УДК.621.396.96

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДВУХАЛЬТЕРНАТИВНЫХ РЕШЕНИЙ В ЗАДАЧАХ ПРОВЕРКИ ГИПОТЕЗ О НАЛИЧИИ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ ОБЪЕКТОВ НА ФОНЕ ПОДСТИЛАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ В СИСТЕМАХ С ПОЛЯРИЗАЦИОННОЙ ОБРАБОТКОЙ ИНФОРМАЦИИ *

Е.В. Бурданова

Белгородский государственный университет, 308015, г.Белгород, ул. Победы, 85, e-mail: burdanova@bsu.edu.ru

Рассматривается вариант использования двухальтернативных решений в задачах проверки статистических гипотез о наличии цели в разрешаемом объеме радиолокационной системы с поляризационной обработкой информации на фоне подстилающей поверхности. Приводится решающее правило проверки статистических гипотез о наличии цели на фоне подстилающей поверхности с использованием критерия Неймана – Пирсона. Показано, что решающее правило возможно использовать при априори неизвестных параметрах распределения отражений от цели и подстилающей поверхности. Приводится методика расчета ошибок первого и второго рода для случая двухальтернативных решений.

Ключевые слова: решающие правила, поляризация, радиолокационная система, математическое ожидание, поляризационно-ковариационная матрица, поляризационный вектор рассеяния.

ВВЕДЕНИЕ

На практике часто возникают вопросы оценки возможности радиолокационных систем по принятию решения о наличии или отсутствии объекта в разрешаемом объеме. При этом необходимо учитывать мешающие воздействия, такие как отражения от фона (подстилающей поверхности), шумы приемных каналов. Анализ состояния и тенденций развития радиолокационных средств обнаружения радиолокационных объектов на фоне подстилающей поверхности показывает, что решение таких задач традиционными радиолокационными средствами довольно затруднительно, в данном случае необходимо учитывать один из важнейших параметров отраженного радиолокационного сигнала – поляризацию. При этом возможно использование модели представления входного сигнала радиолокационной системы как многомерного вектора.

ОСОБЕННОСТИ ПОСТРОЕНИЯ ДВУХАЛЬТЕРНАТИВНЫХ РЕШАЮЩИХ ПРАВИЛ ДЛЯ ОДНОПОЗИЦИОННЫХ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИСТЕМ С ПОЛЯРИЗАЦИОННОЙ ОБРАБОТКОЙ ИНФОРМАЦИИ

Для радиолокационных систем, зондирующих на двух ортогональных поляризациях и производящих прием на двух ортогональных поляризациях по каждому излученному сигналу (например, вертикальной и горизонтальной), входной сигнал можно представить в виде поляризационного вектора рассеяния (ПВР), образованного из поляризационной матрицы рассеяния [1]

$$\dot{\mathbf{U}}(t_i) = \begin{pmatrix} \dot{U}_{11}(t_i) \\ \dot{U}_{21}(t_i) \\ \dot{U}_{12}(t_i) \\ \dot{U}_{22}(t_i) \end{pmatrix}, \qquad (1)$$

где $\dot{U}_{11}(t_i)=U_{11}(t_i)e^{j\varphi_1}$, $\dot{U}_{21}(t_i)=U_{21}(t_i)+j0$, $\dot{U}_{12}(t_i)=U_{12}(t_i)+j0$, $\dot{U}_{22}(t_i)=U_{22}(t_i)e^{j\varphi_2}$, $\varphi_1=\varphi_{11}-\varphi_{21}$, $\varphi_2=\varphi_{22}-\varphi_{12}$ – относительные фазы между основными и кроссовыми компонентами ПВР.

* Работа выполнена при частичной грантовой поддержке внутривузовского гранта БелГУ 2007 г., проект № ВКГ026-07

Ковариационная матрица $\dot{\mathbf{M}}$ элементов ПВР [1]

$$\dot{\mathbf{M}} = \frac{1}{2}\mathrm{E}\left\{\left[\dot{\vec{\mathbf{U}}} - \mathrm{E}(\dot{\vec{\mathbf{U}}})\right]\left[\dot{\vec{\mathbf{U}}} - \mathrm{E}(\dot{\vec{\mathbf{U}}})\right]^{*\mathrm{T}}\right\}, \tag{2}$$

иначе называется ковариационно-поляризационной матрицей (КПМ). В выражении (2) Е – оператор математического ожидания; * – знак комплексного сопряжения. Элементы КПМ отражают степень статистической связи элементов исходного вектора фиксируемых параметров между собой.

Для случая однопозиционной локации КПМ выборок ПВР локационных целей являются плохо обусловленными (в силу равенства $\dot{U}_{12}(t_i) = \dot{U}_{21}(t_i)$. При этом плохо обусловленные КПМ являются таковыми за счет погрешностей измерения истинно сингулярных матриц. Сингулярность КПМ приводит к некоторым особенностям определения плотностей вероятностей статистических моделей сигналов.

