ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(Н И У « Б е л Г У »)

ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ

МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ НА ПРОЦЕНТЫ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

Выпускная квалификационная работа
обучающегося по направлению подготовки
44.04.01 Педагогическое образование
заочной формы обучения,группы 02041660
Коркиной Инны Алексеевны

Научный руководитель
к. ф.-м. н, доцент
Мотькина Н.Н.

Рецензент
директор общеобразовательного
учреждения, почетный работник
общего образования РФ
Сергеева Н.Н.

БЕЛГОРОД 2019

СОДЕРЖАНИЕ

Введение ... 3
Глава 1. Теоретические основы изучения задач на проценты в школьном курсе математики ... 6
1.1 Тема «Проценты» и ее место в школьном курсе математики ... 6
1.2 Анализ изложения темы в учебниках математики для 5-6 классов ... 9
1.3 Анализ изложения темы в учебниках математики для 7-9 классов ... 14
1.4 Применение технологии укрупнения дидактических единиц на уроках математики при решении задач на проценты ... 15
Глава 2. Методика обучения решению задач на проценты в школьном курсе математики ... 21
2.1 Методика введения понятий и обучения решению задач на проценты в 5-6 классах. Разработка цикла заданий для закрепления ... 21
2.2 Методика введения понятий и обучения решению задач на проценты в 7-9 классах. Разработка цикла заданий для закрепления ... 30
2.3 Методика решения задач на проценты, входящих в ОГЭ. Разработка цикла заданий для закрепления ... 37
2.4 Методика решения задач на проценты, входящих в ЕГЭ. Разработка цикла заданий для закрепления ... 43
Заключение ... 55
Список использованной литературы ... 56

Введение

Актуальность исследования. Математика играет важнейшую роль не только в сфере образования, но и в жизни каждого человека. В связи с этим одной из важнейших задач школы является предоставление подрастающему поколению прочных знаний основ наук, выработка у них навыков и умений, применения их на практике. Без сомнения, формирование у обучающихся твердых знаний в математике является одной из главных задач общеобразовательной школы. В современных экономических условиях все больше предпочтений отдается специалистам высокого уровня, компетентными в области математики – это сфера бизнеса, экономические и банковские «продукты», оптовая и розничная торговля, стремительно развивающиеся информационные технологии, логистика и многое другое.

В математике школьного курса «Проценты» в программу 5-6 классов, но ввиду небольшого объема часов на ее изучение, тообучающиесячасто испытывают серьезные затруднения при решении задач на проценты. Для многихобучающихсязатруднительнопонимание самого термина «процент». В связи с этим уже во взрослой жизни им тяжело овладевать вопросами инфляции, ценообразования, банковских вкладов и кредитов и т.д. Этот факт еще раз доказывает необходимостьпостоянного обращения к данной теме. Кроме того, прежде чем войти во взрослую жизнь, обучающиеся столкнутся с необходимостью применения навыков решения задач на проценты при сдаче основного государственного экзамена (ОГЭ) и единого государственного экзамена (ЕГЭ)и продолжения обучения в различных колледжах и высших учебных заведениях [23, с. 45].

Перечисленные аспекты определяют актуальность данного исследования.

Проблема исследования заключается в определении направления для качественного усвоения темы «Проценты» и выявлении методических особенностей выработки навыковрешения задач на проценты у обучающихся основной школы.

Объект исследования: процесс обучения математике в основной школе.

Предмет исследования: методические особенности обучения обучающихся решению задач на проценты в школьном курсе математики.

Цель исследования: разработать методикувыработки навыков решения задач на проценты у обучающихся основной школы, цикл заданий для закрепления материала и методические рекомендации по их применению.

Задачи исследования:

1. Изучитьтеоретические аспекты понятия «процент» в математике.

2. Представить анализ программы и школьных учебников по теме исследования.

3. Выявить методические особенности выработки навыков решения задач на проценты у обучающихся основной школы на различных этапах обучения.

4. Разработать методические материалы длявыработки навыков решения задач на проценты у обучающихся 5-6-х и 7-9-х классов, подготовки к ОГЭ и ЕГЭ и методические рекомендации по их применению.

Практическая значимость исследования заключается в возможности широкого использования учителями математики и студентами педагогических направлений подготовки при прохождении ими педагогической практики разработанных методических материаловдля выработки навыков решения задач на проценты у обучающихся основной школы и методические рекомендации по их применению.

Магистерская работа состоит из введения, двух глав, заключения и списка использованной литературы.

Во введении сформулированы основные характеристики исследования: актуальность, противоречие, проблема, объект, предмет, цель, задачи и методы исследования.

Содержание первой главы посвящено теоретическим основам выработки навыков решения задач на проценты у обучающихся основной школы. Представлены место и роль темы процентов в школьном курсе математики и в жизни, изучен исторический аспект появления понятия. В Главе II представлены авторские методические материалы длявыработки навыков решения задач на проценты у обучающихся 5-6-х и 7-9-х классов,приведен анализ задач ОГЭ и ЕГЭ по теме исследования и методические рекомендации по их применению.

В заключении сформулированы основные результаты и выводы проведённого исследования.

Список использованной литературы содержит 47 наименований.

Глава 1. Теоретические основы изучения задач на проценты в школьном курсе математики

1.1 Тема «Проценты» и ее место в школьном курсе математики

Слово «процент» означает «на сотню», «со ста» или «за сотню». В научной литературе появление данного термина связывается с введением в Европе десятичной системы счисления в XV в. Однаковызванная практическими соображениями идея выражать части целого в постоянных одних и тех же величинах появилась еще у древнихвавилонцев.

По всей видимости, использование в европейских странах процентов возникло вместе с ростовщичеством. Бытует мнение, что термин «процент» был введен бельгийским ученым-инженером СимономСтевином, опубликовавшемв 1584 г. таблицы процентов. В российской научной литературе широкое применение термина «процент» приписывается к концу XVIII века. Достаточно длительный промежуток время под процентом понимались исключительно убытки или прибыль на каждые 100 рублей. Область применения данного термина ограничивалась только торговым и финансовым направлением сделки.

Изучение процентов в школьном курсе являетсяобязательной частью программа, поскольку проценты широко применяются на практике. Любой школьник должен уметь решать основные задачи на проценты, переводитьпроценты в десятичные и обыкновенные дроби и наоборот.

В федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования следует отметить, что к умениямобучающихся должны относиться:

– применение изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин с использованием при необходимости справочных материалов и компьютера [44].

В Примерной программе основного общего образования по математике представленыобязательные умения обучаемых:

– переход между различными формами записи чисел, представление процентов в виде дроби и дробей в виде процентов;

– решение текстовых задач, в том числе задач на проценты;

– решение текстовых задач алгебраическим методом, интерпретация полученного результата, проведение отбора решений в зависимостиот формулировки задачи;

– осуществление способов поиска решений задач, в которых рассуждения строятся от условий к требованию и наоборот от требований к условиям;

– составление плана решения задач;

– выделение этапов решения задач;

– интерпретация вычислительных результатов в задачах, исследование полученного решения задачи;

– решение задачи вычисления части числа и числа по его известной части;

– нахождение процента от числа, числа по его проценту, нахождение процентного отношения двух чисел, нахождение процентного снижения или процентного повышения величины.

В ходе исследования были проанализированы труды известных ученых.

