

4. Лисица В.С. Новое в эффектах Штарка и Зеемана для атома водорода// УФН. - Т.153. - Вып. 3. - 1987. - С.379.
5. Степановский Ю.П. Атом водорода в магнитном поле, супер ВКБ-квантование и уравнение Майорана // Проблемы теоретической физики: Сб. - Киев: Наукова думка, 1991.
6. Gustavson F.G. On constructing formal integrals of a Hamiltonian system near an equilibrium point. Astron. J., 1966, v. 71, N 8, P.670.
7. Штифель Е., Шейфеле Г. Линейная и регулярная небесная механика. - М.: Наука, 1975.
8. Basios V., Chekanov N.A., Markovski B.L., Rostovtsev V.A., Vinitsky S.I. GITA: a REDUCE program for the normalization of polynomial Hamiltonians. Computer Physics Communication, v.90, 1995, P.355.
9. Чеканов Н.А. Квантование нормальной формы Биркгофа - Густавсона//ЯФ. - 1989. - Т.50. - Вып.8. - С.344.

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ГЕНЕРАЦИЯ РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКИМИ ЭЛЕКТРОНАМИ В МАКРОСКОПИЧЕСКИ НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

**В.П.Воронов, Н.В. Камышанченко, М.А. Кумахов,
Н.Н. Насонов, В.А. Насонова**

Конструктивная интерференция полей переходного излучения, испускаемого движущейся в регулярной стопке диэлектрических пластин релятивистской частицей, приводит к реализации механизма резонансного переходного излучения (РПР) (см., например, [1]). Фотоны РПР распространяются под малыми углами к скорости излучающей частицы, поэтому механизм РПР практически не может быть использован для эффективной генерации мягкого рентгеновского излучения (сотни эВ) ввиду исключительно малой величины длины поглощения такого излучения в среде (единицы мкм).

С другой стороны, при движении быстрой заряженной частицы в слоистой среде реализуется параметрический механизм излучения, обусловленный отражением кулоновского поля частицы от слоев вещества с последующей интерференцией. Для случая взаимодействия быстрой частицы с кристаллом такой механизм назван параметрическим рентгеновским излучением (ПРИ) (см., например, обзор [2]).

Характерной особенностью ПРИ является большая величина угла

распространения излучения по отношению к скорости излучающей частицы. Благодаря указанному обстоятельству появляется возможность реализовать схему генерации излучения, показанную на рис. 1. Здесь электроны e^- движутся через наклонно расположенную стопку диэлектрических пластин (\vec{g} - вектор обратной решетки), испуская при этом фотоны ПРИ в направлении \vec{n} . Легко видеть, что в рассматриваемой схеме выход излучения пропорционален продольному размеру структуры, L_{\parallel} который может существенно превышать длину поглощения фотонов L_{ab} (в механизме РТР $L_{\parallel} \leq L_{ab}$).

