УДК 621.391

СИНТЕЗ РЕКУРРЕНТНЫХ m-ФИЛЬТРОВ С ЗАДАННОЙ АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ

В.П. Волчков[1]

1 – Московский технический университет связи и информатики

Разрабатывается метод синтеза быстрых цифровых m-фильтров с заданными амплитудно-частотными характеристиками. Данный метод может рассматриваться как дальнейшее развитие и обобщение КИХ фильтрации на случай когда импульсная характеристика инвариантна относительно группы m-сдвигов, а интервал регистрации сигнала больше, чем интервал его m-представления.

В настоящей работе разрабатывается метод синтеза быстрых цифровых m-фильтров с заданными спектральными (импульсными) характеристиками. При этом в отличии от известных линейных нерекурсивных m-фильтров, заданных на конечном интервале времени $T_N = \{0,1,\ldots,N-1\}$ [1], предлагаемые алгоритмы фильтрации являются рекурсивными и определяются на системе скользящих временных интервалов $\Delta_k \subset T_N$:

$$\Delta_k = \{i_k - n+1,\ldots,i_k-1,i_k\},\quad i_k = (n-\nu)k+n-1,\quad n = m^{p_1},\qquad k \in T_M = \{0,1,\ldots,M-1\},\quad \bigcup\nolimits_{k=0}^{M-1}\Delta_k \subseteq T_N \tag{1}$$

фиксированного размера n с произвольной величиной зацепления ν; p_1, m, M --- натуральные числа, причем $0 \le \nu \le n-1$, $N \triangleq m^p = (n-\nu)M+n$. Это значительно расширяет возможности их применения и облегчает реализацию, поскольку не требует запоминания всех отсчетов входного сигнала. Кроме того, рекуррентные m-фильтры хорошо согласуются с общими принципами пакетной обработки данных, которые в настоящее время широко используются в радиотехнических системах различного назначения.

Отметим, что в частном случае, когда $\nu = 0, M = 1$, получаем $N = n$ - вариант нерекурсивного m-фильтра [1]. Если $p \to \infty$, то $N, M \to \infty$, и система (14) определяет m-фильтр на дискретном бесконечном временном интервале $T_N = T_\infty \triangleq \{0,1,2,\ldots\}$.

Во временной области, рекуррентный цифровой m-фильтр представляется в виде векторной динамической системы специального вида

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{A}\mathbf{z}_{k-1} + \mathbf{G}\mathbf{s}_k,\quad k = 0,1,2,\ldots \tag{2}$$

Здесь $\mathbf{A} = (A(i \overset{m}{\ominus} j))$, $\mathbf{G} = (G(i \overset{m}{\ominus} j))$ --- комплексные матрицы, имеющие блочно-циркулянтную структуру

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_0 & \mathbf{A}_{q-1} & \cdots & \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_0 & \cdots & \mathbf{A}_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{A}_{q-1} & \mathbf{A}_{q-2} & \cdots & \mathbf{A}_0 \end{pmatrix},\quad \mathbf{A}_l = \begin{pmatrix} a_l^{(0)} & a_l^{(m-1)} & \cdots & a_l^{(1)} \\ a_l^{(1)} & a_l^{(0)} & \cdots & a_l^{(2)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_l^{(m-1)} & a_l^{(m-2)} & \cdots & a_l^{(0)} \end{pmatrix}; \tag{3}$$

$q = n/m = m^{p_1-1}$ - число различных циркулянтно чередующихся блоков $\mathbf{A}_0,\ldots,\mathbf{A}_{q-1}$, каждый из которых является циркулянтной матрицей размерности $m \times m$; собственные числа матрицы $\mathbf{A}$ лежат внутри единичного круга; $\{\mathbf{s}_k\}$ - векторный сигнал (последовательность), составленный из значений исходного скалярного (в общем случае комплексного) сигнала $\{s(i)\}$ в скользящем временном окне Δ_k [2].

