УДК 62-40

МЕТОД ОБРАБОТКИ ЭКСПЕРТНЫХ СУЖДЕНИЙ ПРИ ПАРНЫХ СРАВНЕНИЯХ*

Е. Г. Жиляков, Н. П. Путивцева

Предложен вариационный метод обработки результатов парных качественных сравнений исследуемых объектов с целью определения их относительных важностей в виде положительных весов без априорной разработки шкал суждений. В основе метода используется интерпретация элементов матриц парных сравнений в виде функций искомых весов.

ВВЕДЕНИЕ

Принятие решений в задачах управления часто приводит к необходимости упорядочения по степени важности объектов (альтернатив) из заданного конечного множества A_i ,i=1,...,N. При этом во многих случаях целесообразно вычислять их относительные важности (ОВ) в виде соответствующих положительных весов

$$w_i > 0, i = 1,..., N, \tag{1}$$

на которые могут быть наложены и другие ограничения, определяющие множество допустимых векторов

$$\overline{w} = (w_1,..., w_N)' \in W, \tag{2}$$

где штрих означает транспонирование.

Если отсутствует возможность достоверных физических измерений сопоставляемых характеристик объектов, то проблема определения их ОВ относится к классу слабоструктурированных [1,2,3], и при ее решении можно воспользоваться лишь качественными оценками типа “меньше”, “сравнимо”, “больше”, “еще больше” и т.п. Во многих случаях для формирования этих оценок привлекаются эксперты из числа компетентных специалистов [4,5].

Для решения слабоструктурированных проблем сравнения объектов на основе качественных оценок разработаны различные методы [1-5]. Следует отметить, что существующий подход к определению ОВ подвергается критике вплоть до отрицания возможности его использования вообще [3].

Вместе с тем необходимость не только ранжирования объектов по их предпочтительности (важности), но и определения весов, которые отражают степени предпочтительности (ОВ), возникают достаточно часто, особенно при рассмотрении иерархических проблем принятия решения по выбору наилучшей альтернативы [1,2].

Поэтому совершенствование методов определения весов сравниваемых объектов на основе качественных оценок представляются актуальной задачей.

Основным этапом известных [1,2] процедур определения ОВ является проведение парных сравнений, когда для каждой пары объектов (A_i,A_j) выносится суждение о степени превосходства/проигрыша одного из них перед другим.

Результаты всех сравнений принято представлять в виде так называемых матриц парных сравнений (МПС) C = {C_{ij}}, элементы которых C_{ij} должны в количественной форме выражать силы превосходств/проигрышей A_i перед A_j, i,j=1,...,N.

Для придания элементам МПС конкретных числовых значений предварительно разрабатываются шкалы вербальных экспертных суждений {S_m} с градациями S_m и

* Работа финансировалась в рамках гранта Белгородского государственного университета.

соответствующих количественных выражений (числовых градаций их силы) $\{x_m\}$, где x_m – вещественные числа, $m=0,\dots, M$. Здесь и в дальнейшем предполагается что количество используемых суждений $M+1$ является конечным, причем в настоящее время оно заранее фиксируется.

После формирования этих шкал заполнение МПС осуществляется согласно правилу

$$C_{ij} = x_k, \tag{3}$$

если при сравнении объекта A_i с A_j высказано суждение S_k.

Важным моментом как для формирования шкал, так и для дальнейшей обработки МПС является априорный выбор интерпретации элементов МПС в терминах весов объектов. В общем случае эта интерпретация описывается с помощью функциональных зависимостей от искомого вектора весов

$$C_{ij} \sim f_{ij}(\vec{w}), \tag{4}$$

где f_{ij} – некоторые функции, а символ ~ означает соответствие, так как для реальных МПС не обязательно имеет место точное равенство.