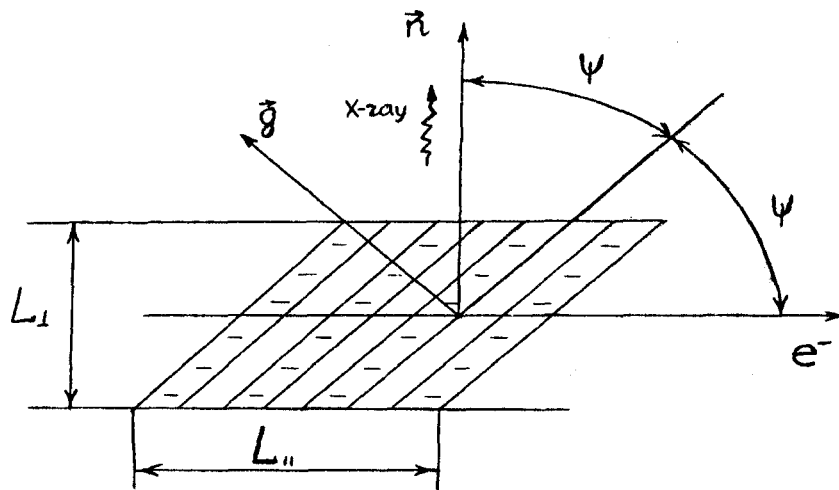


Рис. 1

Отметим еще одно важное обстоятельство. Амплитуда поля излучения ПРИ определяется когерентным вкладом электронов вещества, расположенных в пределах элемента периодичности, поэтому выход ПРИ в рассматриваемой структуре, имеющей макроскопический размер толщины пластинок, должен на несколько порядков превышать аналогичную величину в случае ПРИ в кристалле, элементом периодичности которого является атомная плоскость.

Спектральное распределение излучения

Обратимся к расчету характеристик излучения, исходя из уравнений Максвелла для Фурье-образа электромагнитного поля \vec{E}_{ω}

$$\text{rot rot } \vec{E}_{\omega} - \omega^2 \epsilon(\omega, \vec{r}) \vec{E}_{\omega} = 4\pi i\omega \vec{j}_{\omega}, \quad (1)$$

где \vec{j}_{ω} - Фурье-образ плотности тока быстрой частицы, а диэлектрическая

проницаемость рассматриваемой структуры в рентгеновском диапазоне частот ω имеет вид

$$\varepsilon(\omega, \vec{r}) = 1 + x_0(\omega) + \sum_{\vec{g}} x_{\vec{g}}(\omega) e^{i\vec{g}\vec{r}},$$

$$x_0 = -\frac{\omega_1^2 l_1 + \omega_2^2 l_2}{\omega^2 l}, \quad x_{\vec{g}} = -\frac{i(\omega_2^2 - \omega_1^2)}{\omega^2 g l} (1 - e^{-ig l_1}), \quad (2)$$

где ω_1, l_1 и ω_2, l_2 - плазменные частоты и толщины слоев вещества, составляющих период структуры, $l = l_1 + l_2$, $g = \frac{2\pi n}{l}$, $n = \pm 1, \pm 2, \dots$, векторы \vec{g} перпендикулярны плоскости слоев (см. рис. 1)

Учитывая, что в рентгеновском диапазоне частот поле E является практически поперечным, решение уравнений (1), (2) ищем в обычной для динамической теории дифракции форме

$$\vec{E}_{\omega} \approx \vec{E}_{\omega}^{\text{tr}} = \sum_{\vec{g}} \int d^3 k_g \sum_{\lambda=1}^2 \vec{e}_{\lambda \vec{k}_g} E_{\lambda \vec{k}_g} e^{i\vec{k}_g \vec{r}},$$

где $\vec{k}_g = \vec{k} + \vec{g}$, $\vec{e}_{\lambda \vec{k}_g}$ - векторы поляризации, $\vec{k}_g \vec{e}_{\lambda \vec{k}_g} = 0$.

Полагая движение быстрой частицы прямолинейным и равномерным, для поля излучения в брэгговском направлении получаем в рамках двухволнового приближения хорошо известное выражение

$$E_{\lambda \vec{k}_g} = -\frac{i\omega^3 e}{2\pi^2} \vec{e}_{\lambda \vec{k}} \nabla \frac{x_g \alpha_{\lambda} \delta(\omega - \vec{k}\vec{v})}{(k_g^2 - k_0^2)(k^2 - k_0^2) - \omega^4 x_g x_{-g} \alpha_{\lambda}^2}, \quad (3)$$

где $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = \vec{k} \vec{k}_g / k k_g$, $k_0^2 = \omega^2 (1 + x_0)$.

