2. Клаус “Кибернетика и философия”, М.: Иностранная литература, 1993.
3. Нильсон Н Д. Искусственный интеллект. Методы поиска решений. – М.. Мир. 2003.

УДК 517 977.52

ОПТИМАЛЬНЫЕ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ СТРАТЕГИИ СОЗДАНИЯ НАКОПИТЕЛЬНЫХ ФОНДОВ

М.Ф. Тубольцев

Введение

В настоящее время существуют многочисленные способы финансирования инвестиционных проектов. Целый ряд из них (долгосрочные кредиты и займы, лизинг, облигации) являются достаточно хорошо проработанными в теоретическом плане, широко распространены на практике. Некоторые же используются сравнительно мало и их теоретическое рассмотрение нельзя считать полным. К числу таких финансовых инструментов относятся накопительные фонды. Однако, на современном этапе, когда ощущается определенный недостаток финансирования инвестиционных проектов, когда муниципальные образования испытывают трудности консолидирования средств из собственных источников, именно накопительные фонды могут стать надежным инструментом консолидации средств и балансировки бюджетных нагрузок. Накопительные фонды могут формироваться из «маломощных» постоянных источников, таких как торговые сборы и платежи.

Сравнительно не частое использование на практике накопительных фондов можно отчасти объяснить естественным желанием или настоятельной потребностью получить необходимые для инвестиций средства как можно быстрее (в надежде столь же быстро получить отдачу от вложенных средств). Долгосрочный кредит или лизинг, например, решают проблему быстрого привлечения значительных по объему средств; но при этом создается не менее значительная бюджетная нагрузка по обслуживанию созданных вследствие этого финансовых обязательств. И если не все вопросы привлечения и возврата средств были всесторонне и обстоятельно проработаны; то вполне может потребоваться заимствование средств уже для обслуживания первоначальных финансовых обязательств. Опыт обслуживания подобных финансовых обязательств (особенно внешних) показывает, что этот «рекурсивный» процесс не только может быть значительно более длительным, чем первоначально предполагалось, но и более дорогостоящим, значительно снижая эффективность инвестиционного проекта в целом. Подобный связанный со значительными рисками подход не всегда приводит к успеху, а часто просто недопустим, например, в практике муниципальных органов власти. Важным является то, что любые формы заимствования средств создают риски; и, следовательно, в первую очередь нужно избегать нерациональных заимствований. В таком случае альтернативу можно найти только в более рациональном использовании собственных источников средств.

Безусловно, использование накопительных фондов не дает решения всех проблем инвестирования. Но при более внимательном взгляде на этот финансовый инструмент становятся очевидными многие его преимущества перед прямыми финансовыми заимствованиями. Такие как практически полное отсутствие рисков, возможность произвольного сочетания активного (с вложением средств) и пассивного (только за счет капитализации процентов) режимов накопления, способность эффективно агрегировать и консолидировать средства из «маломощных» постоянных источников.

Раскрытию потенциала накопительных фондов в немалой степени мешает недостаточная теоретическая проработка ряда важных в практическом плане задач. Без их решения трудно рассчитывать на то, что удастся реализовать в полной мере возможности, предоставляемые этим финансовым инструментом. К числу таких задач следует отнести задачу оптимального планирования, которая даже при формировании только одного фонда не является тривиальной. Необходимость создания одновременно сразу нескольких накопительных фондов, смена режимов активного и пассивного накопления, ограничения на интенсивность источников финансирования и сроки исполнения еще более усложняют задачу. Критерии оптимальности также весьма разнообразны.

В такой ситуации получение значимых в теоретическом и практическом плане результатов невозможно без привлечения апробированных в естественнонаучных и технических областях методов моделирования и оптимизации. При этом в первую очередь необходимо определиться в выборе типа модели; и здесь сам характер задачи (постоянные, неинтенсивные источники финансирования) определяет выбор в пользу непрерывной модели. Для таких моделей в технических областях существует и доказала свою эффективность теория оптимальных процессов, основанная на принципе максимума ([1]). Многочисленные положительные результаты ([2]) применения принципа максимума в технических областях дают основания надеяться на успешное применение этой методики и при разработке оптимальных стратегий создания накопительных фондов. Дальнейшее изложение призвано подтвердить эти первоначальные предположения.