Достаточно часто используются представления [1,2]

$$f_{ij}(\vec{w}) = w_i - w_j, \tag{5}$$

$$f_{ij}(\vec{w}) = w_i / w_j, \tag{6}$$

В дальнейшем МПС, элементы которых при некотором допустимом векторе $\vec{w} \in W$ в точности описываются правой частью (4) при заданных функциях f_{ij}, называются МПС идеальной структуры, или просто идеальными МПС. Для них используется специальное обозначение

$$F(\vec{w}) = \{f_{ij}(\vec{w})\}, \quad i,j = 1,\dots,N. \tag{7}$$

Функции f_{ij} будем называть структурными функциями.

Выбранная априори идеальная структура МПС и очевидная симметрия относительно перестановок сравниваемых двух объектов порождает общие соотношения, которым должны удовлетворять элементы реальных МПС. Совокупность этих соотношений принято называть калибровкой [1] . В частности, для представлений (5) и (6) имеют место соответственно кососимметричная и степенная калибровки [1]

$$c_{ij} + c_{ji} = 0, \quad i,j = 1,\dots,N. \tag{8}$$

$$c_{ij} \cdot c_{ji} = 1, \quad c_{ij} > 0, \quad i,j = 1,\dots,N. \tag{9}$$

В общем случае структуры реальных МПС, сформированных согласно правилу (3), будут отличаться от идеальных, в том смысле, что ни при каких $\vec{w} \in W$ не будет наблюдаться полная совокупность N^2 равенств левых и правых частей (4).

Основными причинами этого служат как ошибки эксперта в выборе вербальных суждений, так и априорная фиксация числовых градаций их силы.

Вместе с тем, именно выбранный априори вид идеальной структуры МПС служит основой для разработки вычислительных алгоритмов решения обратной задачи определения ОВ сравниваемых объектов [1,2], что представляется вполне логичным и не вызывает принципиальных возражений.

Главный недостаток описанной процедуры определения ОВ заключается в том, что выбираемые априори числовые градации силы соответственных вербальных экспертных суждений не имеет достаточно строгого логического обоснования [3].

Следствием априорного задания количества градаций шкалы экспертных суждений является потеря транзитивности. Например, для структурных функций вида (6) транзитивность означает выполнение условия: если имеют место $C_{ij} = x_k$, $C_{jk} = x_m$, то $C_{ir} = x_p = x_k x_m$. Вместе с тем, при фиксации значения М такое не всегда возможно. Это также можно считать недостатком сложившейся практики реализации метода парных сравнений.

Перечисленные и некоторые другие обстоятельства существенно снижают доверие к результатам вычисления ОВ на основе экспертных оценок, а поэтому не всегда представляются достоверными основанные на них выводы об уровне предпочтительности одних объектов перед другими, что затрудняет принятие соответствующих решений.

В качестве примеров, демонстрирующих существенность влияния выбранной шкалы $\{x_m\}$ на результаты вычисления ОВ при одних и тех же вербальных суждениях экспертов, можно указать данные таблиц 3.3а, 3.4а и 3.5а работы [2].

Целью данной работы является разработка для структурных функций вида (5) и (6) такого подхода к обработке вербальных экспертных суждений, использование которого не требует априорного формирования шкалы числовых градаций их силы.

Показано, что эти градации и веса сравниваемых объектов могут быть вычислены на основе априорного задания вида идеальной структуры МПС и некоторых дополнительных предположений.

Для иллюстрации работоспособности разработанных алгоритмов проведены вычислительные эксперименты с уже упоминавшимися данными работы [2].

Разработанный в статье подход к определению ОВ является адаптивным в том смысле, что числовые градации силы вербальных суждений вычисляются заново для каждого конкретного эксперта и каждых конкретных случаев проведения парных сравнений.

1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ И МОДЕЛИ АДАПТАЦИИ

Задача заключается в разработке такой процедуры проведения парных сравнений и обработки их результатов, которая позволяет адекватно отображать качественные оценки эксперта о степенях превосходств/проигрышей одних объектов перед другими в виде положительных вещественных чисел, называемых ОВ. При этом следует минимизировать влияние используемых априорных предположений, в том числе математических моделей, на основе которых строятся вычислительные алгоритмы.