Рекуррентная m-модель (2) может рассматриваться как дальнешее развитие и обобщение КИХ фильтрации на случай когда импульсная характеристика инвариантна относительно группы m-сдвигов, а интервал регистрации T_N сигнала больше, чем интервал его m-представления $I == \{0,1,\ldots,n-1\}$, $(N > n)$. Ниже будет показано, что класс таких моделей обладает хорошими аппроксимирующими свойствами, а свойство m-инвариантности гарантирует возможность быстрой вычислительной реализации.

Предположим, что последовательность $\{s(i)\}$ получена в результате равномерной дискретизации по времени с интервалом T секунд соответствующего непрерывного сигнала $s(t)$ и представляет центрированный стационарный случайный процесс с известной корреляционной функцией

$$R_s(\tau) = \mathrm{M}[s(i)\overline{s}(i+\tau)], \quad i, i+\tau = 0,1,2,\ldots \,. \qquad (4)$$

Тогда соответствующий векторный сигнал $\{\mathbf{s}_k\}$ также является стационарным процессом с нулевым средним и матричной корреляционной функцией

$$\mathbf{R}_{sq} \,\square\, \mathrm{M}[s_k s_{k+q}^H], \quad q = 0,1,2,\ldots \qquad \mathbf{(5)}$$

(в силу свойства эрмитовости $\mathbf{R}_{sq} = \overline{\mathbf{R}}_{s(-q)}$ отрицательные временные сдвиги q можно не рассматривать; H - символ эрмитового сопряжения).

Отметим, что выражение (4) описывает корреляционные характеристики сигнала $\{s(i)\}$ на бесконечном интервале времени, а значения $R_s(\tau), \tau = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ можно интерпретировать как коэффициенты преобразования Фурье

$$P_s(f) = T \sum\nolimits_{-\infty}^{\infty} R_s(\tau)\exp(-\gamma 2\pi f T\tau), \qquad (a)$$

$$R_s(\tau) = \int_{-f_{\text{н}}}^{f_{\text{н}}} P_s(f)\exp(\gamma 2\pi f T\tau)\, df \qquad (б) \qquad (6)$$

в базисе дискретно-континуальных экспоненциальных функций (ДКЭФ)

$$B_\infty \,\square\, \{\exp(\gamma 2\pi f T\tau), \ f \in [-f_{\text{н}}, f_{\text{н}}], \ \tau = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots\}, \qquad (7)$$

где $f_{\text{Н}} = 1/2T$ - частота Найквиста, $P_s(f)$ - спектральная плотность мощности сигнала $s(t)$. После разбиения последовательности $\{s(i)\}$ на кадры, каждый вектор

$$\mathbf{s}_k = [s_k(0), s_k(1), \ldots, s_k(n-1)]^T, \quad s_k(j) \,\square\, s(i_k - j), \quad j \in I \quad (8)$$

описывает некоторый случайный процесс на конечном интервале $I == \{0,1,\ldots,n-1\}$. Причем процессы, отвечающие различным значениям $k = 0,1,2,\ldots$, коррелированы, а полная информация о их взаимосвязи содержится в матричной корреляционной функции $\mathbf{R}_{sq}$(5). В скалярной записи ей соответствует система корреляционных функций

$$R_{sq}(\tau) \,\square\, \mathrm{M}[s_k(j)\overline{s}_{k+q}(j+\tau)], \quad j, j+\tau \in I, \quad q = 0,1,2,\ldots, \ (9)$$

отвечающих q-му временного сдвигу.

Отметим, что корреляционная функция (4) и система (9) несут одну и туже статистическую информацию. Связь между ними, с учетом принятой расстановки отсчетов сигнала $\{s(i)\}$ внутри векторов $\mathbf{s}_k$, определяется выражением

$$R_{sq}(\tau) = \mathrm{M}[s(i_k - j)\overline{s}(i_k - j + \tau)] = R_s(i_{k+q} - i_k + \tau) = R_s((n-\nu)q + \tau), \qquad (10)$$

и оба описания соответствуют бесконечномерному базису (7).