Так, например, Захарова А. Е. относит процент к дробям, представляя его частным случаем десятичной дроби. Поэтому к процентам применима теория десятичных дробей. Дальнейшее расширение области применения проценты получили и в науке (физике, технике, химии, медицине и др.), и в повседневной жизни [23, с. 24].

Основным вопросом темы «Проценты» является применение теории дробей при решении задач, никаких новых теоретических вопросов в эту тему не входит. В связи с различной применимостью проценты занимали различное положение в образовательных программах и школьных учебных пособиях и учебниках; формулировались различные определения процента и в связи с этим вводились разные способы решения задачи на проценты. Дореволюционные учебники понятие процента включали при работе с коммерческими расчетами, например: «Если кто-нибудь занимает деньги, то он платит за это лицу, которое дало эти деньги, определенное количество рублей в расчете на 100 рублей, эта плата и показывает количество процентов» [25].

Далингером В.А. [18] отмечается, что в ряде задач при сравнении дробей находятся их приближенные выражения в сотых долях. Сотые доли имеют особое значение. Напоминается, что наиболее часто употребимые части единицы имеют особые названия: 1/2 называется половиной, 1/3 – третью, 1/4 – четвертью. В связи с этим и 1/100 доля получила особое название «процент» и особое обозначение %. Так как число, представленное в процентах, – это дробь со знаменателем 100, то не требуется вводить новые правила действий над числами, выраженными в процентах, и при решении задач на проценты используются такие же способы, как и при решении задач на простые дроби.

Глейзер Г. [17, с. 69] считает необходимостью наличие достаточного уровня развития абстрактного мышления, чтобы усвоить данную тему обучающимся, но в возрастном диапазоне 10-11 лет развитие абстрактного мышления еще недостаточное, поэтому обучающимся 5-6 классов сложно усваивать проценты. На следующей ступени в действующих программах и учебниках алгебры к процентам возвращаются в рамках повторения, до которого, бывает, и не доходят. При подготовке к итоговой аттестации за курс девятого класса обучающиеся часто затрудняются решать даже стандартные задачи, взятые из «Экзаменационного сборника».

В других областях науки задачи на проценты представлены в основном только на уроках химии и решаются с использованием пропорций. При этом обучающимся не видна универсальность процентов, поэтому простейшие задачи на проценты из другой сферы деятельности человека также вызывают часто затруднения.

Таким образом, нами рассмотрены основные теоретические аспекты изучения процентов, их роль и место в школьном курсе математики и повседневной жизни.

1.2 Анализ изложения темы в учебниках математики для 5-6 классов

По традиции, тема «Проценты» включена в курс математикимладших классов среднего звена.

Представим анализ учебников математики для 5-х классов на предмет изложения материала о процентах (таблица 1).

Таблица 1

Анализ учебников математики для 5-х классов

Критерий	Учебник (Виленкин Н.Я.) [11]	Учебник (Муравин Г.К.) [41]
Тема	Проценты. Основные задачи на проценты	Процентные расчеты
Кол-во часов	6 часов	6 часов
Последовательность вводимых понятий	- понятие процента - запись процента в виде десятичной дроби - запись десятичной дроби в виде процента - запись обыкновенных дробей в виде процентов	- введение понятия процента - правила чтения процентов - вычисление процента от числа - вычисление числа по его проценту - вычисление процентных соотношений
Определение понятия процента	Процентом – это величина, означающая одну сотую часть.	Процент – это величина, означающая сотую долю целого
Цель	Сформировать у обучающихся умения решать основные виды задач на проценты	Научить обучающихся вычислять процент от числа, число по его проценту и процентное соотношение, а также выработать навык решения простейших задач

По программе, использующей учебники автора Н.Я. Виленкина, понятие процента обучающимся вводится в 5 классе [11]. На введение понятия отводится только шесть часов. За эти пять уроков обучающиеся должны выучить определение понятия процента, научиться представлять проценты в виде обыкновенных и десятичных дробей, наглядно понимать проценты на рисунке как часть целого, научиться решать простейшие задачи на расчет процентов. Шестым уроком предполагается проведение контрольной работы.

Перед введением понятия «процент» авторы учебника математики для 5 класса Виленкин Н.Я. и другие предлагают рассмотреть примеры из окружающей жизни: Килограмм является сотой частью центнера, сантиметр – сотой частью метра, ар – сотой частью гектара. Процентом принято называть сотую часть любой величины [11, с. 236].

В учебнике Н.Я. Виленкина [11] к рассмотрению предлагаются задачи всех трех типов.

По программе, использующей учебник математики для 5 класса под редакцией Дорофеева Г.В., тема «Проценты» не предлагается к изучению. К изучению данная тема предлагается в 6 классе [19].

В учебнике Муравина Г.К., Муравиной О.В. для 5 класса сделан акцент на решении сюжетных задач на проценты: про сборку урожая; исчисление заработной платы; поиск количества или доли обучающихся, получивших разные отметки, участвовавших в соревнованиях, посещающих различные кружки, студии и секции; поиск количества монет и марок в собранной коллекции; деление фруктов на части [41].

Принято выделять три основных типа задач на проценты (рис. 1):

Рисунок 1 – Типы задач на проценты

Пример 1. Завод выпустил 1100 деталей. Из них 43% составляют деталипо новымчертежам. Сколько деталей по новымчертежам выпустилзавод?

Решение:

1100 деталей – это 100%.

1) 1100:100 =11деталей составляют 1% от всего производства.

2) 11·43 = 473 детали изготовлено заводом по новымчертежам.

Ответ:473 детали.

Пример 2. В спартакиаде по плаванию участвует 14девочек, что составляет 20% всех участников. Сколько всего участников спартакиады?

Решение:

Неизвестное число – 100%.

1) 14:20=0,7 всех участников составляет 1%.

2) 0,7·100= 70 участников составляет 100%.

Ответ. В спартакиаде принимают участие70 участников.

Пример 3. Из 1600 га поля 432 га засажено пшеницей. Какой процент поля засажен пшеницей?

Решение:

1600 га поля – это 100%.

1) 432 :1600=0,27 всего поля составляет 1%.

2) 0,27 ·100= 27% поля засаженопшеницей.

Ответ. 27% поля засажено пшеницей.

Также можно рассматривать задачи вида «... чтобы узнать, на сколько процентов увеличилась или уменьшилась данная величина, необходимо найти:

1) на сколько единиц увеличилась или уменьшилась эта величина;

2) сколько процентов составляет полученная разность от первоначального значения величины» [10].

Представим анализ учебников математики для 6-х классов по теме исследования (Таблица 2).