Будем полагать ковариационную матрицу ПВР объекта сингулярной. Из этого следует, что все значения случайного ПВР $\dot{\vec{\mathbf{U}}}$ локализуются в τ -плоскости $\mathrm{L}(\dot{\vec{\mathbf{U}}})$, размерность которой $\dim(\dot{\vec{\mathbf{U}}}) = \tau < \mathrm{n}$, где $\mathrm{n} = 4$ – размерность исходного поляризационного пространства. Следовательно, вероятность попадания ПВР $\dot{\vec{\mathbf{U}}}$ в любую плоскость, не пересекающую $\mathrm{L}(\dot{\vec{\mathbf{U}}})$, равна нулю, т.е. ПВР $\dot{\vec{\mathbf{U}}}$ в C^4 не может иметь плотности распределения [2].

Выберем в направляющем подпространстве $\mathrm{E}(\dot{\vec{\mathbf{U}}})$ линейного многообразия $\mathrm{L}(\dot{\vec{\mathbf{U}}})$ какой-либо направляющий орт $\dot{\vec{\mathbf{e}}}_{\mathrm{E}}$, образованный из направляющего орта $\dot{\vec{\mathbf{e}}}_{\mathrm{C}}$, исходного пространства C^{n} при помощи линейного преобразования с матрицей $\dot{\mathbf{B}}^{*\mathrm{T}}$ размера $\tau \times \mathrm{n}$. Пусть $\dot{\vec{\mathbf{y}}}$ – произвольный вектор подпространства $\mathrm{E}(\dot{\vec{\mathbf{U}}})$ в базе $\dot{\vec{\mathbf{e}}}_{\mathrm{E}}$. Тогда координаты любой точки $\dot{\vec{\mathbf{U}}} \in \mathrm{E}(\dot{\vec{\mathbf{U}}})$ можно выразить как $\dot{\vec{\mathbf{U}}} = \dot{\mathbf{B}}\dot{\vec{\mathbf{y}}}$, а любую точку $\dot{\vec{\mathbf{U}}} \in \mathrm{E}(\dot{\vec{\mathbf{U}}})$ можно представить в виде [3]

$$\dot{\vec{\mathbf{U}}} = \dot{\mathbf{B}}\dot{\vec{\mathbf{y}}} + \dot{\vec{\mathbf{U}}}_0, \quad \dot{\vec{\mathbf{U}}}_0 \in \mathrm{L}(\dot{\vec{\mathbf{U}}}). \tag{3}$$

Если случайный n-мерный вектор, $\dot{\vec{\mathbf{U}}}_0 \in \mathrm{L}(\dot{\vec{\mathbf{U}}})$, то $\dot{\vec{\mathbf{U}}} - \dot{\vec{\mathbf{U}}}_0 \in \mathrm{E}(\dot{\vec{\mathbf{U}}})$.

Переведем этот случайный вектор в базис с направляющими ортами $\dot{\vec{\mathbf{e}}}_{\mathrm{E}}$ и обозначим такой τ -мерный вектор через $\dot{\vec{\mathbf{y}}}$. Тогда из (3) получим

$$\dot{\vec{\mathbf{y}}} = \dot{\mathbf{B}}^{*\mathrm{T}}(\dot{\vec{\mathbf{U}}} - \dot{\vec{\mathbf{U}}}_0). \tag{4}$$

Случайный вектор $\dot{\vec{\mathbf{y}}}$ является τ -мерным в τ -мерном подпространстве, не локализуется ни в каком подпространстве меньшей размерности и его ковариационная матрица $\dot{\mathbf{T}}$ будет невырожденной. Тогда для $\dot{\vec{\mathbf{y}}}$ будет существовать плотность вероятности [2, 3]:

$$\mathrm{W}(\dot{\vec{\mathbf{y}}}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)|\dot{\mathbf{T}}|}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\dot{\vec{\mathbf{y}}} - \dot{\vec{\mathbf{m}}})^{*\mathrm{T}}\dot{\mathbf{T}}^{-1}(\dot{\vec{\mathbf{y}}} - \dot{\vec{\mathbf{m}}})\right\}, \tag{5}$$

где $|\dot{\mathbf{T}}|$ – определитель матрицы; $\dot{\vec{\mathbf{m}}}$ – математическое ожидание $\dot{\vec{\mathbf{y}}}$.