В конечномерном базисе ВКФ сигнал $\{s(i)\}$ будет задаваться системой m-корреляционных функций

$$R_{sq}^{(m)}(\tau) \,\square\, (1/n)\sum\nolimits_{j \in I} \mathrm{M}[s_k(j)\overline{s}_{k+q}(j \overset{m}{\oplus} \tau)], \quad \tau \in I, \quad q = 0,1,2,\ldots$$

или соответствующей матричной m-корреляционной функцией $\mathbf{R}^{(m)}_{sq} = \Psi(\mathrm{M}[s_k s^H_{k+q}])$. Причем $R^{(m)}_{sq}(\tau)$ однозначно выражается через $R_{sq}(\tau)$ по формуле [1,3]

$$R^{(m)}_{sq}(\tau) = \frac{1}{n}\sum\nolimits_{j\in I} R_{sq}(j - j \overset{m}{!}\, \tau), \quad \tau \in I, \quad q = 0,1,2,\ldots, \qquad (11)$$

а $\mathbf{R}^{(m)}_{sq}$ определяется матричным тождеством [2]:

$$\mathbf{R}^{(m)}_{sq} = \mathbf{W}\mathrm{Diag}(\mathbf{W}^H \mathbf{R}_{sq} \mathbf{W})\mathbf{W}^H, \quad q = 0,1,2,\ldots \qquad (12)$$

В этом выражении

$$\mathbf{W} = \left((1/\sqrt{n})\,\mathrm{Had}(\mu,\tau)\right), \quad \mu,\tau \in I \qquad (13)$$

- унитарная матрица, составленная из нормированных значений функций Виленкина-Крестенсона (ВКФ) $\mathrm{Had}(\mu,\tau)$ [1]; $\mathrm{Diag}(\mathbf{A})$ -- диагональная матрица, составленная из элеменов главной диагонали матрицы $\mathbf{A}$.

Если за основу принять ортонормированный базис ВКФ $E_n = \left\{(1/\sqrt{n})\mathrm{Had}(\mu,\tau), \quad \mu \in I\right\}$, то по теореме Винера-Хинчина указанным m-корреляционным функциям будут соответствовать следующие m-спектры плотности мощности

$$V_{sq}(l) = \sum\nolimits_{\tau\in I} R^{(m)}_{sq}(\tau)\overline{\mathrm{Had}}(l,\tau), \quad l \in I, \quad q = 0,1,2,\ldots, \qquad (14)$$

$$\mathbf{V}_{sq} = \mathbf{W}^H \mathbf{R}^{(m)}_{sq} \mathbf{W}, \quad q = 0,1,2,\ldots, \qquad (15)$$

где $\mathbf{V}_{sq} = \mathrm{diag}\{V_{sq}(0),\ldots,V_{sq}(n-1)\}$ - диагональная матрица, составленная из элементов $V_{sq}(l)$ m-спектра. Соотношение (15) непосредственно следует из тождества (12).

Отметим, что в общем случае $R^{(m)}_{sq}(\tau) \neq R_{sq}(\tau)$, а в базисе ДКЭФ (7) система m-корреляционных функций (11) описывает некоторый векторный случайный сигнал $\{\tilde{\mathbf{s}}_k\}$, отличный от исходного $\{\mathbf{s}_k\}$. То есть переход от бесконечномерного базиса представления к конечномерному сопровождается определенной потерей статистической информации. Однако, как показано в [2], эти потери незначительны и контролируемы. Более того, с точки зрения спектральных характеристик в базисе ВКФ, они вообще отсутствуют, поскольку m-спектры (14) у сигналов $\{\tilde{\mathbf{s}}_k\}$ и $\{\mathbf{s}_k\}$ совпадают. (Это непосредственно вытекает из соотношений (15) и (12)) Так как в дальнейшем при синтезе цифровых m-фильтров мы интересуемся только преобразованием спектральных характеристик входного сигнала, то указанное свойство дает основание с самого начала заменить сигнал $\{s_k\}$ на эквивалентный m-сигнал $\{s_k\}$ с параметрами

$$\mathrm{M}[s_k] = 0, \quad \mathrm{M}[s_k s^H_{k+q}], \quad q = 0,1,2,\ldots.$$

