2. Подловченко Р.И. О проблеме эквивалентнх преобразований. //Программирование, 1986, № 6, с.3-14.

3. Подловченко Р.И. Система преобразований полная в классе схем программ с перестановочными операторами. //Программирование, 1998, № 2, с.58-67.

4. Rabin M.O. Scott D/ Finite automata and their decisions problems//IBM Journal of Research and Development. 1959. V. 3. № 2 P. 114-125. (Русский перевод: Кибернетический сборник. 1962. № 4. С.58-91).

5. Bird R. The equivalence problem for deterministic two tape automata // Journal of Computer and System Science. 1973. V. 7. № 4. P 218-236.

6. Подловченко Р.И., Айрапетян М.Г. О построении полных систем эквивалентных преобразований схем программ //Программирование, 1996, № 1, с.3-29.

7. Хачатрян В.Е. Полная система эквивалентных преобразований для многочленных автоматов //Программирование, 2003, № 1, с. 1-15.

8. Подловченко Р. И., Хачатрян В.Е. Об одном методологически новом алгоритме разрешения проблемы эквивалентности //Программирование, 2004, № 3, с. 1-17.

9. Хачатрян В.Е. Однородные логические графы //Прикладная математика. Ереван· Издательство Ереванского гос. Университета, 1981. с. 67-80.

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И УПРАВЛЕНИЕ

УДК 681.51

РАВНОВЕСНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ЭЛЕКТРОПРИВОДА ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

В.Д. Дмитриенко, Н.И. Заполовский, А.И. Баленко, В.И. Носков

В работах [1, 2] рассмотрены математические модели оптимальных систем управления, получающиеся при синтезе регуляторов методом аналитического конструирования по критерию обобщенной работы, когда объекты моделируются системами обыкновенных дифференциальных уравнений вида:

$$\frac{dx_i}{dt} + f_i(x_1,\dots,x_n,t) = \sum_{j=1}^{m} \varphi_{ij}(x_1,\dots,x_n,t)U_{ij}\sin(\alpha_j U_l + \gamma_{ij}), \tag{1}$$

где $x_i = (i = \overline{1,n})$ - фазовые координаты объекта; $f_i, \varphi_{ij}(i = \overline{1,n}; j = \overline{1,m})$ - непрерывные функции; U_{ij}, U_l - управляющие воздействия.

Показано, что оптимальными в смысле минимума функционала обобщенной работы

$$J = V_k[x_1(t_2),\dots,x_n(t_2),t_2] + \int_{t_1}^{t_2} Q(x_1,\dots,x_n,t)dt + \frac{1}{2}\int_{t_1}^{t_2}\frac{U_l^2 + U_{l\,опт.}^2}{k_l^2}dt + \tag{2}$$

$$+\frac{1}{2}\int_{t_1}^{t_2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\frac{U_{ij}^2 + U_{ij\,ojo.}^2}{k_{ij}^2}dt$$

для объектов вида (1) являются управляющие воздействия

$$U_1 = U_{1опт.} = -k_1^2 \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \frac{\partial V}{\partial x_i} \varphi_{ij} U_{ij} \frac{\sin(\alpha_j U_1 + \gamma_{ij})}{2U_1}, \tag{3}$$

$$U_{ij} = U_{ijojo.} = -k_{ij}^2 \frac{\partial V}{\partial x_i} \frac{\varphi_{ij}}{2} \sin(\alpha_j U_1 + \gamma_{ij}), \tag{4}$$

при $i = \overline{1,n}$; $j = \overline{1,m}$, где V – решение уравнения

$$\frac{\partial V}{\partial t} - \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial V}{\partial x_i} f_i(x_1,\dots,x_n,t) = -Q(x_1,\dots,x_n,t) \tag{5}$$

при граничном условии

$$V[x_1(t_2),\dots,x_n(t_2),t_2] = V_k[x_1(t_2),\dots,x_n(t_2),t_2]. \tag{6}$$

Здесь Q и V_k – непрерывные функции; k_1 и k_{ij} – положительные весовые коэффициенты.

Заметим, что при $\sin(\alpha_j U_1 + \gamma_{ij}) \equiv 1$ и $U_{ij} = U_j(i = \overline{1,n})$, а также отсутствии выражения (3), фактически имеем основную теорему аналитического конструирования регуляторов по критерию обобщенной работы [1, 3]. Поэтому дальнейшие результаты справедливы и для объектов, математические модели которых описываются более широко применяемым в теории управления классом дифференциальных уравнений вида

$$\frac{dx_i}{dt} + f_i(x_1,\dots,x_n,t) = \sum_{j=1}^{m} \varphi_{ij}(x_1,\dots,x_n,t) U_j.$$

Наиболее просто уравнение (5) решается в тех случаях, когда функции $f_j(i = \overline{1,n})$ линейны относительно фазовых координат, а функции Q и V_k задаются квадратичными формами. Если же функции f_j не линейны относительно своих аргументов, то в [4] предложено представлять их в виде рядов

$$f_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j + \sum_{j,k=1}^{n} a_{ijk} x_j x_k + \dots + \sum_{j,k,..,l=1}^{n} a_{jk..l} x_j x_k \dots x_l \tag{7}$$

