

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ МД-31.2003.08.

Библиографический список

1. Нейков О.Д., Логачев И.Н. Аспирация и обеспыливание воздуха при производстве порошков. - М.: Metallurgia, 1981. - 192 с.
2. Воробьев Н.Д., Богданов В.С., Ельцов М.Ю. Моделирование взаимодействия мелющего тела с футеровкой трубной мельницы// Физико-математические методы в строительном материаловедении. - М.: МИСИ; Белгород: БТИСМ. - 1986. - С.168-173.
3. Бенерджи П., Баттерфилд Р. Метод граничных элементов в прикладных науках. - М.: Мир, 1984. - 486 с.
4. Бреббия К., Теллес Ж., Вроубел Л. Методы граничных элементов. - М.: Мир, 1987. - 525 с.
5. Желтков А.Н. Расчет объемов аспирации от высокопроизводительных станков обдирочного шлифования сталей и сплавов// Местная вытяжная вентиляция. М: МДНТП им. Ф.Э.Дзержинского, 1969. - С.67-71.
6. Власов А.Ф. Удаление пыли и стружки от режущего инструмента. М.: Машиностроение, 1982. - 240с.
7. Рябов В.В. Отвод металлической стружки пневмотранспортом. М.: Машиностроение, 1988. - 144с.
8. Коптев Д.В. Обеспыливание на электродных и электроугольных заводах. М.: Metallurgia, 1980. - 127с.
9. Минко В.А. Обеспыливание технологических процессов производства строительных материалов. - Воронеж: Изд-во ВГУ, 1981. - 176 с.

УДК 621.396.01

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ВОССТАНОВЛЕНИЯ ФОТОННЫХ СПЕКТРОВ, ИСКАЖЁННЫХ В ПРОЦЕССЕ РЕГИСТРАЦИИ НАЛОЖЕНИЯМИ СИГНАЛОВ

С.В. Блажевич, М.Н. Бекназаров, В.К. Гришин

Введение

Экспериментальное исследование излучения релятивистских заряженных частиц в плотной среде требует особого подхода в связи с возникновением условий множественного рождения фотонов в мишени одной и той же частицей. При этом появляется вероятность регистрации одним детектором одновременно двух и более фотонов, которые воспринимаются как один фотон с суммарной энергией. Впервые множественность излучения при каналировании наблюдалось в коллаборации «Кристалл» [1-3]. Известный «пик Белкасема» для электронов с энергией 100 ГэВ [4], является ярким примером искажения измеряемого спектра такими наложениями событий. Эффект множественного рождения фотонов наблюдался и для электронов с энергией порядка 1 ГэВ [5-7]. Эффект наложений событий регистрации фотонов в условиях большой плотности потока частиц падающий на мишень возникает и в отсутствие множественности рождения фотонов одной частицей. Особенностью эффекта множественного рождения фотонов является невозможность избавиться от наложений снижением интенсивности потока частиц генерирующих излучение. Вероятность рождения нескольких фотонов одной частицей зависит от толщины мишени-радиатора. В тонкой мишени этот эффект может быть незначительным, однако при исследовании оптимальных условий генерации гамма-излучения возникает необходимость использовать мишени толщиной порядка радиационной длины. В этих условиях задача измерения спектральных распределений излучения оказывается связанной с необходимостью или подавления эффекта наложений, или корректного его учета.

Подавление влияния множественного рождения фотонов на процесс измерения спектрального распределения излучения представляет задачу эксперимента. В частности, в работе [6] для этой цели использовано комптоновское рассеяние фотонов на мишени-рассеивателе из материала с низким атомным весом, позволившее уменьшить вероятность совпадений при регистрации рассеянных фотонов на несколько порядков. Однозначная связь энергии падающих и комптоновски рассеянных под заданным углом фотонов позволяла восстанавливать истинный спектр первичного исследуемого излучения.

Подавление влияния эффекта множественного рождения фотонов не означает, однако, отсутствие наложений при регистрации излучения генерируемого разными частицами падающего пучка. Эти два эффекта следует учитывать независимо.