Модель m-фильтра (2) при этом описывается векторным разностным уравнением

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{A}\mathbf{z}_{k-1} + \mathbf{G}\,\tilde{\mathbf{s}}_k, \quad k = 0,1,2,\ldots \qquad (16)$$

Пусть $\mathbf{R}^{(m)}_{zq}$ -- матричная m-корреляционная функция стационарного векторного процесса $\{\mathbf{z}_k\}$ на выходе линейной динамической системы (16), $\mathbf{V}_{zq} = \mathbf{W}^H \mathbf{R}^{(m)}_{zq} \mathbf{W}$ --- его m-спектр плотности мощности. Тогда амплитудно-частотной характеристикой рекуррентного m-фильтра в ортонормированном базисе ВКФ назовем диагональную матричную функцию

$$\mathbf{K}_{\Phi q} = (\mathbf{V}_{zq}\mathbf{V}^{-1}_{s0})^{1/2}, \quad q = 0,1,2,\ldots. \qquad (17)$$

Она эквивалентно представляется в виде соответствующей системы скалярных функций

$$V_{\Phi q}(l) = \sqrt{V_{zq}(l)/V_{s0}(l)}, \quad l \in I, \quad q = 0,1,2,\ldots, \qquad (18)$$

где $V_{zq}(l)$, $V_{s0}(l)$ -- образующие элементы диагональных матриц $\mathbf{V}_{zq}$ и $\mathbf{V}_{s0}$; l -- безразмерный частотный индекс, связанный с физической частотой f (в герцах) соотношением $l = nTf$.

Пусть теперь в исходном бесконечномерном базисе ДКЭФ (7) задана некоторая амплитудно-частотная характеристика $K(f), f \in [-f_{\text{н}}, f_{\text{н}}]$, определяемая как модуль соответствующего комплексного коэффициента передачи желаемого фильтра. Требуется найти ее матричное представление $\mathbf{K}_q$ в базисе ВКФ на системе конечных временных интервалов (1) и синтезировать рекуррентный m-фильтр (2) у которого АЧХ (17) в некотором смысле наилучшим образом аппроксимирует $\mathbf{K}_q$.

Для решения данной задачи, вычислим сначала обратное спектральное преобразование

$$H(\tau) = \int_{-f_{\text{н}}}^{f_{\text{н}}} K^2(f)\exp(\gamma 2\pi f T\tau)\,df \quad (19)$$

от квадрата заданной АЧХ в базисе ДКЭФ. Затем применим к последовательности $\{H(\tau)\}$ процедуру разбиения на кадры в соответствии с (1), (8), и определим систему функций

$$H_q(\tau) = H((n-\nu)q + \tau), \quad \tau \in I, \quad q = 0,1,2,\ldots \qquad (20)$$

на конечном интервале I, аналогичную системе (10). В базисе ВКФ m-представления этих функций описываются выражениями

$$H_q^{(m)}(\tau) = \frac{1}{n}\sum\nolimits_{j\in I} H_q(j - j \overset{m}{!}\, \tau), \quad \tau \in I, \quad q = 0,1,2,\ldots, \qquad (21)$$

а соответствующие m-спектры имеют вид

$$K_q^2(l) = \sum\nolimits_{\tau\in I} H_q^{(m)}(\tau)\overline{\mathrm{Had}}(l,\tau), \quad l \in I, \quad q = 0,1,2,\ldots. \qquad (22)$$

С учетом тождества (12) равенства (21) и (22) могут быть представлены в эквивалентной матричной записи