и рядами же задавать функции Q и V_k

$$\mathbf{Q} = \frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{n}\beta_{ij}x_i x_j + \frac{1}{3}\sum_{i,j,k=1}^{n}\beta_{ijk}x_i x_j x_k + \dots, \tag{8}$$

$$\mathbf{V_k} = \frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{n}\rho_{ij}x_i x_j + \frac{1}{3}\sum_{i,j,k=1}^{n}\rho_{ijk}x_i x_j x_k + \dots. \tag{9}$$

Решение уравнения (5) предлагается искать также в виде ряда:

$$\mathbf{V} = \frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{n}A_{ij}x_i x_j + \frac{1}{3}\sum_{i,j,k=1}^{n}A_{ijk}x_i x_j x_k + \dots, \tag{10}$$

где $\mathbf{a}_{ijk} = \mathbf{a}_{ikj}, \mathbf{a}_{ijkl} = \mathbf{a}_{ijlk} = \mathbf{a}_{ikjl} = \mathbf{a}_{iklj} = \mathbf{a}_{iljk} = \mathbf{a}_{ilkj}, \dots,$

$$\mathbf{b}_{ij} = \mathbf{b}_{ji}, \mathbf{b}_{ijk} = \mathbf{b}_{ikj} = \mathbf{b}_{kij} = \mathbf{b}_{kji} = \mathbf{b}_{jik} = \mathbf{b}_{jki}, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k} = \overline{1, \mathbf{n}}, \mathbf{b} = \beta, \rho, \mathbf{A}.$$

Существенным моментом при данном способе решения уравнения (5) является необходимость задания множества коэффициентов $\mathbf{B}_\rho = \{\beta_{ij}, \beta_{ijk}, \dots, \rho_{ij}, \rho_{ijk,\dots}\}$ в соотношениях (8) и (9). При наличии большого числа одночленов в выражениях (7) необходимо соответствующее число одночленов задавать и в соотношениях (8), (9). Определить лучший или даже только приемлемый набор коэффициентов при большом множестве $\mathbf{B}_\rho$ коэффициентов весьма сложно, поэтому метод аналитического конструирования регуляторов по критерию обобщенной работы предполагает многократное выполнение расчетов с различными наборами коэффициентов. При этом фактически возникает вспомогательная оптимизационная задача

$$\mathbf{J}(\rho, \beta) = \min_{\mathbf{B}_\rho \in \mathbf{D}} \mathbf{J}(\rho, \beta, \mathbf{x}_1(\mathbf{t}), \dots, \mathbf{x}_n(\mathbf{t}), \mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2), \tag{11}$$

где $\rho = (\rho_{ij}, \rho_{ijk}, \dots); \beta = (\beta_{ij}, \beta_{ijk}, \dots)$; $\mathbf{D}$ – область допустимых изменений множества коэффициентов $\mathbf{B}_\rho$.

Если время расчетов и затраты на их выполнение не ограничены, то, по крайней мере теоретически, можно построить пространство возможных решений для задачи (11). Понятно, что в общем случае в многомерном пространстве параметров будет получена многоэкстремальная поверхность с множеством пиков, холмов, плато, впадин, долин и т.д. В этом случае будет существовать одна, несколько или даже бесчисленное множество точек на поверхности, в которых функционал (11) будет принимать минимальное значение. Любой набор коэффициентов, позволяющий получить одну из таких точек, мог бы использоваться для решения исходной задачи оптимизации (1) – (6). При решении практических задач построить пространство возможных решений, как правило, удается только при малом числе варьируемых коэффициентов. В более сложных случаях приходится считаться с тем, что есть ограничения на затраты при решении задачи (11), а следовательно нет возможности строить всю поверхность возможных значений. Поэтому выбираются такие стратегии определения наборов коэффициентов, которые направлены на минимизацию функционала (2).

В общем случае в каждой задаче **Z** оптимизации (1) – (6) для каждой стратегии **r** поиска лучшего набора $\mathbf{B}_\rho^*$ коэффициентов существует свое ограничение $\tau_\mathbf{r}$ на затраты, при которых еще возможно определение глобального минимума функционала (2). Очевидно, что для каждой задачи **Z** существует одна стратегия $\mathbf{r}^*$ или некоторое подмножество стратегий $\mathbf{R}^*$ из заданного множества **R** стратегий, которые определяют глобальный минимум функционала при некотором жестком ограничении на расходы $\tau_\mathbf{r}^*$. Дальнейшее уменьшение расходов $\tau_\mathbf{r}^*$ на поиск набора коэффициентов $\mathbf{B}_\rho$ уже не позволяет в общем случае обеспечить определение набора коэффициентов $\mathbf{B}_\rho^*$, дающего глобальный минимум функционалу (2). Однако это не всегда и необходимо, так как в пространстве возможных решений могут существовать бесконечные подмножества наборов коэффициентов, при которых функционал (2) и соответствующая система управления с практической точки зрения не существенно отличается от оптимального случая. Дальнейшие ограничения на расходы приводят в конце концов к тому, что даже с помощью самых эффективных стратегий в пространстве возможных решений может быть выделен только один локальный минимум функционала (2). В предельном случае возможны и такие ограничения на затраты, что может быть рассчитана система управления только при одном наборе $\mathbf{B}_\rho$ коэффициентов.