Поле излучения в волновой зоне находим с использованием метода стационарной фазы

$$E_{\lambda} = \int d^3 k_g E_{\lambda \vec{k}_g} e^{i\vec{k}_g \vec{r}} \rightarrow \frac{2\pi^{-}}{r} \sum_{\text{Res}} (k_g E_{\lambda \vec{k}_g} e^{i\vec{k}_g \vec{r}}),$$

причем вычеты в приведенной формуле определяются нулями знаменателя в формуле (3), среди которых следует учитывать только такие, которые соответствуют расходящимся волнам. Дальнейший анализ будем проводить для случая предельно асимметричной дифракции $\psi = \frac{\pi}{4}$ (см. рис. 1).

В этом случае излучение распространяется перпендикулярно излучающей частицы и является полностью поляризованным [2]. Полагая

$$\begin{aligned}\vec{v} &= \vec{e}_1 \left(1 - \frac{1}{2} \gamma^{-2} - \frac{1}{2} u^2\right) + \vec{u}, & \vec{e}_1 \vec{u} &= 0, \\ \vec{n} &= \vec{e}_2 \left(1 - \frac{1}{2} \theta^2\right) + \vec{\theta}, & \vec{e}_2 \vec{\theta} &= 0, & \vec{e}_1 \vec{e}_2 &= 0\end{aligned}\quad (4)$$

и выбирая векторы поляризации в виде $\vec{e}_{1\vec{k}} \approx [\vec{k}\vec{g}]$, $\vec{e}_{2\vec{k}} \approx [\vec{k}[\vec{k}\vec{g}]]$, получаем следующие выражения для компонентов поля излучения $E_2 \approx 0$,

$$E_1 \approx \frac{ie}{4} (\theta_{\perp} - u_{\perp}) \omega^2 x_g \sum_{\xi} \left[\frac{\delta(\Phi) e^{i\xi r}}{\Delta - 4\theta_{11} \xi + \frac{3}{\sqrt{2g}} + \xi^2} \right] \frac{e^{ik_0 r}}{r}, \quad (5)$$

$$\Phi = \omega [1 + \theta_{11} - u_{11} - \theta_{\perp} u_{\perp}] + (\theta_{11} - u_{11}) \xi - \frac{g}{\sqrt{2}} \left[1 - u_{11} - \frac{1}{2} (\gamma^{-2} + u^2) \right],$$

где θ_{11} и u_{11} - компоненты двумерных векторов $\vec{\theta}$ и \vec{u} , параллельные плоскости реакции, задаваемой векторами \vec{e}_1 и \vec{e}_2 , θ_{\perp} и u_{\perp} - компоненты соответствующих векторов в ортогональной плоскости, $\Delta = -\vec{n}\vec{g} + g^2 / 2k_0 \ll \omega$ - расстройка брэгговского резонанса, добавка к волновому числу ξ ($k_g = k_0 + \xi$, $\xi \ll \omega$) определяется из дисперсионного соотношения

$$\xi \left[\Delta - 2\theta_{11} \xi + \frac{1}{\sqrt{2}} \xi^2 \right] - \frac{1}{4} \omega^2 x_{\vec{g}} x_{-\vec{g}} = 0, \quad (6)$$

в котором ввиду малости коэффициента $2\theta_{11}$ необходимо сохранить слагаемое $\frac{1}{\sqrt{2g}} \xi^3$ (указанное обстоятельство присуще именно для геометрии предельно асимметричной дифракции [2]).

Используя уравнение (6) и условие $\Phi = 0$, нетрудно показать, что при выполнении условия кинематического приближения теории ПРИ

$$\gamma^2 \chi_0 \ll 1. \quad (7)$$

В знаменателе формулы (5) можно оставить только слагаемое Δ . Условие (7) обычно выполняется для легких материалов в области энергий электронов порядка 10 МэВ и значений ω порядка сотен эВ и более. Пред-

полагая условие (7) выполненным, получаем следующее выражение для спектрально-углового распределения интенсивности излучения

$$\frac{dW_1}{dt d\omega d^2\theta} = \frac{e^2 (\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 \sin^2(g l_1)}{\pi g^4 l^2} \cdot \frac{(\theta_1 - u_1)^2 (1 - \theta_{11} - u_{11})}{[\gamma^{-2} - x_0 + (\theta_1 - u_1)^2 + (\theta_{11} + u_{11})^2]^2} \cdot \delta \left[\omega - \frac{g}{\sqrt{2}} (1 - \theta_{11}) \right] \quad (8)$$

Формула (8) показывает, что основной вклад в излучение вносит первая гармоника, отвечающая минимальному значению $g = 2\pi / l$.