Таблица 2

Анализ учебников математики для 6-х классов

Учебник (Виленкин Н.Я. и др.) [12]	Учебник (Муравин Г.К. и др.) [42]	Учебник (Дорофеев Г.В. и др.) [19]
Количество часов и тема		
Пропорции. Задачи на пропорции 3 часа	Решение задач на проценты 2 часа	Что такое процент 5 часов
Последовательность вводимых понятий		
Пропорция	Процентное содержание	Понятие процента. Нахождения процента величины
Основные понятия		
Пропорция – это равенство двух отношений	Процентным содержанием вещества в сплаве называется отношение массы этого вещества к массе всего сплава, выраженное в процентах. Процентное содержание в растворе называется концентрацией	Процентом от некоторой величины называется одна сотая ее часть
Цель		
Формирование понятия пропорции и умения решать задачи на проценты с помощью пропорции	Формирование понятия процентного содержания и выработка навыка решения более сложных задач на проценты.	Знакомство обучающихся с термином «процент», формирование часто встречающихся оборотов речи со словом «процент»

Дальнейшееизучение процентов, согласно учебнику Виленкина Н. Я., производится в 6 классе [12]. Авторы предлагают красмотрению те же типы задач, вводя новый способ решения – алгебраический, при котором для решения составляется линейное уравнение. Также учебник содержит правила вычисления части числа от целого и нахождения целого по его части:

1) для нахождения части от целого необходимо соответствующее целому значению число умножить на дробь, которая соответствуетискомой части;

2) для нахождения целого по его части необходимо соответствующее этой части число разделить на соответствующую ей дробь [12].

Например, требуется зайти 3% от 144. Для этого необходимо $144 \cdot 0{,}03 = 4{,}32$.

Задачи, в которых применяется второе правило могут звучать так: 3% от некоторого числа составляют 27. Найти этой число. Для этого делим 27 на соответствующую 3% дробь: 27 / 0,03 = 900.

В учебнике математики для 6 класса авторов МуравинаГ.К. и др. обучающимсяпредлагаются к рассмотрению задачи, где используется алгебраический метод решения [42, с. 173].

В учебнике под редакцией Дорофеева Г. В. [19] на тему проценты, несмотря на то что в 5 классе она не изучалась, отводитсятолько пять часов. После изучения темы «Нахождение дроби от числа» обучающиеся вместе с педагогом решают задачи на нахождение процента от числа по новому правилу: процент сначала преобразуется в десятичную или обыкновенную дробь и затем умножается на исходное число. Далее аналогично рассматривается задача на нахождение числа по его проценту (части), при решении которой процент преобразуется в обыкновенную или десятичную дробь иисходное число делится на полученную дробь. При изучении темы «Отношения» обучающимсяпредлагаются задачи на процентное отношение, где частное двух чисел умножается на 100% [18, с. 250].

Следующим этапом обучающимся предлагаются задачи на увеличение/уменьшение числа на N%. Проценты также используются при изучении диаграмм.

В анализируемом учебникешестиклассникам сразу же предлагаются к изучению задачи на части, смеси и сплавы. На наш взгляд, задачи такого типа для младшего школьника сложны. Поэтому их изучение часто выносится учителями на факультативные занятия с более сильными учениками, и в связи с этим очень важное направлениепроцентных задач останется не охваченным. Тем не менее этому виду задач следует уделить должное внимание, возможно, на следующей ступени образования.

Учебник Дорофеева Г. В. [19] также предполагает изучение использования калькулятора при решении задач на проценты. Данному

В целом, результат анализа школьных учебников для 5-6 классов показал, что в программе, использующей учебник Дорофеева, предусмотрено изучение процентов только в 6 классе и на изучение отводится всего 5 часов. В то время как по учебникам Н.Я. Виленкина и Г.К. Муравина за 5 и 6 классы всего на изучение темы выходит 8-9 часов, что позволяет более глубоко и подробно изучить тему.

1.3 Анализ изложения темы в учебниках математики для 7-9 классов

Для классов основного звена задачи на проценты изучаются в разделе повторение и задачи на проценты повышенной трудности.

В содержании курса алгебры 7-9 классов уделено внимание дальнейшему развитию вычислительной культуры школьников, обучению различным приемам выполнения действий с дробями, в том числе с использованием калькулятора, вычислению процентов и вероятностно-статистических характеристик.

Представим анализ учебников алгебры для 7-9-х классов общеобразовательной школы по теме исследования (Таблица 3).

В учебнике алгебры 7 класса Макарычева Ю.Н. и др. проценты встречаются при решении задач с помощью линейных уравнений [6].

По учебнику алгебры 7 класса под редакцией Дорофеева Г.В. рассматривается тема «Задачи на проценты», где обучающиеся решают задачи с более сложными процентами на нахождение процента от величины и на нахождение величины от процента [20].

В учебнике алгебры 7 класса МуравинаГ.К. и др. приводятся задачи на смеси и сплавы, обучающиеся учатся составлять математическую модель к текстовой задаче [40].

В 8-9 классах задачи на проценты рассматриваются в разделе повторения. Также обучающиеся сталкиваются с более сложными задачами на проценты при решении заданий ОГЭ.В 10-11 классах задачи на проценты также рассматриваются в разделе «Повторение» и в заданиях ЕГЭ.

Таким образом, проведя анализ учебников, мы можем сказать, что решение текстовых задач на проценты предусмотрено в программе только в рамках 5-6 классов, а в 7-11 классах на данную тему отдается незначительная часть времени в рамках повторения курса, что может сказываться на результатах итоговых экзаменов ОГЭ и ЕГЭ.

1.4 Применение технологии укрупнения дидактических единиц на уроках математики при решении задач на проценты

Изменения, которые происходят в современной системе образования, направлены в большей степени на выявление и развитие индивидуальных способностей обучающихся. Формирование интеллектуального развития школьника, его мировоззрения, культуры диктует введение новых способов и технологий, приемов активного обучения. Учителю для достижения этих задач необходимо выбирать современные подходы как к каждому ученику, так и к каждому классу в отдельности. Проблема улучшения качества образования привело к внедрению в процесс обучения технологии укрупнения дидактических единиц (УДЭ), разработанной академиком РАО, заслуженным деятелем науки России и Калмыкии, профессором, доктором педагогических наук Пюрвя Мучкаевичем Эрдниевым [46].

Содержательное определение укрупнения дидактических единиц имеет свою трактовку: «Укрупнение дидактических единиц – это технология обучения, обеспечивающая самовозрастание знаний обучающихся, благодаря активизации у них подсознательных механизмов переработки информации посредством сближения во времени и пространстве мозга взаимодействующих компонентов целостного представления (знаний)» [29]. Работа подобной технологии осуществляется за счет построения программного материала крупными блоками, между которыми подразумевается взаимосвязь и взаимопереходы при сохранении целостности групп родственных единиц содержания. При этом основной материал повторяется на каждом уроке, способствуя его быстрому усваиванию. Применять такую технологию можно на разных этапах урока, обобщая материал различными способами [29].

Технологию укрупнения дидактических единицшироко применяют в практике на уроках гуманитарных, естественнонаучных и математических циклов.

Целью данной исследовательской работы является применение метода совместного изучения связанных вопросов программы, в основе которых лежат задачи на проценты. Этот метод можно использовать при изучении следующих тем: решение задач на проценты и сложение-вычитание обыкновенных дробей, решение задач на проценты и сложение-вычитание чисел с разными знаками, решение задач на проценты и пропорции, решение задач на проценты и десятичные дроби. Такое объединение тем способствует экономии времени на изучении материала, дает возможность отработать навыки применения полученных знаний, а также развивает у обучающихся навыки сравнения и анализа.

Применение технологии взаимосвязанных единиц выбранных тем не обойдется без ключевого элемента технологии:

- решение обычной «готовой» задачи;
- составление обратной задачи и её решение;
- составление задачи, решение задачи, проверка решения с помощью обратной задачи, переход к родственному, но более сложному упражнению;
- самостоятельное составление обучающимися упражнений на основе сравнения и обобщения, индукции и аналогии [29].