Переведем (5) в исходный базис $\dot{\vec{\mathbf{e}}}_{\mathrm{C}}$, другими словами, перейдем к переменной $\dot{\vec{\mathbf{U}}}$. Для этого выберем в качестве τ -мерного базиса $\mathrm{E}(\dot{\vec{\mathbf{U}}})$ все τ нормированных собственных векторов $\dot{\vec{\mathbf{b}}}_i^0(i = \overline{1,\tau})$, соответствующих ненулевым собственным значениям λ_i КПМ $\dot{\mathbf{M}}$ $(rg\dot{\mathbf{M}} = \tau)$. Тогда матрица перехода $\dot{\mathbf{B}}$ размера $\mathrm{n} \times \tau$ будет состоять из векторов $\dot{\vec{\mathbf{b}}}_i^0$, расположенных столбцами. Матрица $\dot{\mathbf{B}}$ должна удовлетворять условию $\dot{\mathbf{B}}^{*T}\dot{\mathbf{B}}=\mathbf{I}$, где $\mathbf{I}$ – еденичная матрица $\tau\times\tau$. Если $\dot{\vec{\mathbf{m}}}=<\dot{\vec{\mathbf{y}}}>$, то

$$\dot{\vec{\boldsymbol{\mu}}}=<\dot{\vec{\mathbf{U}}}>=\dot{\mathbf{B}}\dot{\vec{\mathbf{m}}}+\dot{\vec{\mathbf{U}}}_0, \tag{6}$$

где < > – знак статистического усреднения.

Поляризационно-ковариационная матрица:

$$\dot{\mathbf{M}}=\frac{1}{2}<(\dot{\vec{\mathbf{U}}}-\dot{\vec{\boldsymbol{\mu}}})(\dot{\vec{\mathbf{U}}}-\dot{\vec{\boldsymbol{\mu}}})^{*T}>=\frac{1}{2}<\dot{\mathbf{B}}(\dot{\vec{\mathbf{y}}}-\dot{\vec{\mathbf{m}}})(\dot{\vec{\mathbf{y}}}-\dot{\vec{\mathbf{m}}})^{*T}\dot{\mathbf{B}}^{*T}>=\dot{\mathbf{B}}\dot{\mathbf{T}}\dot{\mathbf{B}}^{*T}. \tag{7}$$

Из (7) находим

$$\dot{\mathbf{T}}=\dot{\mathbf{B}}^{*T}\dot{\mathbf{M}}\dot{\mathbf{B}}. \tag{8}$$

Проведя в (5) преобразования с учетом (4),(6),(8), получим выражение для плотности вероятности случайного ПВР $\dot{\vec{\mathbf{U}}}$ в исходном базисе:

$$\mathrm{W}(\dot{\vec{\mathbf{U}}})=\frac{1}{\sqrt{(2\pi)\left|\dot{\mathbf{B}}^{*T}\dot{\mathbf{M}}\dot{\mathbf{B}}\right|}}\exp\left\{-\frac{1}{2}(\dot{\vec{\mathbf{U}}}-\dot{\vec{\boldsymbol{\mu}}})^{*T}\dot{\mathbf{B}}\left[\dot{\mathbf{B}}^{*T}\dot{\mathbf{M}}\dot{\mathbf{B}}\right]^{-1}\dot{\mathbf{B}}^{*T}(\dot{\vec{\mathbf{U}}}-\dot{\vec{\boldsymbol{\mu}}})\right\}=$$

$$=\frac{1}{\sqrt{(2\pi)\left|\dot{\mathbf{B}}^{*T}\dot{\mathbf{M}}\dot{\mathbf{B}}\right|}}\exp\left\{-\frac{1}{2}(\dot{\vec{\mathbf{U}}}-\dot{\vec{\boldsymbol{\mu}}})^{*T}\dot{\mathbf{M}}^{H}(\dot{\vec{\mathbf{U}}}-\dot{\vec{\boldsymbol{\mu}}})\right\}, \tag{9}$$

где $\dot{\mathbf{M}}^{H}=\dot{\mathbf{B}}\left[\dot{\mathbf{B}}^{*T}\dot{\mathbf{M}}\dot{\mathbf{B}}\right]^{-1}\dot{\mathbf{B}}^{*T}$ – обобщенная обратная матрица Мура [3].

Таким образом, можно дать следующее определение для многомерного нормального распределения, включающего и вырожденный случай: n – мерный случайный вектор $\dot{\vec{\mathbf{U}}}$ с математическим ожиданием $\dot{\vec{\boldsymbol{\mu}}}$ и ковариационной матрицей $\dot{\mathbf{M}}$ распределен нормально, если существуют преобразования (3), (4).

В практических задачах сингулярные КПМ ПВР объектов встречаются редко. Ковариационные матрицы $\dot{\mathbf{M}}$, как правило, вычисляются по экспериментальным данным. Неточности измерений приводят к тому, что оценки матрицы $\dot{\mathbf{M}}$ получаются не сингулярные, но плохо обусловленные. При этом задача определения обратной матрицы $\dot{\mathbf{M}}^{-1}$ будет некорректной, так как ее решение неустойчиво, ибо малые изменения входных данных могут вызвать какие угодно большие (по норме) изменения решений. Устойчивость решения связана с набором собственных чисел λ_i матрицы $\dot{\mathbf{M}}$ и падает с ростом отношения $\lambda_{\text{макс}}/\lambda_{\text{мин}}$.