Системы управления реальных объектов, использующие в реальном времени метод аналитического конструирования регуляторов по критерию обобщенной работы, во многих случаях рассчитываются на решение не одной, а множества однотипных задач, поэтому на стадии синтеза системы управления необходимо решать не одну, а целый класс задач. В таких случаях выбор той или иной стратегии поиска оптимальных наборов коэффициентов становится весьма существенным.

Таким образом, возникает противоречие между требованиями к минимизации функционала (11) и затратами, необходимыми на его осуществление, которое можно определить выражение:

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}^*,\mathbf{t}_\mathbf{p}^*) = \min_{\mathbf{r}\in\mathbf{R}} \mathbf{J}(\mathbf{r},\mathbf{t}_\mathbf{p}^*), \quad (12)$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{r}^*,\mathbf{t}_\mathbf{p}) = \min_{\mathbf{t}_\mathbf{p}\in\mathbf{T}} (\mathbf{f}_1(\mathbf{t}_\mathbf{p}) + \mathbf{f}_2(\mathbf{J}(\mathbf{r}^*,\mathbf{t}_\mathbf{p}))), \quad (13)$$

где $\mathbf{J}(\mathbf{r},\mathbf{t}_\mathbf{p})$ - величина функционала (2), которая является функцией стратегии поиска **r** оптимального набора $\mathbf{B}_\rho$ коэффициентов и величины машинного времени (или стоимости расчетов) $\mathbf{t}_\mathbf{p}$, затраченного на поиск оптимального решения при фиксированной стратегии **r**; $\mathbf{J}(\mathbf{r},\mathbf{t}_\mathbf{p})$ - в общем случае не возрастающая функция $\mathbf{t}_\mathbf{p}$; $\mathbf{r}^*$ - стратегия поиска, минимизирующая функционал $\mathbf{J}(\mathbf{r},\mathbf{t}_\mathbf{p})$ при заданном времени (стоимости расчетов) $\mathbf{t}_\mathbf{p}^*$ оптимизации; **R** – область допустимых стратегий поиска оптимального набора коэффициентов; $\mathbf{f}(\mathbf{r},\mathbf{t}_\mathbf{p})$ - функция, учитывающая затраты на поиск лучшего набора коэффициентов $\mathbf{B}_\rho$ и эксплуатацию системы управления с регулятором (3), (4); $\mathbf{f}_1(\mathbf{t}_p)$ - функция, определяющая затраты на поиск лучшего набора коэффициентов $\mathbf{B}_\rho$, возрастающая функция $\mathbf{t}_p$; $\mathbf{f}_2(\mathbf{J})$- функция, определяющая эксплуатационную эффективность синтезированной системы управления; в общем случае уменьшается при уменьшении **J**; **T** – область допустимых изменений переменной $\mathbf{t}_p$, обычно задаваемая интервалом $[\mathbf{T}_1, \mathbf{T}_2]$.

Из характера функций $\mathbf{f}_1(\mathbf{t}_p)$, $\mathbf{f}_2(\mathbf{J})$ следует, что при фиксированной стратегии $\mathbf{r}^*$ в определенной области изменения переменной $\mathbf{t}_p$ увеличение функции $\mathbf{f}_1(\mathbf{t}_p)$ может компенсироваться более быстрым уменьшением функции $\mathbf{f}_2(\mathbf{J}(\mathbf{r},\mathbf{t}_p))$, приводящим к получению минимума суммы функций $\mathbf{f}_1(\mathbf{t}_p)+\mathbf{f}_2(\mathbf{J}(\mathbf{r},\mathbf{t}_p))$. Поэтому характерным для суммы функций будет монотонное убывание и появление точки глобального минимума в правой граничной точке некоторого интервала $[0,\tau_1]$, минимальное значение в точке τ_1 или в интервале $[\tau_1,\tau_2]$, монотонное возрастание функции в интервале (τ_2,∞).

Соотношения (12), (13) фактически определяют равновесие (решение) по Нэшу на независимых множествах в теории равновесных моделей при несовпадающих интересах участников [1, 5], однако записанное с помощью операций определения минимумов, а не максимумов. Если ввести функции

$$\varphi_1(\mathbf{r},\mathbf{t}_p)=\mathbf{C}_1-\mathbf{J}(\mathbf{r},\mathbf{t}_p),$$
$$\varphi_2(\mathbf{r},\mathbf{t}_p)=\mathbf{C}_2-\mathbf{f}(\mathbf{r},\mathbf{t}_p),$$

то задачу (12), (13) можно записать и с помощью операции взятия максимумов. Здесь $\mathbf{C}_1$, $\mathbf{C}_2$ – положительные константы; $\mathbf{C}_1>\mathbf{J}(\mathbf{r},\mathbf{t}_p)\geq 0$, $\mathbf{C}_2>\mathbf{f}(\mathbf{r},\mathbf{t}_p)\geq 0$, при любых $\mathbf{t}_p\in\mathbf{T}$ и $\mathbf{r}\in\mathbf{R}$. Функции φ_1,φ_2 можно считать определенными на множестве **D** допустимых точек пространства $\mathbf{B}\cong\mathbf{R}\times\mathbf{T}$, где $\mathbf{R}\times\mathbf{T}$ - декартово произведение множеств **R** и **T**. Тогда для функций φ_1,φ_2 задача оптимизации (12), (13) может быть представлена в виде

$$\varphi_1(\mathbf{r}^*,\mathbf{t}_p^*)=\max_{\mathbf{r}\in\mathbf{R}}\varphi_1(\mathbf{r},\mathbf{t}_p^*), \tag{14}$$
$$\varphi_2(\mathbf{r}^*,\mathbf{t}_p^*)=\max_{\mathbf{t}_p\in\mathbf{T}}\varphi_2(\mathbf{r}^*,\mathbf{t}_p). \tag{15}$$