Продемонстрируем группу задач на выполнение процентных расчетов, взаимосвязанных с ключевыми единицами выбранных тем из курса математики для 6 класса.

Задача 1.4.1. (решение обычной задачи)В феврале мобильный телефон стоил 7200 рублей. В марте его цена увеличилась на 15%. А в апреле месяце цена телефона по акции составляла на 30% меньше от мартовской стоимости. Сколько стоит мобильный телефон в апреле?

Решение:

Поскольку повышение цены в марте составляет 15%, то воспользовавшись правилом нахождения процента с помощью пропорции, узнаем новую цену.

$$\frac{100\%}{15\%} = \frac{7200p}{Xp}$$

$$X = \frac{15\% \times 7200}{100\%}$$

$X = 1080$(руб.) – составляют 15%.

1) 7200 + 1080 = 8280(руб.) – стоимость телефона после мартовского повышения цены.

Также целесообразно обратить внимание шестиклассников на другой способ исчисления новой стоимости: поскольку увеличение произошло на 15%, значит товар стал стоить (напоминаем про перевод процентов в десятичную дробь) в 1,15 раз дороже, имеем:

7200 · 1,15 = 8280 (руб.)

2) Значит, после понижения стоимости по акции, цена составит 100% – 30% = 70% от первоначальной стоимости в феврале.

$$\frac{100\%}{70\%} = \frac{8280p}{Xp}$$

$$X = \frac{70\% \cdot 8280}{100\%}$$

X = 5796(руб.) – стоимость телефонапо апрельской акции.

Можно показать детям решение в одно действие: $X = (7200 \cdot 1{,}15) \cdot 0{,}7 = 5796.$

Ответ: стоимость телефона по акции составит 5796 рублей.

Задача 1.4.2(составление обратной задачи и её решение). Составьте задачу, обратную предыдущей, и решите её.

Для составления обратной задачи удобно использовать таблицу. В нашем случае таблица будет выглядеть следующим образом:

	Начальная стоимость телефона	Процент мартовского повышения цены	Цена после повышения стоимости в марте	Процент скидки по акции	Конечная стоимость
Прямая	7200	15 %	8280	30 %	?
Обратная 1	?	15 %	?	30 %	5796
Обратная 2	?	15 %	8280	?	5796
Обратная 3	?	15 %	8280	30 %	?
Обратная 4	7200	?	8280	?	5796
Обратная 5	7200	?	8280	30 %	?

Опираясь на данную таблицу, можно сформулировать 5 обратных задач. Сформулируем и решим одну из них.

Обратная задача №1. В апреле стоимость телефона по акции составляла 5796 рублей, что составляло на 30% меньше его стоимости в марте. А в марте его цена была повышена на 15% от стоимости в феврале. Какова стоимость телефона в феврале и марте?

Решение:

Для решения этой задачи пользуемся правилом нахождения числа по его проценту. Сначала найдем стоимость после первого повышения, а потом и первоначальную стоимость.

1) $\frac{5796}{M}=\frac{70\%}{100\%}$ $\Rightarrow$ $M=5796\cdot\frac{100\%}{70\%}=8280$ (руб.) – стоимость телефона в марте

2) $\frac{\Phi}{8280}=\frac{100\%}{115\%}$ $\Rightarrow$ $\Phi=\frac{8280\cdot 100\%}{115\%}=7200$ (руб.) – стоимость телефона в феврале.

Ответ: первоначальная февральская стоимость телефона составляет 7200 рублей, а в марте 8280 рублей.

Задача 1.4.3 (составление задачи, решение задачи, проверка решения с помощью обратной задачи, переход к родственному, но более сложному упражнению).По таблице составьте прямую и обратную задачи. Решите прямую задачу и проверьте её решение с помощью обратной задачи. Заполните пропуски в таблице.

	Число, оставляющее 100 %	Процент повышения	Число после повышения
Прямая		20%	277,2
Обратная			

Примером прямой задачи может служить следующая: «В результате увеличения удоя в этом сезоне на 20%, фермер получил 264,2 л молока. Сколько литров молокабыло на ферме в прошлом сезоне?»

Решение:

За 100% принимаем первоначальное количество удоя. Тогда 100% + 20% = 120% приходится на 277,2 л молока.

$$\frac{X}{277,2}=\frac{100\%}{120\%}$$

$X=\dfrac{277,2\cdot 100\%}{120\%}=231(\text{л})$ – было получено фермером в прошлом сезоне.

Ответ: в прошлом сезоне удой составлял231 л.

Обратная: В прошлом сезоне удой фермы был 231 л. В этом году удойувеличился на 20%. Сколько литров молокаполучит ферма в новом сезоне?

Решение.

За 100% принимаем количество литров молока за прошлый сезон, то есть 231 л. Тогда 100% + 20% = 120% приходится на количество литров молока после увеличения удоя:

$$\frac{X}{231}=\frac{120\%}{100\%}$$

$X=\dfrac{231\cdot 120\%}{100\%}=277,2\,(\text{л})$ – удой молока в этом сезоне.

Ответ: после увеличения удой на ферме составил 277,2 л молока.

Анализируя цикл математических задач, можно сказать, что данные упражнения соответствуют требованиям технологии укрупнения дидактических единиц, так как:

1) рассматривается решение стандартной задачи;

2)самостоятельно составляется и решается задача, обратная данной;

3)происходит самостоятельная формулировка условия и решения прямой и обратной задачи.

Применение данной технологии будет способствовать увеличению объема подачи учебного материала при снижении нагрузки на ученика, результативному повторению изученного, развитию памяти, мышления, внимания и воображения.

Вывод по главе 1

Таким образом, изучение процентов в школьном курсе математики зависит от выбранного учебно-методического комплекса. Разные авторы учебников по-разному видят представление исследуемой темы. Большинство авторов приступают к изучению темы «Проценты» еще в 5 классе, продолжая ее изучение в 6-ом классе, другие – только в шестом.

Типичным для всех учебно-методических комплексов является возвращение к теме процентов в среднем звене общеобразовательной школы в качестве повторения и включение заданий в ОГЭ. Также задачи на сложные проценты включены во вторую часть профильного уровня ЕГЭ.

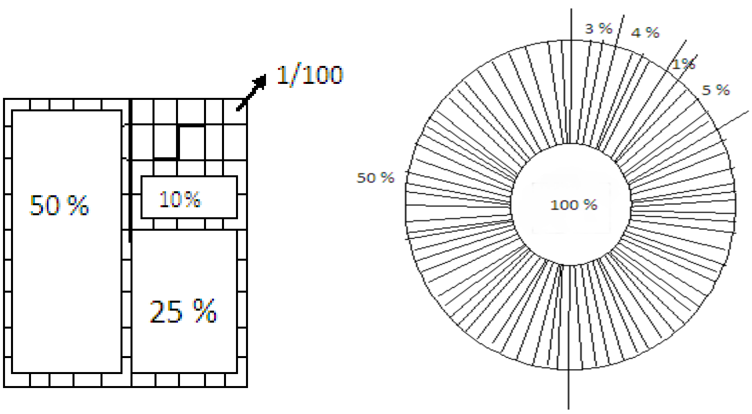
Глава 2. Методика обучения решению задач на проценты в школьном курсе математики

2.1 Методика введения понятий и обучения решению задач на процентыв 5-6 классах. Разработка цикла заданий для закрепления

В данном параграфе рассмотрим методику обучения решению задач на проценты в школьных учебниках для младшего звена средней ступени общеобразовательной школы.

