

ОРИГИНАЛЬНАЯ СТАТЬЯ

<https://doi.org/10.17059/ekon.reg.2020-3-20>

УДК 332.12



С. Н. Растворцева <sup>а)</sup>, И. В. Манаева <sup>б)</sup>

<sup>а)</sup> НИУ «Высшая школа экономики», Москва, Россия

<sup>б)</sup> Белгородский государственный национальный исследовательский университет, Белгород, Россия

<sup>а)</sup> <https://orcid.org/0000-0002-1599-359X>

<sup>б)</sup> <https://orcid.org/0000-0002-4517-7032>, e-mail: in.manaeva@yandex.ru

## Закон Ципфа в городах России: анализ новых показателей<sup>1</sup>

На современном этапе развития экономической науки городские эмпирики широко используют закон Ципфа для оценки урбанистических систем регионов и стран. Закон Ципфа, или правило «ранг-размер» — закономерность, которая связывает численность населения города с его местом в упорядоченной по убыванию размеров иерархии городов. Цель работы — определить, является ли равномерным распределение населения, численности работников предприятий, числа предприятий и организаций в городах России с применением закона Ципфа. Информационной базой послужили данные Федеральной службы государственной статистики. Для исследования была сформирована выборка городов по каждому федеральному округу и страны в целом, в которую вошли населенные пункты, имеющие статус города, с численностью населения более 100 тыс. чел. в 2016 г. При оценке выборки всех городов РФ по показателям «численность населения» и «среднегодовая численность работников предприятий» получены максимальные значения коэффициента Ципфа. Оценочный коэффициент Ципфа в границах федеральных округов по показателю «численность населения» находится в диапазоне от 0,5 до 0,9; по показателю «среднегодовая численность работников предприятий» — от 0,4 до 0,8; по показателю «число предприятий и организаций» — от 0,4 до 0,8. Для снижения выявленной межрегиональной дифференциации в федеральных округах России целесообразно развитие средних и малых городов. Одним из перспективных направлений будущих исследований станет применение закона Ципфа для разработки методического инструментария оценки эффективного размера города в территориальном пространстве.

**Ключевые слова:** закон Ципфа, правило «ранг-размер», город, иерархия городов, федеральный округ, размер города, плотность населения, среднегодовая численность работников предприятий, среднемесячная заработная плата, число предприятий в городе

### Благодарность

Исследование поддержано грантом РФФИ, проект № 19-010-00523.

**Для цитирования:** Растворцева С. Н., Манаева И. В. Закон ЦИПФА в городах России. Анализ новых показателей // Экономика региона. 2020. Т. 16, вып. 3. С. 935-947. <https://doi.org/10.17059/ekon.reg.2020-3-20>

<sup>1</sup> © Растворцева С. Н., Манаева И. В. Текст. 2020.

Svetlana N. Rastvortseva <sup>a)</sup>, Inna V. Manaeva <sup>b)</sup><sup>a)</sup> National Research University "Higher School of Economics", Moscow, Russian Federation<sup>b)</sup> Belgorod State National Research University, Belgorod, Russian Federation<sup>a)</sup> <https://orcid.org/0000-0002-1599-359X><sup>b)</sup> <https://orcid.org/0000-0002-4517-7032>, e-mail: in.manaeva@yandex.ru

### Zipf's Law for Russian Cities: Analysis of New Indicators

*At the present stage, urban economists widely use Zipf's law to assess the urban regional and national systems. Zipf's law or the rank-size rule is a pattern linking the population of a city with its place in the hierarchy of cities arranged in descending order depending on their size. Using Zipf's law, the study aims to analyse the uniformity of the distribution of population, employees, enterprises and organisations in Russian cities. The research is based on the data of the Federal State Statistics Service. We selected a sample of cities from each Federal District and Russia as a whole. The sample included settlements with the status cities and more than 100 thousand inhabitants in 2016. The maximum values of the Zipf coefficient were calculated for the indicators "population size" and "average annual number of employees of enterprises". Regarding the Federal Districts, the estimated Zipf coefficients ranges from 0.5 to 0.9 in terms of the population size; from 0.4 to 0.8 in terms of the average annual number of the employees of enterprises; from 0.4 to 0.8 in terms of the number of enterprises and organisations. For reducing the identified interregional differentiation in the Federal Districts of Russia, we advise to develop small and medium cities. Further research should focus on the application of Zipf's law to create a method for determining the optimal size of a city in a territorial space.*

**Keywords:** Zipf's law, rank-size rule, city, city hierarchy, Federal District, city size, population density, average annual number of employees of enterprises, average monthly wage, number of enterprises in the city

### Acknowledgments

*The article has been prepared with the support of the Russian Foundation for Basic Research, the project No. 19-010-00523.*

**For citation:** Rastvortseva, S. N. & Manaeva, I. V. (2020). Zipf's Law in Russian Cities: Analysis of New Indicators. *Ekonomika regiona [Economy of region]*, 16(3), 935-947, <https://doi.org/10.17059/ekon.reg.2020-3-20>

### Введение

В мировом научном сообществе существует мнение, что закон Ципфа универсален для городов, городские эмпирики широко используют данный закон в качестве ориентира для понимания городских систем. Ф. Ауэрбах впервые заметил, что распределение городов по размерам соответствует распределению Парето [1]. Позднее данная идея была усовершенствована Х. Зингером [2] и Д. Ципфом. В более общем плане закон Ципфа предполагает, что в системе городов самый большой город примерно в два раза больше второго по величине города, в три раза — третьего по величине города и т. д. Расчетное значение показателя Парето (коэффициент Ципфа) показывает иерархическую степень системы городов. Когда показатель Парето равен единице, закон Ципфа выполняется. Чем выше показатель Парето, тем более равномерно распределена городская система. При низких значениях показателя система городов неравномерна. В крайних случаях, когда показатель степени стремится к бесконечности, городская система равномерна, города имеют одинаковый размер. Если показатель степени равен нулю, то в одном городе сконцентрировано все население [3].

В более ранних исследованиях мы применяли закон Ципфа для оценки распределения городских размеров в федеральных округах России [4–6]. Актуальность данной работы определяется необходимостью совершенствования метода оценки коэффициента Ципфа и расширения анализируемых показателей в современных российских условиях, что будет способствовать разработке эффективных управленческих решений:

— научно обоснованное определение размещения промышленного производства и объектов малого и среднего бизнеса в территориальном пространстве;

— методические подходы к оценке эффективного городского размера;

— формирование краткосрочного и среднесрочного прогнозов оптимальной численности экономически активного населения и трудовых мигрантов в городах.

Цель работы — определить, является ли равномерным распределение населения, численности работников предприятий, числа предприятий и организаций в городах России с применением усовершенствованного метода оценки коэффициента Ципфа.

Выполнение закона Ципфа продемонстрирует оптимальное распределение населения, трудовых ресурсов и производства в городах

России. Противоположный результат будет свидетельствовать о наличии межгородской дифференциации, концентрации конкурентных преимуществ на одних территориях и дефицит на других.

### Теория

В. Парето в 1896 г. изучал вопросы дифференциации доходов и заключил: «20 % населения владеют 80 % блага (богатства), и 80 % населения — только 20 % блага — правило „богатый богатеет“» [7]. Ф. Ауэрбах в 1913 г. представил гипотезу «эмпирической зависимости городского размер и его рангом в иерархии городов региона или страны» [1].

$$\log R = \log A - \alpha \log P, \quad (1)$$

где  $R$  — ранг города от 1 до  $n$ ;  $P$  — численность населения города;  $A$  — константа;  $\alpha$  — показатель Парето.

На основании гипотезы Ф. Ауэрбаха был представлен термин «закон Ципфа», согласно которому «в пределах территории распределение по размеру города подчиняется распределению Парето с индексом, равным единице» [3]. Закон Ципфа заключается в том, что «если крупные города ранжировать по убыванию численности их населения, то отношение численности двух городов будет обратно пропорционально отношению их рангов (правило «ранг-размер» или «степенной закон»)» [7].

$$P = \frac{K}{R^q}, \quad (2)$$

или

$$P = KR^q, \quad (3)$$

или

$$\log P = \log K - q \log R, \quad (4)$$

где  $q$  — коэффициент Ципфа, когда показатель  $q$  равен единице ( $q = 1$ ), распределение размера города соответствует закону Ципфа;  $K$  — константа;  $P$  — численность населения города;  $R$  — ранг города.