В такой постановке задача определения оптимального набора коэффициентов $\mathbf{B}_\rho$ сформулирована впервые. Формально она совпадает с определением равновесия по Нэшу при несовпадающих интересах участников. Равновесие по Нэшу является наиболее сильным (глобальным). В этом случае любые попытки увеличить одну из функций не приводят к желаемому результату. Однако точнее решение задачи (14), (15) при сколько-нибудь значительном множестве $\mathbf{D}\in\mathbf{B}\cong\mathbf{R}\times\mathbf{T}$ требует чрезмерных вычислительных затрат, поэтому возникает необходимость конструктивного сужения области поиска решения. Это сужение можно получить, выделяя в множествах **R** и **T** подмножества с определенными свойствами, однако без соответствующих пояснений этот прием может показаться не свойственным решаемой задаче, поэтому начнем с предельного случая, когда ограничения на расчеты настолько жесткие, что есть возможность выполнить расчет только с одним набором коэффициентов $\mathbf{B}_\rho$. В этом случае выражения (14), (15) фактически игнорируются.

Если ограничения $\bar{\tau}$ позволяют вычислить значения функционала (11) при небольшом множестве $\mathbf{M_B}$ наборов коэффициентов $\mathbf{B}_\rho$, то в этом случае обычно проводится расчет функционала (11) с этим числом наборов, выбор которых осуществляется с помощью некоторой эвристики или методом случайного поиска. Стратегия $\mathbf{r}^* \in \mathbf{R}$ и набор $\mathbf{B}_\rho^*$ удовлетворяют условию

$$\mathbf{J}(\mathbf{B}_\rho^*, \mathbf{x}_1(\mathbf{t}),\ldots,\mathbf{x}_\mathbf{n}(\mathbf{t}),\mathbf{t}_1,\mathbf{t}_2) \le \mathbf{J}(\mathbf{B}_\rho, \mathbf{x}_1(\mathbf{t}),\ldots,\mathbf{x}_\mathbf{n}(\mathbf{t}),\mathbf{t}_1,\mathbf{t}_2) \qquad (16)$$

или

$$\mathbf{J}(\mathbf{B}_\rho^*, \mathbf{x}_1(\mathbf{t}),\ldots,\mathbf{x}_\mathbf{n}(\mathbf{t}),\mathbf{t}_1,\mathbf{t}_2) = \min_{\mathbf{B}_\rho \in \mathbf{M_B}} \mathbf{J}(\mathbf{B}_\rho, \mathbf{x}_1(\mathbf{t}),\ldots,\mathbf{x}_\mathbf{n}(\mathbf{t}),\mathbf{t}_1,\mathbf{t}_2) \qquad (17)$$

и определяет модель регулятора (3), (4).

С учетом заданного ограничения τ и соотношения (17) выражение (13) запишется в виде

$$\mathbf{f}(\mathbf{r}^*, \bar{\tau}) = \mathbf{f}_1(\bar{\tau}) + \min_{\tau \in \mathbf{T}} \mathbf{f}_2(\mathbf{J}(\mathbf{r}^*, \tau)). \qquad (18)$$

Из полученного результата следует, что функция φ_1, определяемая выражением (15), удовлетворяет условию

$$\varphi_2(\mathbf{r}^*, \bar{\tau}) = \max_{\tau \in \mathbf{T}} \varphi_2(\mathbf{r}^*, \tau)., \qquad (19)$$

а соотношение (14) при ограничениях $\bar{\tau}$ не используется. Но это есть не что иное, как определение слабой экстремальности для функции φ_2 [1, 5].

Определение 1. Решение $\mathbf{Z}^* \cong (\mathbf{r}^*, \mathbf{t}_\mathbf{p}^*) \cong (\mathbf{r}^*\langle \mathbf{t}_\mathbf{p}^* \rangle, \mathbf{t}_\mathbf{p}^*) \in \mathbf{D}$ называется слабо экстремальным для функции φ_2 задачи (14), (15), если $\mathbf{t}_\mathbf{p}^* = \mathbf{D}(\mathbf{r}^*)$ или (в случае $\mathbf{t}_\mathbf{p}^* \ne \mathbf{D}(\mathbf{r}^*)$) каждому значению $\mathbf{t}_\mathbf{p} \in \mathbf{D}(\mathbf{r}^*) \setminus \mathbf{t}_\mathbf{p}^*$ функции φ_2 можно поставить в соответствие по крайней мере одно значение $\bar{\mathbf{r}} \cong \mathbf{r}\langle \mathbf{t}_\mathbf{p} \rangle \in \mathbf{D}(\mathbf{t}_\mathbf{p})$ так, чтобы имело место соотношение

$$\varphi_2(\bar{\mathbf{r}}\langle \mathbf{t}_\mathbf{p} \rangle, \mathbf{t}_\mathbf{p}) \le \varphi_2(\mathbf{r}^*\langle \mathbf{t}_\mathbf{p}^* \rangle, \mathbf{t}_\mathbf{p}^*)$$