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_q^{(m)} &= \mathbf{W}\mathrm{Diag}(\mathbf{W}^H\mathbf{H}_q\mathbf{W})\mathbf{W}^H = \mathbf{W}\mathbf{H}_{*q}\mathbf{W}^H, \quad q = 0,1,2,\ldots, && (a) \\ \mathbf{K}_q^2 &= \mathbf{W}^H\mathbf{H}_q^{(m)}\mathbf{W}, \quad q = 0,1,2,\ldots, && (б) \end{aligned} \qquad (23)$$

где $\mathbf{H}_q \,\square\, (H_q(i-j)), i,j \in I$. Определяемая выражением (23б) диагональная матричная функция $\mathbf{K}_q^2$ является искомым представлением амплитудно-частотной характеристики $K(f)$ в конечномерном базисе $E_n = \left\{(1/\sqrt{n})\mathrm{Had}(\mu,\tau), \quad \mu \in I\right\}$, на системе временных интервалов Δ_k (1).

Задача синтеза рекуррентного m-фильтра по заданной АЧХ $K(f)$ может быть теперь конкретизирована следующим образом. Требуется найти оптимальные значения параметров $\hat{\mathbf{A}}$, $\hat{\mathbf{G}}$ модели (2), при которых удовлетворяется критерий качества

$$\hat{\mathbf{A}}, \hat{\mathbf{G}}: \quad \varepsilon_q^2 \,\square\, \mathrm{P}\mathbf{K}_q^2 - \mathbf{K}_{\Phi q}^2 \mathrm{P}_F^2 \to \min_{\mathbf{A},\mathbf{G}}, \quad q = 0,1. \qquad (24)$$

Поскольку $\mathbf{K}_0$ и $\mathbf{K}_{\Phi 0}$ --- вещественные диагональные матрицы с неотрицательными элементами, то данный критерий одновременно обеспечивает в базисе ВКФ минимум среднего квадрата ошибки аппроксимации $\varepsilon^2 = \mathrm{P}\mathbf{K}_0 - \mathbf{K}_{\Phi 0}\mathrm{P}_F^2$ матричной АЧХ $\mathbf{K}_0$.

Для решения экстремальной задачи (24), подадим на вход динамической системы (16) векторный белый шум $\{\mathbf{e}_k\}$ с параметрами

$$\mathrm{M}[\mathbf{e}_k]=0,\quad \mathrm{M}[\mathbf{e}_k\mathbf{e}_{k+q}^H]=\mathrm{I}\delta(q),\quad q=0,1,2,\ldots$$

($\delta(\cdot)$ --- функция Кронекера). Тогда согласно (17): $\mathbf{V}_{\cdot 0}=\mathbf{W}^H\mathbf{R}_e^{(m)}\mathbf{W}=\mathbf{I}$, $\mathbf{K}_{\Phi 0}^2=\mathbf{V}_{z0}$, $\mathbf{K}_{\Phi 1}^2=\mathbf{V}_{z1}$, а критерий оптимальности (24) принимает вид:

$$\hat{\mathbf{A}},\hat{\mathbf{G}}:\ \ \varepsilon_q^2 \,\square\, \|\mathbf{K}_q^2-\mathbf{V}_{zq}^2\|_F^2\to\min_{\mathbf{A},\mathbf{G}},\quad q=0,1.\ (25)$$