В связи с этим представляется нецелесообразным и априорное формирование шкал вербальных суждений в виде явных формулировок их градаций. Поэтому предлагается в процессе парных сравнений сообщать только номера 0,1,..., М используемых суждений так, что больший номер соответствует суждению, которое выражает большую силу превосходства.

Здесь и в дальнейшем М – наибольший из номеров использованных суждений, который заранее не фиксируется. Поэтому свойство транзитивности выводов может быть выполнено всегда (см.выше). Суждение с нулевым номером выражает факт неразличимости сравниваемых объектов и всегда используется, так как любой объект тождественен самому себе.

Ввиду дискретности пространства качественных оценок, возможно использование одного и того же суждения при сравнении объектов в различных парах. Поэтому в общем случае будут иметь место равенства

$$0=i_0 < i_1 < \ldots < i_J = M, \qquad (10)$$

где i_k – номера использованных суждений, а J+1 – их количество;

$$i_k \in \{1, \ldots, M\};\ k=1, \ldots, J; \qquad (11)$$

$$J \le M.$$

С другой стороны, всегда учитывается симметрия относительно перестановок объектов в парах. Следовательно, будет выполняться неравенство

$$J \le N(N-1)/2. \qquad (12)$$

Пусть $B = \{b_{ij}\}$; $i,j = 1, \ldots, M$ – матрица, элементы которой заполняются согласно следующему правилу.

Если признано, что объект A_i превосходит A_j и сила превосходства выражается k-тым по порядку суждением, то

$$b_{ij} = k, \tag{13}$$

и

$$b_{ij} = -k, \tag{14}$$

когда наоборот объект A_j в той же степени превосходит A_i, причем

$$b_{ii} = 0,\ i=1,\ldots M. \tag{15}$$

В дальнейшем условие

$$(i,j) \in B_k,\ i \neq j \tag{16}$$

означает, что выполняется (13), B_k – множество таких пар индексов и I_k – его мощность, $k = 0, 1,\ldots, M$. Легко показать справедливость равенства

$$L = \sum_{k=1}^{M} I_k = N(N-1)/2\,. \tag{17}$$

Очевидно, что распределение номеров суждений (рангов) по элементам матрицы B и есть в общем случае та апостериорная информация, которую можно использовать для вычисления весов объектов. В дополнение к этой информации следует сформировать некоторые положения и принципы, которые позволяют построить математические модели и порождаемые ими вычислительные алгоритмы.

Основное положение заключается в том, что экспертное суждение с номером $k \in \{0,1, \ldots, M\}$ отображает значения структурных функций $f_{ij}(\vec{v})$, пары индексов которых удовлетворяют условию (16). Неизвестный аргумент $\vec{v} \in W$ подлежит оцениванию по результатам парных сравнений.

Пусть $\vec{x}$ – вектор неизвестных числовых градаций силы использованных суждений

$$\vec{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_M)' \in X\,, \tag{18}$$

где в соответствии с иерархией силы выраженных суждениями превосходств множество X допустимых векторов должно удовлетворять условию

$$f_{ii}(\vec{w}) = x_0 < x_1 < x_2 < \ldots < x_M\,. \tag{19}$$

Здесь и в дальнейшем $f_{ij}(\vec{w})$ либо описывается соотношением (5), либо имеет вид (6).Кроме того на множество X могут быть наложены и другие ограничения.

Очевидно, что реальную МПС можно представить в виде матрицы функции

$$C = C(\vec{x})\,, \tag{20}$$

если учесть, что при выполнении условия (16) должны иметь место равенства

$$\begin{aligned} C_{ij} &= x_k\,, \\ C_{ji} &= \Theta_f[x_k], \end{aligned} \tag{21}$$

причем

$$C_{ii} = x_0\,,\ i.j = 1,\ldots,N\,. \tag{22}$$

Здесь и в дальнейшем индекс f означает, что отмеченные им операции (операторы) определяются видом структурной функции, Θ_f – функция, описывающая калибровку.

