Библиографический список

1. Гордон, Г. М. Пылеулавливание и очистка газов в цветной металлургии [Текст] / Г. М. Гордон, И. Л. Пейсахов. – М. : Металлургия, 1977. – 456 с.

2 Ужов, В. Н. Очистка промышленных газов от пыли [Текст] / В. Н. Ужов, А. Ю. Вальдберг, Б. И Мягков, И. К. Решидов. – М. : Химия, 1981. – 390 с.

3. Старк, С. Б. Газоочистные аппараты и установки в металлургическом производстве [Текст] / С. Б. Старк. – М. : Металлургия, 1990. – 400 с.

4. Кущев, Л. А. Энергосберегающие аппараты для улавливания твердой и жидкой фазы аэрозолей [Текст] / Л. А. Кущев. – Белгород : Логия, 2002. – 187 с.

5. Кущев, Л. А. Автоматизированный метод расчёта энергосберегающих аппаратов мокрой газоочистки при производстве никеля [Текст] / Л. А. Кущев, Г. Л. Окунева, М. В Анфалов // Фундаментальные проблемы металлургии : Вестник УГТУ-УПИ. – 2003. – № 5 (20). – С. 113-117.

6. Эльтерман, В. М. Вентиляция химических производств [Текст] / В. М. Эльтерман. – М. : Химия, 1980. 288 с.

7. Кущев, Л. А. Повышение эффективности очистки исходящих газов при производстве никеля [Текст] / Л. А. Кущев, В. Г. Шаптала, В. Б Карпман // Безопасность жизнедеятельности. – 2002. – № 7. – С. 29-32.

УДК 621.9.06

ВЕРОЯТНОСТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИБКИХ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ СИСТЕМ

А. Л. Литвинов

Характерной особенностью современного производства является уменьшение размеров партий выпускаемых изделий, сокращение сроков их выпуска. Преобладающим типом производства, особенно в приборостроении и машиностроении, становится мелкосерийное, наиболее прогрессивной формой организации которого является групповое производство. Групповое производство служит организационной основой для построения гибких производственных систем (ГПС), являющихся совокупностью в разных сочетаниях оборудования с числовым программным управлением, роботизированных технологических комплексов, станков с числовым программным управлением и систем обеспечения их функционирования в автоматическом режиме в течение заданного интервала времени, обладающих свойством автоматизированной переналадки при производстве изделий произвольной номенклатуры в установленных пределах их характеристик.

Технологической основой создания ГПС является групповая технология, при которой для проектирования системы используются усредненные характеристики выбранных деталей-представителей или сформированных комплексных деталей, объединяющих конструктивно-технологические параметры номенклатуры деталей, предназначенных для обработки на ГПС по групповым технологическим процессам, и расчеты ведутся по средним значениям основных параметров [2]. Правильность принятых проектных решений в конечном итоге проверяется практикой. Однако на практике можно проверить уже полностью спроектированную и изготовленную систему. Если же обнаруживается неправильность или неэффективность проектного решения, то процесс проектирования необходимо повторить. Очевидна нерациональность такого процесса создания ГПС как по времени, так и по затратам ресурсов. Именно поэтому одним из важнейших и обязательных этапов проектирования ГПС является моделирование, которое позволяет имитировать практическую апробацию системы, а сам процесс проектирования совмещен с научными исследованиями над соответствующими моделями.

При выборе типов моделей следует учитывать ряд особенностей функционирования ГПС: во-первых, для множества деталеопераций, выполняемых отдельными видами оборудования, требуется определенное обслуживание на том или ином рабочем месте. В связи с этим их нельзя задать перечислением элементов множества, поскольку априорно неизвестно, например, точный состав годовой производственной программы или ее изменения в последующие годы после внедрения ГПС. Во-вторых, хотя процесс реализации определенной производственной программы в действительности является детерминированным, однако практическая бесконечность числа вариантов реализации производственного процесса, порождаемых даже одной производственной программой, не позволяет выявить свойства этих процессов при их единичной реализации. Это позволяет рассматривать процесс функционирования ГПС даже в идеальных условиях как псевдостохастический (по аналогии с процессом получения псевдослучайных чисел, вырабатываемых программными датчиками случайных чисел). Отказы оборудования и его восстановление, поступление срочных заказов, носящих случайный характер, усиливает элемент стохастичности в функционировании ГПС, что предопределяет использование вероятностных моделей для получения детальной информации о динамике функционирования ГПС.