Отметим, что при $\tilde{\mathbf{s}}_k=\mathbf{e}_k$ уравнение (16) описывает векторную марковскую m-модель, описанную в работе [2], с параметрами $\mathbf{\Phi}=\mathbf{A}$, $\mathbf{Q}=\mathbf{G}\mathbf{G}^H$, а выражение (25) с точностью до обозначений совпадает со спектральным критерием наилучшего приближения, если принять $\vec{V}_{xq}=\mathrm{diag}(\mathbf{K}_g^2)$, $\vec{V}_{zq}=\mathrm{diag}(\mathbf{V}_{zq})$ (здесь $\mathrm{diag}(\mathbf{A})$ - вектор, составленный из диагональных эдементов матрицы $\mathbf{A}$). Поэтому решение экстремальной задачи (25) может быть получено из аналогичного решения в [2] формальной заменой переменных

$$\hat{\mathbf{Q}}\to\hat{\mathbf{G}}\hat{\mathbf{G}}^H,\quad \hat{\mathbf{\Phi}}\to\hat{\mathbf{A}},\quad \hat{\mathbf{F}}_0\to\mathbf{H}_0^{(m)},\quad \hat{\mathbf{F}}_1\to\mathbf{H}_1^{(m)}.$$

В результате чего получим

$$\hat{\mathbf{A}}=(\mathbf{H}_1^{(m)})^H(\mathbf{H}_0^{(m)})^{-1},\quad \hat{\mathbf{G}}=(\mathbf{H}_0^{(m)}(\mathbf{I}-\hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{A}}^H))^{1/2},\qquad (26)$$

где $\mathbf{H}_0^{(m)}$, $\mathbf{H}_1^{(m)}$ --- комплексные блочно-циркулянтные матрицы, определяемые выражением (23а). При этом, согласно [2], оптимальные значения параметров (21) обеспечивают нулевую ошибку аппроксимации квадратов АЧХ ε_q^2, т.е.

$$\hat{\mathbf{K}}_{\Phi q}^2=\mathbf{K}_q^2,\quad \hat{\mathbf{H}}_{\Phi q}=\mathbf{H}_q^{(m)},\quad q=0,1.$$

Покажем, что полученный m-фильтр допускает быструю вычислительную реализацию. Для этого осуществим линейное унитарное преобразование Виленкина-Крестенсона над векторами входного и выходного сигнала

$$\mathbf{z}_*(k)=\mathbf{W}^H\mathbf{z}_k,\qquad \mathbf{s}_*(k)=\mathbf{W}^H\mathbf{s}_k,$$

где $\mathbf{W}$ - матрица ВКФ (13). Тогда с учетом свойства унитарности $\mathbf{W}\mathbf{W}^H=\mathbf{I}$, уравнение m-фильтра (2) и выражения (26), описывающие его параметры, преобразуются к виду

$$\left.\begin{aligned} &\mathbf{z}_*(k)=\hat{\mathbf{A}}_*\mathbf{z}_*(k-1)+\hat{\mathbf{G}}_*\mathbf{s}_*(k),\quad k=1,2,\ldots && (a)\\ &\hat{\mathbf{A}}_*=\mathbf{H}_{*1}^H\mathbf{H}_{*0}^{-1},\quad \mathbf{G}_*=(\mathbf{H}_{*0}(\mathbf{I}-\hat{\mathbf{A}}_*\hat{\mathbf{A}}_*^H))^{1/2}, && (б)\end{aligned}\right\}(27)$$

$$\mathbf{H}_{*0}=\mathbf{W}^H\mathbf{H}_0^{(m)}\mathbf{W},\quad \mathbf{H}_{*1}=\mathbf{W}^H\mathbf{H}_1^{(m)}\mathbf{W},$$

где согласно свойству (23а) матрицы $\mathbf{A}_*,\mathbf{G}_*,\mathbf{H}_{*0},\mathbf{H}_{*1}$ являются диагональными. В частности, при выборе базиса Уолша матрица $\mathbf{W}$ --- ортогональная, а все перечисленные матрицы --- вещественные диагональные. Таким образом, после перехода в спектральную область рекуррентный m-фильтр представляется в канонической форме (27), требующей минимального числа комплексных умножений $L=2n$ на один рекуррентный пересчет.