Выходом из этого положения может стать предположение о том, что данная плохо обусловленная оценка матрицы $\hat{\dot{\mathbf{M}}}$ – результат погрешностей измерения истинно сингулярной матрицы $\dot{\mathbf{M}}$. По очереди находим наибольшие λ_i и соответствующие им $\dot{\vec{\mathbf{b}}}_i^0$ матрицы $\hat{\dot{\mathbf{M}}}$ и вычисляем значения [3]

$$\mathrm{P}_i=\sum_{\mathrm{K}=1}^{i}\lambda_{\mathrm{K}}, \tag{10}$$

при этом величина

$$\xi_i=\sqrt{\frac{Sp\dot{\mathbf{M}}-\mathrm{P}_i}{\lambda_i(n-i)}}, \tag{11}$$

где $\mathrm{Sp}\dot{\mathbf{M}}$ – след матрицы $\dot{\mathbf{M}}$, может служить оценкой качества исчерпывания пространства, занимаемого $\dot{\vec{\mathbf{U}}}$ собственными векторами. Выбираем граничное значение для ξ_i, при достижении которого процедуру останавливаем. Полученные τ нормированных собственных векторов $\dot{\vec{\mathbf{b}}}_i^0$ составляют базис τ -плоскости $\mathrm{L}(\hat{\dot{\mathbf{M}}})$. Из этих векторов составляем матрицу преобразования $\dot{\mathrm{B}}$ размера $n\times\tau$. Проекция совокупности $\dot{\vec{\mathbf{U}}}$ в τ-плоскость $\mathrm{L}(\hat{\dot{\mathbf{M}}})$ будет иметь выраженную ковариационную матрицу $\hat{\dot{\mathbf{M}}}$, сингулярный скелет матрицы $\dot{\mathbf{M}}$. Дальнейшая методика получения закона распределения случайного вектора $\dot{\vec{\mathbf{U}}}$ такая же, как и в случае сингулярных матриц.

При измерении ПВР ошибки приводят к тому, что КПМ получается плохо обусловленной, т.е. $\det\dot{\mathbf{M}}\neq 0$, но величина его очень мала. В этом случае задача обнаружения становится некорректно поставленной, так как для сингулярных матриц допускается бесконечное множество решений, а для плохо обусловленных матриц решение неустойчиво (малые изменения входных данных могут вызвать какие угодно большие изменения решения) [3]. То есть все значения случайного вектора $\dot{\vec{\mathbf{U}}}$ локализуются в r-подпространстве $L(\dot{\vec{\mathbf{U}}})$, размерность которого $\dim L(\dot{\vec{\mathbf{U}}})=\mathrm{rg}\dot{\mathbf{M}}=r<n$. Следовательно, необходимо выбрать базис размерности r, пересчитав в который $\dot{\vec{\mathbf{U}}}$ и $\dot{\mathbf{M}}$ линейно, можно корректно записать решающее правило.

Таким образом, в соответствии с [3] необходимо построить сингулярный скелет для матриц

$$\dot{\mathbf{M}}=\dot{\mathbf{M}}_1+\dot{\mathbf{M}}_2, \tag{12}$$

где $\dot{\mathbf{M}}_1,\dot{\mathbf{M}}_2$ – КПМ полученные по выборкам ПВР объекта 1 и объекта 2.

Определив все собственные значения λ_g и нормированные собственные векторы $\dot{\vec{\mathbf{b}}}_g$ и отбросив (4-r) векторы, соответствующих равным нулю λ_g, строим унитарную матрицу $\dot{\mathbf{B}}=\left|\mathrm{b}_{ij}\right|_{4\times r}$. Тогда координаты любой точки $\dot{\vec{\mathbf{U}}}$ в направляющем пространстве $\mathrm{E}(\dot{\vec{\mathbf{U}}})$ линейного многообразия $\mathrm{L}(\dot{\vec{\mathbf{U}}})$ могут быть выражены в виде $\dot{\vec{\mathbf{U}}}=\dot{\mathbf{B}}\dot{\vec{\mathbf{U}}}^{\mathrm{H}}$, где $\dot{\vec{\mathbf{U}}}^{\mathrm{H}}$ – случайный вектор r-мерный в r-мерном пространстве.

Ковариационная матрица $\dot{\mathbf{M}}^{\mathrm{H}}$ вектора $\dot{\vec{\mathbf{U}}}^{\mathrm{H}}$ будет также r-мерной и невырожденной.