В данной работе представлены результаты исследования задачи восстановления спектров излучения, искаженных наложениями в процессе регистрации фотонов.

1. Учет наложений при регистрации фотонов, излучаемых в мишени различными падающими частицами

Пусть $I(\omega)$ – спектр излучения генерируемого частицами в мишени, а $I_{\text{изм}}(\omega, \tau)$ – результат его измерения в условиях наложений. Если считать, что в процессе набора статистики вероятность излучения одного фотона каждой энергии за единицу времени есть величина постоянная, то вероятность излучения n фотонов за некоторое время τ подчиняется распределению Пуассона: $P_n(\tau) = \frac{1}{n!} N(\tau)^n e^{-N(\tau)}$, где $N(\tau) = \lambda \cdot \tau$ – среднее число фотонов, излучаемых за время регистрации τ , λ – константа, равная среднему числу излучаемых регистраций в единицу времени. Будем пока предполагать, что эффект множественного рождения фотонов одним электроном в мишени отсутствует, и учитываются лишь наложения событий излучения фотонов различными падающими частицами. Вероятность таких наложений определяется только величиной потока падающих на мишень частиц и телесным углом регистрации.

Определение величины $N(\tau)$ представляет отдельную задачу. Будем считать, что эта величина уже определена. Используя распределение вероятности кратных совпадений $P_n(\tau)$, измеренный спектр можно записать в следующем виде

$$I_{\text{изм}}(\omega, \tau) = P_1(\tau) \cdot I(\omega) + \sum_{n=2}^{\infty} P_n(\tau) \cdot \int_0^{\omega} \int_0^{\omega-x_1} \dots \int_0^{\omega-x_1-\dots-x_{n-1}} \Pi(x_n) dx_n \dots dx_2 dx_1, \quad (1)$$

где $\Pi(x_n) = I(x_1) I(\omega - x_1) \cdot (I(\omega - x_1 - x_2) \dots I(\omega - x_1 - \dots - x_{n-1}))$.

Как видно из выражения (2), учет совпадений высокой кратности для восстановления спектра $I(\omega)$ из измеренного спектра $I_{\text{изм}}(\omega, \tau)$ представляет сложную задачу. Однако основной вклад в амплитуду результирующего искаженного спектра в сумме (1) вносят лишь слагаемые, соответствующие событиям с кратностью излучения близкой к среднему числу излучаемых фотонов $N(\tau)$.

Ограничимся случаем низкой интенсивности излучения, когда существенными являются лишь наложения с кратностью не превышающей трех. Выражение (1) при этом будет иметь вид

$$I_{\text{изм}}(\omega, \tau) = P_1(\tau) \cdot I(\omega) + P_2(\tau) \cdot \int_0^{\omega} I(x) \cdot I(\omega - x) dx + P_3(\tau) \cdot \int_0^{\omega} I(x) \cdot \int_0^{\omega - x} I(y) \cdot I(\omega - x - y) dy dx \quad (2)$$

Численными методами отсюда можно сравнительно легко получить величину $I(\omega)$, и таким образом решить задачу восстановления истинного спектра излучения.

Представим измеренный спектр из уравнения (2) в виде системы i уравнений для ряда дискретных значений ω , отличающихся на заданный малый интервал $\Delta\omega$. Уравнения системы могут быть представлены в следующем виде (для i -того значения $\omega_i = i \cdot \Delta\omega$):