Теоретический анализ

Прежде всего, уточним и конкретизируем постановку задачи формирования накопительных фондов и сформулируем критерии оптимальности процесса накопления. Будем предполагать, что накопительные фонды создаются на специальных счетах в нескольких банках и, следовательно, процентные ставки могут быть разные. (В дальнейшем предполагается, что они разные, т.к. в случае равенства процентных ставок все допустимые управления – оптимальны.) Все финансирование осуществляется из одного постоянного источника (это не ограничивает общность рассмотрения); формирование фондов осуществляется на одном периоде параллельно. Пусть функция времени $x_i(t)$, $i=1,2,\ldots n$, представляет собой размер фонда с номером i в момент времени t, а общее число фондов n. В начальный момент времени $t_н$, когда фонды только начинают создаваться, их размеры равны 0; а к некоторому моменту времени $t_к$ все фонды должны иметь фиксированные заранее заданные размеры $S_i>0$. Предположим также, что в течение всего периода формирования накопительных фондов сохраняется относительная макро и микроэкономическая стабильность, позволяющая считать источник финансирования и процентные ставки r_i постоянными. Обозначим интенсивность финансовых вложений в фонд с номером i в момент времени t как $u_i(t)$, а интенсивность источника финансирования через U. Математическая модель создания накопительных фондов задается следующей системой обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\dot{x}(t) = p_i x_i(t) + u_i(t), \qquad (1)$$

где точкой обозначен оператор дифференцирования по времени, а $p_i=\ln(1+r_i)$. Должны выполняться также следующие ограничения: $u_i(t) \geq 0$ и $\sum u_i(t) \leq U$ и начальные условия: $x_i(t_н)=0$, $x_i(t_к)= S_i$. Выбор целевой функции далеко не однозначен и должен отражать различные аспекты формирования накопительных фондов. В контексте рассматриваемой проблемы создания источников инвестирования, естественно, прежде всего, рассмотреть задачу быстродействия, т.е. – скорейшего накопления; поскольку именно при таком выборе целевой функции наиболее полно раскрывается потенциал накопительных фондов, как альтернатива заимствованиям. В этом случае целевая функция определяется следующим образом: $Z=t_к-t_н$ и должно выполняться условие: $Z\to\min$. Так сформулированная задача является линейной задачей быстродействия и решение ее при достаточно общих условиях существует и единственно ([3]).

Применение принципа максимума позволяет дать эффективное решение рассматриваемой оптимизационной задачи. Поскольку решается задача быстродействия, то гамильтониан будет иметь следующий вид:

$$H(x,y,u)=\sum_{i=1}^{n}y_i(p_ix_i+u_i)-1\quad, \tag{2}$$

где $y=(y_1,y_2,\ldots y_n)$ – вектор решений сопряженной системы уравнений:

$$\dot{y}_i(t)=-p_iy_i(t). \tag{3}$$

Система (3) имеет очевидные решения

$$y_i(t)=C_ie^{-p_i(t-t_н)}. \tag{4}$$

Пусть x* и u* решения оптимальной задачи, тогда согласно принципу максимума:

$$H(x^*,y,u^*)=\max H(x^*,y,u), 0\le u\le U \tag{5}$$

и после несложных преобразований получаем:

$$\sum_{i=1}^{n}y_i(t)u_i{}^*(t)=U\max y_i(t), \tag{6}$$

где $t_н\le t\le t_к$. Уравнение (6) позволяет определить оптимальное управление $u_i(t)$, которое является кусочно-постоянной функцией: равной U на некотором интервале, принадлежащем $(t_н,t_к)$ и 0 в остальных точках.

Это следует из того, что функции вида (4) на интервале $(t_н,t_к)$ монотонно убывают и либо мажорируют одна другую, либо их графики пересекаются в единственной точке. В случае мажорирования, функция управления $u_i(t)$ тождественно равна 0, что согласно формуле для решения уравнения (1):

$$x_i(t)=\int_{t_н}^{t}\exp(p_i(t-\tau))u_i(\tau)d\tau, \tag{7}$$

дает $x_i(t)\equiv0$, а это противоречит условиям задачи ($x_i(t_к)=S_i>0$). Таким образом, функции $y_i(t)$ должны быть определены так, чтобы ни одна не мажорировала другую на интервале $(t_н,t_к)$. Условие пересечения графиков двух функций $y_i(t)$ и $y_j(t)$ вида (4) при $t>t_н$ эквивалентно следующему: если $p_i>p_j$, то $C_i>C_j$. Произведем (если это необходимо) переиндексирование так, чтобы выполнялись неравенства: $p_1>p_2>\ldots>p_n$. Пусть выполняются неравенства $t_н=t_0<t_1<t_2<\ldots<t_n=t_к$; и $R_i=t_i-t_н$, $T_i=t_i-t_{i-1}$. Если положить $C_1=1$, а для остальных $i>1$