Следовательно, закон распределения ПВР при справедливости гипотез (объект принадлежит классу 1) и H_1 (объект принадлежит классу 2) можно записать в виде [4, 5]:

$$\mathrm{P}(\dot{\vec{\mathbf{U}}}^{\mathrm{H}}|\mathrm{H}_0)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\left|\dot{\mathbf{M}}_1^{\mathrm{H}}\right|}}\exp\left\{-\frac{1}{2}(\dot{\vec{\mathbf{U}}}^{\mathrm{H}}-\dot{\vec{\mathbf{m}}}_1^{\mathrm{H}})^{\mathrm{T}*}\left(\dot{\mathbf{M}}_1^{\mathrm{H}}\right)^{-1}(\dot{\vec{\mathbf{U}}}^{\mathrm{H}}-\dot{\vec{\mathbf{m}}}_1^{\mathrm{H}})\right\}, \tag{13}$$

$$\mathrm{P}(\dot{\vec{\mathbf{U}}}^{\mathrm{H}}|\mathrm{H}_1)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\left|\dot{\mathbf{M}}_2^{\mathrm{H}}\right|}}\exp\left\{-\frac{1}{2}(\dot{\vec{\mathbf{U}}}^{\mathrm{H}}-\dot{\vec{\mathbf{m}}}_2^{\mathrm{H}})^{\mathrm{T}*}\left(\dot{\mathbf{M}}_2^{\mathrm{H}}\right)^{-1}(\dot{\vec{\mathbf{U}}}^{\mathrm{H}}-\dot{\vec{\mathbf{m}}}_2^{\mathrm{H}})\right\},$$

где $\left|\dot{\mathbf{M}}_1^{\mathrm{H}}\right|,\left|\dot{\mathbf{M}}_2^{\mathrm{H}}\right|$ – определители матриц $\dot{\mathbf{M}}_1^{\mathrm{H}},\dot{\mathbf{M}}_2^{\mathrm{H}}$; $\dot{\vec{\mathbf{m}}}_1^{\mathrm{H}},\dot{\vec{\mathbf{m}}}_2^{\mathrm{H}}$ – векторы МО для выборок ПП и разрешающего объема соответственно.

$$\dot{\vec{\mathbf{U}}}^{\mathrm{H}}=\dot{\mathbf{B}}^{\mathrm{T}*}\dot{\vec{\mathbf{U}}},\ \dot{\mathbf{M}}_1^{\mathrm{H}}=\dot{\mathbf{B}}^{\mathrm{T}*}\dot{\mathbf{M}}_1\dot{\mathbf{B}},\ \dot{\mathbf{M}}_2^{\mathrm{H}}=\dot{\mathbf{B}}^{\mathrm{T}*}\dot{\mathbf{M}}_2\dot{\mathbf{B}} \tag{14}$$

Условный логарифм отношения правдоподобия можно записать в виде [4]:

$$\ln L(\dot{\vec{\mathbf{U}}}^{\mathrm{H}}|\mathrm{H}_0)=$$

$$=\frac{1}{2}\left\{\ln\frac{\left|\dot{\mathbf{M}}_2\right|}{\left|\dot{\mathbf{M}}_1\right|}-\left[(\dot{\vec{\mathbf{U}}}^{\mathrm{H}}-\dot{\vec{\mathbf{m}}}_1^{\mathrm{H}})^{\mathrm{T}*}\left(\dot{\mathbf{M}}_1^{\mathrm{H}}\right)^{-1}(\dot{\vec{\mathbf{U}}}^{\mathrm{H}}-\dot{\vec{\mathbf{m}}}_1^{\mathrm{H}})-(\dot{\vec{\mathbf{U}}}^{\mathrm{H}}-\dot{\vec{\mathbf{m}}}_2^{\mathrm{H}})^{\mathrm{T}*}\left(\dot{\mathbf{M}}_2^{\mathrm{H}}\right)^{-1}(\dot{\vec{\mathbf{U}}}^{\mathrm{H}}-\dot{\vec{\mathbf{m}}}_2^{\mathrm{H}})\right]\right\}. \tag{15}$$

Аналогичным образом находится $\ln L(\dot{\vec{\mathbf{U}}}^{\mathrm{H}}|\mathrm{H}_1)$. В дальнейшем нет необходимости возвращаться из r-мерного пространства в 4-мерное.

Рассматриваемая методика корректна в случае, когда ранги КПМ объектов равны. В противном же случае, пространства, в которых находятся области локализации признаков, несоизмеримы [6].