В функционировании ГПС явно прослеживается закон диалектики единства и борьбы противоположностей, в частности детерминированного и случайного. ГПС является детерминированной в том смысле, что она реализует определенную производственную программу в установленные сроки. С другой стороны, если мы рассмотрим состояние ГПС в любой момент времени реализации заданной производственной программы, то мы никогда точно не скажем, в каком состоянии находится та или иная единица оборудования. С этой точки зрения ГПС, особенно относящиеся к гибким автоматизированным участкам, функционируют в стохастическом режиме, и эта стохастичность проявляется тем сильнее, чем меньше цикл обработки деталей на станочных модулях системы, чем больше номенклатура обрабатываемых деталей и чем ближе характер производства к мелкосерийному.

Основным объектом внедрения ГПС являются производственные участки, где каждая заготовка проходит полный цикл обработки до получения готовой детали на одном станке типа обрабатывающий центр, который определяется управляющим вычислительным комплексом системы в зависимости от оперативной обстановки. Заготовки доставляются на станки транспортным роботом в специальных поддонах или на приспособлениях-спутниках. Для комплексного анализа и расчета таких систем, в которых взаимодействуют станочные модули и транспортный работ, необходимо использовать замкнутые модели массового обслуживания, в которых учитывается конечность источника запросов, в качестве которых выступают станочные модули.

В ГПС рассматриваемого вида по одному запросу от станка транспортный робот обычно совершает несколько рабочих циклов. Особенно это проявляется при транспортировке заготовок и деталей на поддонах, где для заготовок и деталей используются разные поддоны и по каждому запросу от станка транспортный робот совершает как минимум четыре, а то и шесть циклов: 1. Отвоз поддона с готовыми деталями. 2. Отвоз пустого поддона из-под заготовок. 3. Подвоз поддона с заготовками и позиционирование его на устройстве загрузки-выгрузки станка. 4. Подвоз пустого поддона для готовых деталей. 5. Отвоз кассеты с отработанным инструментом. 6. Подвоз кассеты с инструментом для обработки поступившего поддона с заготовками. Таким образом, в общем случае в ГПС каждый источник может послать групповой запрос на обслуживание, по которому транспортный робот будет совершать в общем случае ***c*** циклов.

Пусть λ – интенсивность поступления запросов от станочных модулей системы, число которых равно n, τ —среднее время отработки одного цикла. Тогда $\mu = 1/\tau$ – интенсивность обслуживания одного цикла, $M = \mu / c$ – интенсивность обслуживания групповых запросов. В предположении пуассоновских потоков событий разработаем и исследуем математическую модель данной ГПС, которой будет однолинейная система массового обслуживания с конечным числом источников запросов и многоэтапным обслуживанием каждого запроса.

Обозначим через $q_0 = p_0$ вероятность простоя транспортного робота; p_i – вероятность того, что i станков послали запросы на обслуживание (один из них обслуживается транспортным роботом, а остальные ожидают обслуживания); q_{ij} – вероятность того, что i станков послали запросы на обслуживание и транспортный модуль отрабатывает $(c - j + 1)$ - й цикл; $q_{ij}(u)$ – плотность вероятности того, что в произвольный момент равновесного состояния i станков послали запросы на обслуживание, транспортный модуль отрабатывает $(c - j + 1)$ -й цикл обслуживания, время, в течение которого продолжается этот цикл обслуживания, равно u. Рассматриваемые величины связаны между собой следующими соотношениями:

$$q_{ij} = \int_0^\infty q_{ij}(u)du, \quad p_i = \sum_{j=1}^{c} q_{ij}, \quad p_0 + \sum_{i=1}^{n} p_i = q_0 + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{c} q_{ij} = 1 . \tag{1}$$