Путем математических преобразований определим взаимосвязь формул 1 и 4:  $q = 1 / \alpha$ . Когда  $\alpha \rightarrow$  бесконечность,  $q \rightarrow 0$  и размер городов равен.

М. Кристелли утверждает, что для соблюдения закона Ципфа «система объектов должны быть строго согласованной» [8]. Система городов не подчиняется истинному поведению степенного закона (закона Ципфа), потому что она либо неполная, либо несовместима с условиями, при которых можно ожидать появления степенных законов. Данный закон возможно применять только к группе городов, ко-

торые интегрированы институционально (то есть, общие правила, общая культура, общий язык и т. д.) Группа городов, которая исторически наблюдала комплексную эволюцию, сходится к органической экономической единице. Следовательно, распределение городов по размерам становится внутренне согласованным для группы в целом и подчиняется статистическим свойствам степенных законов [9].

Тестирование закона Ципфа проводилось в основном на выборках городов Соединенных Штатов Америки и Китая. Закон Ципфа эмпирическим путем подтвердили П. Кругман [10], К. Габаикс [11], Я. Иоаннидес и Х. Оверман [12], Б. Берри, А. Окулич-Козарин [13], В. Зигин [14].

А. Шаффар и М. Димои пришли к выводу, что правилу «ранг-размер» в Китае и Индии соответствует размещение городов, численность населения которых выше 100 тыс. чел. [15].

В работах Д. Блека и В. Хендерсона [16], И. Икноута [17], М. Леви [18], М. Би, М. Риккабонии, С. Шиаво [19] закон Ципфа не подтвердился.

Отдельные ученые утверждают, что размер городского распределения изменяется от закона Ципфа в различные периоды: К. Су [20], Е. Перес-Кампусано [21], Х. Дуран и С. Озкан [22].

Выделим ряд российских работ по тематике закона Ципфа. Е.А. Коломак, тестируя закон Ципфа в системе российских городов, заключила: «...Из стабильности распределения размера городов следует, что допустимы колебания численности населения отдельных городов, однако это не сопровождается увеличением (или сокращением) неоднородности в урбанистической системе и процессами концентрации (или деконцентрации) городского населения» [23]. Коломак также определяет, что «графики распределения Ципфа и выводы, основанные на них, зависят от определения города, методик официальной статистики и от выборки, на которой делаются расчеты» [24].

В.В. Андреев с соавторами изучал особенности размещения населения на территории Приволжского федерального округа с применением закона Ципфа. Ученые пришли к выводу: «В данном федеральном округе закон Ципфа не выполняется, что свидетельствует о неравновесном характере распределения населения по поселениям. В республике Башкортостан и в Пермском крае имеются кластеры из четырех крупных городов, для которых выполняется закон Ципфа» [25].

### Данные и методы

Для проведения анализа и оценки коэффициента Ципфа в исследование применялся улучшенный метод наименьших квадратов по аналогии с работой К. Габаикса и Р. Ибрагимова (2011). Ученые в ходе анализа американских агломераций численностью населения более 250 тыс. чел. для уменьшения смещения модифицировали регрессию [26]:

$$\log(\text{rank} - \text{---}) = \text{const} - K \log(\text{size}) + \varepsilon, \quad (5)$$

где *size* — размер города; *rank* — ранг города; *K* — оценочный коэффициент Ципфа;  $\varepsilon$  — стандартная ошибка модели. Сдвиг 1/2 является оптимальным и уменьшает погрешность.

Результаты моделирования К. Габаикса и Р. Ибрагимова показывают, что предлагаемые процедуры оценки индекса хорошо работают в условиях зависимости и отклонений от распределения по степенному закону. Они также демонстрируют преимущество новой методики по сравнению со стандартной МНК ранг-размер [26].

При  $K = 1$  закон Ципфа выполняется, самые высокие значения анализируемого показателя города в  $K$  раз больше  $k$ -го анализируемого показателя города. При  $K < 1$  — сосредоточение анализируемого показателя в крупных городах; при  $K > 1$  — значение показателя неравномерно распределено по городам.

В исследовании сформирована выборка, в состав которой вошли города, численностью населения более 100 тыс. чел. Слабо развитая муниципальная статистика РФ, отсутствие ряда статистических параметров для городов численностью населения менее 100 тыс. чел. не позволяет включить их в данную работу. Рассматриваемые показатели: «численность населения города», «среднегодовая численность работников предприятий в городе», «число предприятий и организаций на территории города». Период исследования — 2016 г. Оценка проводилась для городов в границах федеральных округов и страны в целом. Источник информации — данные федеральной службы государственной статистики.

### Результаты авторского исследования и обсуждение

В границах федеральных округов РФ наблюдается широкая дифференциация рассматриваемых показателей. В состав обследуемой выборки Центрального федерального округа вошло сорок шесть городов, интервал численности населения которых от 100,7 тыс. чел.

(Железнодорожск) до 12 506,5 тыс. чел. (Москва), Северо-Западного федерального округа двенадцать городов от 97,1 тыс. чел. (Ухта) до 5 351,9 тыс. чел. (Санкт-Петербург), Южного федерального округа двадцать один город от 103,1 тыс. чел. (Элиста) до 1130,3 тыс. чел. (Ростовна-Дону), Северо-Кавказского федерального округа четырнадцать городов от 108,7 тыс. чел. (Ессентуки) до 596,4 тыс. чел. (Махачкала), Приволжского федерального округа тридцать два города от 102,1 тыс. чел. (Новокуйбышев) до 1259 тыс. чел. (Нижний Новгород), Уральского федерального округа шестнадцать городов от 106,9 тыс. чел. (Ноябрьск) до 1468,8 тыс. чел. (Екатеринбург), Сибирского федерального округа двадцать городов от 103,6 тыс. чел. (Бердск) до 1612,8 тыс. чел. (Новосибирск), Дальневосточного федерального округа десять городов от 106,7 тыс. чел. (Артем) тыс. чел. до 618,2 тыс. чел. (Хабаровск).

Показатель «среднегодовая численность работников предприятий» в городе находится в Центральном федеральном округе в диапазоне от 16,4 тыс. чел. (Пушкино) до 4 738,8 тыс. чел. (Москва), в Северо-Западном федеральном округе от 37,2 тыс. чел. (Ухта) до 3 825 тыс. чел. (Санкт-Петербург), в Южном федеральном округе от 12 тыс. чел. (Новошахтинск) до 2 901 тыс. чел. (Краснодар), в Северо-Кавказском федеральном округе от 10,9 тыс. чел. (Каспийск) до 1 208 тыс. чел. (Ставрополь), в Приволжском федеральном округе от 22,7 тыс. чел. (Новочебоксарск) до 4 252 тыс. чел. (Нижний Новгород), в Уральском федеральном округе от 23,6 тыс. чел. (Копейск) до 4 413 тыс. чел. (Екатеринбург), в Сибирском федеральном округе от 15,1 тыс. чел. (Бердск) до 409 тыс. чел. (Новосибирск), в Дальневосточном федеральном округе от 20,5 тыс. чел. (Артем) до 205,2 тыс. чел. (Хабаровск).

Диапазон показателя «число предприятий и организаций на территории города» находится в Центральном федеральном округе в пределах от 292 ед. (Ковров) до 10 123 397 ед. (Москва), в Северо-Западном федеральном округе от 2 750 ед. (Ухта) до 3 557 555 ед. (Санкт-Петербург), в Южном федеральном округе от 644 ед. (Новошахтинск) до 65 003 ед. (Краснодар), в Северо-Кавказском федеральном округе от 1 919 ед. (Ессентуки) до 24 899 ед. (Махачкала), в Приволжском федеральном округе от 1 732 ед. (Октябрьский) до 77 376 ед. (Казань), в Уральском федеральном округе от 1 927 ед. (Копейск) до 113 909 ед. (Екатеринбург), в Сибирском федеральном округе от 1 889 ед. (Рубцовск) до 153 571

Таблица

Коэффициенты линейного уравнения оценки закона Ципфа в городах Российской Федерации в 2016 г.