Представляется естественным парное сравнение назвать идеальным, если найдутся два вектора $\vec{v} \in W$ *и* $\vec{y} \in X$, для которых выполняется

$$C(\vec{y}) - F(\vec{v}) = 0\,, \tag{23}$$

то есть достигается точное равенство соответствующих элементов реальной и идеальной МПС.

В общем случае сравнения не будут идеальными. Вместе с тем, в основу вычислительной процедуры решения обратной задачи целесообразно положить принцип минимизации различий в элементах матриц C и F. Математическим выражением такого подхода служит требование минимизации некоторого функционала близости левой части (23) к нулю

$$S[C(\vec{x}), F(\vec{w})] = \sum_{i,j=1}^{N} \rho_f[C_{ij}(\vec{x}), f_{ij}(\vec{w})] \to \min, \vec{w} \in W, \tag{24}$$

где ρ_f – некоторая неотрицательная функция

$$\rho_f(a, b) \geq 0, \tag{25}$$

причем равенство нулю достигается только при выполнении условия

$$a = b. \tag{26}$$

Очевидно, что правая часть функционала (24) может служить мерой близости идеальной и реальной МПС.

Для структурных функций вида (5) естественно использовать принцип наименьших квадратов, когда функционал имеет вид

$$S_0 = \sum_{i,j=1}^{N} [C_{ij} - w_i + w_j]^2. \tag{27}$$

Минимизация (27) дает следующее представление для оценок ОВ объектов

$$v_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} C_{ij} + A, \tag{28}$$

где А – некоторая постоянная, для определения которой необходимо привлекать дополнительные соображения, например условие положительности всех v_i, то есть

$$A + \min_{1 \leq i \leq N} v_i > 0. \tag{29}$$

В случае структурных функций (6) можно использовать функционал

$$S_1 = \sum_{i,j=1}^{N} C_{ij}\, w_i / w_j, \tag{30}$$

который, ввиду (9), достигает глобального минимума $S_1 = N^2$ только в случае идеальных сравнений.

Покажем, что в общем случае минимум правой части достигается на собственном векторе реальной МПС, соответствующем максимальному собственному числу.

В самом деле, используя неравенство между средними арифметическим и геометрическим и неравенство Буняковского-Коши, можно получить

$$N \left(\prod_{i=1}^{N} \mu_i \right)^{1/N} \leq \sum_{i=1}^{N} \mu_i \leq \sqrt{N \sum_{i=1}^{N} \mu^2{}_i}, \tag{31}$$

$$\mu_i = \frac{1}{w_i} \sum_{j=1}^{N} C_{ij} \cdot w_j.$$

Знаки равенств в правой и левой частях (31) достигаются одновременно, когда все μ_i равны, то есть имеет место

$$\mu_i = \lambda.$$

Но таким свойством обладает [6] единственный положительный вектор, который является собственным вектором С, соответствующим максимальному собственному числу λ, то есть согласно (32) уравнение для оценок ОВ принимает вид

$$\lambda v_i = \sum_{j=1}^{N} C_{ij} \cdot v_j, i = 1, \ldots M. \tag{32}$$

Применение неравенства между средними геометрическим и арифметическим позволяет также упростить доказательство неравенства

$$N \leq \lambda, \tag{33}$$

для чего в работе [1] использован достаточно громоздкий путь, основанный на теории возмущений собственных значений.

Действительно, соотношение (32) дает неравенство

$$N\left(\frac{1}{v_i}\prod_{j=1}^{N} v_j \cdot \prod_{j=1}^{N} C_{ij}\right)^{1/N} \le \lambda, .$$

подстановка которого в левую часть (31) с учетом калибровки (9) позволяет получить

$$N^2 \le \lambda N, \qquad \textbf{(34)}$$

что очевидно соответствует (33).