Рассматривая возможные состояния системы в бесконечно малом промежутке времени с последующим переходом к пределу. получим следующую систему уравнений относительно $q_{ij}(u)$:

$$\begin{aligned} &q'_{1,j}(u) = -[\lambda(n-1)+\mu]q_{1,j}(u), \quad 1 \le j \le c, \\ &q'_{i,j}(u) = -[\lambda(n-i)+\mu]q_{i,j}(u) + \lambda(n-i+1)q_{i-1,j}(u), \quad 1 < i < n, \ 1 \le j \le c, \\ &q'_{n,j}(u) = -\mu q_{n,j}(u) + \lambda q_{n-1,j}(u), \quad 1 \le j \le c. \end{aligned} \tag{2}$$

Вероятностями состояний для случая, когда не учитывается время, в течение которого продолжается обслуживание, являются q_0 и $q_{ij} = \int_0^\infty q_{ij}(u)du$. Сумма этих вероятностей равна единице. Граничные условия имеют вид:

$$n\lambda q_0 = \int_0^\infty \mu q_{11}(u)du = \mu q_{11}. \tag{3}$$

$$\begin{aligned} &q_{i,j}(0) = \mu q_{i,j-1}, \quad 1 \le i \le n, \ 1 \le j < c, \\ &q_{1,c}(0) = \mu q_{2,1} + n\lambda q_0, \\ &q_{i,c}(0) = \mu q_{i+1,1}, \ 1 < i < n, \\ &q_{n,c}(0) = 0. \end{aligned} \tag{4}$$

Для решения систем уравнений (2) – (4) воспользуемся методом дискретных биномиальных преобразований, которые наряду с производящими функциями используются для сведения дифференциально-разностных уравнений к более простым.

Введем дискретные преобразования

$$w_m^j(u) = \sum_{i=m}^{n-1} \binom{i}{m} q_{n-1,j}(u), \quad 0 \le m \le n-1, \tag{5}$$

где $\begin{pmatrix} i \\ m \end{pmatrix} = \dfrac{i!}{(i-m)!m!}$ – биномиальные коэффициенты, равные нулю при $i < m$.

Умножив первое уравнение системы (2) на $\begin{pmatrix} n-1 \\ m \end{pmatrix}$, $0 \le m < n$, второе на $\begin{pmatrix} n-2 \\ m \end{pmatrix}$, k – е на $\begin{pmatrix} n-k \\ m \end{pmatrix}$ и просуммировав получившиеся выражения с учетом выражения (5), получим

$$\frac{d}{du} w_m^j(u) = -[m\lambda + \mu] w_m^j(u), \ 0 \le m < n, \ 0 \le j \le c. \tag{6}$$

Таким же образом из формул (4) находим

$$\begin{aligned} &w_m^j(0) = \mu w_m^{j+1}, \ 0 \le m < n, \ 1 \le j < c, \\ &w_o^c(0) = \mu w_0^1, \\ &w_m^c(0) = \mu(w_m^1 + w_{m-1}^1) - n(n-1)\lambda q_0, \ 0 < m < n, \end{aligned} \tag{7}$$

где $w_m^j = \int\limits_0^\infty w_m^j(u)du = \sum\limits_{i=m}^{n-1} \begin{pmatrix} i \\ m \end{pmatrix} q_{n-i,j}$ – дискретные преобразования относительно вероятностей стационарных состояний.

Из системы уравнений (6) следует

$$w_m^j(u) = w_m^j(0) \exp[-(m\lambda + \mu)u], \ 0 \le m < n.$$

Откуда

$$w_m^j = \frac{w_m^j(0)}{m\lambda + \mu}, \ 0 \le m < n. \tag{8}$$

Подставив выражение (8) в первое уравнение системы (7), после соответствующих преобразований получим

$$w_m^j(0) = (1 + m\rho)^{j-1} w_m^1(0), \ 0 \le m < n, \ 1 < j \le c, \tag{9}$$

где $\rho = \lambda / \mu$.