Воспользуемся формулой (8) для вычисления спектрального распределения количества излучаемых квантов $dN / d\omega$. Прежде всего учтем поглощение фотонов в процессе их распространения от места излучения до поверхности структуры. Полагая распределение электронов пучка по толщине мишени L_{\perp} однородным (вообще говоря, поперечный размер L_{\perp} является меньшей из двух величин: размера структуры и поперечного размера пучка электронов), получаем, следуя рассуждениям [2], множитель

$$\frac{L_{ab}(\omega)}{L_{\perp}} \left(1 - e^{-\frac{L_{\perp}}{L_{ab}}}\right), \text{ не зависящий от длины структуры } L_{11}.$$

Для учета влияния многократного рассеяния воспользуемся методом, принятым в теории когерентного тормозного излучения релятивистских частиц в кристаллах, т.е. свернем выражение для $\frac{dW_1}{dt d\omega d^2\theta}$ из (8) с функцией распределения электронов пучка по углам многократного рассеяния \vec{u} . При этом величина $\frac{dN}{d\omega}$ определяется формулой

$$\frac{dN}{d\omega} = \frac{L_{ab}(\omega)}{L_{\perp}} \left(1 - e^{-\frac{L_{\perp}}{L_{ab}}}\right) \frac{1}{\omega} \int_0^{L_{11}} dt \int d^2u \int d^2\theta f(t, \vec{u}) \frac{dW}{dt d\omega d^2\theta}, \quad (9)$$

где $f(t, \vec{u}) = (1 / \pi \theta_s^2 t) \exp(-u^2 / \theta_s^2 t)$, θ_s^2 - средний квадрат угла многократного рассеяния на единице длины.

Согласно (8), спектральный диапазон излучения определяется только угловым размером коллиматора излучения в плоскости реакции. Поэтому интегрирование по $d^2\theta$ в (9) будем проводить по щелевому коллиматору с угловым раствором $\Delta\theta\Delta\theta \ll 1$, расположенному перпендикулярно плоско-

сти реакции. Окончательное выражение для спектра $dN/d\omega$, следует из (9), имеет вид:

$$\frac{dN}{d\omega} = \frac{\sqrt{2}\gamma \cdot e^2 (\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 \cdot l^3 L_{11}}{\sqrt{\pi}(2\pi)^5 \cdot \omega} \cdot \frac{L_{ab}(\omega)}{L_{\perp}} \left(1 - e^{-\frac{L_{\perp}}{L_{ab}}}\right) \cdot F(\omega, \gamma, \theta_L) \cdot \eta \left[\omega - \frac{g}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{\Delta\theta}{2}\right) \right] \eta \left[\frac{g}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{\Delta\theta}{2}\right) - \omega \right] \quad (10)$$

$$F = \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{e^{-x^2} - \sqrt{\pi} \cdot |x| \cdot (1 - \Phi(x))}{\sqrt{1 + \left[\gamma \left(1 - \frac{\sqrt{2}\omega}{g}\right) + \gamma\theta_s \sqrt{L_{11}} x \right]^2}},$$

(где $\eta(x) = 1$ при $x > 0$ и $\eta(x) = 0$ при $x < 0$, $\Phi(x)$ - интеграл ошибок, $\theta_L = \theta_s \sqrt{L_{11}}$). В формуле (10) $g = 2\pi/l$.