Table

## Coefficients of the linear equation for estimating Zipf's law in Russian cities in 2016

	ЦФО	СЗФО	ЮФО	СКФО	ПФО	УФО	СФО	ДВФО	РФ
<i>Численность населения в городе, тыс. чел.</i>									
Constant	6,8 (9,5) <sup>***</sup>	4,2 (0,5) <sup>***</sup>	6,5 (0,3) <sup>***</sup>	6,8 (0,3) <sup>***</sup>	6,8 (0,4) <sup>***</sup>	5,6 (0,2) <sup>***</sup>	6 (0,3) <sup>***</sup>	6,2 (0,6) <sup>***</sup>	9,5 (0,2) <sup>***</sup>
К — оценочный коэффициент	-0,8 (0,13) <sup>***</sup>	-0,5 (0,1) <sup>***</sup>	-0,9 (0,04) <sup>***</sup>	-0,9 (0,04) <sup>***</sup>	-0,8 (0,1) <sup>***</sup>	-0,7 (0,03) <sup>***</sup>	-0,8 (0,1) <sup>***</sup>	-0,9 (0,1) <sup>***</sup>	-1 (0,03) <sup>***</sup>
R <sup>2</sup>	0,9	0,7	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
Станд. ошибка модели	0,3	0,3	0,1	0,1	0,2	0,1	0,2	0,1	0,2
<i>Среднегодовая численность работников предприятий в городе, тыс. чел.</i>									
Constant	5,2 (0,4) <sup>***</sup>	3 (0,3) <sup>***</sup>	4,5 (0,2) <sup>***</sup>	3,8 (0,2) <sup>***</sup>	5,5 (0,3) <sup>***</sup>	4,5 (0,1) <sup>***</sup>	4,6 (0,3) <sup>***</sup>	4,2 (0,4) <sup>***</sup>	7,2 (0,1) <sup>***</sup>
К — оценочный коэффициент	-0,7 (0,1) <sup>***</sup>	-0,4 (0,1) <sup>***</sup>	-0,7 (0,1) <sup>***</sup>	-0,7 (0,1) <sup>***</sup>	-0,8 (0,1) <sup>***</sup>	-0,7 (0,02) <sup>***</sup>	-0,7 (0,1) <sup>***</sup>	-0,8 (0,1) <sup>***</sup>	-0,9 (0,01) <sup>***</sup>
R <sup>2</sup>	0,9	0,6	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
Станд. ошибка модели	0,3	0,4	0,1	0,1	0,2	0,1	0,2	0,2	0,2
<i>Число предприятий и организаций на территории города, шт.</i>									
Constant	7,1 (0,5) <sup>***</sup>	5,2 (0,5) <sup>***</sup>	6,1 (0,4) <sup>***</sup>	7,3 (0,4) <sup>***</sup>	7,4 (0,4) <sup>***</sup>	6,1 (0,1) <sup>***</sup>	6,1 (0,3) <sup>***</sup>	6,7 (0,5) <sup>***</sup>	9,5 (0,2) <sup>***</sup>
К — оценочный коэффициент	-0,6 (0,1) <sup>***</sup>	-0,4 (0,1) <sup>***</sup>	0,5 (0,03) <sup>***</sup>	-0,8 (0,02) <sup>***</sup>	-0,6 (0,04) <sup>***</sup>	-0,5 (0,03) <sup>***</sup>	-0,5 (0,01) <sup>***</sup>	-0,6 (0,2) <sup>***</sup>	-0,7 (0,04) <sup>***</sup>
R <sup>2</sup>	0,8	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
Станд. ошибка модели	0,4	0,1	0,3	0,3	0,1	0,4	0,2	0,1	0,2

Рассчитано авторами по данным Федеральной службы государственной статистики.

Стандартные ошибки указаны в скобках.

\*\*\* — уровень значимости ошибки 1 %.

\*\* — уровень значимости ошибки 5 %.

\* — уровень значимости ошибки 10 %.

ед. (Новосибирск), в Дальневосточном федеральном округе от 2528 ед. (Артем) до 46 627 ед. (Владивосток).

Эмпирические результаты авторского исследования представлены на рисунках 1–3, а также в таблице.

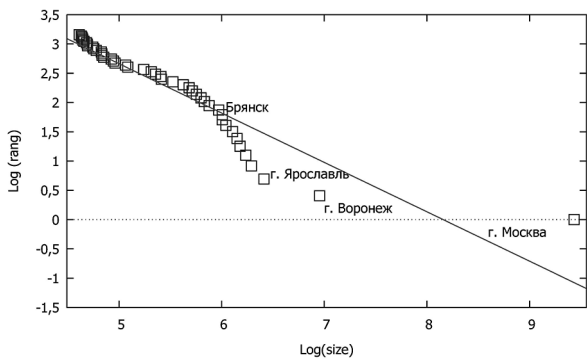
При оценке показателя «численность населения» коэффициент Ципфа для выборки городов РФ равен 1, что подтверждает выполняемость данного закона. Однако график 1И показывает отрыв Москвы от остальных городов. Расчетные данные совпадают с прогнозируемыми для Санкт-Петербурга и городов, численностью населения менее 1047,5 тыс. чел. Одиннадцать городов-миллионеров (Новосибирск, Екатеринбург, Нижний Новгород, Казань, Челябинск, Омск, Самара, Ростов-на-Дону, Уфа, Красноярск, Пермь) лежат ниже кривой Ципфа.

В федеральных округах России коэффициент Ципфа варьирует от 0,5 (СЗФО) до 0,9 (ЮФО,

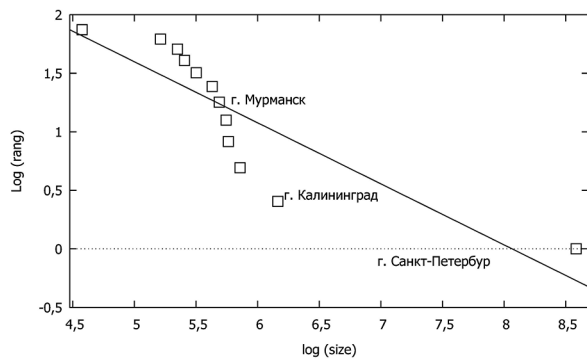
СКФО, ДВФО). На территории Центрального федерального округа (график 1А) наблюдается отрыв Москвы (расположен выше кривой Ципфа) от остальной группы городов. В границах данного федерального округа правило «ранг-размер» выполняется для городов, численностью населения от 100,7 тыс. чел. до 405,7 тыс. чел. (лежат на кривой Ципфа график 1А).

На территории Северо-Западного федерального округа население в городах размещено крайне неравномерно. График 1Б демонстрирует, что Санкт-Петербург (5351,9 тыс. чел.) оторван от остальной массы городов, согласно закону Ципфа, следующий в иерархии город должен иметь численность населения 3567,9 тыс. чел., фактически в Калининграде проживает 475,1 тыс. чел. Таким образом, для городов Северо-Западного федерального округа правило «ранг-размер» не выполняется.

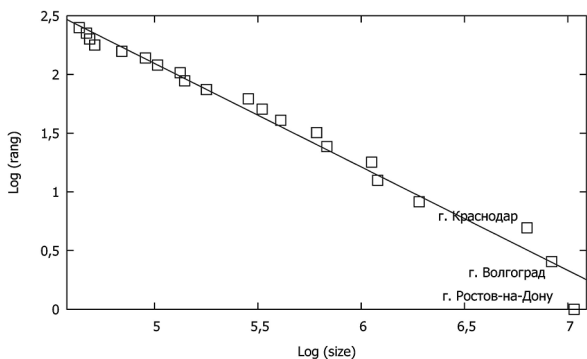
График 1В демонстрирует, что в Южном федеральном округе расчетные данные соответ-