или

$$\varphi_2(\mathbf{r}^*\langle \mathbf{t}_p^*\rangle, \mathbf{t}_p^*) = \max_{\mathbf{t}_p \in \mathbf{D}(\mathbf{r}^*)} \varphi_2(\bar{\mathbf{r}}\langle \mathbf{t}_p\rangle, \mathbf{t}_p),$$

где $\bar{\mathbf{r}}\langle \mathbf{t}_p^*\rangle = \mathbf{r}^*$; $(\bar{\mathbf{r}}\langle \mathbf{t}_p\rangle, \mathbf{t}_p)$ - точка из области **D**, полученная при последовательном выборе сначала значения $\mathbf{t}_p \in \mathbf{T}$, а затем значения $\mathbf{r} \cong \bar{\mathbf{r}}\langle \mathbf{t}_p\rangle \in \mathbf{D}(\mathbf{r})$; **D(r)** - подмножество в $\mathbf{T} \times \mathbf{K}_p \subset \mathbf{T} \times \mathbf{R}$, состоящее из точек $(\mathbf{r}, \mathbf{t}_p) \in \mathbf{D}; \mathbf{r} \in \mathbf{R}$; $\mathbf{D}(\mathbf{t}_p)$ - подмножество в $\mathbf{R} \times \mathbf{t}_p \subset \mathbf{R} \times \mathbf{T}$, состоящее из точек $(\mathbf{r}, \mathbf{t}_p) \in \mathbf{D}; \mathbf{t}_p \in \mathbf{T}$.

Аналогично вводится понятие слабой экстремальности для функции φ_1.

Определение 2. Решение $\mathbf{Z}^* \cong (\mathbf{r}^*, \mathbf{t}_p^*) \cong (\mathbf{r}^*\langle \mathbf{t}_p^*\rangle) \in \mathbf{D}$ называется слабо экстремальным для функции φ_1, если $\mathbf{r}^* = \mathbf{D}(\mathbf{t}_p^*)$ или (в случае $\mathbf{r}^* \neq \mathbf{D}(\mathbf{t}_p^*)$) каждому значению $\mathbf{r} \in \mathbf{D}(\mathbf{t}_p^*) \setminus \mathbf{r}^*$ функции φ_1 можно поставить в соответствие по крайней мере одно значение $\overline{\mathbf{t}_p} \cong \mathbf{t}_p(\mathbf{r}) \in \mathbf{D}(\mathbf{r})$ так, чтобы имело место соотношение

$$\varphi_1(\mathbf{r}, \mathbf{t}_p\langle \bar{\mathbf{r}}\rangle) \leq \varphi_1(\mathbf{r}^*, \mathbf{t}_p\langle \mathbf{r}^*\rangle)$$

или

$$\varphi_1(\mathbf{r}^*, \mathbf{t}^*\langle \mathbf{r}^*\rangle) = \max_{\mathbf{r} \in \mathbf{D}(\mathbf{t}^*)} \varphi_1(\mathbf{r}, \bar{\mathbf{t}}\langle \mathbf{r}\rangle).$$

Слабую экстремальность для функции φ_1 при решении задачи (14), (15) можно использовать в тех случаях, когда ограничения на затраты $\bar{\tau}$ таковы, что имеется возможность некоторую часть средств $\bar{\tau}_1$ направить на поиск лучшей стратегии $\bar{\mathbf{r}}$ из некоторого множества $\mathbf{M}_r$ возможных стратегий поиска наборов коэффициентов $\mathbf{B}_\rho$. По аналогии с соотношением (19) можно получить выражение

$$\varphi_1(\mathbf{r}^*, \overline{\tau_1}) = \max_{\mathbf{r} \in \mathbf{R}(\tau_1)} \varphi_1(\mathbf{r}, \overline{\tau_1}), \tag{20}$$

которое и определяет слабую экстремальность для функции φ_1 при решении задачи (14), (15).

Обозначим множество всех слабо экстремальных решений $\mathbf{Z}^* \in \mathbf{D}$ для **i**–го уравнения $\mathbf{U}_i$ и выделим область $\mathbf{U}_1 \bigcap \mathbf{U}_2$ существования решений $\mathbf{Z}^* \in \mathbf{U}_1 \bigcap \mathbf{U}_2 \in \mathbf{D}$, слабо экстремальных для каждой функции. Такие решения называются решениями симметричного слабого активного равновесия [1, 5].

Введение понятия симметричного слабого активного равновесия позволяет, с одной стороны, сузить область поиска глобального равновесия по отношению к исходной области $\mathbf{D}$, а с другой – при отсутствии реальных возможностей вычислить это решение. Оно дает возможность найти с более меньшими затратами хотя и не глобальное, но некоторое экстремальное решение, превосходящее по качеству решения, определяемые вне области $\mathbf{U}_1 \bigcap \mathbf{U}_2$.

