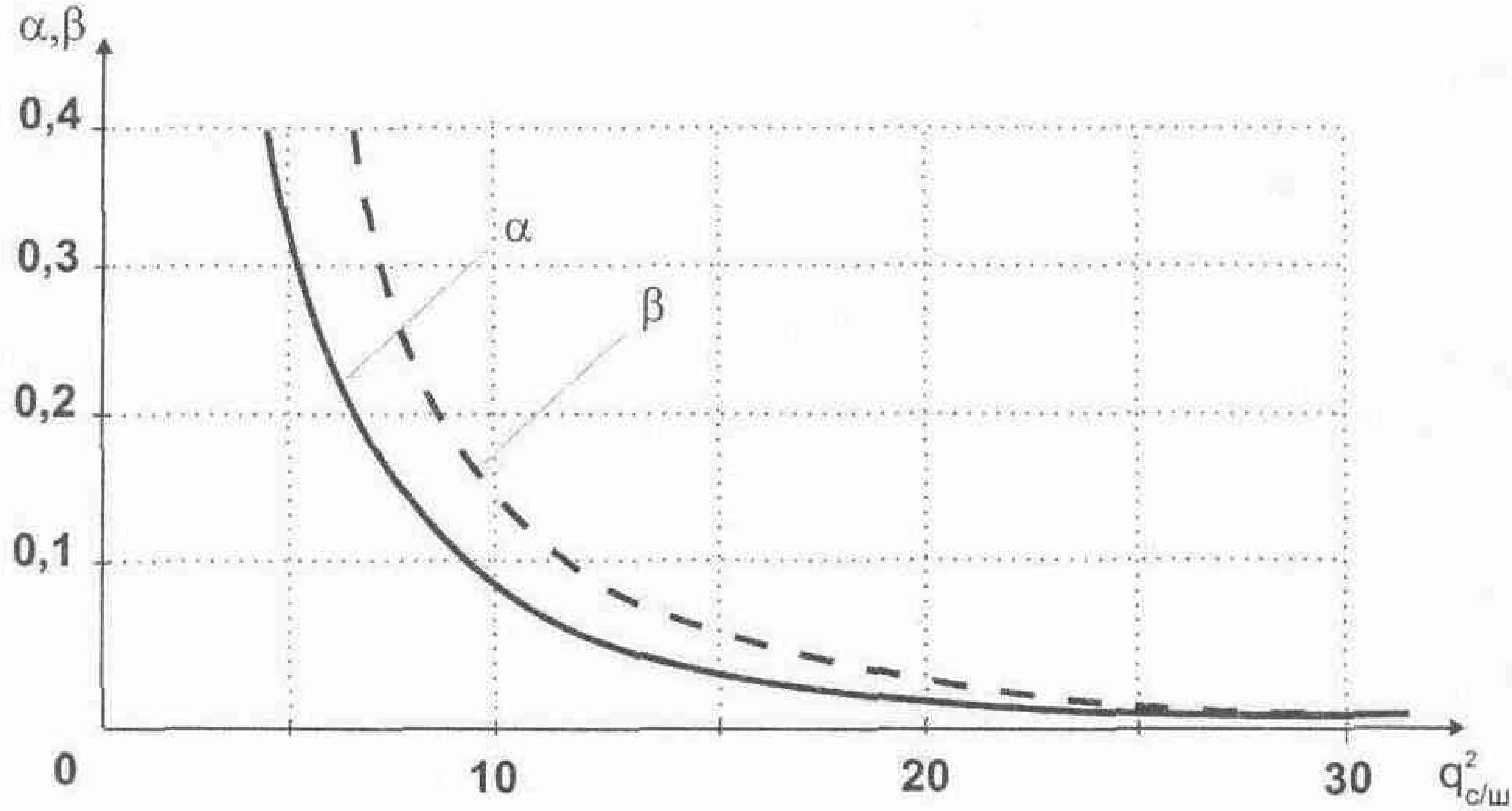

Рис. 1. Зависимость ошибок первого и второго рода от отношения сигнал/шум по мощности (дБ) для объекта 1

Аналогичные графики, полученные при проверке гипотезы о принадлежности выборки ПВР, полученной для объекта 2 класса объекта 2, приведены на рис. 2.