ОШИБКИ ПЕРВОГО И ВТОРОГО РОДА ПРИ ДВУХАЛЬТЕРНАТИВНЫХ РЕШЕНИЯХ

В случае двухальтернативного решения значение условных вероятностей ошибок первого α и второго β рода могут быть оценены путем определения условных законов распределения логарифмов отношений правдоподобия и их интегрирования в определенных приделах. При большом n распределение логарифмов отношения правдоподобия lnL приближается к нормальному и имеют место асимптотические соотношения [7]

$$\alpha \approx 1 - \mathrm{F}\{(\mathrm{Ln}c - nm_{10}(nD_{20})^{-\frac{1}{2}}\}, \tag{16}$$

$$\beta \approx 1 - \mathrm{F}\{(\mathrm{Ln}c - nm_{11}(nD_{21})^{-\frac{1}{2}}\}, \tag{17}$$

где $\mathrm{F}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ – интеграл Лапласа; $m_{10} = m_1\{\ln L(\dot{\bar{\mathbf{U}}})|\mathrm{H}_0\}$; $m_{11} = m_1\{\ln L(\dot{\bar{\mathbf{U}}})|\mathrm{H}_1\}$; $D_{20} = D_2\{lnL(\dot{\bar{\mathbf{U}}})|\mathrm{H}_0\}$; $D_{21} = D_2\{\ln L(\dot{\bar{\mathbf{U}}})|\mathrm{H}_1\}$ – математические ожидания и дисперсии логарифмов отношения правдоподобия при справедливости гипотез H_0 и H_1 соответственно; c – порог принятия решения.

Величину c можно принять равной единице, если считать нулевыми стоимости правильных решений. Тогда ошибки первого и второго рода [7]:

$$\alpha \approx 1 - \mathrm{F}\{-\frac{nm_{10}}{\sqrt{nD_{20}}}\}, \tag{18}$$

$$\beta \approx \mathrm{F}\{-\frac{nm_{11}}{\sqrt{nD_{21}}}\}. \tag{19}$$

РЕШАЮЩЕЕ ПРАВИЛО ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЯ О НАЛИЧИИ ЦЕЛИ НА ФОНЕ ПОДСТИЛАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ АПРИОРИ НЕИЗВЕСТНЫХ ПАРАМЕТРАХ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОТРАЖЕНИЙ ОТ ЦЕЛИ И ПОДСТИЛАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

Задачу принятия решения о наличии цели на фоне подстилающей поверхности (ПП) можно сформулировать как задачу проверки гипотезы о наличии в объеме разрешения РЛС только подстилающей поверхности (гипотеза H_0), либо подстилающей поверхности (ПП) и цели (гипотеза H_1) на протяжении всего времени наблюдения [8]. Задача рассматривается для случая однопозиционной локации.

При этом единичный отсчет ПВР может быть представлен в виде комплексного вектора [6,8]

$$\dot{\bar{\mathbf{U}}}(t_i) = \dot{\bar{\mathbf{U}}}(t_i)_{ПП} + \alpha_0 \dot{\bar{\mathbf{U}}}(t_i)_{Ц} + \dot{\bar{\mathbf{U}}}(t_i)_{Ш}, \alpha_0 = \begin{Bmatrix} 0 \ при\ \mathrm{H}_0, \\ 1 \ при\ \mathrm{H}_1, \end{Bmatrix}, \tag{20}$$

где $\dot{\bar{\mathbf{U}}}(t_i)_{пп}$ – ПВР ПП в момент времени t_i; $\dot{\bar{\mathbf{U}}}(t_i)_{Ц}$ – ПВР цели; $\dot{\bar{\mathbf{U}}}(t_i)_{Ш}$ – шум приемных каналов.

Полагая соседние по времени отсчеты $\dot{\bar{\mathbf{U}}}_i$ некоррелированными, а слагаемые, входящие в (20) независимыми, получим выражения для ковариационно-поляризационных матриц (КПМ) при $\alpha_0 = 0$ и $\alpha_0 = 1$ соответственно в виде $\dot{\mathbf{M}}_{(\mathrm{H}_0)} = \dot{\mathbf{M}}_{ПП} + \dot{\mathbf{M}}_{Ш}$, $\dot{\mathbf{M}}_{(\mathrm{H}_1)} = \dot{\mathbf{M}}_{ПП} + \dot{\mathbf{M}}_{Ц} + \dot{\mathbf{M}}_{Ш}$, где $\dot{\mathbf{M}}_{ПП}$ – КПМ ПП, $\dot{\mathbf{M}}_{Ц}$ – КПМ цели, $\dot{\mathbf{M}}_{Ш}$ – КПМ шума приемных каналов.

Поскольку ранг матриц $\dot{\mathbf{M}}_{(\mathrm{H}_0)}$ и $\dot{\mathbf{M}}_{(\mathrm{H}_1)}$, в силу однопозиционной локации (элементы ПВР $\dot{U}_{21} = \dot{U}_{12}$) не более 3, используем метод анализа главных компонент для преодоления плохой обусловленности КПМ [3]. Определив все собственные числа λ_r и нормированные собственные векторы $\dot{\vec{\mathbf{b}}}_r$ матрицы $\dot{\mathbf{M}} = \dot{\mathbf{M}}_{(\mathrm{H}_0)} + \dot{\mathbf{M}}_{(\mathrm{H}_1)}$, отбросив собственный вектор $\dot{\vec{\mathbf{b}}}_4$, соответствующий наименьшему λ_4, составим матрицу пересчета $\dot{\mathbf{B}}$. Применяя преобразование

$$\dot{\vec{\mathbf{y}}} = \dot{\mathbf{B}}^{*\mathrm{T}} \dot{\vec{\mathbf{U}}},$$