Подставив формулу (9) в последнее уравнение системы (7), найдем

$$\begin{aligned} w_{m-1}^1(0) = &\frac{[(1+m\rho)^c - 1][1 + (m-1)\rho]}{1 + m\rho} w_m^1(0) + \\ &+ \lambda n(n-1)[1 + (m-1)\rho] q_0, \quad 0 < m < n. \end{aligned} \tag{10}$$

Обозначим через $R(m,\rho)$ и $G(m,\rho)$ следующие выражения:

$$R(m,\rho) = \frac{[(1+m\rho)^c - 1][1 + (m-1)\rho]}{1 + m\rho}, \ G(m,\rho) = \lambda n(n-1)[1 + (m-1)\rho] q_0. \tag{11}$$

Тогда, используя выражения (11), получим

$$w_{n-j}^1(0) = \prod_{i=1}^{j-1} R(n-1,\rho) w_{n-1}^1(0) + \lambda \sum_{i=1}^{j-1} G(n-i,\rho) \prod_{e=i+1}^{j-1} R(n-e,\rho) q_0, \ 1 \le j \le n.$$

Считаем, что при $e > j-1$ $\prod\limits_{i=1}^{j-1} R(n-1,\rho) = 0$. Заменив $n-j$ на m, найдем

$$w_m^1(0)=\prod_{i=1}^{n-m-1}R(n-1,\rho)w_{n-1}^1(0)+\lambda\sum_{i=1}^{n-m-1}G(n-i,\rho)\prod_{e=i+1}^{n-m-1}R(n-e,\rho)q_0\,,1\le m\le n-2\,.$$

Воспользовавшись тем, что $w_{n-1}^1(0)=[(n-1)\lambda+\mu]w_{n-1}^1$ (из (8)) и $w_{n-1}^1=q_{11}=n\lambda q_0$ (из (3)), выражение для $w_m^1(0)$ перепишем в виде

$$w_m^1(0)=\{n\lambda[1+(n-1)\rho]\prod_{i=1}^{n-m-1}R(n-i,\rho)+\lambda\sum_{i=1}^{n-m-1}G(n-i,\rho)\prod_{e=i+1}^{n-m-1}R(n-e,\rho)\}q_0\,,0\le m<n-$$

Обозначив

$$\Omega(m,\rho)=\{n\lambda[1+(n-1)\rho]\prod_{i=1}^{n-m-1}R(n-i,\rho)+\lambda\sum_{i=1}^{n-m-1}G(n-i,\rho)\prod_{e=i+1}^{n-m-1}R(n-e,\rho)\},$$

окончательно получим:

$$w_{n-1}^j(0)=\lambda n[1+(n-1)\rho]^j q_0\,,\ 1\le j\le c,$$
$$w_m^j(0)=\lambda(1+m\rho)^{j-1}\Omega(m,\rho),\ 0\le m<n-1,\ 1\le j\le c.$$

Используя (8), выведем выражение для дискретных преобразований w_m^j относительно q_{ij}

$$\begin{aligned} w_{n-1}^j&=n\rho[1+(n-1)\rho]^{j-1}q_0,\ 1\le j\le c,\\ w_m^j&=\rho(1+m\rho)^{j-2}\Omega(m,\rho)q_0.\end{aligned}\qquad(12)$$

Воспользовавшись обратным дискретным преобразованием [1] относительно w_m^j, получим выражения для вероятностей состояний q_{ij}, выраженные через $q_0=p_0$:

$$\begin{aligned} q_{1j}&=n\rho[1+(n-\rho)]^{j-1},\ \ 1\le j\le c,\\ q_{ij}&=\left(\sum_{k=0}^{i-1}\sum_{m=0}^{n-1}\rho(-1)^k\binom{n-i+k}{k}[1+(n-i+k)\rho]^{j-2}\Omega(m-i,k)\rho\right)q_0\,,1<i\le n,\ 1\le j\le c.\end{aligned}\qquad(13)$$

Воспользовавшись условием нормировки $(q_0+\sum q_{ij}=1)$ применительно к вероятностям q_{ij}, получим выражение для вероятности простоя

$$\begin{aligned} q_0=\Bigg\{&1+\rho\sum_{j=1}^{c}n\big[1+(n-\rho)\big]^{j-1}+\\ &+\sum_{i=2}^{n}\sum_{k=0}^{i-1}\sum_{m=0}^{n-1}\rho(-1)^k\binom{n-i+k}{k}[1+(n-i+k)\rho]^{j-2}\,\Omega(m-i,k)\ \Bigg]\Bigg\}^{-1}.\end{aligned}\qquad(14)$$

Используя выражения (13), (14) и формулу перехода (1), можно получить окончательное выражение для стационарных вероятностей p_i.