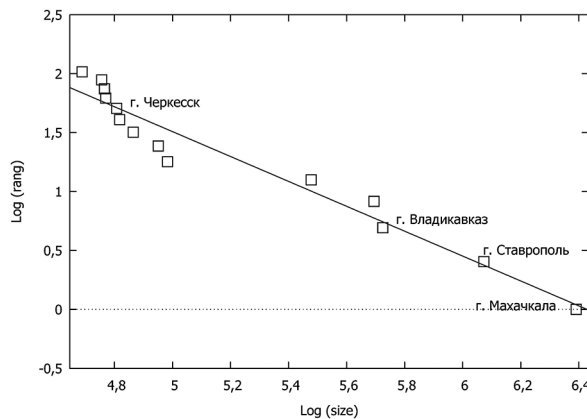
А) Центральный федеральный округ



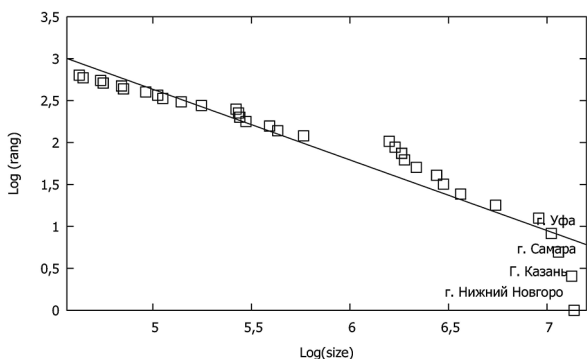
Б) Северо-Западный федеральный округ



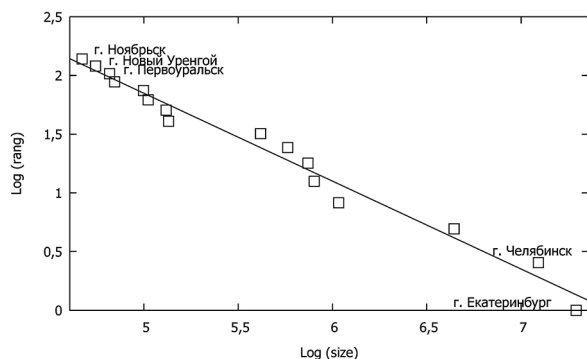
В) Южный федеральный округ



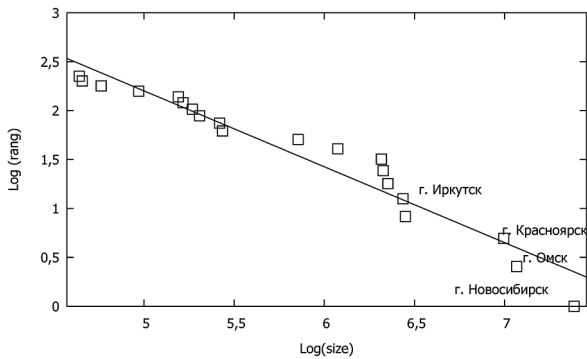
Г) Северо-Кавказский федеральный округ



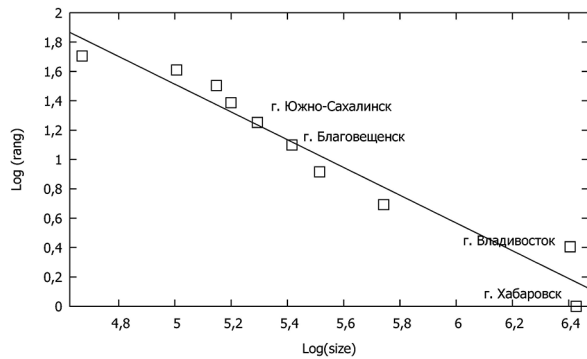
Д) Приволжский федеральный округ



Е) Уральский федеральный округ

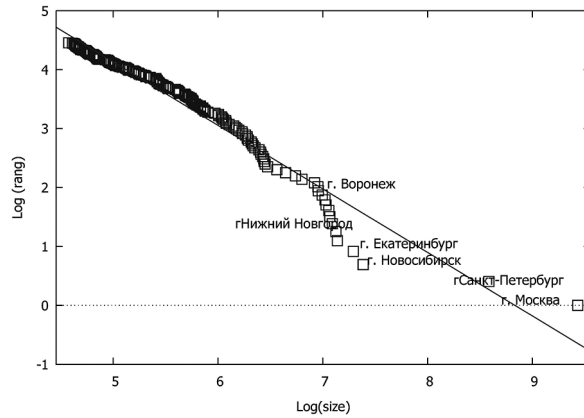


Ж) Сибирский федеральный округ



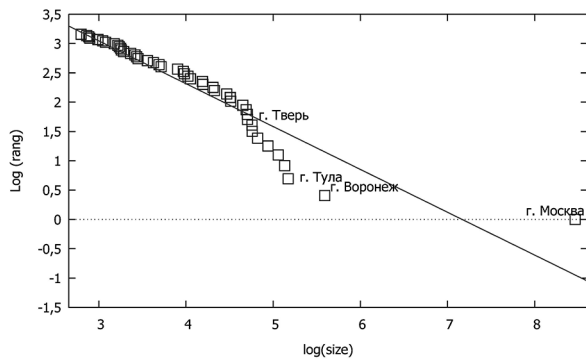
З) Дальневосточный федеральный округ

Окончание рис. 1 на след. стр.

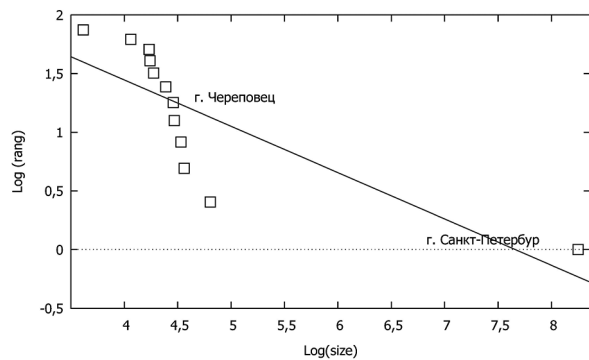


И) Российская Федерация

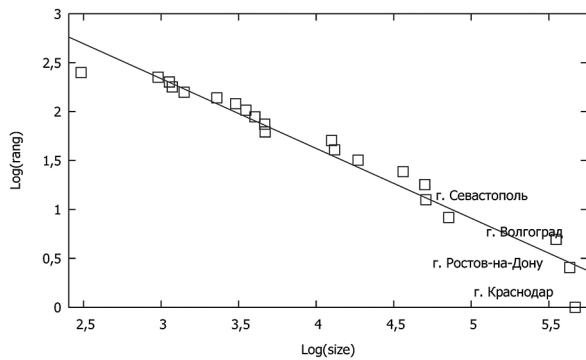
**Рис. 1.** Зависимость «ранг-размер» по показателю «численность населения» в городах РФ в 2016 г., тыс. чел. (источник: рассчитано авторами по данным Федеральной службы государственной статистики)  
**Fig. 1.** Rank-size pattern in terms of the indicator "population size" in Russian cities in 2016, thousand people