получим ПВР $\dot{\vec{\mathbf{y}}}$, КПМ которого будет невырожденной. Знак *Т обозначает комплексное сопряжение и транспонирование. Выражения для плотностей вероятностей выборочных значений ПВР, соответствующих гипотезам H_0 и H_1, можно записать в следующем виде [3, 5]:

$$\mathrm{W}_0(\dot{\vec{\mathbf{y}}}) = \frac{(\det \dot{\mathbf{T}}_0)^{\frac{1}{2}}}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \exp\left\{ -\frac{1}{2} (\dot{\vec{\mathbf{y}}} - \dot{\vec{\boldsymbol{\mu}}}_0)^{*\mathrm{T}} \dot{\mathbf{T}}_0^{-1} (\dot{\vec{\mathbf{y}}} - \dot{\vec{\boldsymbol{\mu}}}_0) \right\}, \tag{21}$$

$$\mathrm{W}_1(\dot{\vec{\mathbf{y}}}) = \frac{(\det \dot{\mathbf{T}}_1)^{\frac{1}{2}}}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \exp\left\{ -\frac{1}{2} (\dot{\vec{\mathbf{y}}} - \dot{\vec{\boldsymbol{\mu}}}_1)^{*\mathrm{T}} \dot{\mathbf{T}}_1^{-1} (\dot{\vec{\mathbf{y}}} - \dot{\vec{\boldsymbol{\mu}}}_1) \right\}, \tag{22}$$

где $\dot{\vec{\mathbf{m}}}_0$, $\dot{\vec{\mathbf{m}}}_1$ – математические ожидания сигнала при гипотезах H_0 и H_1; $\dot{\mathbf{T}}_0 = \dot{\mathbf{B}}^{*\mathrm{T}} \dot{\mathbf{M}}_{(\mathrm{H}_0)} \dot{\mathbf{B}}$; $\dot{\mathbf{T}}_1 = \dot{\mathbf{B}}^{*\mathrm{T}} \dot{\mathbf{M}}_{(\mathrm{H}_1)} \dot{\mathbf{B}}$; $\dot{\vec{\boldsymbol{\mu}}}_0 = \dot{\mathbf{B}}^{*\mathrm{T}} \dot{\vec{\mathbf{m}}}_0$, $\dot{\vec{\boldsymbol{\mu}}}_1 = \dot{\mathbf{B}}^{*\mathrm{T}} \dot{\vec{\mathbf{m}}}_1$.

При этом логарифм отношения правдоподобия для дискретной выборки $\dot{\vec{\mathbf{y}}}$ объема N (определяемого разрешающим объемом РЛС) записывается в виде [5,9]

$$\mathbf{L} = \frac{1}{2} \ln \frac{\det \dot{\mathbf{T}}_1}{\det \dot{\mathbf{T}}_0} + \frac{1}{2N} \cdot \sum_{i=1}^{N} \left(\left(\dot{\vec{\mathbf{y}}}_i - \dot{\vec{\boldsymbol{\mu}}}_0\right)^{*\mathrm{T}} \cdot \dot{\mathbf{T}}_0^{-1} \cdot \left(\dot{\vec{\mathbf{y}}}_i - \dot{\vec{\boldsymbol{\mu}}}_0\right) - - \left(\dot{\vec{\mathbf{y}}}_i - \dot{\vec{\boldsymbol{\mu}}}_1\right)^{*\mathrm{T}} \cdot \dot{\mathbf{T}}_1^{-1} \cdot \left(\dot{\vec{\mathbf{y}}}_i - \dot{\vec{\boldsymbol{\mu}}}_1\right) \right). \tag{23}$$

Решающее правило заключается в сравнении отношения правдоподобия с порогом C и принятием решения об отсутствии (гипотеза H_0) или наличии (гипотеза H_1) обнаруживаемой цели в разрешаемом объеме.

Основной особенностью данного решающего правила является то, что оценки параметров распределения ПВР для гипотезы H_1 проводятся в пределах разрешаемого объема РЛС в течение времени его сканирования. Оценки параметров распределения ПВР для гипотезы H_0 проводятся в заданных пределах окрестности разрешаемого объема РЛС в течение времени его сканирования. На вход поступает выборка ПВР, полученная в пределах разрешаемого объема РЛС. Таким образом, проверяемой в текущем элементе разрешения гипотезой является гипотеза об отличии текущих параметров распределения входного сигнала в пределах разрешаемого объема РЛС от распределения этих параметров в некоторой окрестности данного текущего элемента разрешения. Окрестностью элемента разрешения является задаваемая величина «окна» усреднения по дальности и по азимуту. При этом сам элемент разрешения исключается из оценивания параметров распределения ПВР (для гипотезы H_0).