Представляет интерес еще один подход. Так как функция $\ln^2 x$ является выпуклой, то, используя неравенство Йенсена [7], нетрудно на основе (30) получить другой функционал близости к идеальным сравнениям

$$\ln^2\left(\sum_{i,j=1}^{N} C_{ij} \, {}^{w_j}\!/_{w_i}\right) \le S_2 = \sum_{i,j=1}^{N} \ln^2\left(C_{ij} \cdot {}^{w_j}\!/_{w_i}\right). \qquad (35)$$

Минимизация правой части (35) по ОВ дает представление для их оптимальных в этом смысле оценок

$$v_i = \left(\prod_{j=1}^{N} C_{ij}\right)^{1/N}. \qquad (36)$$

Отметим, что оценки вида (36) и особенно (32) используются достаточно широко [1,2,8]. Вместе с тем полезно было выяснить смысл оптимальности этих оценок, который и демонстрируют функционалы (30) и (35).

В работе [2] значение λ из (32) используется для оценивания степени согласованности экспертных суждений. Подстановка (32) в (30) дает min S = Mλ, что, очевидно, может служить основанием для такого подхода, хотя построить в явной форме зависимость λ от элементов МПС в общем случае не удается.

Очевидным достоинством оценок вида (28) и (36) является их явная зависимость от элементов МПС, и, согласно (21), от неизвестного вектора числовых градаций экспертных суждений. Это позволяет использовать аналитические методы исследования их свойств. В частности, подстановка (28) и (36) в правые части (27) и (35) дает представления для относительных значений функционалов близостей

$$SR(\vec{x}) = S_0(\vec{x}) \Big/ \sum_{i,j=1}^{N} C_{ij}^{\,2}(\vec{x}) = 1 - 2\sum_{i=1}^{N}\left(\sum_{j=1}^{N} C_{ij}\right)^2 \Big/ N\sum_{i,j=1}^{N} C_{ij}^{\,2}, \qquad (37)$$

$$SP(\vec{x}) = S_2(\vec{x}) \Big/ \sum_{i,j=1}^{N} \ln^2 C_{ij}(\vec{x}) = 1 - 2\sum_{i=1}^{N}\left(\sum_{j=1}^{N} \ln C_{ij}\right)^2 \Big/ N\sum_{i,j=1}^{N} \ln^2 C_{ij}, \qquad (38)$$

где в соответствии с (21)

$$C_{ij} = C_{ij}(\vec{x}). \qquad (39)$$

Естественной основой вычисления вектора $\vec{x}$ представляется минимизация правых частей (37) или (38) при наличии некоторых ограничений на класс решений. Математическим выражением этого принципа служат соотношения

$$SR(\vec{y}) = \min SR(\vec{x}), \forall \vec{x} \in X, \qquad (40)$$

$$SP(\vec{y}) = \min SP(\vec{x}), \forall \vec{x} \in X, \qquad (41)$$

$$\vec{y} \in X \qquad (42)$$

Дополнительные ограничения должны содержать и нормирующие условия, так как при минимизации правых частей (37) или (38) решение $\hat{y}$ будет получено с точностью до произвольного множителя.

В отдельных случаях, исходя из тех или иных соображений, например на основе достоверных измерений, для некоторой пары индексов (m,n) эксперт может указать значение структурной функции, то есть правую часть соотношения

$$f_{mn} = f_0. \tag{43}$$

Естественно, что получаемое решение, то есть $F(\vec{v})$ в (23), должно удовлетворять этому условию, чем достигается адаптация к априорной информации указанного вида.

Ясно, что возможность задать точные значения некоторых структурных функций является скорее исключением, чем правилом. Поэтому необходимо предусмотреть и другие способы нормирования решений задач (40) или (41).

Легко понять, что структурные функции вида (5) являются размерными, так как сами ОВ могут измеряться в некоторых единицах.

Поэтому для решения задачи (40) представляется естественным положить

$$y_1 = 1, \tag{44}$$

имея в виду некоторую нормированную единицу размерности.

Случай нормирования для структурных функций вида (6) сложнее. Поэтому его целесообразно рассмотреть в общем контексте решения задачи (41).