При обучении по учебникуматематики для 5 классаМуравинаГ.К. перед тем, как ввести понятие процента рекомендуется напомнить обучающимся, что некоторые доли целогоимеют свои названия (четверть, треть, половина). Востальных случаях для обозначения частей целого используют понятие процентов. После чего следует предложитьопределение термина «процент»:«процент (от лат.procentum(на сто)»означает сотую долю целого. Проценты обозначают с помощью специального знака «%»[18].

Полезно визуализировать для обучающихся вводимое понятие с помощью рисунков (рис. 2).



½ (50%)	½ (50%)

⅓	⅓	⅓

¼ (25%)	¼ (25%)	¼ (25%)	¼ (25%)

Рисунок 2 – Визуализация процентных частей

Как видно из рис. 2, удобно принять одну клеточку, из которых состоит большой квадрат, за 1%, тогда 10%, 25%, 50% легко разместить внутри большого квадрата, очертив необходимое количество клеток (10, 25 и 50 клеток соответственно).Аналогично используется круг, разделенный на 100 частей, и тогда каждая часть его составляет 1%. Импровизированный метр, разделенный пополам, на трети и по ¼ соответственно помогают обучающимся понять и сравнить эти доли.

Перед разбором решения задач на вычисление процента от числа. Целесообразно уделить внимание привыканию к вводимым понятиям, освоению новой терминологии. С помощью системы упражнений, представленной в учебнике, обучающимся важно овладеть навыком оперирования новым термином, научиться с легкостью представлять доли и дроби в виде процентов и обратно. Так, каждый обучающийся долженусвоитьи уметь употреблять известные «эквиваленты», такие как: 25% величины – это 1/4 данной величины; половина некоторой величины – это 50%; 30% величины втрое больше, чем 10%и т.п.

Далее необходимо приступить к решению задач на идентификацию понятия процента:

Задача 2.1.1.Верно ли, что: 1) 1% от 1м равен 1см; 2) 1а равен 1% от 1 га.

Задача 2.1.2.Какое число отличается от других:

1% от 43 $\quad$ $0{,}01 \cdot 43$ $\quad$ $0{,}1 \cdot 43$ $\quad$ $\frac{1}{100} \cdot 43$

Далее следует сделать акцент, что, сравнивая две величины, за 100% необходимо принимать ту, с которой проводится сравнение. Необходимо, чтобы у обучающихся наступило понимание, какую величину принимать за 100%.

После этого можно переходить к рассмотрению задач на исчисление процента от числа:

Задача 2.1.3. Найти:1) 2% от 284;2) 3% от 126; 3) 10% от 625.

Задача 2.1.4.Найти число, зная, что1% от него равен: а) 6; б) 30; в) 4,2; г)0,08.

Задача 2.1.5. Из семечек получают 29% подсолнечного масла. Сколько подсолнечного масла можно получить из 38 кг семечек?

Решение.

Для нахождения процентной доли величины необходимо умножить исходное число на количество процентов и разделить на 100%. Имеем:

$$\frac{38 \cdot 29\%}{100\%} = 11,02$$

Ответ: 11,02 л подсолнечного масла

Задача 2.1.6. По выходнымтелевизор «LG» в магазине стоит 680 руб., а в понедельник его цена составляет 591,6 руб. Сколько процентов составляет цена на телевизор по понедельникам от стоимости в другие дни недели?

Решение.

Для нахождения доли величины в процентах необходимо разделить число, соответствующее доли, на целое и умножить на 100%. исходное число на количество процентов и разделить на 100%. Имеем:

$$591,6 : 680 \cdot 100 =$$

Ответ: 11,02 л подсолнечного масла

Следует уделить особое внимание задачам на сравнение доли величин, заданных различными способами, например: 1/4 больше 15%; 9/15 больше, чем 50% (половина) этой величины; 30% – меньше трети; 100% – это вся величина и т.п.

В учебнике математики для 6 класса ВиленкинаН.Я. проценты встречаются при изучении темы «Отношения и пропорции». Введение определениятермина «отношение»рекомендуется через постановку типовой задачи:

Задача 2.1.7.От куска ткани длиной 12 м отрезали 3 м. Какая часть куска ткани была отрезана?

Решение:

Сначала необходимо найти, какую часть всего куска ткани будет составлять 1 м. Посколькукусок имеет длину12 м, то 1 м составляет1/12 куска. Следовательно, 3 м будут составлять 3/12 (или 1/4).

Ответ: 25%.

Далее вводится определение понятия отношения и осуществляется переход к закреплению усвоения понятия через решение задач.

Задача 2.1.8. Длина автомагистрали150 км. Освещается90 км этой магистрали. Какая часть автомагистрали освещается? Во сколько раз вся автомагистрали длиннее ее освещенной части?

Решение. Чтобы найти, какая часть автомагистрали освещена, составляется отношение 90:150. Получается:

$\frac{90}{150}=\frac{3}{5}=0,6$ – освещено 0,6 часть автомагистрали, или 60% .

Обратное отношение позволит вычислить, во сколько раз вся магистраль длиннее ее освещенной части:

$$\frac{150}{90}=\frac{5}{3}=1\frac{2}{3}.$$

Ответ: освещено 60% автомагистрали; автомагистраль в 5/3 раза больше ее освещенной части.

Также следует обратить внимание обучающихся на различные способы использования термина «отношение» в речи, а также обязательно использовать различные постановки задач, например: отношение 13:51 можно читать как «отношение числа тринадцатьк числу пятьдесят один»; «отношение чисел тринадцать и пятьдесят один»; «отношение тринадцати к пятидесяти одному».

После изучения темы «Отношения» изучается тема «Пропорции».Перед введением определения понятия пропорции рекомендуется предложить шестиклассникам сравнить отношения4,5 : 1,5 и 6,6 : 2,2. Они равны, так как после вычисления значения каждого из нихполучается результат 3. Поэтому можно записать равенство:

$$\frac{4,5}{1,5}=\frac{6,6}{2,2},$$

которое и будет называться пропорцией. Далее через предложение вычислить произведение крайних и средних членов (4,5 · 2,2 = 9,9 и 1,5 · 6,6 =

9,9) обозначается основное свойство пропорции и предлагается решение задач.

Далее показываем применение свойства пропорции для решения задач на проценты. Начинаем с решения первого типа задач – нахождение процента от числа.

Задача 2.1.9. Перед новогодними праздниками приставка SonyPlayStationстоила9400 рублей. Праздничная скидка составила 12%. Сколько стала стоитьприставка?

Решение:

Поскольку праздничная скидка составила 12%, то новая цена составляет 100% - 12% = 88%.

Воспользовавшисьправилом нахождения процента с помощью пропорции, узнаем новую цену приставки *X*.

$$\frac{X}{9400} = \frac{88\%}{100\%}$$

$$X = \frac{9400 \cdot 88\%}{100\%}$$

X = 8272 (руб.)

Ответ: приставка в новогодние праздники стала стоить 8272 руб.

Применяя технологию УДЭ, предлагаем шестиклассникам составить обратную задачу и решаем аналогичным способом. Ее можно сформулировать следующим образом: «По новогодней 12%-ной скидке приставка стала стоить 8272 руб. Найти стоимость приставки без скидки» или «Приставка стоила 9400 руб. В новогодние праздники она стала стоить 8272 руб. Найти процент новогодней скидки». Следующим этапом предлагаем обучающимся составить свою прямую и обратную задачу и решить их.