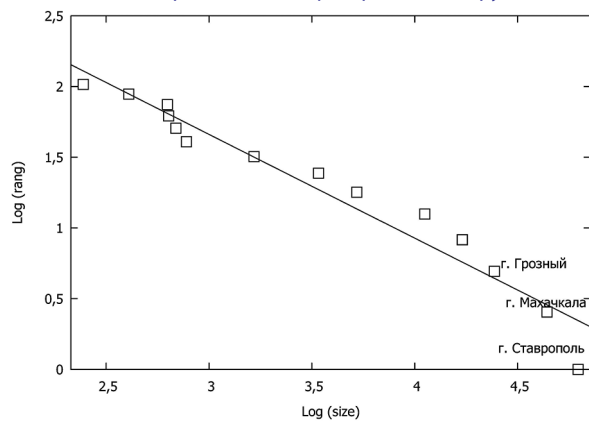
А) Центральный федеральный округ



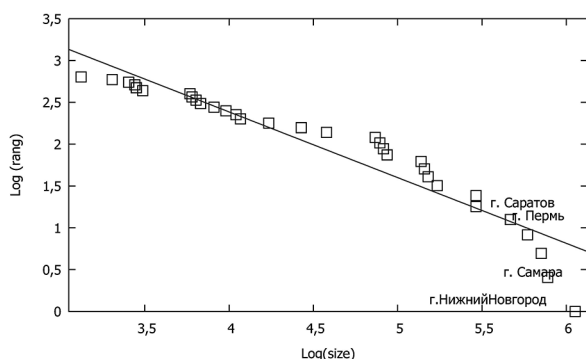
Б) Северо-Западный федеральный округ



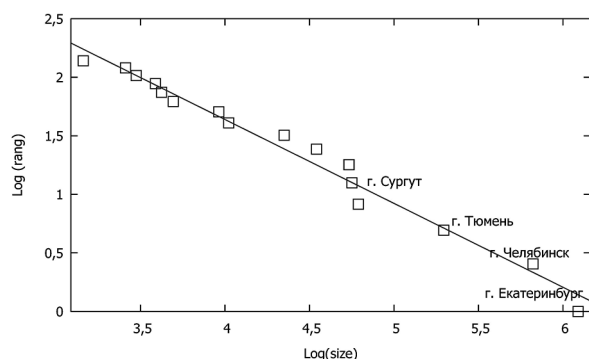
В) Южный федеральный округ



Г) Северо-Кавказский федеральный округ

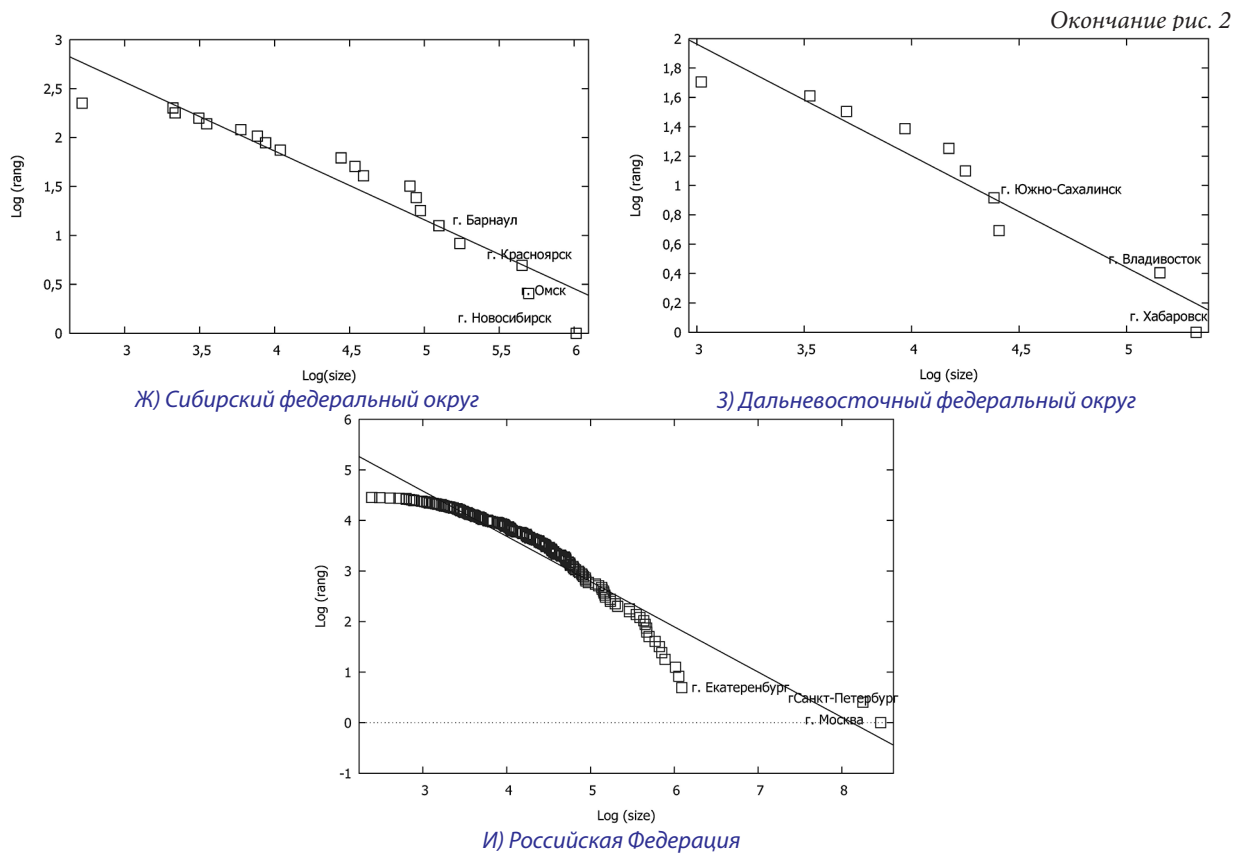


Д) Приволжский федеральный округ



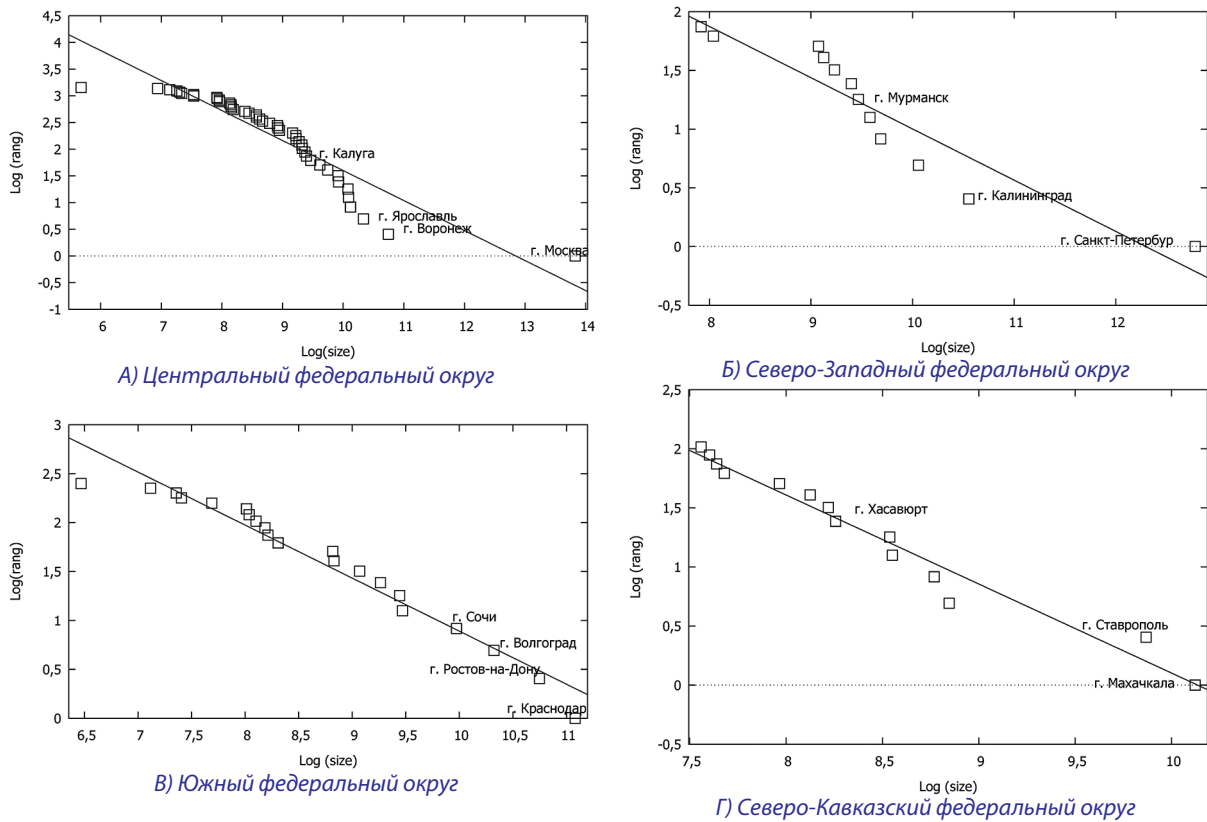
Е) Уральский федеральный округ

Окончание рис. 2 на след. стр.