2. О РЕШЕНИИ ВАРИАЦИОННЫХ ЗАДАЧ (40) и (41)

Детальный анализ математических аспектов решения задач (40) и (41) выходит за рамки данной работы. Вместе с тем можно предложить такие представления искомых переменных и ограничения на элементы множества X, которые позволяют упростить разработку соответствующих алгоритмов.

Для решения задач (40) и (41) с учетом условий (19) удобно воспользоваться представлениями соответственно либо

$$x_k = (\vec{p}, \vec{e}_k), \tag{45}$$

либо

$$\ln x_k = (\vec{p}, \vec{e}_k), \tag{46}$$

где

$$\vec{p} \in P_M = \{\vec{z} | z_i > 0, i = 1,...M\}, \tag{47}$$

$$\vec{e}_k = (1,...,1,0,...,0)', \tag{48}$$

символ $(.,.)$ – скалярное произведение векторов одинаковой размерности.

Векторы $\vec{e}_k$ имеют M компонент, из которых первые k равны единице, а остальные – нулю.

Очевидно, что при решении задач (40) и (41) контролировать выполнение условия (47) проще, чем условия в форме (19).

Имея в виду правило (21), нетрудно соответственно для структурных функций (5) и (6) получить представления элементов МПС

$$C_{ij} = (\vec{g}_{ij}, \vec{p}), \tag{49}$$

$$C_{ij} = \exp(\vec{g}_{ij}, \vec{p}), \tag{50}$$

где при выполнении условия

$$(i, j) \in B_{|k|}, k = 0, \pm 1, ..., \pm M,$$

имеет место

$$\vec{g}_{ij} = sign(b_{ij}) \vec{e}_{|k|}, \tag{51}$$

$$sign(z)=\begin{cases}1, z>0\\ 0, z=0\\ -1, z<0.\end{cases}$$

При этом представления (28) и (36) принимают соответственно вид

$$v_i = (\vec{g}_i, \vec{p}) + A; \tag{52}$$

$$v_i = \exp((\vec{g}_i, \vec{p})), \tag{53}$$

где

$$\vec{g}_i = \sum_{j=1}^{N} \vec{g}_{ij} / N.. \tag{54}$$

Очевидно, что требование (43) можно выполнить при соответствующем нормировании вектора $\vec{p}$.

Подстановка (49),(52) или (50) ,(53) соответственно в (37) или (38) приводит к одной и той же форме функционалов близостей к идеальным сравнениям

$$S(\vec{p}) = \vec{p}'(H-G)\vec{p}/\vec{p}'H\vec{p}, \tag{55}$$

где

$$H = \sum_{i\ j=1}^{N} \vec{g}_{ij}\vec{g}_{ij}'; \tag{56}$$

$$G = 2N\sum_{i=1}^{N} \vec{g}_i\vec{g}_i'. \tag{57}$$

Таким образом, задача сводится к поиску вектора $\vec{p}$ с положительными компонентами $(\vec{p} > 0)$, минимизирующего правую часть (55) .

В целях упрощения поиска решения этой вариационной задачи целесообразно кроме условия (47) на вектор $\vec{p}$ наложить и другие представляющиеся естественными ограничения. В том числе необходимо задать начальные приближения для итерационных вычислительных процедур.

Из представлений (45) и (46) следует, что решением задачи

$$x_M = \max \tag{58}$$

на множестве векторов

$$\sum_{i=1}^{M} p_i^2 = u^2 , \tag{59}$$

где u – фиксированное положительное число, является единственный вектор с одинаковыми компонентами

$$\vec{r} = u/\sqrt{M} * \vec{e}_M, \tag{60}$$

который можно использовать в качестве начального приближения для случая структурных функций вида(5). При этом в соответствии с равенством (44) должно выполняться $u = \sqrt{M}$.

Кроме того, представляется естественным для решений задач (40) и (41) потребовать выполнения дополнительных условий монотонности, либо

$$p_i \geq p_{i+1}.i = 1,..,M-1, \tag{61}$$

либо

$$p_i \le p_{i+1}, i = 1,..,M-1, \qquad (62)$$

которые адекватно отражают предположение о том, что отклонения от вектора вида (60) имеют систематическую составляющую.