Проанализировав графики, можно сделать вывод, что отношение сигнал/шум существенно влияет на величину ошибок распознавания. Величина ошибки 1-го и 2-го рода достигает значения 0,002 при отношении сигнал/шум порядка 25-30 дБ.

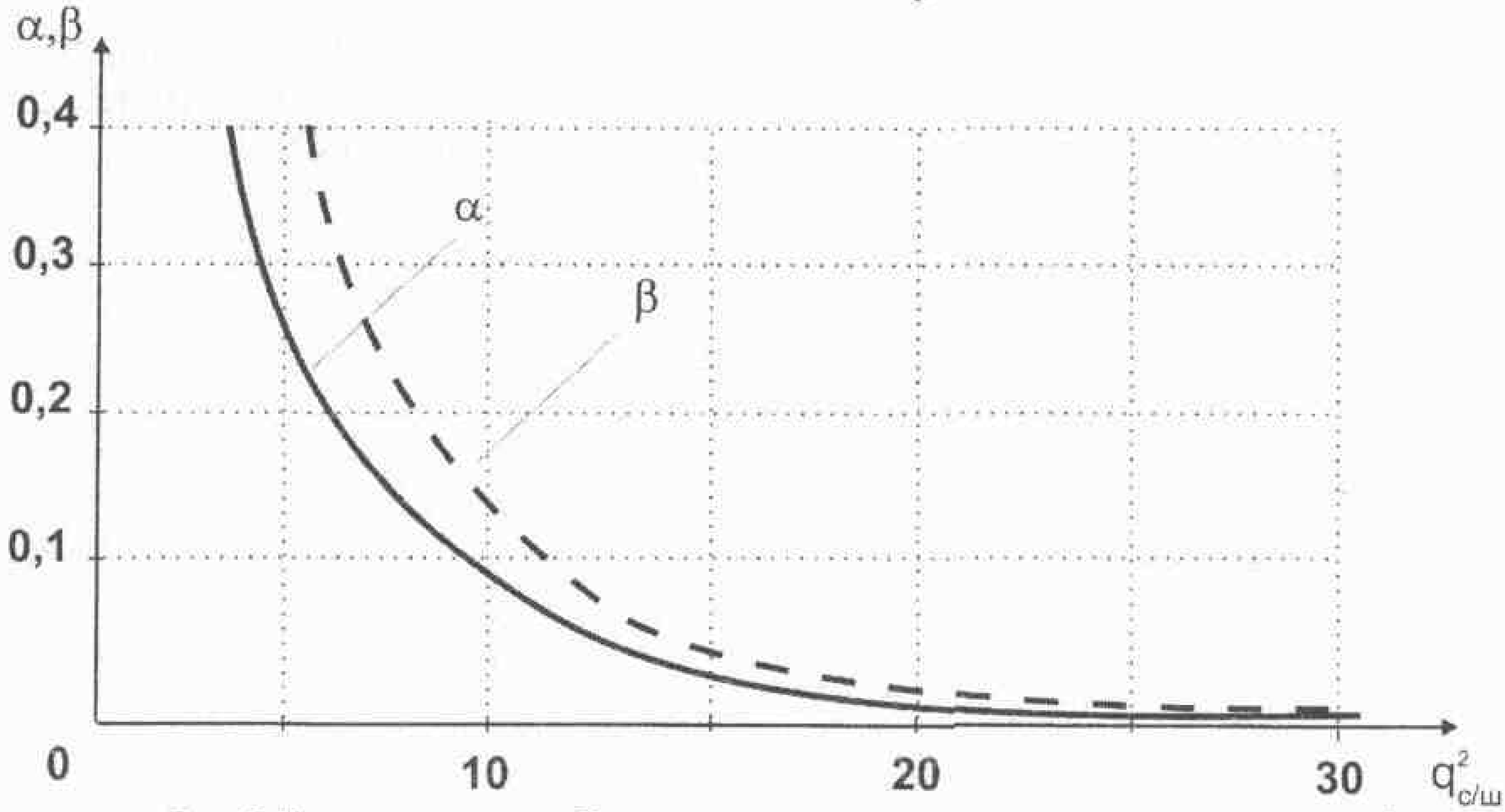

Рис. 2. Зависимость ошибок первого и второго рода от отношения сигнал/шум по мощности (дБ) для объекта 2

