НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНЫ В КРИСТАЛЛАХ

БЛОХОВСКИЕ ОСЦИЛЛЯЦИИ ДИНАМИЧЕСКОГО МАГНИТНОГО СОЛИТОНА ПРИ НАЛИЧИИ ГРАДИЕНТА МАГНИТНОГО ПОЛЯ

А.М. Косевич

Одна из замечательных особенностей нелинейной динамики намагниченности ферромагнетиков и антиферромагнетиков – наличие динамических магнитных солитонов. В случае одномерных ферромагнетиков, описываемых уравнениями Ландау-Лифшица, имеется полное описание всех типов нелинейных возбуждений, и в частности, существует точное аналитическое описание динамических солитонов в одноосных и двухосных магнетиках в однородном магнитном поле при отсутствии диссипации [1, 2]. Динамический магнитный солитон – это двухпараметрическое возбуждение, перемещающееся с постоянной скоростью V и характеризующееся некоторой собственной частотой внутренней прецессии Ω.

Если ввести полярные углы θ и φ, то вектор намагниченности ферромагнетика M можно представить в виде:

$$M_x + iM_y = M_0 \sin\theta\, e^{i\varphi},\ M_z = M_0 \cos\varphi \qquad (1)$$

В угловых переменных θ и φ уравнение движения намагниченности имеет следующий вид:

$$\sin\theta\frac{\partial\theta}{\partial t} = -\frac{2\mu_0\delta E}{\hbar M_0\delta\varphi}, \qquad \sin\theta\frac{\partial\varphi}{\partial t} = \frac{2\mu_0\delta E}{\hbar M_0\delta\theta}, \qquad (2)$$

где в правых частях стоят вариационные производные от полной магнитной энергии магнетика по угловым переменным. Полная энергия *E* может быть представлена в виде:

$$E = \int w\{\theta,\varphi\} d^3x, \qquad (3)$$

где плотность магнитной энергии одноосного ферромагнетика $w\{\theta, \varphi\}$ равна

$$w\{\theta, \varphi\} = w_0(\theta, \nabla\theta, \nabla\varphi) + M_0(1-\cos\theta)H, \qquad (4)$$

где w_0 зависит от градиентов полей угловых переменных, но не зависит непосредственно от угловой переменной (фазы) φ.

Уравнения Ландау-Лифшица для одноосного ферромагнетика всегда обладают двумя интегралами движения: полной энергией магнитного возбуждения E и проекцией полного магнитного момента на ось анизотропии. Считаем, что ось z выбрана вдоль магнитной анизотропии, и внешнее магнитное поле H направлено вдоль этой же оси. Тогда второй интеграл движения, обусловленный тем, что φ есть циклическая координата, удобно записать в виде

$$N = \frac{1}{2\mu_0}\int[M_0 - M_z(\theta)]d^3x = \frac{M_0}{2\mu_0}\int(1-\cos\theta)d^3x \qquad (5)$$

Нормировка (5) позволяет считать величину N равной числу магнонов, связанное состояние которых образует солитон (μ_0 - магнетон Бора) [1, 2].

Если внешнее магнитное поле однородно, то помимо E и N сохраняется полевой импульс (квазиимпульс) возбуждения P, равный [1,2]

$$P = -\frac{\hbar M_0}{2\mu_0}\int(1-\cos\theta)\nabla\varphi\, d^3x \qquad (6)$$

Динамический магнитный солитон с параметрами V и Ω описывается решением уравнения (2) следующего вида:

$$\theta = \theta(r - Vt), \qquad \varphi = \Omega t + \psi(r - Vt), \qquad (7)$$

где функция $\theta(\xi)$ обладает таким свойством

$$\theta(\xi) = 0, \quad \xi \to \pm\infty. \qquad (8)$$

Интегралы движения E, N и P, связаны замечательным соотношением, не зависящим от конкретного вида функции (7), а именно, при малых вариациях функций θ и φ изменение полной энергии равно [1, 2]:

$$\delta E = V\delta P + \hbar\Omega\delta N \qquad (9)$$

Из соотношения (9) следуют два уравнения движения солитона

$$V = \left(\frac{\partial E}{\partial P}\right)_N; \ \hbar\Omega = \left(\frac{\partial E}{\partial N}\right)_P \qquad (10)$$

первое из которых определяет скорость изменения координаты солитона, а второе - скорость изменения его фазы. В одноосном ферромагнетике в присутствии однородного магнитного поля координата центра тяжести солитона и его фаза являются циклическими переменными, обеспечивающими законы сохранения

$$P = \text{const}, \ N = \text{const}. \qquad (11)$$

В двухосном ферромагнетике магнитная энергия зависит от фазы φ, а потому величина (5) перестаёт быть интегралом движения.