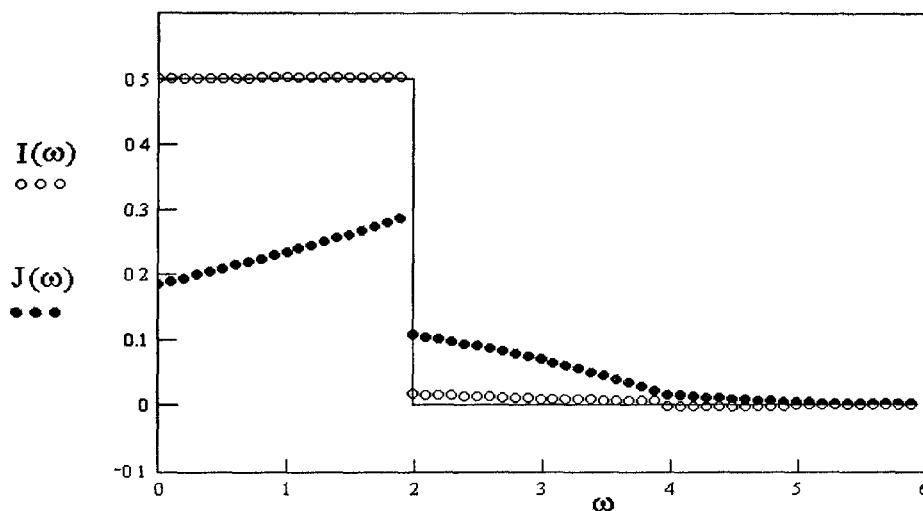
$$I_{\text{изм}_i} = P(1, N) \cdot I_1 + P(2, N) \cdot \Delta\omega \sum_{k=0}^{i-1} I_k \cdot I_{i-k} + P(3, N) \cdot \Delta\omega^2 \cdot \sum_{k=0}^{i-1} I_k \cdot \sum_{m=0}^{i-k-1} I_m \cdot I_{i-k-m} \quad (2a)$$

где $P(n, N)$ – вероятность излучения n фотонов за время регистрации, N среднее число фотонов, излученных за это же время. Интегралы в правой части уравнения представлены в виде сумм, соответствующих той же сетке значений энергии фотонов ω , которая определяет и число уравнений в системе. Отсюда можно получить выражение для восстановленного спектра:

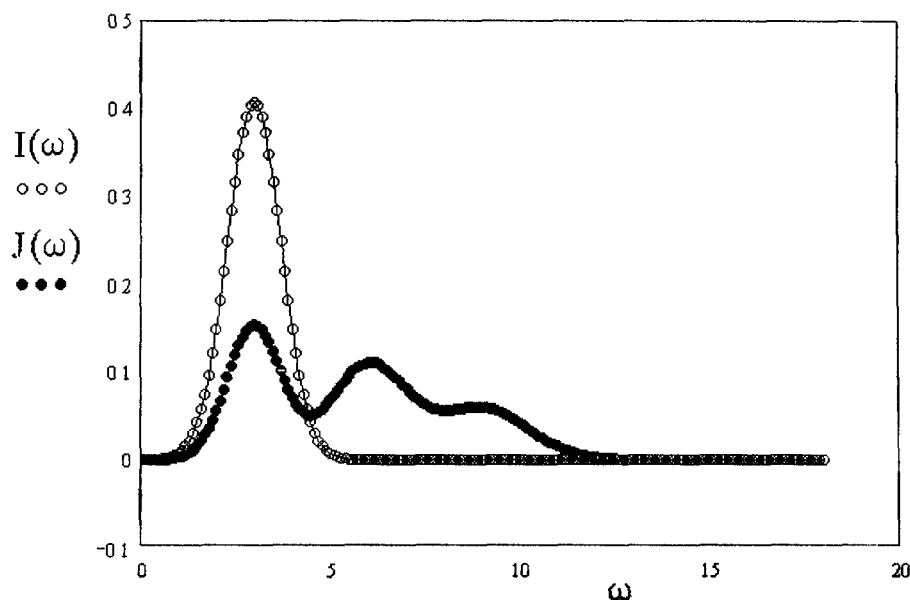
$$I_1 = a \cdot \left(I_{\text{изм}_1} - P(2, N) \cdot \Delta\omega \cdot \sum_{k=1}^{i-1} I_k \cdot I_{i-k} - P(3, N) \cdot \Delta\omega^2 \cdot \sum_{k=0}^{i-1} I_k \cdot \sum_{m=1}^{i-k-1} I_m \cdot I_{i-k-m} \right) \quad (3)$$

$$\text{где } a = \frac{1}{P(1, N) + P(2, N) \cdot \Delta\omega \cdot I_0 + P(3, N) \cdot \Delta\omega^2 \cdot (I_0)^2}$$