Приведем еще следующую из (10) формулу для полного количества излученных квантов

$$N = \frac{\sqrt{2}e^2 (\omega_1^2 - \omega_2^2) l^3 L_{11}}{\sqrt{\pi}(2\pi)^5} \cdot \frac{L_{ab}}{L_{\perp}} \left(1 - e^{-\frac{L_{\perp}}{L_{ab}}}\right) \cdot \int_{-\infty}^{\infty} dx \left[e^{-x^2} - \sqrt{\pi} \cdot |x| \cdot (1 - \Phi(x)) \right] \cdot \left[\operatorname{arcsch}\left(\frac{1}{2}\gamma\Delta\theta + \gamma\theta_s \sqrt{L_{11}} x\right) + \operatorname{arcsch}\left(\frac{1}{2}\gamma\Delta\theta - \gamma\theta_s \sqrt{L_{11}} x\right) \right] \quad (11)$$

справедливую при условии малого изменения величины $L_{ab}(\omega)$ в интервале излучаемых частот ω (см. формулу (10)).

Обсуждение

Воспользуемся результатами (10) и (11) для численного анализа предельных возможностей предлагаемого метода генерации мягкого рентгеновского излучения.

Отметим, прежде всего, следующую из (10) резкую зависимость эффективности метода от соотношения между величинами L_{ab} и L_{\perp} . Поскольку L_{ab} имеет величину порядка единиц микрон в области мягкого рентгеновского излучения, то создание пучка электронов с поперечными размерами $L_{\perp} \approx L_{ab}$ представляет достаточно сложную задачу. Коэффициент использования пучка можно увеличить практически до единицы применением циклического ускорителя электронов, в котором пучок электро-

нов постепенно подается на рассматриваемую периодическую структуру, установленную вблизи равновесной траектории пучка в ускорителе (предложение С.В. Блажевича).

Обратимся теперь к анализу функции F в формуле (10), описывающей влияние многократного рассеяния на спектр излучаемых фотонов. Легко видеть, что «естественная» относительная ширина спектра неколлимированного излучения (при $\theta_s \sqrt{L_{11}} = 0$) имеет величину порядка γ^{-1} , а параметром влияния многократного рассеяния является величина $\alpha = \gamma \theta_s \sqrt{L_{11}}$. На рис. 2 представлена серия кривых, описывающих эволюцию спектра излучения при увеличении параметра α , равного отношению среднеквадратичного угла многократного рассеяния частицы на длине структуры L_{11} к характерному углу излучения релятивистской частицы γ^{-1} . Заметим, что спектр коллимированного излучения описывается функцией $F(t)$ на рис. 2 в пределах

$$-\frac{1}{2} \gamma \Delta \theta \leq t = \left(1 - \frac{\sqrt{2}\omega}{g}\right) \leq \frac{1}{2} \gamma \Delta \theta.$$