Известно [1], что в базисе ВКФ матрица $\mathbf{W}$ допускает факторизованное представление в виде произведения "разреженных" матриц, в результате чего процедура нахождения спектров $\mathbf{s}_*(k), k=1,2,\ldots$, входящих в правую часть уравнения (27а), допускает быструю вычислительную реализацию. Если m --- фиксировано, а $n=m^{n_1}$? 1, то количество требуемых арифметических операций (комплексных умножений с последующим сложением и вычитанием) в общем случае оказывается пропорциональным величине $Cn\log_2(n)$, где коэффициент C зависит от основания m базисной системы

ВКФ и конкретизируется при более детальном рассмотрении структуры алгоритма быстрого преобразования. Такой анализ показывает [1], что при любых n наибольший выигрыш достигается для базиса Уолша $(m=2)$, а наименьший --- для базиса ДЭФ $(m=n)$. Причем в случае больших $n>64$ относительная величина выигрыша, определяемая отношением $\eta = L_{ДЭФ}/L_{Уолш}$ эквивалентного числа вещественных сложений для базисов ДЭФ и Уолша, слабо зависит от n и оказывается равной $\eta = 4 \div 5$.

Все приведенные рассуждения касались вычислений мгновенных спектров $\mathbf{s}_*(k)$ входного сигнала в пределах одного кадра (1), и не учитывают избыточность рекуррентного m-представления сигнала от кадра к кадру, если параметр зацепления $\nu > 0$ (она возникает за счет наличия у соседних векторов $\mathbf{s}_k$, $\mathbf{s}_{k+1}$ одинаковых компонент). В этом случае возможен более экономный рекуррентный алгоритм вычисления спектров $\mathbf{s}_*(k)$, учитывающий данную избыточность и одновременно сохраняющий все указанные выше преимущества БПФ в пределах кадра. Для базиса ДЭФ и параметра зацепления $\nu = n-1$ такой алгоритм получен в работе [4].

Предложенный выше рекуррентный m-фильтр (2) выгодно отличается от известных нерекурсивных m-фильтров [1,5] тем, что в общем случае определяется на бесконечной системе временных подынтервалов $\{\Delta_k \subset T_\infty, k=1,2,\ldots\}$ (1). Это означает, что длительность реализации $N=(n-\nu)M+\nu$ входного скалярного сигнала $\{s_i = s(i)\}$ $i \in T_N = \{0,1,\ldots,N-1\}$ может быть сколь угодно большой, а структура m-фильтра (2) не зависит от величины N.

Нерекурентный m-фильтр в скалярной и матричной записи описывается выражениями

$$
z(i) = \sum\nolimits_{\tau=0}^{N-1} g(i \overset{m}{!} \tau)s(\tau), \quad i \in T_N, \qquad \mathbf{z} = \mathbf{G}\mathbf{s},
$$
$$
\mathbf{G} \square (g(i \overset{m}{!} j)), \quad \mathbf{z} \square [z(0),\ldots,z(N-1)]^T, \quad \mathbf{s} \square [s(0),\ldots,s(N-1)]^T, \qquad (28)
$$

где длительность N должна быть заранее определена, а структура алгоритма зависит от величины N. Поэтому, если необходимо организовать фильтрационную обработку сигнала в последовательные моменты времени $N_1 < N_2 < N_3 \ldots$, нужно каждый раз заново рассчитывать параметры m-фильтра, что усложняет вычислительную реализацию. Кроме того, если N велико, то для обработки в реальном времени требуется большой объем оперативной памяти. Все эти факторы ограничивают возможности применения нерекуррентных m-фильтров в радиотехнических системах.