При введении слабой экстремальности накладываются условия на поведение только одной функции. Однако, если функция слабо экстремальна не в одной точке, а на некотором конечном или бесконечном множестве точек, то естественно выбрать ту слабо экстремальную точку $\mathbf{Z}^* \cong (\mathbf{r}^*, \mathbf{t}_\mathbf{p}^*) \cong (\mathbf{r}^* \langle \mathbf{t}_\mathbf{p}^* \rangle) \in \mathbf{D}$ рассматриваемой функции $\varphi_\mathbf{i}(\mathbf{x}_\mathbf{i}, \mathbf{x}_\mathbf{j}), \mathbf{i} = 1{,}2$, которая максимизирует значение и второй функции $\varphi_\mathbf{j}(\mathbf{x}_\mathbf{i}, \mathbf{x}_\mathbf{j}), \mathbf{j} = 1{,}2, \mathbf{j} \neq \mathbf{i}$:

$$\varphi_\mathbf{j}(\widetilde{\mathbf{x}}_\mathbf{i}, \widetilde{\mathbf{x}}_\mathbf{j}) = \max_{\mathbf{x}_\mathbf{j} \in \mathbf{U}_\mathbf{i}(\widetilde{\mathbf{x}}_\mathbf{i})} \varphi_\mathbf{j}(\widetilde{\mathbf{x}}_\mathbf{i}, \mathbf{x}_\mathbf{j}). \qquad (21)$$

Множество слабо экстремальных значений для функции $\varphi_\mathbf{i}$, удовлетворяющих этому условию, образуют подмножество $\mathbf{V}_\mathbf{i} \subset \mathbf{U}_\mathbf{i} (\mathbf{i} = 1{,}2)$ экстремальных решений для $\mathbf{i}$ – го уравнения [5]. Естественно, что $\mathbf{V}_1 \bigcap \mathbf{V}_2 \subset \mathbf{U}_1 \bigcap \mathbf{U}_2$.

Определение 3. Решение $\widetilde{\mathbf{Z}} \in \mathbf{V}_1 \bigcap \mathbf{V}_2$ называется решением симметричного активного равновесия.

В выражении (21) максимум функции $\varphi_\mathbf{i}$ определяется на множестве $\mathbf{U}_\mathbf{i}(\widetilde{\mathbf{x}}_\mathbf{i})$, которое является подмножеством более широкого множества $\mathbf{D}(\widetilde{\mathbf{x}}_\mathbf{i})$. Естественно, что максимум на множестве $\mathbf{D}_\mathbf{i}(\widetilde{\mathbf{x}}_\mathbf{i})$ может быть больше, чем на множестве $\mathbf{U}_1(\widetilde{\mathbf{x}}_\mathbf{i})$, но принадлежать множеству $\mathbf{D}(\widetilde{\mathbf{x}}_\mathbf{i}) \setminus \mathbf{U}_\mathbf{i}(\widetilde{\mathbf{x}}_\mathbf{i})$. В случае, когда максимумы на множестве $\mathbf{D}(\widetilde{\mathbf{x}}_\mathbf{i})$ совпадают с максимумами на множестве $\mathbf{U}_\mathbf{i}(\widetilde{\mathbf{x}}_\mathbf{i})$, экстремальное решение $\widetilde{\mathbf{Z}} \cong (\widetilde{\mathbf{x}}_\mathbf{i}, \widetilde{\mathbf{x}}_\mathbf{j}) \in \mathbf{D}$ называется ограниченно экстремальным для $\mathbf{i}$-го уравнения, если $\widetilde{\mathbf{Z}} \in \mathbf{U}_\mathbf{i}$ и для второго уравнения выполняется условие

$$\varphi_\mathbf{j}(\widetilde{\mathbf{x}}_\mathbf{i}, \widetilde{\mathbf{x}}_\mathbf{j}) = \max_{\mathbf{x}_\mathbf{j} \in \mathbf{D}(\widetilde{\mathbf{x}}_\mathbf{i})} \varphi_\mathbf{j}(\widetilde{\mathbf{x}}_\mathbf{i}, \mathbf{x}_\mathbf{j}).$$

Если решение одновременно ограничено экстремально для обоих уравнений, то оно называется решением симметричного ограниченного активного равновесия [1 , 5]. Нетрудно показать [5], что всякое симметричное ограниченное активное равновесие является решением по Нэшу и наоборот.

Таким образом, получены возможные решения задачи (14), (15), а следовательно, и исходной задачи (12), (13). Теоретические результаты целесообразно использовать при решении множества однотипных задач. В этом случае необходимо выделить одну из них и для нее определить из спектра возможных наиболее рациональную стратегию поиска лучшего набора $\mathbf{B}_\rho$ коэффициентов. После этого использовать найденную стратегию для решения всего множества однотипных задач.