§1. Динамика магнитного солитона в слабо неоднородном магнитном поле

Целью настоящей работы является изучение динамики магнитного солитона в одноосном ферромагнетике в слабо неоднородном магнитном поле, когда имеется постоянный малый градиент магнитного поля

$$H = H_0 + \eta x, \quad \eta = \left(\frac{dH}{dx}\right)_0, \tag{12}$$

а потому координата солитона перестаёт быть циклической переменной. Следовательно, квазиимпульс P перестаёт быть интегралом движения, и при малом η линейно зависит от времени.

Зависимость P от времени коренным образом меняет динамику солитона. Поскольку скорость солитона есть нелинейная функция P, то это изменение динамики весьма существенно.

Рассмотрим динамику магнитного солитона в одномерном одноосном ферромагнетике. В однородном магнитном поле энергия солитона есть периодическая функция P.

$$E_0(P,N)=2E_0\, l_0\, \kappa(P,N)$$

$$l_0\kappa(P,N) = \operatorname{th}\frac{N}{N_1}\left[1 + \frac{\sin^2(\pi P/2P_0)}{\operatorname{sh}^2(N/N_1)}\right], \tag{13}$$

где E_0–поверхностная энергия доменной границы, $l_0 = \sqrt{\alpha/\beta} \gg a$ (l_0 – характерная магнитная длина, a – межатомное расстояние), $P_0 = \pi\hbar a^3 M_0/\mu_0$, $N_1 = 2a^2 l_0 M_0/\mu_0$ (N_1 совпадает по порядку величины с максимальным числом спиновых отклонений, возможным на длине l_0, а P_0 – по порядку величины равен $P_0 \sim s\hbar/a$, где s – спин атома, определяющий магнетизм материала).

Итак, если квазиимпульс P зависит линейно от времени, то из (13) и (10) следует, что солитон совершает осцилляционное движение с частотой, определяемой градиентом магнитного поля. Поскольку такое движение подобно осцилляциям блоховского электрона в однородном электрическом поле, мы называем его блоховскими осцилляциями.

§2. Осцилляционное движение солитона

Изучим солитонную динамику одномерного одноосного ферромагнетика с одноосной анизотропией, помещённого в неоднородное магнитное поле с малым градиентом [см. (12)].

Как было отмечено, неоднородность магнитного поля разрушает интеграл движения P. Рассмотрим возникающую зависимость квазиимпульса от времени согласно определению (6) и свойству (8)

$$\frac{dP}{dt} = -\frac{\hbar M_0}{2\mu_0}\int\left[\sin\theta\frac{\partial\varphi}{\partial t}\frac{\partial\theta}{\partial x} - \sin\theta\frac{\partial\varphi}{\partial x}\frac{\partial\theta}{\partial t}\right]dx \qquad (15)$$

Используем теперь уравнения движения (2)

$$\frac{dP}{dt} = \int\left[\frac{\delta E}{\delta\theta}\frac{\partial\theta}{\partial x} + \frac{\delta E}{\delta\varphi}\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right]dx \qquad (16)$$

Поскольку магнитное поле зависит от координаты x , то плотность магнитной энергии также зависит от x явно: $w\{\theta, \varphi; x\}$.

Поэтому очевидно, что

$$\frac{dP}{dt} = \int[dw\{\theta,\varphi;x\} - \frac{\partial w}{\partial x}dx] = -\int\frac{\partial w}{\partial x}dx =$$

$$= \eta M_0\int(1-\cos\theta)dx = -2\eta\mu_0 N. \qquad (17)$$

Таким образом, квазиимпульс линейно зависит от времени

$$P(t)=P(0)-2\eta\mu_0 Nt, \quad P(0)=\mathrm{const} \qquad (18)$$

Рассчитаем теперь полную энергию E солитона, движущегося в поле слабого градиента η . Малый градиент магнитного поля может быть рассмотрен как слабое возмущение движения солитона в однородном поле. Тогда в адиабатическом приближении [3, 4] солитон сохраняет свою функциональную форму, и распределение намагниченности в нём остаётся прежней функцией координаты x:

$$\theta=\theta(x-X(t)), \quad \varphi=\varphi_0(t)+\psi(x-X(t)), \qquad (19)$$

однако координата центра тяжести $X(t)$ и его фаза $\varphi_0(t)$ являются функциями времени, подлежащими определению. Основные динамические параметры солитона V и Ω определяются очевидными соотношениями:

$$V = dX/dt, \quad \Omega = d\varphi_0/dt. \qquad (20)$$

Ясно, что $X(t)$ играет роль координаты центра тяжести солитона $(\theta(\xi)=\theta(-\xi))$, а $\varphi_0(t)$ – роль фазы солитона как целого.