**Рис. 2.** Зависимость «ранг-размер» по показателю «среднегодовая численность работников предприятий в городе» в РФ в 2016 г., тыс. чел. (источник: рассчитано авторами по данным Федеральной службы государственной статистики)

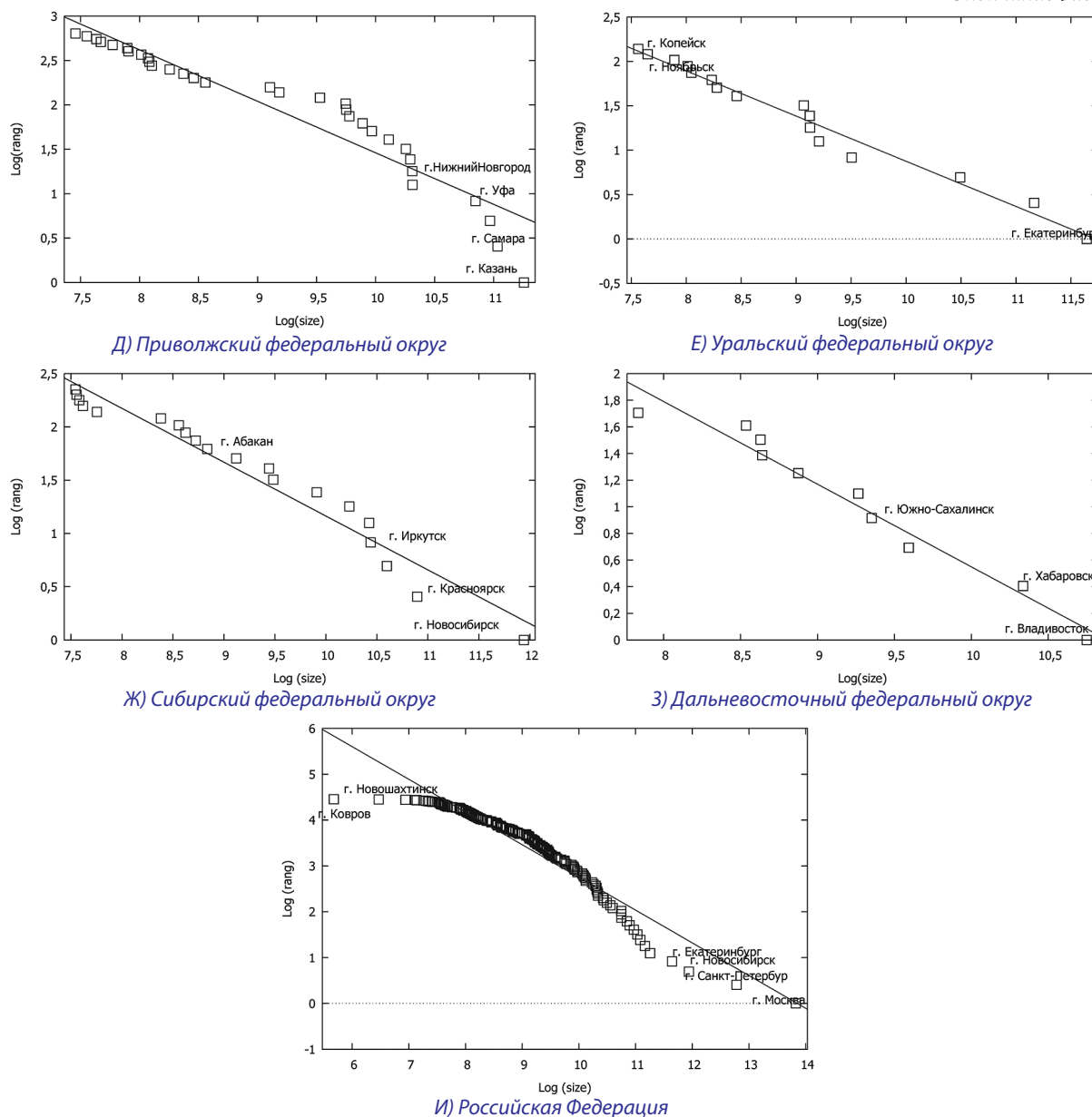
**Fig. 2.** Rank-size pattern in terms of the indicator "average annual number of employees of enterprises" in Russian cities in 2016, thousand people



Окончание рис. 3 на след. стр.



Окончание рис. 3



**Рис. 3.** Зависимость «ранг-размер» по показателю «число предприятий и организаций на территории города» в РФ в 2016 г., шт. (источник: рассчитано авторами по данным Федеральной службы государственной статистики)  
**Fig. 3.** Rank-size pattern in terms of the indicator "number of enterprises and organisations in the city" in Russian cities in 2016, thousand people

ствуют прогнозируемым. Исключение составляет Ростов-на-Дону (ниже прогнозируемых) и Краснодар (выше прогнозируемых).

По результатам анализа выборки городов Северо-Кавказского федерального округа (график 1Г) можно говорить о максимальной выполняемости закона Ципфа, кроме городов, численностью населения от 123,7 тыс. чел. до 145,9 тыс. чел. и последним трем городам в иерархии (Невинномысск, Каспийск, Эссентуки).

Неоднозначная картина наблюдается в Приволжском федеральном округе (график 1Д), где оценочный коэффициент Ципфа имеет

высокие значения 0,8. Первые три города в иерархии (Нижний Новгород, Казань, и Самара) имеют численность населения ниже прогнозируемой законом Ципфа. Значения анализируемого показателя в Уфе, Перми, Саратове, Тольятти соответствуют закону Ципфа. Следующие семь городов иерархии (Ижевск, Ульяновск, Оренбург, Набережные Челны, Пенза, Киров, Чебоксары) имеют численность населения выше прогнозируемой законом Ципфа. Далее на кривой Ципфа расположены города, анализируемый показатель которых находится в интервале от 143,1 тыс. чел. до 318,8 тыс. чел. Последние шесть городов иерархии

(Нефтекамск, Новочебоксарск, Димитровград, Октябрьский, Арзамас, Новокуйбышевск) лежат ниже кривой Ципфа.

На территории Уральского федерального округа (график 1Е) шесть последних городов выборки лежат на кривой Ципфа. Численность населения Екатеринбурга и Магнитогорска ниже прогнозируемой законом Ципфа.

График 1Ж демонстрирует неоднозначную картину на территории Сибирского федерального округа. Численность населения первого города в иерархии (Новосибирск 1612,5 тыс. чел.) ниже прогнозируемой законом Ципфа. На кривой Ципфа находятся Омск, Красноярск, Иркутск, а также группа городов с диапазоном численности населения от 144,1 тыс. чел. до 229,3 тыс. чел.

В Дальневосточном федеральном округе оценочный коэффициент  $K$  имеет высокие значения, график 13 подтверждает максимальную выполняемости закона Ципфа, за исключением Хабаровска и Владивостока.

В выборке городов РФ коэффициент Ципфа равен 0,9, расчетные данные среднегодовой численности работников предприятий в городе выше прогнозируемых наблюдаются в Москве и Санкт-Петербурге (график 2И). Города, в которых значения показателя составляет от 25 тыс. чел. до 284,9 тыс. чел., лежат на кривой Ципфа. Полученные расчетные значения ниже прогнозируемых в городах со значением показателя в интервалах от 289,7 тыс. чел. до 441,2 тыс. чел. (Екатеринбург, Нижний Новгород, Новосибирск, Самара, Казань, Челябинск, Уфа, Омск, Краснодар, Пермь) и от 10,9 тыс. чел. до 24 тыс. чел.

Высокой дифференциации коэффициента Ципфа по данному показателю в федеральных округах России не наблюдается. Максимальные значения коэффициента Ципфа по показателю «среднегодовая численность работников предприятий в городе» (0,8) получены для городов Приволжского и Дальневосточного федеральных округов.

График 2А демонстрирует, что в Центральном федеральном округе (0,7) города, в которых значения показателя находится в диапазоне от 16,4 тыс. чел. до 110,3 тыс. чел. соответствуют прогнозам (лежит на кривой Ципфа) закона Ципфа.

Низкие значения оценочного коэффициента и коэффициент детерминации (0,6) в Северо-Западном федеральном округе (график 2Б) позволяют заключить, что правило «ранг-размер» по данному показателю слабо выполняется.

В иерархии городов Южного федерального округа (график 2В) лидером выступает Краснодар: расчетные данные ниже прогнозируемых законом. На кривой Ципфа расположены Ростов-на-Дону, Севастополь и города, имеющие среднегодовую численность работников предприятия в диапазон от 19,7 тыс. чел. до 71,5 тыс. чел.

График 3Г демонстрирует, что большая часть выборки городов Северо-Кавказского федерального округа расположена на кривой Ципфа. Расчетные значения первого в иерархии города (Ставрополь 120,8 тыс. чел.) ниже прогнозируемых.

В Приволжском федеральном округе (график 2Д) наблюдается неоднозначная ситуация. Первые три города иерархии (Нижний Новгород, Самара, Казань) и последние шесть (Нефтекамск, Димитровград, Арзамас, Новокуйбышевск, Октябрьский, Новочебоксарск) расположены ниже кривой Ципфа. Расчетные значения Перми и Саратова соответствуют прогнозируемым законом Ципфа.

