

## ПРИЛОЖЕНИЯ ОПЕРАТОРОВ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ БУШМАНА — ЭРДЕЙИ

С. М. Ситник (Россия, Воронеж; ВИ МВД)

Теория операторов преобразования составляет самостоятельный раздел современной математики, имеющий многочисленные приложения [1–4]. Важным классом операторов преобразования являются операторы Бушмана — Эрдейи.

Операторы Бушмана — Эрдейи имеют многочисленные модификации. Автором предложена удобная классификация их различных вариантов. Операторы Бушмана — Эрдейи первого рода содержат ядра, выражающиеся через функции Лежандра первого рода. Их предельным случаем являются операторы нулевого порядка гладкости, играющие важную роль в различных приложениях. Операторы Бушмана — Эрдейи второго рода содержат ядра, выражающиеся через функции Лежандра второго рода. Комбинация операторов первого и второго родов приводит к операторам Бушмана — Эрдейи третьего рода. При специальном выборе параметров они сводятся к унитарным операторам преобразования, которые автор назвал унитарными операторами преобразования Сонина — Катрахова и Пуассона — Катрахова, в честь В. В. Катрахова, начавшего их изучение.

Изучение разрешимости и обратимости данных операторов было начато в 1960-х гг. в работах Р. Бушмана и А. Эрдейи. Операторы Бушмана — Эрдейи или их аналоги изучались также в работах Е. Т. Copson, Т. Р. Higgins, Та Ли, Е. R. Love, Динь Хоанг Ань, В. И. Смирнова, В. В. Катрахова, Н. А. Вирченко, А. А. Килбаса, О. В. Скоромник, Б. Рубина и ряде других работ. При этом изучались задачи о решении интегральных уравнений с этими операторами, их факторизации и обращения.

Важность операторов Бушмана — Эрдейи во многом обусловлена их многочисленными приложениями [2–12]. Например, они встречаются в следующих вопросах теории уравнений с частными производными: при решении задачи Дирихле для уравнения Эйлера — Пуассона — Дарбу в четверти плоскости и установлении соотношений между значениями решений уравнения Эйлера — Пуассона — Дарбу на многообразии начальных данных и характеристике, теории преобразования Радона, при исследовании краевых задач для различных уравнений с существенными особенностями. Автором было показано [7–8], что операторы Бушмана — Эрдейи являются операторами преобразования для дифференциального выражения Бесселя и изучены их специальные свойства именно как операторов преобразования.

В докладе рассматриваются приложения операторов преобразования Бушмана — Эрдейи различных классов к вложению пространств И. А. Киприянова в весовые пространства С. Л. Соболева, формулам для решений уравнений с частными производными с операторами Бесселя, уравнениям Эйлера — Пуассона — Дарбу, включая лемму Копсона, построению операторов обобщенного

сдвига, операторам Дункла, преобразованию Радона, построению обобщенных сферических гармоник и  $B$ -гармонических полиномов, а также доказательству унитарности в пространстве Лебега обобщений классических операторов Харди. Приведен обзор результатов В. В. Катрахова по приложению операторов преобразования к теории псевдодифференциальных операторов и изучению введенного им нового класса краевых задач с  $K$ -следом с существенными особенностями в решениях.

## Литература

1. *Carroll R. W.* Transmutation, Scattering Theory and Special Functions.—North Holland, 1982.
2. *Carroll R. W.* Transmutation Theory and Applications.—North Holland, 1986.
3. *Sitnik S. M.* Buschman–Erdelyi transmutations, classification and applications // Analytic Methods Of Analysis And Differential Equations / Ed. by M. V. Dubatovskaya, S. V. Rogosin).—Cottenham: Cambridge Sci. Publ., 2013.—P. 171–201.—URL: <http://arxiv.org/abs/1304.2114v1>
4. *Ситник С. М.* Операторы преобразования и их приложения // Исслед. по современному анализу и мат. моделированию / Ред. Ю. Ф. Коробейник, А. Г. Кусраев).—Владикавказ, 2008.—С. 226–293.—URL: <http://arxiv.org/abs/1012.3741>
5. *Sitnik S. M.* Some problems in the modern theory of transmutations // Spectral theory and differential equations. International conference in honor of Vladimir A. Marchenko's 90th birthday.—Kharkiv, 2012.—P. 101–102.
6. *Sitnik S. M.* Buschman–Erdelyi transmutations: classification, analytical properties and applications to differential equations and integral transforms // International Conference “Mathematics Days in Sofia”. 7th Minisymposium TMSF-14 in frames of MDS-2014. Dedicated to the 80th Anniversary of Professor Ivan Dimovski, Corr.—Member of Bulgarian Academy of Sciences.—Sofia, 2014.—P. 20–21.
7. *Ситник С. М.* Унитарность и ограниченность операторов Бушмана — Эрдейи нулевого порядка гладкости.— Владивосток: Институт автоматки и процессов управления ДВО АН СССР, 1990.—44 с.—(Препринт).
8. *Ситник С. М.* Факторизация и оценки норм в весовых лебеговых пространствах операторов Бушмана — Эрдейи // Докл. АН СССР.—1991.—Т. 320, № 6.—С. 1326–1330.
9. *Ситник С. М.* Решение задачи об унитарном обобщении операторов преобразования Сонина — Пуассона // Научные ведомости Белгородского государственного университета.—2010.—Вып. 18, № 5 (76).—С. 135–153.
10. *Ситник С. М.* О явных реализациях дробных степеней дифференциального оператора Бесселя и их приложениях к дифференциальным уравнениям // Докл. Адыгской (Черкесской) Междун. академии наук.—2010.—Т. 12, № 2.—С. 69–75.
11. *Ситник С. М.* О представлении в интегральном виде решений одного дифференциального уравнения с особенностями в коэффициентах // Владикавк. мат. журн.—2010.—Т. 12, вып. 4.—С. 73–78.
12. *Ситник С. М.* Метод факторизации операторов преобразования в теории дифференциальных уравнений // Вестник Самарского гос. ун-та. Естеств. серия.—2008.—№ 8/1 (67).—С. 237–248.