Следующий рассматриваемый по программе тип задач – нахождение целого по его известной части. При решении задач также применяем технологию УДЭ.

Задача 2.1.10. После посещения магазина осталось 660 руб., что составляет 22% от первоначальной суммы. Сколько было денег первоначально?Составьте обратную задачу и решите ее.

Решение. Составим пропорцию и найдем первоначальную сумму, используя ее основное свойство:

$$\frac{X}{660}=\frac{100\%}{22\%}$$
$$X=\frac{660\cdot 100\%}{22\%}$$
$$X=3000$$

Ответ:до посещения магазина было 3000 руб.

Обратная 1: Было 3000 руб. После посещения магазина осталось 22%. Сколько денег осталось?

Обратная 2: Было 3000 руб. После посещения магазина осталось 660 руб. Сколько процентов денежных средств осталось?

После закрепления полученных навыков решения элементарных задач на проценты следует уделить внимание решению комбинированныхзадач. Например:

Задача 2.1.11. На приготовление джема ушло 42 кг сахара. После этого складе осталось 25% от всех запасов. Сколько кг сахара осталось? Составьте обратную задачу и решите ее.

Решение.

Решение задачи начинается с поиска сопоставимых частей. Поскольку осталось 25% сахара, значит, на приготовление джема ушло 100% - 25% = 75% всех запасов, что составляет 42 кг. Составим пропорцию и найдем первоначальноеколичество сахара на складе:

$$\frac{X}{42}=\frac{100\%}{75\%}$$
$$X=\frac{42\cdot 100\%}{75\%}$$
$$X=56$$

Следовательно, на складе осталось 56 – 42 = 14 кг сахара.

Ответ: на складе осталось 14 кг сахара.

Обратная 1: После приготовления джема осталось 14 кг сахара. Известно, что израсходовано было 75% запасов. Сколько кг было на складе?

Обратная 2: Было 56 кг сахара. После приготовления джема осталось 25% запасов. Сколько кг сахара ушло на приготовление джема?

Нельзя оставлять без внимания задачи на нахождение процентного отношения чисел. Также используем технологию УДЭ.

Задача 2.1.12. На фабрику поступил заказ на пошив школьной формы в количестве 200шт. Через месяц было готово 156 шт. Какойпроцент заказа был исполнен месяц спустя? Составьте обратную задачу и решите ее.

Решение.

Решение задачи осуществляется путем деления величины, соответствующей доли, на целое и умножением на 100%:

$$X = \frac{156}{200} \cdot 100\%$$
$$X = 78\%$$

Ответ: заказ готов на 78%.

Обратная 1: На фабрику поступил заказ на пошив школьной формы в количестве 200 шт. Через месяц было готово 78%. Сколько экземпляров школьной формы готово?

Обратная 2: На фабрику поступил заказ на пошив школьной формы. Через месяц было готово 156 шт., что составляет 78% от общего объема заказа. Сколько единиц школьной формы было заказано?

Ниже представлен набор задач для 5-6 классов, составленныхв разрезе типов задач на проценты и с учетом применения технологии УДЭ.

Задачи на нахождение процента от числа.

Задача 1.Заводом изготовлено500 деталей, из которых 25% имеют высшую категорию качества. Сколько деталей высшей категории качества было изготовлено заводом? Составьте обратную задачу и решите ее.

Ответ: 125 деталей.

Задача 2. От города А до города Б4530 км. Автомобиль проехал 15% этогопути и сделал остановку. Сколько километров проехал автомобиль до первой остановки?Составьте обратную задачу и решите ее.

Ответ: 679,5 км.

Задача 3. Костя поспорил с Мишей, что проплывет весь бассейн длиной 60 м, а проплыл только 52% его длины. Сколько метров проплыл Костя?Составьте обратную задачу и решите ее.

Ответ: 31,2 м.

Задача 4. В школе 1560 учеников. Из них 30% не посещают никаких творческих кружков, остальные посещают или музыкальную школу, или творческую студию, или школу танцев. Сколько творческих ребят учится в школе?Составьте обратную задачу и решите ее.

Ответ: 1092 ученика.

Задачи на нахождение целого по его известной части.

Задача 5. Мишей было прочитано 138 страниц, что составляет 24% числа всей книги. Сколько страниц в книге?Составьте обратную задачу и решите ее.

Ответ: 575 страниц.

Задача 6. Автомобиль проехал 42 км, что составило 80% пути от города А до города В. Какое расстояние между городами? Составьте обратную задачу и решите ее.

Ответ: 52,5 км

Задача 8. Золотой рыбкой было построено 14 замков для бедных жителей, что составляет 70% от всех планируемых ею. Сколько всего замков хотела построить золотая рыбка?Составьте обратную задачу и решите ее.

Ответ: 20 замков.

Задача 9. Шахтеры добыли 520тугля, что составляет 40% того, что имеется в шахте. Сколько тонн угля в шахте?Составьте обратную задачу и решите ее.

Ответ: 1300 т.

Задача 10. Лена съела 30 конфет, что составило 40% ее новогоднего подарка. Сколько конфет было в подарке?Составьте обратную задачу и решите ее.

Ответ: 75.

Задача 11. В кошельке лежали деньги. После того, как было потрачено 560 руб., осталось 30% от первоначальной суммы. Сколько осталось денег?Составьте обратную задачу и решите ее.

Ответ: осталось 240 руб.

Задачи на нахождение процентного отношения чисел.

Задача 12.Из 400 плодов20 оказались незрелыми. Сколько процентов от общего количества составили незрелые плоды?Составьте обратную задачу и решите ее.

Ответ: 5% незрелых плодов.

Задача 13. Папа, мама и дочка поехали навестить бабушку.Расстояние,которое им надо проехать, составляет 1200 км. Через 360 км они остановились перекусить в кафе. Какую часть пути им осталось проехать?Составьте обратную задачу и решите ее.

Ответ: 70% пути осталось проехать.

Задача 14. В компьютерной игре «Сталкер» 4 карты. На каждой карте 70 заданий. Максим выполнил 154 задания. Какую часть игры он прошел?Составьте обратную задачу и решите ее.

Ответ: 55%

Задача 15. В садурастет 7 яблонь, 4 сливы, 2 абрикоса, 2 персика и 5 груш. Средством от вредителей обработали 12 деревьев. Какая часть деревьев обработана?Составьте обратную задачу и решите ее.

Ответ: 60%

Задача 16. В книге 400 страниц. Прочитано 84 страницы. Какую часть книги осталось прочитать?Составьте обратную задачу и решите ее.

Ответ: 79%.

Итак, нами был разработан набор задач на проценты для 5-6-х классов, которые могут использоваться при составлении карточек для устного счета, самостоятельных и контрольных работ.

Для закрепления новых навыков следует использовать много дополнительного материала, периодически возвращаясь к теме процентов через дополнительные задания к домашней работе и использованию устных и письменных математических диктантов 1-2 раза в неделю.