Примеры восстановления спектров искаженных при измерении совпадениями, обусловленными высокой интенсивностью потока излучающих частиц, представлены на Рис.1.



a)



б)

Рис 1. Примеры восстановления спектра излучения в виде ступеньки (Рис.1а.) и в виде нормального распределения (Рис.1б) Сплошная линия - исходный спектр $I(\omega)$; $\bullet\bullet\bullet$ - спектр, искаженный двойными и тройными наложениями $J(\omega) \equiv I_{\text{изм}}(\omega)$ (вычислен по формуле (2а) при $N=1$, $\omega=i \cdot \Delta\omega$); $\circ\circ\circ$ - восстановленный спектр $I(\omega)$ (расчет по формуле (3)).

Следует заметить, что реально наложения событий, обусловленные интенсивностью потока излучающих частиц можно учесть, используя распределение Пуассона при условии, что известен параметр распределения $N=N(\tau)$. Этот параметр может быть определен по величине загрузки детектора, что будет показано в параграфе 3.

2. Учет множественности рождения при регистрации фотонов, излучаемых в мишени одной падающей частицей

Наложения, связанные с множественностью рождения, можно вычислить только, рассматривая конкретный процесс излучения частицы в мишени. По данным эксперимента распределение вероятности множественного рождения фотонов может быть определено путем сравнения результатов прямого измерения спектра с результатами измерения этого же спектра излучения, рассеянного в результате эффекта Комптона на угол, значительно превышающий характерный угол излучения релятивистской частицы $1/\gamma$. В этом случае значения вероятности $P(n,N)$ множественного рождения фотонов кратности $n=1$, $n=2$ и $n=3$ одной падающей частицей могут быть найдены на основании формулы (2а), как параметры, наилучшим образом удовлетворяющие этому уравнению (см.[6]). Можно ожидать, что для аморфной мишени это распределение будет пуассоновским, поскольку вероятность излучения фотона частицей не будет изменяться по глубине мишени. При этом отпадает необходимость варьировать значения вероятностей как независимые параметры, а достаточно лишь выбрать параметр распределения Пуассона.

В случае излучения заряженных частиц в ориентированном кристалле следует ожидать отклонения распределения от пуассоновского, что связано с изменением динамики движения частиц в кристалле за счет некогерентного рассеяния и

соответственно к изменению вероятности излучения фотона частицей на различных глубинах мишени. В этом случае придется варьировать все значения вероятностей кратного излучения, либо искать подходящее выражение для распределения вероятностей в каждом конкретном случае. В частности, для случая излучения релятивистского электрона в тонком ориентированном кристалле можно положить, что вероятность излучения фотона слабо изменяется вдоль траектории частицы. В этом случае, раскладывая соответствующую зависимость вероятности в ряд по степеням продольной координаты частицы в кристалле, можно отбросить члены ряда, ограничиваясь только линейным членом. Вероятность излучения n фотонов одним электроном в таком кристалле может быть получена в виде:

$$P(n, \lambda, t, \kappa) = \exp(-\lambda t) \frac{(\lambda t)^n}{n!} \exp\left(\frac{\kappa \cdot \lambda \cdot t^2}{2}\right) \cdot \left[1 + \sum_{i=1}^n (-1)^i (\kappa t)^i \prod_{j=1}^i \left(1 - \frac{n-i+j}{2j}\right) \right], \quad (7)$$

где $\lambda \cdot (1 - \kappa t)$ - вероятность излучения фотона на единичной толщине мишени, отличающаяся от параметра Пуассона на коэффициент $(1 - \kappa t)$, t - толщина кристалла.