Для окончательного нормирования искомого вектора в случае структурных функций (5) предлагается использовать условие

$$\sum_{k=2}^{M-1}(((k+1)/k-\exp(u*r_k)*((k+1)/k)^{(m-1)})^2=\min, \forall u>0, \qquad (63)$$

где r_k – компоненты вектора произвольной нормы, на котором функционал (55) достигает минимума при выполнении оговоренных выше условий.

Отношения вида $(k+1)/k$ позволяют перейти от рангов к вещественным числам, а весовая последовательность $((k+1)/k)^{(m-1)}$ отражает факт меньшего доверия к оценкам с большим рангом.

3. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Для иллюстрации работоспособности предложенной процедуры адаптации были проведены вычислительные эксперименты по обработке данных таблиц 3.3, 3.4 и 3.5 работы [2].

Ниже при вычислении оценок ОВ используются представления вида

$$\hat{w}_k = v_k \Big/ \sum_{i=1}^{N} v_i, \qquad (64)$$

где v_i подчиняются (36) и (50), а вектор $\vec{p}$ находится из минимизации правой части (55) с нормировкой, удовлетворяющей условию (63).

Как и в [2], близость получаемых оценок и исходных ОВ объектов w_k, определяется с помощью меры

$$\rho = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(w_k-\hat{w}_k)^2}. \qquad (65)$$

Результаты вычислительных экспериментов приводятся в таблицах 1,2 и 3, которые соответствуют таблицам 3.3, 3.4 и 3.5 в [2].

Для удобства сопоставлений в таблицах 1,2 и 3 приведены результаты вычислений ОВ Саати при использовании основной шкалы МАИ (номер 4 таблицы 3.2 [2]). Они имеют индекс `c`.

Таблица 1

	1	2	3	4	Мера близости
	0,608	0,219	0,111	0,062	
$\hat{w}$	0,601	0,215	0.108	0,077	ρ=0,009
	0,617	0,224	0,097	0,062	ρ_c=0,008

Таблица 2

	1	2	3	4	5	6	7	Мера близости
	0,413	0,225	0,043	0,069	0,055	0,104	0,092	
	0,426	0,218	0,018	0,060	0,060	0,123	0,095	ρ=0,014
	0,427	0,230	0,021	0,052	0,052	0,123	0,094	ρ_c=0,014

Таблица 3

	1	2	3	4	5	6	Мера близости
	0,279	0,381	0,045	0,132	0,177	0,019	
	0,260	0,396	0,026	0,134	0,161	0,023	ρ=0,013
	0,262	0,397	0,033	0,116	0,164	0,019	ρ_c=0,019

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформулированная во ВВЕДЕНИИ цель работы, очевидно, достигнута. Результаты вычислительных экспериментов свидетельствуют о работоспособности предложенного метода определения в количественном виде относительных важностей нескольких объектов (альтернатив) на основе проведения парных качественных сравнений без априорной разработки шкал экспертных суждений и количественных значений выражаемых ими степеней превосходств.

Библиографический список

1. Белкин, А. Р. Принятие решений: комбинаторные модели аппроксимации информации [Текст] / А Р. Белкин, М. Ш. Левин. – М. : Наука, 1990. – 142 с.
2. Саати, Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий [Текст] / Т. Саати. – М. : Радио и связь, 1993. – 315 с.
3. Ларичев, О. И. Качественные методы принятия решений [Текст] / О. И. Ларичев, Е. М. Мошкович. – М. : Наука, 1996. – 208 с.
4. Глотов, В. А. Экспертные методы получения информации и анализа [Текст] / В. А. Глотов, В. В. Павельев. – М. : Радио и связь, 1982. – 184 с.
5. Литвак, Б. Г. Экспертная информация: методы получения информации и анализа [Текст] / Б. Г. Литвак. – М. : Радио и связь, 1982. – 184 с.