Рассмотрим в качестве примера электропривод, описываемый системой дифференциальных уравнений вида

$$\begin{cases} \dfrac{\mathbf{d}\psi_1}{\mathbf{dt}} + \mathbf{a}_{11}\psi_1 + \mathbf{a}_{13}\psi_3 = \mathbf{U}_1 \cos\omega\mathbf{t}, \\ \dfrac{\mathbf{d}\psi_2}{\mathbf{dt}} + \mathbf{a}_{22}\psi_2 + \mathbf{a}_{24}\psi_4 = \mathbf{U}_1 \sin\omega\mathbf{t}, \\ \dfrac{\mathbf{d}\psi_3}{\mathbf{dt}} + \mathbf{a}_{31}\psi_1 + \mathbf{a}_{33}\psi_3 + \mathbf{a}_{345}\psi_4\Omega = 0, \\ \dfrac{\mathbf{d}\psi_4}{\mathbf{dt}} + \mathbf{a}_{42}\psi_2 + \mathbf{a}_{44}\psi_4 + \mathbf{a}_{435}\psi_3\Omega = 0, \\ \dfrac{\mathbf{d}\Omega}{\mathbf{dt}} - \dfrac{\mathbf{P}}{\mathbf{J}}\left(\mathbf{a}_{50}\left(\psi_2\psi_3 - \psi_1\psi_4\right)\right) - \mathbf{M}_c(\Omega) = 0, \end{cases} \tag{22}$$

где ψ_1, ψ_2 - потокосцепления по оси **U**; **t** - время; ψ_3, ψ_4 - потокосцепления по оси **V**; Ω - угловая скорость вращения ротора электродвигателя; $\mathbf{a}_{11}, \mathbf{a}_{13}, ..., \mathbf{a}_{435}, \mathbf{a}_{50}$ - постоянные коэффициенты; $\mathbf{U}_1$ - амплитуда питающего напряжения частоты ϖ; **p** – число пар полюсов двигателя; **J** - момент инерции двигателя и механизма, приведенный к валу двигателя; $\mathbf{M}_c$ - момент сопротивления нагрузки.

Систему уравнений (22) удобно записать в виде

$$\begin{cases} \dfrac{\mathbf{dx}_1}{\mathbf{dt}} + \mathbf{a}_{11}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{13}\mathbf{x}_3 = \mathbf{U}_1 \cos\omega\mathbf{t}, \\ \dfrac{\mathbf{dx}_2}{\mathbf{dt}} + \mathbf{a}_{22}\mathbf{x}_2 + \mathbf{a}_{24}\mathbf{x}_4 = \mathbf{U}_1 \sin\omega\mathbf{t}, \\ \dfrac{\mathbf{dx}_3}{\mathbf{dt}} + \mathbf{a}_{31}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{33}\mathbf{x}_3 + \mathbf{a}_{345}\mathbf{x}_4\mathbf{x}_5 = 0, \\ \dfrac{\mathbf{dx}_4}{\mathbf{dt}} + \mathbf{a}_{42}\mathbf{x}_2 + \mathbf{a}_{44}\mathbf{x}_4 + \mathbf{a}_{435}\mathbf{x}_3\mathbf{x}_5 = 0, \\ \dfrac{\mathbf{dx}_5}{\mathbf{dt}} + \mathbf{a}_{523}\mathbf{x}_2\mathbf{x}_3 + \mathbf{a}_{514}\mathbf{x}_1\mathbf{x}_4 + \mathbf{a}_{55}\mathbf{x}_5 + \mathbf{a}_{50} = 0, \end{cases} \tag{23}$$

где момент сопротивления нагрузки учитывается двучленом $\mathbf{a}_{55}\mathbf{x}_5 + \mathbf{a}_{50}$.

Рассмотрим класс задач, связанных с разгоном электропривода в режиме тяги при использовании следующих функций **Q**, **V** и $\mathbf{V}_k$:

$$\mathbf{Q} = \beta_0 + \beta_1(\mathbf{a}_{22}\mathbf{x}_2 + \mathbf{a}_{24}\mathbf{x}_4)^2 + \beta_2(\mathbf{x}_{50} - \mathbf{x}_5)^2(\mathbf{a}_{11}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{13}\mathbf{x}_2)^2, \tag{24}$$

$$\begin{aligned}V &= A_1(a_{11}x_1 + a_{13}x_3) + A_2(a_{22}x_2 + a_{24}x_4) + A_4(a_{22}x_2 + a_{21}x_4)^2 + \\ &+ A_3(x_{50} - x_5)(a_{11}x_1 + a_{13}x_2)^2 + A_5(x_{50} - x_5)^2(a_{11}x_1 + a_{13}x_2)^2\end{aligned}, \quad (25)$$

$$\begin{aligned}V_k &= \rho_1(a_{11}x_1 + a_{13}x_3) + \rho_2(a_{22}x_2 + a_{24}x_4) + \rho_4(a_{22}x_2 + a_{21}x_4)^2 + \\ &+ \rho_3(x_{50} - x_5)(a_{11}x_1 + a_{13}x_2)^2 + \rho_5(x_{50} - x_5)^2(a_{11}x_1 + a_{13}x_2)^2\end{aligned}, \quad (26)$$

где $x_{50} = \Omega(t_2) = x_5(t_2)$.