Когерентные эффекты в излучении релятивистской заряженной частицы в кристалле обычно экспоненциально затухает вдоль траектории ее пробега за счет многократного рассеяния частицы. Такая ситуация может быть описана экспоненциальной зависимостью вероятности излучения приходящейся на единичный пробег $\lambda l = \lambda \cdot (1 + k \cdot e^{-\alpha t})$ т.е. $dP = \lambda \cdot (1 + k \cdot e^{-\alpha t}) \cdot dt$. Вероятность излучения n фотонов на толщине кристалла t в этом случае может быть представлена в виде:

$$P(n, k, \alpha, \lambda, t) = \lambda^n \cdot \exp\left[-\lambda \cdot \left[t + \frac{k}{\alpha} \cdot (1 - e^{-\alpha t})\right]\right] \cdot \left[\left(\frac{t}{n!}\right)^n + S(n, k, \alpha, t) \right], \quad (8)$$

где

$$S(n, k, \alpha, t) = \sum_{i=0}^{n-1} \left[\left(\frac{k}{\alpha}\right)^{n-i} \frac{t^i}{i! \cdot (n-i)!} + (-1)^{i+1} \frac{e^{-\alpha \cdot t \cdot (i+1)}}{(i+1)!} \cdot \sum_{j=1}^{n-i} \left(\frac{k}{\alpha}\right)^{n-j+1} \frac{t^{j-1}}{(n-i-j)! \cdot (j-1)!} \right],$$

$$P(0, k, \alpha, \lambda, t) = \exp\left[-\lambda \cdot \left[t + \frac{k}{\alpha} \cdot (1 - e^{-\alpha t})\right]\right]$$

Представленное выражение описывает изменение вероятности излучения релятивистской частицы по толщине кристалла (на единице длины) от максимальной $\lambda \cdot k$ на входе в ориентированный кристалл до значения соответствующего излучению в разориентированном кристалле λ . Коэффициент k представляет отношение интенсивности ориентированного (тонкого) кристалла к интенсивности разориентированного, α - характеристическая длина затухания когерентного эффекта в излучении частицы.

3. Измерение спектров излучения в экспериментах на импульсном ускорителе в условии наложения

Экспериментальное исследование процессов излучения релятивистских заряженных частиц на импульсных ускорителях значительно осложняется в связи с ограничениями в скорости набора статистики. Это ограничение определяется высокой скважностью работы ускорителя. Длительность посылки ускорителя зачастую составляет

всего $1 \div 10$ микросекунд. Детекторы гамма и рентгеновского излучения, имеющие высокое разрешение по энергиям регистрируемых фотонов, обычно требуют для регистрации одного события время порядка 10 мксек. Поэтому за одну посылку ускорителя может быть зарегистрировано одним детектором не более одного фотона. Частота посылок ускорителя не превышает несколько сотен герц, а обычно составляет величину порядка 50 Гц. Для того чтобы за время одной посылки ускорителя с высокой вероятностью регистрировалось событие излучения одиночного фотона (а не двух или больше) необходимо, чтобы загрузка детектора была, как минимум, на порядок меньше частоты посылок ускорителя. Естественно, что набор статистики в таких условиях эксперимента затягиваются на многие часы и сутки работы ускорителя. Проблема повышения эффективности использования импульсных ускорителей в ядерно-физических экспериментах так важна, что для ее решения специально строятся крупные дополнительные установки на выходе ускорителя: накопители-растяжители, с помощью которых импульсный пучок ускоренных частиц преобразуется в квазинепрерывный.

Одним из реальных альтернативных путей повышения эффективности использования импульсных ускорителей в физическом эксперименте – это работа в условиях повышенной интенсивности потока регистрируемых квантов с последующим корректным восстановлением измеренных спектров искаженных наложениями. Для того, чтобы восстановленный спектр действительно соответствовал реальному спектру излучаемых фотонов, в каждом конкретном случае необходимо правильно определить распределение вероятности кратных наложений событий регистрации фотонов за одну посылку ускорителя. Далее восстановление спектра станет простой расчетной задачей.

Если условиями эксперимента обеспечено отсутствие искажений измеряемого спектра, связанных с кратным рождением фотонов одной падающей частицей, то распределение вероятности наложений подчиняется распределению Пуассона. Для этого случая параметр распределения N (среднее число квантов регистрируемых за посылку ускорителя) может быть легко выражен через величину загрузки детектора f (число событий регистрируемых детектором за единицу времени).