Рекуррентный цифровой m-фильтр (2) позволяет преодолеть указанные недостатки При $N=n$, $\mathbf{A}=0$ он как частный случай включает в себя нерекуррентный m-фильтр (23). Если задана амплитудно-частотная характеристика $K(f)$ в бесконечномерном базисе (7), то в соответствии с выражениями (2), (26) нерекуррентный m-фильтр принимает вид

$$
\mathbf{z}_0 = \hat{\mathbf{G}}\mathbf{s}_0 = (\mathbf{H}_0^{(m)})^{1/2}\mathbf{s}_0,
$$

где матрица $\mathbf{H}_0^{(m)}$ определяется выражениями (19)--(23) (при $q=0$, $n=N$, $\mathbf{A}=0$), а $\mathbf{z}_0$ и $\mathbf{s}_0$ по смыслу совпадают с векторами $\mathbf{z}$ и $\mathbf{s}$, входящими в алгоритм (28).

Библиографический список

1. Трахтман А. М., Трахтман В. А. Основы теории дискретных сигналов на конечных интервалах. - М. : Сов.радио, 1975. - 208 с.
2. Волчков В П Оптимальное рекуррентное представление случайных сигналов в базисах функций Виленкина-Крестенсона // Радиотехника и электроника. - 1997. - Т. 42, 8. - С. 947--958.
3. Шеломов Е. А. О корреляционных функциях и спектрах случайных сигналов в базисах функций Виленкина-Крестенсона // Радиотехника и электроника. - 1993 - Т. 38, 5. - С. 831.

4. Волчков В. П. Параметрическое спектральное оценивание случайных сигналов с использованием рекуррентных m-моделей // Радиотехника и электроника. - 1998. - Т. 43, 4. - С. 421--437.
5. Робинзон, Гренджер. Расчет нерекурсивных цифровых фильтров Уолша // Зарубежная радиоэлектроника. - 1973. - 4 - С. 12.

SYNTHESIS OF THE RECURRENCE M-FILTERS WITH A GIVEN AMPLITUDE FREQUENCY CHARACTERISTIC

V.P. Volchkov

The approach of synthesis of fast digital m-filters with a given Amplitude Frequency Characteristics is proposed. This method we can regarded of further development and generalization FIC filtration when impulse response is invariant over m-shifts group and interval of registration is more then interval of m- representation.

УДК 621.391

ЧАСТОТНЫЙ АНАЛИЗ РЕЧЕВЫХ СИГНАЛОВ

Е.Г. Жиляков[1], *Е.И. Прохоренко*[1]

1 - Белгородский государственный университет Российская Федерация, 308015, г. Белгород, ул. Победы, 85

Рассматривается новый оптимальный по критерию среднеквадратической погрешности метод частотного анализа и фильтрации, включая субполосный анализ, речевых сигналов.

ВВЕДЕНИЕ

В задачах анализа звуковых сигналов принято использовать так называемую психоакустическую модель, которая описывает механизм восприятия звука человеческим ухом. Согласно этой модели реакция слуха избирательна к спектральному составу воздействующего сигнала, поэтому возникает целесообразность раздельной обработки данных, отражающих спектральные свойства сигналов в разных частотных полосах, в том числе при неравномерном разбиении на частотные интервалы, что отмечается, например, в рекомендациях MPEG [1].

В настоящее время для выделения составляющих сигнала, соответствующих определенным полосам частот, применяются фильтры с конечной импульсной характеристикой (КИХ-фильтры) [2]. Основной недостаток такого подхода обусловлен неконтролируемым элайзингом (влияние наложения частот), который может существенно исказить спектр. Кроме того, для обеспечения возможности восстановления исходных данных на основе прореживания с использованием КИХ-фильтров допустимо только разбиение оси частот на равные полосы и необходимо выполнить определенные требования, которым должны удовлетворять формы АЧХ этих фильтров. Это может привести к еще большему элайзингу, а промежуточные нелинейные преобразования, в частности, квантование по уровню, не могут быть скомпенсированы и оценка их влияния практически невозможна.

Поэтому представляется важной разработка и исследование оптимальных по критерию среднеквадратической погрешности методов частотного субполосного анализа речевых сигналов.

1. ВЫЧИСЛЕНИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СПЕКТРА

Для анализа звуковых сигналов достаточно широкое распространение получил подход на основе так называемого кратковременного спектра [3].