График 2Е демонстрирует, что большая часть городов Уральского федерального округа расположена на кривой Ципфа, исключением являются Екатеринбург и Копейск (полученные расчетные значения ниже прогнозируемых); в Нижнем Тагиле, Кургане, Нижневартовске — выше прогнозируемых законом Ципфа.

В городах Сибирского федерального округа (график 2Ж) по данному показателю расчетные данные городов-лидеров (Новосибирск, Омск) ниже прогнозируемых. Под действие закона Ципфа попадают Красноярск, Барнаул, Ангарск, Братск, Абакан, Бийск, Прокопьевск, Кызыл, Ачинск, Рубцовск.

В иерархии городов Дальневосточного федерального округа (график 2З) оценочный коэффициент имеет высокие значения. Хабаровск, Якутск и Артем расположены ниже кривой Ципфа.

Число предприятий и организаций на территории города: при оценке показателя «число предприятий и организаций на территории города» в выборке городов РФ получили коэффициент Ципфа 0,7. Полученные расчетные данные (график 3И) совпадают с прогнозируемыми для Москвы и городов, в которых анализируемый показатель находится в диапазоне от 1919 шт. до 33691 шт. Ниже кривой Ципфа расположены города с диапазонами анализируемого показателя от 34155 шт. до 355755 шт. и от 292 шт. до 1909 шт., то есть верхний и нижний хвосты (за исключение Москвы).

В иерархии городов Центрального федерального округа (график 3А) Москва оторван от остальной группы городов, расположен выше кривой Ципфа. Города, в которых анализируемый показатель находится в диапазоне от 12 921 шт. до 46 478 шт. и два последних города в иерархии расчетные значения ниже прогнозируемых. Закон Ципфа выполняется для городов с количеством организаций и предприятий от 1260 шт. до 11 720 шт.

В Северо-Западном федеральном округе (график 3Б) оценочный коэффициент имеет низкие значения 0,4 при высоких значениях коэффициента детерминации. График 3Д демонстрирует, что закону Ципфа соответствуют города Мурманск, Северодвинск, Ухта.

В Южном федеральном округе (график 3В) закону Ципфа не соответствуют Краснодар, Камышин и Новошахтинск (расчетные значения ниже прогнозируемых).

В Северо-Кавказском федеральном округе (график 3Г) получены максимальные значения оценочного коэффициента по анализируемому показателю: выше кривой Ципфа лежит Ставрополь, ниже — Нальчик.

В иерархии городов Приволжского федерального округа (график 3Д) тройка лидеров расположена ниже кривой Ципфа: Казань, Самара, Пермь. Полученные расчетные значения выше прогнозируемых в городах со значениями показателя в диапазоне от 9005 шт. до 29 524 шт.

На территории Уральского федерального округа (график 3Е) закону Ципфа не соответствуют Нижневартовск и Нижний Тагил: они расположены выше кривой Ципфа; Сургут и Магнитогорск — ниже кривой Ципфа.

В иерархии городов Сибирского федерального округа (график 3Ж) проявление закона Ципфа неоднозначно: расчетные данные соответствуют прогнозируемым в Иркутске, Абакане, Бердске, Бийске, Ангарске, Братске и Рубцовске.

В Дальневосточном федеральном округе (график 3З) под действие закона Ципфа попадают Хабаровск, г. Южно-Сахалинск, Петропавловск-Камчатский и Комсомольск-на-Амуре.

### Заключение

Проведенное исследование позволяет сделать ряд выводов.

При оценке выборки всех городов РФ по показателям «численность населения» и «среднегодовая численность работников предприятий» получены максимальные значения ко-

эффициента Ципфа, что подтверждает выполняемость данного закона.

Москва и Санкт-Петербург оторваны от остальной группы городов как в границах федеральных округов, так и страны в целом: эти два города являются главными центрами расселения и миграции в масштабах РФ.

В границах федеральных округов РФ коэффициент Ципфа по показателю «численность населения» варьирует от 0,5 до 0,9, по показателю «среднегодовая численность работников предприятий» — от 0,4 до 0,8, по показателю «число предприятий и организаций на территории города» от 0,4 до 0,8; при анализе вышеперечисленных показателей коэффициент детерминации имеет высокие значения. В Южном и Северо-Кавказском федеральных округах расчетные значения максимально приближены к прогнозируемым, что подтверждает выполняемость закона Ципфа. Дифференциация по показателю «численность населения» в городах-миллионерах Приволжского федерального округа отсутствует (от 1051,6 тыс. чел. до 1259 тыс. чел.), что является причиной полученных результатов в федеральном округе: у городов-лидеров иерархии расчетные данные ниже прогнозируемых по всем значимым показателям.

Для снижения выявленной межрегиональной дифференциации в федеральных округах России целесообразно развитие средних и малых городов: модернизация транспортной инфраструктуры, активная социальная политика повышения качества жизни населения, реализация целевых программ увеличения рождаемости и улучшения жилищных условий позволят привлечь в города молодых специалистов, что будет способствовать устойчивому развитию регионов и страны в целом. Фактором, определяющим выбор места жительства трудоспособного населения, является наличие рабочих мест, уровень оплаты труда которых удовлетворяет требования работников. Важно отметить, что обозначенные мероприятия необходимо проводить на всей территории РФ, чтобы не увеличить неравномерность и изолированность отдельных городов и регионов.

Теоретическая значимость проведенного исследования заключается в расширении спектра показателей проверки закона Ципфа в иерархии городов в границах федеральных округов России и страны в целом с применением усовершенствованного метода наименьших квадратов, что может быть использовано для разработки рекомендаций для крупных городов и агломераций России при форми-

ровании дорожных карт размещения объектов производственной деятельности, малого и среднего бизнеса, инженерной инфраструктуры в городах, а также для развития теоретико-методологического подхода формирования транспортного сообщения между городами в целях формирования маятниковой миграции населения.

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Auerbach F. Das gesetz der bevölkerungskonzentration, Petermanns // Geographische Mitteilungen. 1913. № 59. P. 74–76.
2. Singer H. W. The “Courbe des Populations.” A Parallel to Pareto’s Law // The Economic Journal. 1936. № 46. P. 254–263.
3. Lu M., Wan G. Urbanization and Urban Systems in the People’s Republic of China: Research Findings and Policy Recommendations // Journal of Economic Surveys. 2014. № 28. P. 671–685. doi: 10.1111/joes.12078.
4. Rastvortseva S., Manaeva I. Zipf’s law appearance in the Russian cities // Regional Science Inquiry. 2016. № VIII (1). P. 51–59.
5. Manaeva I., Kanisheva A. Estimation of factors for social and economic inequality of Russia’s towns // Regional Science Inquiry. 2017. № IX(2). P. 147–159.
6. Манаева И. В. Распределение городов в федеральных округах России. Тестирование закона Ципфа // Экономика региона. 2019. Т. 15, вып. 1. С. 84–98. doi: 10.17059/2019-1-7.
7. Eaton J., Eckstein Z. Cities and growth: theory and evidence from France and Japan // Regional Science and Urban Economics. 1997. № 27. P. 443–474.
8. Cristelli M., Batty M., Pietronero L. There is more than a power law in Zipf // Scientific reports. 2012. № 2 (812). P. 1–7. doi: 10.1038/srep00812.
9. Sidra A., Shougeng H., Nadeem A. B. Zipf’s law and city size distribution: A survey of the literature and future research agenda // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. 2018. № 492 (15). P. 75–92. doi.org/10.1016/j.physa.2017.10.005.
10. Krugman P. Confronting the Mystery of Urban Hierarchy // Journal of the Japanese and International Economies. 1996. № 10. P. 399–418.
11. Gabaix X. Zipf’s law for cities: an explanation // Quarterly journal of Economics. 1999. Т. 114, № 3. P. 739–767. doi: 10.1162/003355399556133.
12. Ioannides Y. M., Overman H. G. Zipf’s law for cities: an empirical examination // Regional Science and Urban Economics. 2003. № 33. P. 127–137. doi:10.1016/S0166-0462(02)00006-6.
13. Berry B. J., Okulicz-Kozaryn A. The city size distribution debate: Resolution for US urban regions and megalopolitan areas // Cities. 2012. Т. 29, № 1. P. 17–23. doi: 10.1016/j.cities.2011.11.007.
14. Ziqin W. Zipf Law Analysis of Urban Scale in China // Asian Journal of Social Science Studies. 2016. № 1. P. 53–58. doi:10.20849/ajsss.v1i1.21.
15. Schaffar A., Dimou M. Rank-size City Dynamics in China and India, 1981–2004 // Regional Studies. 2012. № 46. P. 707–721. doi: 10.1080/00343404.2010.521146.
16. Black D., Henderson V. Urban evolution in the USA // Journal of Economic Geography. 2003. № 3. P. 343–372.
17. Eeckhout J. Gibrat’s Law for (All) Cities: Reply // The American Economic Review. 2009. № 99. P. 1676–1683.
18. Levy M. Gibrat’s Law for (All) Cities: Comment // The American Economic Review. 2009. № 99. P. 1672–1675.
19. Bee M., Riccaboni M., Schiavo S. The size distribution of US cities: Not Pareto, even in the tail // Economics Letters. 2013. № 120. P. 232–237. doi: 10.1016/j.econlet.2013.04.035.
20. Soo K. T. Zipf’s Law and Urban Growth in Malaysia // Urban Studies. 2007. № 44. P. 1–14. doi: 10.1080/00420980601023869.
21. Pérez-Campuzano E., Guzmán-Vargas L., Angulo-Brown F. Distributions of city sizes in Mexico during the 20th century // Chaos, Solitons & Fractals. 2015. № 73. P. 64–70.
22. Duran H. E., Ozkan S.. Trade Openness, Urban Concentration And City-Size Growth In Turkey // Regional Science Inquiry. 2015. № 7. P. 35–46.
23. Коломак Е. А. Развитие городских систем России. Тенденции и факторы // Вопросы экономики. 2014. № 10. С. 82–96.
24. Коломак Е. А. О чем говорит отклонение в законе Ципфа? // ЭКО. 2016. № 11. С. 121–128.
25. Андреев В. В., Лукиянова В. Ю., Кадышев Е. Н. Анализ территориального распределения населения в субъектах Приволжского федерального округа с применением закона Ципфа и Гибрата // Прикладная эконометрика. 2017. Т. 48. С. 97–121.
26. Gabaix X., Ibragimov R. Rank — 1 / 2: A Simple Way to Improve the OLS Estimation of Tail Exponents // Journal of Business & Economic Statistics. 2011. № 29. P. 24–39. doi: 10.1198/jbes.2009.06157.