Отметим, что загрузка детектора f легко измеряемая величина. С другой стороны, она может быть выражена через вероятность не излучить за одну посылку ускорителя ни одного фотона $P(0,N)$:

$$f = F \cdot (1 - P(0,N)), \quad (4)$$

где F – частота посылок ускорителя.

Далее из формулы распределения Пуассона для $n=0$ получаем

$$N = \ln \left(\frac{F}{F - f} \right), \quad (5)$$

Подставляя эту величину в распределение Пуассона, приходим к окончательному выражению для распределения вероятности излучения n фотонов в одном событии регистрации в виде зависимости от частоты посылок ускорителя F и загрузки детектора f :

$$P(n, f, F) = \frac{1}{n!} \cdot \left(\frac{F - f}{F} \right) \cdot \left(\ln \left(\frac{F}{F - f} \right) \right)^n \quad (6)$$

Полученное выражение может быть использовано в процедуре восстановления спектра, искаженного наложениями, как это указывалось в параграфе 1.

Если измеряемый спектр содержит искажения, связанные с эффектом множественного рождения фотонов, то эти искажения останутся и в восстановленном по выше приведенной методике спектре. Чтобы получить истинный спектр фотонов этом случае, необходимо дополнительно применить процедуру преобразования спектра с использованием данных о распределении вероятности множественного рождения, которые могут быть получены либо в специальном эксперименте, подобном указанному выше, либо вычислены теоретически для конкретного случая взаимодействия релятивистской частицы с кристаллической мишенью.

Работа выполнена при поддержке Фонда Фундаментальных Исследований России грант № 00-02-17734

Библиографический список

10. Н.А.Булгаков и др. Препринт 1-84-630, Дубна, ОИЯИ, 1984
11. Eh.N.Tsyganov, Fiz.Elem.Chastits at Yadra 20(1989)15
12. М.Д.Бавижев, Ю В.Нильсон, Ю.А.Юрьев ЖЭТФ 95(1989) №4 1392-1397.
13. A.Belcasem et al., Phys. Rev.Lett. 54(1985)2667
14. И.Е.Внуков и др. Изв. ВУЗов.Физика №6 (1991) 88
15. S.V.Blazhevich, G.L.Bochek, I.E.Vnukov и др. // Proceedings of International symposium on radiation of relativistic electrons in periodical structures. September 6-10, 1993, Tomsk, Russia, s.176-181.
16. С.Ю.Амосов, В.Н.Каплин, Г.А.Науменко at al. // Proceedings of International symposium on radiation of relativistic electrons in periodical structures. September 6-10, 1993, Tomsk, Russia, s.185-193.

УДК 519.1

ТРАНСФОРМАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ СРАВНЕНИЯ МОДЕЛЕЙ НА ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ

В.Е. Хачатрян

В теории программирования при изучении различных моделей программ [1-3], а значит при рассмотрении того или иного отношения эквивалентности между этими моделями, должны быть исследованы две наиболее важные задачи:

- разрешимость рассматриваемого отношения эквивалентности;
- разработка полной системы эквивалентных преобразований.

Положительное решение первой задачи очень важно, так как позволяет распознать эквивалентность для любой пары моделей.

Наличие эквивалентных преобразований позволяет рассматривать различные оптимизационные задачи. При решении этих задач обычно отыскивается некоторый градиент, использующий эквивалентные преобразования и позволяющий из исходной модели получить ей эквивалентную, обладающую более «хорошими» характеристиками.

Доказательство разрешимости отношений эквивалентности моделей программ обычно связывают с доказательством разрешимости проблемы включения. Поскольку:

$$A \sim B \leftrightarrow (A \subseteq B) \vee (B \subseteq A),$$

то из разрешимости проблемы включения автоматически следует разрешимость самой эквивалентности.

Существуют классы вычислительных моделей, в которых проблема эквивалентности разрешима, в то время как неразрешима проблема включения. Таковым является, например, класс многоленточных автоматов [4].