$$C_i = \exp(\sum_{k=2}^{i}(p_k - p_{k-1})R_{k-1}), \qquad \textbf{(8)}$$

то графики функций $y_i(t)$ и $y_{i+1}(t)$ последовательно пересекаются в моменты времени t_1, t_2, t_{n-1}. Тем самым, полностью определены как оптимальное управление $u_i(t)$:

$$u_i(t) = \begin{cases} U, t \in (t_{i-1}, t_i) \\ 0, t \notin (t_{i-1}, t_i) \end{cases}, \qquad (9)$$

так и оптимальное решение:

$$x_i(t) = \begin{cases} 0, t < t_{i-1} \\ \dfrac{U}{p_i}[e^{p_i(t-t_{i-1})} - 1], t_{i-1} \le t < t_i \\ \dfrac{U}{p_i} e^{p_i(t-t_i)}[e^{p_i T_i} - 1], t_i \le t \le t_n \end{cases}. \qquad (10)$$

Формула (10) решает задачу оптимального планирования накопительных фондов при условии несовпадения процентных ставок. Если процентные ставки равны, то $x(t)=x_1(t)+x_2(t)+\ldots+ x_n(t)$ удовлетворяет уравнению:

$$\dot{x}(t) = px(t) + U, \qquad (11)$$

поэтому любое управление является допустимым и оптимальным. А само $x(t)$ находится по формуле:

$$x(t) = \frac{U}{p}[e^{p(t-t_н)} - 1]. \qquad (12)$$

Методика

Применение к задаче скорейшего накопления принципа максимума позволяет получить эффективный алгоритм решения задачи оптимизации. Он основан на следующем результате. Целевая функция в задаче скорейшего накопления достигает своего минимума в том случае, если процесс накопления организован следующим образом:

1. Формирование всех фондов должно завершиться одновременно;
2. Для каждого фонда существует начальный этап с режимом активного накопления, когда на банковский счет поступают средства из источника финансирования;
3. В каждый момент времени в активном режиме накопления находится только один фонд и источник финансирования используется максимально, т.е. $u_i(t)$ = U только для одного i, а для остальных $u_i(t)=0$;

4. Порядок активного формирования фондов определяется порядком убывания процентных ставок r_i, т.е. первым формируется фонд с наибольшей процентной ставкой r_i и т.д.;

5. Начальный этап сменяет период пассивного накопления, когда рост происходит только вследствие капитализации процентов;

6. В последнюю очередь формируется фонд с наименьшей процентной ставкой r_i и он имеет только период активного накопления.

Результаты

Приведенные условия оптимальности процесса накопления являются необходимыми и достаточными ([4], с.115) и однозначно определяют оптимальную стратегию формирования накопительных фондов. Существенным с практической точки зрения является тот факт, что для расчетов параметров оптимального процесса (прежде всего моментов переключения режимов) не требуется использовать каких-либо сложных приближенных методов, поскольку решение уравнений (1) может быть найдено в явном виде и выражено через элементарные функции. Сам алгоритм расчетов состоит в последовательном выполнении следующих шагов:

1. Накопительные фонды располагаются в порядке убывания процентных ставок r_i и если надо нумеруются заново, т.е. $r_1 > r_2 > \ldots > r_n$;
2. Выбирается последний накопительный фонд и для него производится расчет длительности активного периода T_n (пассивного режима для него нет);
3. Размер предпоследнего фонда S_{n-1} дисконтируется на периоде времени T_n по процентной ставке r_{n-1};
4. Рассчитывается длительность активного периода T_{n-1};
5. Размер фонда S_{n-2} дисконтируется на периоде времени $T_{n-1} + T_n$ по процентной ставке r_{n-2};
6. Рассчитывается длительность активного периода T_{n-2} и так продолжается до номера 1;
7. Рассчитывается общая длительность накопительного периода T по формуле $T=T_1+T_2+\ldots+T_n$.