ВЫВОДЫ

1. Использование многоальтернативных решений в задачах проверки гипотезы о принадлежности радиолокационного объекта какому-либо классу объектов имеет ряд особенностей. В частности, при принятии решения необходимо одновременное выполнение ряда условий с использованием критерия максимального правдоподобия в силу априори неизвестных стоимостей ошибочных и правильных решений.

2. Ошибка первого рода в многоальтернативных решениях определяется как отнесение контрольной выборки не к тому классу, к которому она на самом деле принадлежит. Ошибка второго рода – это отнесение контрольной выборки к какому-либо определенному классу, когда в действительности она ему не принадлежит.

3. Для систем с поляризационным зондированием при однопозиционной локации необходимо проводить снижение размерности входного вектора параметров в силу сингулярности ковариационной матрицы, рассчитываемой по выборке входных векторов.

4. Экспериментальные исследования показывают, что показатели качества принятия решения зависят от отношения сигнал/шум. Для достижения приемлемых ошибок первого и второго рода при принятии решения о принадлежности объекта какому-либо классу необходимо обеспечить отношение сигнал/шум более 25 дБ по мощности.

Литература

1. Фукунага К. Введение в статистическую теорию распознавания образов / К. Фукунага. – М.: Наука, 1979. – 387 с.

2. Фомин Я.А. Статистическая теория распознавания образов / Я.А. Фомин, Г.Р. Тарловский. – М.: Радио и связь, 1986. – 264 с.

3. Киселев А.З. Теория радиолокационного обнаружения на основе исполь-зования векторов рассеяния целей / А.З. Киселев. – 2-е изд. –СПб.: Наука, 2005. – 295 с.

4. Канарейкин Д.Б. Поляризация радиолокационных сигналов / Д.Б. Канарейкин, Н.Ф. Павлов, В.А. Потехин. – М.: Сов.радио, 1966. – 440 с.

5. Либенсон М.Н. Автоматизация распознавания телевизионных изображений / М.Н. Либенсон, А.Я. Хесин, Б.А. Янсон. – М.: Энергия, 1975. – 160 с.

6. Олейник И.И. Решающее правило и оценка показателей качества распознавания одного радиолокационного объекта на фоне другого при полном поляризационном зондировании / И.И. Олейник, А.И. Омельченко // СНТ. – Харьков: ХВУ, 2002. – Вып. 1(39) – С. 79-81.

7. Дикуль О.Д. Радиолокационный комплекс для измерения поляризационных векторов рассеяния объектов/ О.Д. Дикуль, А.А. Мартынчук, И.И. Олейник и др.: сб. докл. XVIII науч.-техн. конф. ОАО «НИИ Приборостроения им. В.В. Тихомирова». – Жуковский, 2005. – С. 263-272.

MULTIALTERNATIVE DECISIONS IN PROBLEMS OF THE CHOICE OF THE CLASS OF THE BELONGING OF RADAR-TRACKING OBJECTS FOR SYSTEMS WITH POLARIZING SOUNDING

O.D. Dikul, Y.P. Novochenko, I.I. Oleynik

Belgorod State University, 308015, Belgorod, Pobeda 85, e-mail: oleinik_i@bsu.edu.ru

Multialternative deciding rules are resulted at decision making about an belonging of radar-tracking object to any class for systems with polarizing sounding. The variant of model of representation of an entrance signal as a multivariate complex vector is given. Features of model of representation of an entrance signal are considered at an one-item location. The technique of an estimation of mistakes of the first and second sort is given at multialternative decision making about reference of object in a class. Results of computing experiments with calculation of mistakes with modelling own noise of reception channels of the radar-tracking system and use of results of natural experiment are given.

Key words: the multialternative decision, a class, sample, system, sounding.