Теперь, зная вероятности q_{ij} или же p_i, можно определить и другие характеристики системы с конечным числом источников и групповым поступлением запросов на обслуживание.

Среднее количество групповых запросов на обслуживание в системе

$$L=\sum_{i=1}^{nc}\mathrm{int}((i-1)/c)p_i=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{c}iq_{ij}\,.\qquad(15)$$

Среднее количество групповых запросов, ожидающих обслуживания,

$$L_q = \sum_{i=1}^{nc}\left[\mathrm{int}((i-1)/c)-1\right]p_i = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{c}(i-1)q_{ij} \ . \qquad (16)$$

Среднее количество источников, не пославших запросы: $\overline{v} = n - L$.

Среднее количество групповых запросов в очереди пропорционально среднему времени ожидания в очереди τ_q, а среднее количество источников, не пославших запросы, пропорционально среднему времени нахождения запроса в источнике $1/\lambda$. Таким образом, среднее время ожидания обслуживания определяется выражением

$$\tau_q = L_q\left[\lambda(n-L)\right]^{-1} . \qquad (17)$$

Используя полученные выражения, можно найти основные технические характеристики исследуемой ГПС.

Коэффициент загрузки транспортного робота

$$Z = 1 - q_0 . \qquad (18)$$

Коэффициент использования станков :

$$U = \left(1 + \lambda\tau_q\right)^{-1} . \qquad (19)$$

Кроме того, число простаивающих станков и станков, ожидающих обслуживания, среднее время ожидания определяются выражениями (15) – (17).

На рис. 1 изображен график зависимости коэффициента загрузки транспортного робота от количества станков в системе и потребного числа циклов на один запрос.

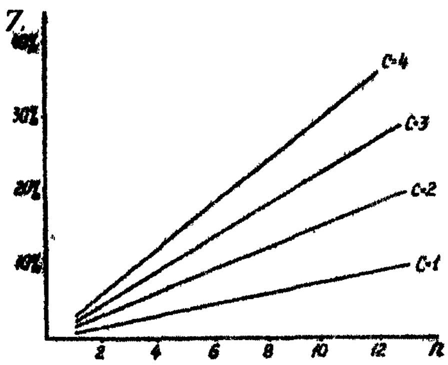

Рис. 1

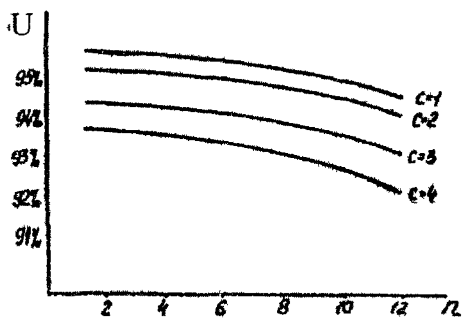

Рис. 2

Видно, что коэффициент загрузки транспортного робота практически прямо пропорционален числу станков в системе и количеству циклов на один групповой запрос.

На рис. 2 изображен график зависимости коэффициента использования станков, который слабо зависит от их количества в системе и значительно уменьшается с увеличением количества рабочих циклов, совершаемых транспортным роботом по одному групповому запросу от станочных модулей ГПС.

Библиографический список

1. Джейсуол, Н. Очереди с приоритетами [Текст] / Н. Джейсуол. – М. : Мир, 1973. – 280 с.

2. Митрофанов, С. П. Групповая технология машиностроительного производства [Текст] : в 2-х т. / С. П. Митрофанов. – Л. : Машиностроение, 1983.