Очевидно, что главным в расчетах является определение длительности активного периода для каждого из фондов. Моменты переключения вычисляются прибавлением к моменту начала формирования фондов последовательно периодов времени $T_1,T_2,\ldots,T_n$. Если ввести обозначения S^D_i для дисконтированных размеров фондов с номером i на периодах длиной $T_n+T_{n-1}+\ldots+T_{n-i+1}$ то

$$T_i = \frac{1}{p_i}\ln\left(1+\frac{S^D{}_i p_i}{U}\right), \qquad (2)$$

где $p_i=\ln(1 + r_i)$. Таким образом алгоритм расчетов определен полностью и построение оптимальной стратегии не вызывает затруднений.

Экспериментальная часть

Проиллюстрируем сказанное примером вычислений на основе данного алгоритма. Пусть требуется создать два фонда размером 1,5 млн.р. и 1 млн.р. соответственно. На финансирование процесса формирования фондов можно выделить ежедневно максимум 10 тыс.р. На средства фондов начисляются проценты из расчета 20% и 25% годовых. Тогда при оптимальном планировании создание фондов завершится через 230 дней. Если же выбрать некоторую иную стратегию, например, вкладывать средства источника финансирования пропорционально размерам фондов, т.е. по 6 тыс.р. и 4 тыс.р.

соответственно; то первый фонд будет сформирован за 242 дня (для создания второго потребуется 216 дней). Разница в сроках накопления (менее 2-х недель) в данном примере невелика, но в условиях длительного накопления (в течение нескольких лет), может значительно возрасти.

Библиографический список

1. Л.С.Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф.Мищенко. Математическая теория оптимальных процессов.-4-е изд.-М.: «Наука»,1983.-392 с.
2. Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Понтрягин Л С. К теории оптимальных процессов, ДАН СССР, 110, №1 (1956), стр.7-10.
3. Гамкрелидзе Р.В. Теория оптимальных по быстродействию процессов в линейных системах, Изв. АН СССР, серия матем., 22, №4 (1958), стр.449-474.
4. Б.А. Лагоша. Оптимальное управление в экономике. М.: «Финансы и статистика», 2003.

УДК 004.9

ТЕЛЕМЕДИЦИНСКАЯ СИСТЕМА ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ИСХОДОВ СИНДРОМА ФИБРИЛЛЯЦИИ ПРЕДСЕРДИЙ

Ф. А. Пятакович, С. Л. Дударева, А.С. Солдаткин

Введение

Любая задача прогнозирования должна быть обусловлена внутренней сложностью проблемы и ее социальной значимостью [А.В.Миролюбов,1995].

Как известно синдром фибрилляции предсердий или мерцательной аритмии (МА) представляет серьезную финансовую проблему для органов здравоохранения [Д.Ф. Егоров, 1997], поскольку встречается у 0,4% людей во взрослой популяции [А.А. Обухова, О.А. Бабанина, Г.Н. Зубеева, 1986].

Появление в течение основного заболевания фибрилляции предсердий отрицательно сказывается на параметрах качества жизни больных, уменьшается переносимость физической нагрузки, возникает сердечная недостаточность, при МА у больных в 5-7 раз чаще наблюдаются инсульты мозга. По данным института мозга во Франции, 50% инсультов мозга возникают вследствие кардиоэмболии, при этом в 40% случаев имеется постоянная или пароксизмальная мерцательная аритмия, 30% таких больных умерли в течение последующих 6 мес [G. Runcural, 1994].

Лечение мерцательной аритмии проводится с учетом электрофизиологических характеристик механизмов ее развития на основе классификации "Сицилианский гамбит". Принципы медикаментозной терапии содержатся в последних рекомендациях Европейского кардиологического общества [ЕКО1999].

В терапии мерцательной аритмии используют медикаментозные приемы коррекции ритма сердца, электроимпульсную терапию (ЭИТ) и хирургические методы лечения синдрома МА, связанные с прерыванием «порочного круга» проведения возбуждения [А.В. Недоступ, 1997].

Для каждого из способов восстановления синусового ритма необходим прогноз возможности восстановления и сохранения синусового ритма на протяжении не менее чем шести последующих месяцев. Для реализации этих двух задач необходим прогноз полезности восстановления синусового ритма над риском эмболических осложнений и возможных рецидивов мерцания.

Решение проблемы полезности восстановления синусового ритма основанное на общеклинических критериях исследования относится к трудоемким и субъективным