2.2 Методика введения понятий и обучения решению задач на проценты в 7-9 классах. Разработка цикла заданий для закрепления

В учебнике алгебры для 7 классаМуравинаГ.К. [40]задачи на проценты встречаются в пункте «Математическая модель текстовой задачи».Сначала задачу необходимо сформулировать на обычном языке и перевести на математический язык – создатьматематическую модель задачи. Затем математическая модель исследуется, и, наконец, результаты исследования интерпретируются, т.е. снова переводится на обычный язык.

По мнению исследователей, наибольшие затруднения, испытываемые обучающимися при решении реальных и учебных текстовых задач, вызывает первый этап –моделирование ситуации[23, с. 27].

При изучении темы следует рассмотретьразличные сюжеты в текстовых задачах, такие как: задачи на смеси и сплавы;задачи на выполнение плановых заданий; задачи на изменение количества.

Задачи на смеси и сплавы

Задача 2.2.2. Имеется 300 г 70%-й кислоты. Сколько граммов воды нужно добавить, чтобы получился 21%-й раствор кислоты? Объясните, что принято за x, какие величины уравняли.

Решение:

За x принимается сколько граммов воды добавили. Уравняли отношения, являющиеся 1% кислоты в обоих случаях:

$$(300+x)\cdot\frac{21\%}{100\%}=300\cdot\frac{70\%}{100\%}$$

$$x=\frac{300\cdot 70}{21}-300$$

$$x=700$$

Ответ: необходимо добавить 700 г воды.

Если при решении этого типа задач у обучающихся возникнут сложности, необходимо дать имсовет: чтобы определить, сколько процентов (p) составляет число a от числа b, нужно умножить частное $a:b$на 100%. ($p\% = a/b \cdot 100\%$).

Далее можно перейти к решению задач следующего типа:

Задача 2.2.4. По условиям банка, при открытии вклада на 31 день, по истечении их вкладчик получает доход, равный 6,5% от вложенной суммы. На какую сумму нужно сделать вклад, чтобы доход составил 4550 руб.?

Решение.

4550 руб. составляют 6,5% (или 0,065) от неизвестной суммы. Задача сводитсякпоиску целого по его части и решается делением:

4550:0,065 = 70 000 (руб.)

Ответ:сумма вклададолжна быть 70 000руб.

Задача 2.2.5. Октябрьский тираж ежемесячного научного журнала составлял 350 экземпляров. В ноябре тираж был увеличен на 40%, а в декабре– еще на 110%. Каким стал тираж журнала в декабре?

Решение.

Следует показать два способа решения подобных задач.

Способ 1:

Вычисляем поэтапно, на сколько экземпляров вырос тираж журнала в ноябре, что есть 40% от 350:

40%– это 0,4 тиража: 350 • 0,4 = 140 (экз.)

Далее определяем величину ноябрьского тиража:

350 + 140 = 490 (экз.).

Чтобы узнать декабрьский тираж журнала, нужно найти 110% от ноябрьского тиража и прибавить полученное число к 490:

110% тиража – это 1,1: 490 • 1,1 = 539 (экз.);

490 + 539 = 1029 (экз.).

Способ 2:

Принимаем тираж журнала в октябре за 100%. Следовательно, в ноябре при увеличении тиража на 40%,количество отпечатанных экземпляров составило 100%+ 40%=140% (или 1,4). Исчисляем его: 350 • 1,4 = 490 (экз.).

Аналогично предыдущим рассуждениям за 100% принимаемноябрьский тираж. Декабрьское увеличение на 110% – это 100%+110%=210% (2,1) ноябрьского тиража. Имеем: 490 • 2,1= 1029 (экз.).

Ответ: 1029 экземпляров.

Задача 2.2.6. Во время новогодней распродажи товар, стоивший1600 руб., продавали за 1200руб. На сколько процентов была снижена цена товараво время распродажи?

Решение.

Сначала необходимо узнать, на сколько рублей новая цена меньше старой:

1600– 1200 = 400 (руб.).

Теперь выясним, сколько процентов составляет разница в 400 руб. от старой цены товара. Для этого найдем отношение 400 руб. к 1600руб. и выразим его в процентах:

$$\frac{400}{1600}\cdot 100\% = 25\%$$

Ответ: 25%.

Задача 2.2.7. К 150 г 20%-ого раствора соли добавили 90 г воды. Какова концентрация получившегося раствора?

Решение. Так как концентрация исходного раствора была20%, то в 150 г раствора содержится 150 · 0,2 = 30 г соли. После добавления к раствору 70 г воды, его масса стала равной 150 + 90 = 240 г, а количество соли в нем осталось неизменным. Имеем:

$$\frac{30}{240}\cdot 100\% = 12,5\% .$$

Ответ: концентрация получившегося раствора 12,5%.

Задача 2.2.8. Пиджак дорожебрюк на 62,5%. На сколько процентов брюки дешевле пиджака?Результат округлить до десятых.

Решение.Решение данного типа задач должно начинаться свыделения смысловых единиц:пусть x– стоимость брюк,y– стоимость пиджака.

Далее необходимо выразить одну величину через другую.

$$x+\frac{62,5}{100}\cdot x=y$$

или, упростив, $1,625x=y$.

Напоминаем обучающимся, что если одна величина меньше другой величины на N%, то

$$y-\frac{N}{100}\cdot y=x\ .$$

Составляем систему уравнений:

$$\begin{cases} y-\dfrac{N}{100}\cdot y=x, \\ 1,625x=y \end{cases}$$

$$1,625x-\frac{N}{100}\cdot 1,625x=x$$

$$\frac{1,625N}{100}=1,625-1$$

$$1,625N=62,5$$

$$N=38,5$$

38,5% – проценты, характеризующие величину разности стоимости брюк поотношению к стоимости пиджака.

Ответ: 38,5%.

Задача 2.2.9. Суммарный доход двух фирм возрастаетна 300%, если доход первойфирмы останется неизменным, а доход второй увеличится на 400%. Во сколько раз надо увеличить доход первойфирмы, оставляя неизменным доход второй, чтобы их суммарный доход вырос на 400%?

Решение. Пустьx– доход первойфирмы, y– доход второйфирмы. Возрастание на 300% означает возрастание в 3 раза, аналогично 400% - в 4 раза. Из условия задачи следует, что x + 4y– 3(x + y), откуда получается, что y = 2x.

Пусть k– искомый коэффициент. Тогда kx+ y = 4(x + y).Подставим в это уравнение вместо у найденные 2х, получимkx= 10x, откуда следует,что k = 10.

Ответ: в 10 раз.

Задача 2.2.10. Компания получила две партии некоторого товара. Если продавать весь товар по цене 80 рублей за 1 кг, то доходот продажи будет на 15% ниже тогодохода, которую компания получила бы, продав первую партию по названной цене, а вторую – по цене, превышающей ее на 25%. Какую часть (по массе) составляет первая партия товара в общем количестве товара этих двух партий?

Решение. Возьмем за x кг массу первой партии, а за yкг – массу второй партии товара. Продав весь товар по цене 80 рублей за 1 кг, компания получит доход, выражающийся формулой $80x + 80y$. Увеличив цену второй партии товара на 25%, то есть доведя ее до 100 руб., компания получит доход, выражающийся формулой $80x + 100y$. Согласно условию, $80x + 80y – 0{,}85(80x + 100y)$.Упростив выражение, получим $12x – 5y$. Значит, первая партия составляет (по массе) 5/12от второй и 5/17от всего товара в целом.

Ответ: 5/17.