### References

1. Auerbach, F. (1913). Das gesetz der bevölkerungskonzentration. *Petermanns Geographische Mitteilungen*, 59, 74–76.
2. Singer, H. W. (1936). The “Courbe des Populations.” A Parallel to Pareto’s Law. *The Economic Journal*, 46, 254–263.
3. Lu, M. & Wan, G. (2014). Urbanization and Urban Systems in the People’s Republic of China: Research Findings and Policy Recommendations. *Journal of Economic Surveys*, 28, 671–685.

4. Rastvortseva, S. & Manaeva, I. (2016). Zipf's law appearance in the Russian cities. *Regional Science Inquiry*, VIII(1), 51–59.
5. Manaeva, I. & Kanishteveva, A. (2017). Estimation of factors for social and economic inequality of Russia's towns. *Regional Science Inquiry*, IX(2), 147–159.
6. Manaeva, I. V. (2019). Distribution of Cities in Federal Districts of Russia: Testing of the Zipf Law. *Ekonomika regiona [Economy of the Region]*, 15(1), 84–98. (In Russ.)
7. Eaton, J. & Eckstein, Z. (1997). Cities and growth: theory and evidence from France and Japan. *Regional Science and Urban Economics*, 27, 443–474.
8. Cristelli, M., Batty, M. & Pietronero, L. (2012). There is more than a power law in Zipf. *Scientific reports*, 2(812), 1–7.
9. Arshad, S., Hu, S. & Ashraf, B. N. (2018). Zipf's law and city size distribution: A survey of the literature and future research agenda. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 492(15), 75–92.
10. Krugman, P. (1996). Confronting the Mystery of Urban Hierarchy. *Journal of the Japanese and International Economies*, 10, 399–418.
11. Gabaix, X. (1999). Zipf's law for cities: an explanation. *Quarterly journal of Economics*, 3, 739–767.
12. Ioannides, Y. M. & Overman, H. G. (2003). Zipf's law for cities: an empirical examination. *Regional Science and Urban Economics*, 33, 127–137.
13. Berry, B. J. L. & Okulicz-Kozaryn, A. (2012). The city size distribution debate: Resolution for US urban regions and megalopolitan areas. *Cities*, 29, 17–23.
14. Ziqin, W. (2016). Zipf Law Analysis of Urban Scale in China. *Asian Journal of Social Science Studies*, 1, 53–58.
15. Schaffar, A. & Dimou, M. (2012). Rank-size City Dynamics in China and India, 1981–2004. *Regional Studies*, 46, 707–721.
16. Black, D. & Henderson, V. (2003). Urban evolution in the USA. *Journal of Economic Geography*, 3, 343–372.
17. Eeckhout, J. (2009). Gibrat's Law for (All) Cities: Reply. *The American Economic Review*, 99(4), 1676–1683.
18. Levy, M. (2009). Gibrat's Law for (All) Cities: Comment. *The American Economic Review*, 99, 1672–1675.
19. Bee, M., Riccaboni, M. & Schiavo, S. (2013). The size distribution of US cities: Not Pareto, even in the tail. *Economics Letters*, 120, 232–237.
20. Soo, K. T. (2007). Zipf's Law and Urban Growth in Malaysia. *Urban Studies*, 44, 1–14.
21. Pérez-Campuzano, E., Guzmán-Vargas, L. & Angulo-Brown, F. (2015). Distributions of city sizes in Mexico during the 20th century. *Chaos, Solutions & Fractals*, 73, 64–70.
22. Duran, H. E. & Ozkan, S. P. (2015). Trade Openness, Urban Concentration and City-Size Growth In Turkey. *Regional Science Inquiry*, 7, 35–46.
23. Kolomak, E. A. (2014). Development of Russian urban system: tendencies and determinants. *Voprosy ekonomiki*, 10, 82–96. (In Russ.)
24. Kolomak, E.A. (2016). What does tell a deviation from Zipf's law? *EKO [ECO]*, 11, 121–128. (In Russ.)
25. Andreev, V., Lukyanova, V. & Kadyshchev, E. (2017). Analysis of people territorial distribution in regions of the Volga Federal District on the base of Zipf and Gibrat laws. *Prikladnaya ekonometrika [Applied econometrics]*, 4(48), 97–121. (In Russ.)
26. Gabaix, X. & Ibragimov, R. (2011). Rank — 1/2: A Simple Way to Improve the OLS Estimation of Tail Exponents. *Journal of Business & Economic Statistics*, 29, 24–39.

### Информация об авторах

**Растворцева Светлана Николаевна** — доктор экономических наук, профессор департамента мировой экономики факультета мировой экономики и мировой политики, НИУ «Высшая школа экономики»; Scopus Author ID: 57188713270; <https://orcid.org/0000-0002-1599-359X> (Российская Федерация, 119017, г. Москва, ул. Малая Ордынка, 17, стр. 1, каб. 210; e-mail: SRastvortseva@hse.ru).

**Манаева Инна Владимировна** — кандидат экономических наук, доцент кафедры мировой экономики, Белгородский государственный национальный исследовательский университет; Scopus Author ID: 57191902461; <https://orcid.org/0000-0002-4517-7032> (Российская Федерация, 308015 г. Белгород, ул. Победы 85; e-mail: in.manaeva@yandex.ru).

### About the authors

**Svetlana N. Rastvortseva** — Dr. Sci. (Econ.), Professor of the School of World Economy, Faculty of World Economy and International Affairs, School of World Economy, National Research University “Higher School of Economics”, Scopus Author ID: 57188713270; <https://orcid.org/0000-0002-1599-359X> (17/1, Malaya Ordynka Str., Moscow, 119017, Russian Federation; e-mail: SRastvortseva@hse.ru).

**Inna V. Manaeva** — Cand. Sci. (Econ.), Associate Professor of the Department of World Economy, Belgorod State National Research University; Scopus Author ID: 57191902461; <https://orcid.org/0000-0002-4517-7032> (85, Pobedy St., Belgorod, 308015, Russian Federation; e-mail: in.manaeva@yandex.ru).

Дата поступления рукописи: 04.06.2019.

Прошла рецензирование: 23.09.2019.

Принято решение о публикации: 10.06.2020.