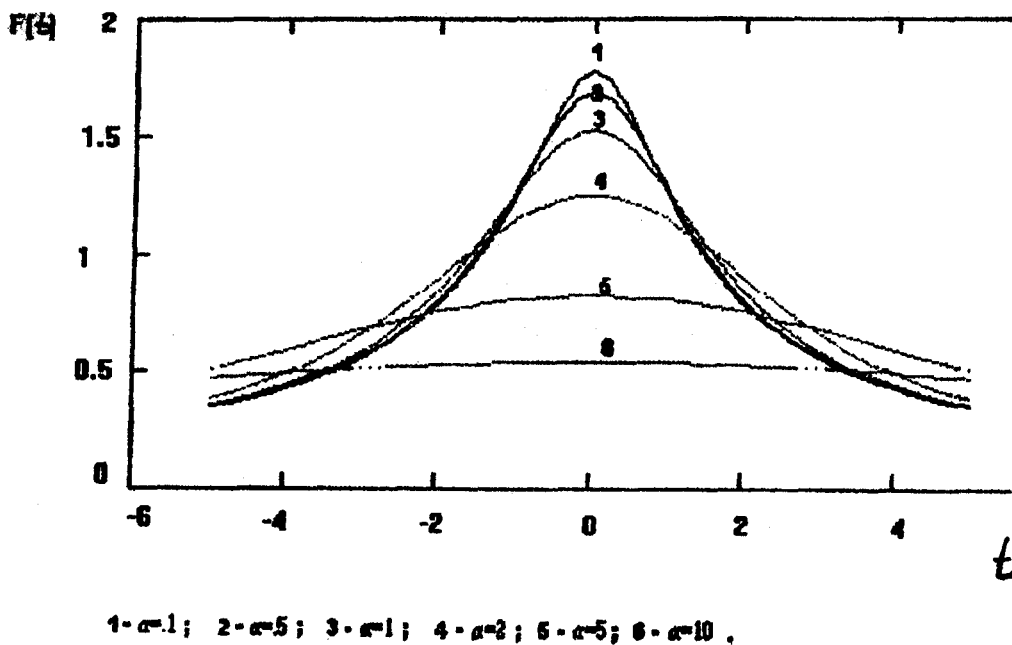


Рис. 2

Согласно рис. 2, искажение спектра является незначительным в области значений параметра $\alpha \leq 1$. При больших значениях α выход коллимированного излучения начинает существенно уменьшаться при условии $\gamma \Delta \theta \approx 1$. Таким образом, продольная длина структуры L_{11} должна выбираться из условия

$$L_{11} \leq 1 / \gamma^2 \theta_s^2 = (m^2 / \varepsilon_s^2) L_R \approx (L_R / 1600) \equiv L_0,$$

($\epsilon_s \approx 21$ МэВ L_R - радиационная длина вещества структуры). Для легких элементов L_0 имеет величину порядка 100 мкм.

Оценим полное количество излученных квантов. Полагая в формуле (11) $L_{11} \approx L_0 \approx 100$ мкм, $\sqrt{\omega_1^2 - \omega_2^2} \approx 20$ эВ, $l \approx 80 \text{ \AA}$ (структуры с периодом такого масштаба используются при создании многослойных зеркал в рентгеновской оптике), $\gamma \Delta\theta \approx 4$, получаем оценку: $N \approx 10^{-2}$, что примерно на три порядка превышает аналогичную величину для ПРИ в кристаллах. Излучение при выбранных значениях параметров сосредоточено в окрестности частоты $\omega \approx 100$ эВ с относительной шириной $\Delta\omega / \omega \approx 0,1$ при $\gamma = 40$.

Авторы благодарны Б.М. Болотовскому и Я.Б. Файнбергу за обсуждение затронутых в работе вопросов физики излучения быстрых заряженных частиц в периодических структурах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гарибян Г.М., ЯН ШИ. Рентгеновское переходное излучение. -Ереван: Изд-во АН Арм.ССР, 1983.
2. Барышевский В.Г., Дубовская И.Я. Дифракционные явления в процессах спонтанного и коллективного излучения релятивистских заряженных частиц в кристаллах // Итоги науки и техники.-Т.4.-С. 129.

О ПРИРОДЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

В.П. Воронов, Н.Н. Насонов, В.А. Насонова

В настоящее время существует несколько точек зрения на природу параметрического рентгеновского излучения (ПРИ) быстрых заряженных частиц в кристаллах (периодических средах). Согласно одной из них ПРИ рассматривается как разновидность черенковского излучения. Полагается, что излучение является следствием черенковского резонанса быстрой частицы с медленными электромагнитными волнами, возникающими в результате изменения показателя преломления среды в условиях динамической дифракции электромагнитного поля [1, 2].

В рамках другого подхода ПРИ возникает в результате когерентного рассеяния кулоновского поля быстрой частицы на периодических неоднород-