В таком случае полная энергия может быть представлена в виде:

$$E = E_0(P,N) + 2\mu_0 NH_0 + \eta M_0\int(1-\cos\theta)x dx, \qquad (21)$$

где $E_0(P, N)$ определяется выражением (13), а в последнем члене в (21) получим

$$\int(1-\cos\theta)x dx = \int[1-\cos\theta(x-X(t))]x dx =$$
$$= X(t)\int(1-\cos\theta(\xi))d\xi = 2\eta\mu_0 NX. \qquad (22)$$

Объединяя (21) и (22), находим

$$E = E_0(P,N) + 2\mu_0 NH_0 + 2\eta\mu_0 NX, \qquad (23)$$

Мы видим, что энергия E может рассматриваться как функция трёх динамических переменных P, X и N, и производная от импульса по времени (17) играет роль одного из канонических уравнений Гамильтона:

$$\frac{dP}{dt} = -\frac{\partial E}{\partial X}, \quad \frac{dX}{dt} = \frac{\partial E}{\partial P}. \qquad (24)$$

С другой стороны, выбирая подходящим способом начальную координату солитона, мы можем на основании (23) и (13) найти явную зависимость координаты центра тяжести солитона от времени:

$$X(t) = X(0) + \frac{E_0[\cos(\pi P(t)/P_0) - \cos(\pi P(0)/P_0)]}{\eta\mu_0 N \operatorname{sh}(2N/N_1)}, \qquad (25)$$

где зависимость $P(t)$ от времени задана выражением (18). Если $P(0) \neq 0$, то на малых временах, пока $\eta\mu_0 Nt \ll P_0$, мы имеем

$$X(t) = X(0) + \frac{2\pi E_0 \sin(\pi P(t)/P_0)}{P_0 \operatorname{sh}(2N/N_1)} t \qquad (26)$$

$$V(t) \equiv \frac{dX}{dt} = \frac{2\pi E_0 \sin(\pi P(t)/P_0)}{P_0 \operatorname{sh}(2N/N_1)}, \qquad (27)$$

что находится в согласии с формулой (13), справедливой при $\eta=0$.

При больших временах ($\eta\mu_0 Nt \gg P_0$) наблюдается осцилляционное движение солитона. Амплитуда осцилляций равна

$$\Delta X = E_0 / [\eta\mu_0 N \operatorname{sh}(2N/N_1)]. \qquad (28)$$

Она, естественно, обратно пропорциональна градиенту магнитного поля и резко уменьшается с ростом N, то есть размеров солитона.

ЛИТЕРАТУРА

1. Косевич А.М., Иванов В.А., Ковалев А.С. Нелинейные волны намагниченности. - Киев: Наук. думка, 1983. –192 с.
2. Kosevich A.M., Ivanov B.A., Kovalev A.S. Magnetic solitons, Phys. Rep., 194 (1990) 117.
3. Карпман В.И., Маслов Е.М. Теория возмущений для солитонов//ЖЭТФ. -1977.- Т.73. -Вып.8.–С.538-559.

4. Kaup D.J., Newell A.C. Solitons as particles and oseillators. -Pros. Roy. Soc., 1978, v.361 A, N2.– P.413-446.

ЛОКАЛИЗОВАННЫЕ И ПСЕВДОЛОКАЛИЗОВАННЫЕ ПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОЛНЫ В ГЦК КРИСТАЛЛЕ

А.М. Косевич, С.Е. Савотченко, Д.В. Мацокин

В рамках простейшей модели центральносилового взаимодействия ближайших соседей описаны волны, локализованные вблизи свободной поверхности (001) и распространяющиеся вдоль направления [110] в ГЦК кристалле. Частоты этих волн попадают в щели внутри спектра частот объемных гармонических колебаний при фиксированном значении компоненты волнового вектора k, перпендикулярной к свободной поверхности. Аналитически изучен длинноволновый предел и случай волновых векторов, близких к границе зоны Бриллюэна. Показано, что в этом случае существуют щелевая и низкочастотная поверхностные волны вертикальной поляризации. Аналитические результаты в предельных интервалах волнового вектора k дополнены численными расчетами для любых его значений. Рассмотрены также двукомпонентные псевдолокальные волны, частоты которых находятся внутри спектра одной из ветвей объемных колебаний. Закон дисперсии в этом случае зависит от фазы волны. Получена зависимость в длинноволновом приближении скорости псевдолокальной волны от фазы. Указана область существования псевдолокальных колебаний в пределах зоны Бриллюэна.

Поверхностные волны изучаются как экспериментально, так и теоретически уже в течение многих лет. Локализованные и псевдолокализованные колебания вблизи различных дефектов в кристаллах неоднократно рассматривались в рамках теории упругости (волны Рэлея) и в рамках динамики дискретной кристаллической решетки [1]. Однако эти проблемы остаются актуальными и в наше время. Например, в акустоэлектронике часто приходится иметь дело с многослойными кристаллическими системами, основанными на резонансных свойствах, и поэтому необходим анализ особенностей спектра колебаний, связанных с плоскими дефектами, разделяющими отдельные монокристаллические слои.

Целью данной работы является анализ спектра различных типов поверхностных волн в простейшей модели центрального взаимодействия ближайших соседей в ГЦК кристалле. Если выбрать свободную поверхность в кристаллографической плоскости (001) и направление распространения волны вдоль линии симметрии ГХ, то представляется возможным отдельно рассмотреть динамику волны со смещением, параллельным поверхности (сдвиговая волна), и динамику двупарциальных волн с вектором