Подставляя соотношения (24), (25) в уравнение вида (5) с учетом системы уравнений (23), несложно получить систему обыкновенных дифференциальных уравнений для определения коэффициентов $A_1,\ldots,A_5$, решая которую при граничных условиях (26), получим выражения для коэффициентов

$$A_1 = \rho_1 e^{a_{11}(t-t_2)}, \; A_2 = \rho_2 e^{a_{22}(t-t_2)},$$

$$A_3 = [(\rho_3 - \frac{a_{50}\beta_2}{2a_{11}^2} + a_{50}(2\rho_5 - \frac{\beta_2}{a_{22}})(t_2 - t)]e^{2a_{11}(t-t_2)} + \frac{a_{50}\beta_2}{2a_{11}^2},$$

$$A_4 = (\rho_4 - \frac{\beta_1}{2a_{22}})e^{2a_{22}(t-t_2)} + \frac{\beta_1}{2a_{22}},$$

$$A_5 = (\rho_5 - \frac{\beta_2}{2a_{11}})e^{2a_{11}(t-t_2)} + \frac{\beta_2}{2a_{11}}.$$

Зная коэффициенты $A_i, i = \overline{1,5}$ и учитывая, что

$$\frac{\partial V}{\partial x_1} = A_1 a_{11} + 2A_3 a_{11}(x_{50} - x_5)(a_{11}x_1 + a_{13}x_2) +$$
$$+ 2A_5 a_{11}(x_{50} - x_5)^2(a_{11}x_1 + a_{13}x_2),$$
$$\frac{\partial V}{\partial x_2} = A_2 a_{22} + 2A_4 a_{22}(a_{22}x_2 + a_{24}x_4),$$

с помощью соотношений (3), (4) можно рассчитать оптимальные значения амплитуды U_1 и частоты ϖ, а также значения функционала обобщенной работы (2).

Вычислительные эксперименты с приведенной задачей показали, что для выделения лучшего набора коэффициентов B_ρ рационально использовать генетические алгоритмы [6, 7], которые хотя и не гарантируют нахождение глобального экстремума в пространстве возможных наборов коэффициентов, однако позволяют получить наборы коэффициентов B_ρ, обеспечивающие практически качественные переходные процессы электропривода.

Таким образом, впервые показано, что задача оптимизации динамических процессов с помощью метода аналитического конструирования регуляторов по критерию обобщенной работы в условиях ограничений затрат на поиск лучших решений может быть сформулировано в рамках теории равновесий как конфликт при несовпадающих интересах участвующих сторон. Получены и проанализированы различные типы возможных решений задачи. Предложен алгоритм поиска оптимальных наборов коэффициентов синтезируемых регуляторов.

Библиографический список

10. Эволюционные методы компьютерного моделирования / Верлань А.Ф.,` Дмитриенко В.Д., Корсунов Н.И., Шорох В.А. – Киев: Наукова думка, 1992. – 256 с.

11. Даниленко А.Ф., Дмитриенко В.Д., Заполовский Н.И. Математические модели оптимальных систем управления тяговым асинхронным приводом тепловозов// Электронное моделирование. 1991. – Т. 13, № 2. – с. 40-44.

12. Красовский А.А., Буков В.Н., Шендрик В.С. Универсальные алгоритмы оптимального управления непрерывными процессами. - М.: Наука, 1977. 272 с.

13. Красовский А.А. Системы автоматического управления полетом и их аналитическое конструирование. - М.: Наука, 1973. 451 с.

14. Смольяков Э.Р. Равновесные модели при несовпадающих интересах участников. - М.: Наука, 1986. 223 с.

15. Батищев Д.И. Генетические алгоритмы решения экстремальных задач – Нижний Новгород, 1965. 63 с.

16. В.И., Ильясов Б.Г. Интеллектуальные системы управления с использованием генетических алгоритмов // Приложение к журналу «Информационные технологии», № 12, 2000. – 24 с.

УДК 004.89

КИБЕРНЕТИКА И СОЗНАНИЕ. ПРОБЛЕМА ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА

Н.В. Кандаурова, Т.В. Киселева

В последние годы интерес к вопросам искусственного интеллекта необычайно высок. Искусственный интеллект является сейчас «горячей точкой» научных исследований. В этой точке, как в фокусе, сконцентрированы наибольшие усилия кибернетиков, лингвистов, психологов, философов, математиков и инженеров. Именно здесь формируется новый взгляд на роль тех или иных научных результатов и возникает то, что можно было бы назвать философским осмыслением этих результатов.

В понятие «искусственный интеллект» вкладывается различный смысл - от признания интеллекта у ЭВМ, решающих логические или даже любые вычислительные задачи, до отнесения к интеллектуальным лишь тех систем, которые решают весь комплекс задач, осуществляемых человеком, или еще более широкую их совокупность.

Теория искусственного интеллекта при решении многих задач сталкивается с гносеологическими проблемами.

Одна из таких проблем состоит в выяснении вопроса, доказуема ли теоретически (математически) возможность или невозможность искусственного интеллекта. На этот счет существуют две точки зрения. Одни считают математически доказанным, что ЭВМ в принципе может выполнить любую функцию, осуществляемую естественным интеллектом. Другие полагают в такой же мере доказанным математически, что есть проблемы, решаемые человеческим интеллектом, которые принципиально недоступны ЭВМ. Эти взгляды высказываются как кибернетиками, так и философами.

Гносеологический анализ проблемы искусственного интеллекта вскрывает роль таких познавательных орудий, как категории, специфическая семиотическая система, логические структуры, ранее накопленное знание. Они обнаруживаются не посредством