Таким образом, обучающая выборка (для оценки параметров плотности вероятности значений ПВР гипотезы H_0) и контрольная выборка (для оценки параметров плотности вероятности значений ПВР гипотезы H_1 и расчета логарифма отношения правдоподобия L) формируются в процессе сканирования сектора обзора РЛС.

Принятие решения можно осуществлять с применением критерия Неймана – Пирсона. Применение этого критерия обусловлено тем, что в данном случае отсутствует априорная информация о вероятностях состояний и потерях при принятии решений. В случае применения этого критерия порог принятия решения определяется таким образом, чтобы вероятность ошибки первого рода F (вероятность ложной тревоги) была не больше заданного значения β_0.

ВЫВОДЫ

1. При определении плотности вероятности распределения ПВР и построении решающего правила в случае однопозиционной локации необходимо учитывать плохую обусловленность ковариационно-поляризационных матриц, входящих в решающие правила.

2. В условиях априорной неопределенности обучающая выборка и контрольная выборка должны формироваться в процессе сканирования сектора обзора РЛС. При этом проверяемой в текущем элементе разрешения гипотезой является гипотеза об отличии текущих параметров распределения входного сигнала, в пределах разрешаемого объема РЛС, от распределения этих параметров в некоторой окрестности данного текущего элемента разрешения.

Литература

1. Киселев А.З. Теория радиолокационного обнаружения на основе использования векторов рассеяния целей / А.З. Киселев. – 2-е изд. – СПб.: Наука. 2005. – 295 с.

2. Прикладная статистика. Классификация и снижение размерности: справ. изд. / С.А. Айвазян, В.М. Бухштабер, И.С. Енюков, Л.Д. Мешалкин ; под ред. С.А. Айвазяна. – М.: Финансы и статистика, 1989. – 607 с.

3. Либенсон М.Н. Автоматизация распознавания телевизионных изображений / М.Н. Либенсон, А.Я. Хесин, Б.А. Янсон. – М.: Энергия, 1975. – 160 с.

4. Фукунага К. Введение в статистическую теорию распознавания образов / К. Фукунага. – М.: Наука, 1979. – 387 с.

5. Фомин Я.А. Статистическая теория распознавания образов / Я.А. Фомин, Г.Р. Тарловский. – М.: Радио и связь, 1986. – 264 с.

6. Олейник И.И., Омельченко А.И. Решающее правило и оценка показателей качества распознавания одного радиолокационного объекта на фоне другого при полном поляризационном зондировании / И.И. Олейник, А.И. Омельченко // СНТ. – Харьков: ХВУ, 2002. – Вып. 1(39). – С. 79-81.

7. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники / Б.Р. Левин. – Кн. 2. – М.: Сов. радио, 1974. – 398 с.

8. Бурданова Е.В. Алгоритмы выделения цели на фоне подстилающей поверхности в локационных системах с различными поляриметрическими режимами работы / Е.В. Бурданова, А.П. Денисов // Высокие технологии, фундаментальные и прикладные исследования, образование / под ред. А.П. Кудинова, Г.Г. Матвиенко: сб. тр. III Междунар. науч.-практ. конф. «Исследование, разработка и применение высоких технологий в промышленности». – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2007. – Т. 9. – С. 41-44 .

9. Бурданова Е.В. Особенности разработки и реализации алгоритмов обработки и отображения информации в обзорной РЛС с полным поляризационным зондированием: тр. XXIV Всерос. симпозиума / Е.В. Бурданова, В.В. Муромцев, И.И. Олейник, Д.Б. Храбростин // Радиолокационное исследование природных сред. – СПб.: Изд-во НИЦ 4 ЦНИИ МО РФ, 2006. – Вып. 6. – С. 245-251.

USE OF TWO – ALTERNATIVE DECISIONS IN TASKS OF CHECK OF HYPOTHESES ABOUT PRESENCE OF RADAR-TRACKING OBJECTS ON A BACKGROUND OF SPREADING SURFACE IN SYSTEMS WITH POLARIZING PROCESSING THE INFORMATION

E.V. Burdanova

308015, Belgorod, Pobeda 85, Belgorod State University, e-mail: burdanova@bsu.edu.ru

The variant of use of two-alternative decisions in tasks of check of statistical hypotheses about presence of the purpose in allowed volume of the radar-tracking system with polarizing processing the information on a background of spreading surface. Deciding rule of check of statistical hypotheses about presence of the purpose on a background of spreading surface with use of criterion Neyman – Pirson is resulted. It is shown, that deciding rule is possible for using at a priori unknown parameters of distribution of reflections from the purpose and spreading surface. The design procedure of mistakes of the first and second sort for a case of two-alternative decisions is shown. Key words: the multialternative decision, a class, sample, system, sounding.

Key words: decision rules, polarization, radio-location system, expected value, polarization is a variance-covariance matrix, polarization vector of dispersion.