Задача 2.2.11. В свежих фруктах содержание воды составляет 90%, а в сушеных – 20%. Сколько необходимо взять свежих фруктов, чтобы приготовить 150 кг сухофруктов?

Решение:

Заметим, что сухая часть свежих фруктов составляет 10%, а высушенных - 80%. Значит, для приготовления 150 кг высушенных фруктов требуется

$$\frac{80\%}{10\%}\cdot 156 = 1248 \text{ кг свежих.}$$

Ответ: 1284 кг.

Задача 2.2.12. Первый сплав содержит 6% металла, второй – 11% металла. Масса второго сплава больше массы первого на 5 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 9% металла. Найдите массу третьего сплава.

Решение:

Пусть масса первого сплава x кг. Тогда масса второго сплава (x + 5) кг, а третьего — x + (x + 5) кг. В первом сплаве содержится 0,06x кг металла, а во втором — 0,11(x + 5) кг, то в третьем сплаве содержится 0,09(2x + 5) кг металла.Составими решим уравнение:

$$0,06x + 0,11(x+5) = 0,09(2x+5)$$
$$0,17x + 0,55 = 0,18x + 0,45$$
$$0,01x = 0,1$$
$$x = \frac{0,1}{0,01}$$
$$x = 10$$

Т.о., масса первого сплава – 10 кг, тогда масса третьего сплава будет 2·10 + 5 = 25 кг.

Ответ: 25 кг.

Ниже представлен набор задач для 7-9 классов, составленныхс учетом различных сюжетов. Данные задачи могут использоваться в качестве дополнительного материала на плановых уроках, включаться в самостоятельные и контрольные работы, а также периодически выдаваться в дополнение к домашнему заданию.

Задача 1. На пост мэрапретендовали три кандидата: Васильев, Былов, Щипцов. Во время выборов за Щипцова было отдано в 2 раза больше голосов, чем за Васильева, а за Былова– в 3 раза больше, чем за Васильева и Щипцовавместе. Сколько процентов голосов было отдано за победителя?

Ответ: 75%.

Задача 2. В свежих фруктах содержаниеводы составляет 86%, а в сушеных– 23%. Сколько необходимо взять свежих фруктов, чтобыприготовить 72 кг сухофруктов?

Ответ: 396 кг.

Задача 3. В свежих фруктах содержание воды составляет 80%, а в сушеных – 28%. Сколько сухофруктов получится из 288 кг сырья?

Ответ: 80 кг.

Задача 4. Первый сплав содержит 4% металла, второй – 12% металла. Масса второго сплава больше массы первого на 6 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 10% металла. Найдите массу третьего сплава.

Ответ: 12 кг.

Задача 5. Смешали некоторое количество 10%-го раствора некоторого вещества с таким же количеством 12%-го раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Ответ: 11%.

Задача 6. Смешав 60%-ый и 30%-ый растворы щелочи и добавив 5 кг чистой воды, получили 20%-ый раствор щелочи. Если бы вместо 5 кг воды добавили 5 кг 90%-го раствора той же щелочи, то получили бы 70%-ый раствор щелочи. Сколько килограммов 60%-го раствора использовали для получения смеси?

Ответ: 2 кг.

Задача 7. К 120 г раствора, содержащего 80% щелочи, добавили 480 г раствора, содержащего 20 % той же щелочи. Сколько процентов щелочи содержится в получившемся растворе?

Ответ: 32%.

Задача 8. В колбе было 800 г 80% -ноговещества. Лаборант отлил из колбы 200 г этого вещества и добавил в нее 200 г воды. Определить концентрацию (в процентах) полученного раствора.

Ответ: 60%.

Задача 9. Из сосуда, доверху наполненного 94%-м раствором щелочи, отлили 1,5 л раствора и долили 1,5 л 70%-го раствора этой же щелочи. После этого в сосуде получился 86% раствор щелочи. Какова вместимость сосуда?

Ответ: 4,5 л.

Задача 10. В течение двух лет в городе А численность населения возрастала ежегодно на 2%. В результате число жителей возросло на 11312 человек. Сколько жителей было в городе А первоначально?

Ответ: 280000 чел.

Задача 11. Вычислить доход, который будет полученот вклада 30000 руб.Срок вклада – 3 года,процентная ставка – 10% годовых.В конце каждого года проценты прибавлялись к вкладу.

Ответ: прибыль 9930 рублей.

Таким образом, нами были разработаны методика решения сюжетных задач на проценты для учащихся среднего звена общеобразовательной школы и набор задач, которые могут быть использованыв качестве дополнительного материала на плановых уроках, включаться в самостоятельные и контрольные работы, а также периодически выдаваться в дополнение к домашнему заданию.

2.3 Методика решения задач на проценты, входящих в ОГЭ. Разработка цикла заданий для закрепления

Требование высших и средне-специальных образовательных учреждений к математической подготовке выпускников школ возрастают ежегодно. В частности, необходимы уверенные навыки работы с процентами, которыетребуются при сдаче ОГЭ и ЕГЭ по математике.

В ОГЭ задачи на проценты включены в обе части экзаменационных заданий.Рассмотрим их виды и способы решения.

Задача 2.3.1. Стоимость билета в музей составляет 200 рублей. Школьникампредоставляется скидка 50%. Сколько рублей будет стоить посещение музея для 5 взрослых и 11 школьников?

Решение:

Рассуждения будут следующими. Билет для школьника составляет $200 \cdot 0{,}5 = 100$ руб.

Всего стоимость посещения музея составит:

$5 \cdot 200 + 100 \cdot 11 = 2100$ руб.

Ответ: 2100 руб.

Задача 2.3.2. Магазин обуви проводит акцию. Любыетуфли стоят 500 руб. При покупке двух пар туфель– скидка на вторыетуфли 75%. На какую сумму выйдет покупка двух пар туфель в период акции?

Решение:

Согласно условию задачи, перваяпара туфель покупается за 100%ее исходной стоимости, а вторая – за100%– 75% = 25%. Таким образом, всего покупатель должен заплатить 100% + 25% = 125% от исходной стоимости. Имеем выражение:

500 · 1,25 = 625 руб.

Ответ: 625 руб.

Задача 2.3.3. Средний рост мальчиков того же возраста, что и Дима, равен 140см. Рост Димы составляет 114% среднего роста. Какого роста Дима?

Решение:

Составим пропорцию:

140 см – это 100%

x см – это 114%

$$\frac{140}{x} = \frac{100}{114}$$

Получим $x = \frac{140 \cdot 114}{100} = 159,6$ (см)

Ответ: 159,6см.

Задача 2.3.4. После переоценкистоимость пылесоса составила 73% старой цены. На сколько процентов уменьшилась стоимостьпосле переоценки?

Решение.

1 способ. Найдем сначала долю уменьшения цены: 100%– 73% = 27%..

2 способ. Если первоначальную цену принять за Y, то после переоценки новая цена пылесосасоставит 0,73Y, то есть она уменьшится на Y– 0,73Y = 0,27Y.

Составим пропорцию:

Y– 100%

0,27Y– x%, получим

$$x = \frac{0,27Y \cdot 100\%}{Y} = 27\%$$

Ответ: в результате переоценки стоимость уменьшилась на 27%.

Задача 2.3.5. После новогодних праздниковискусственные елкиуценили на 18%, при этом она стала стоить 1845 рублей. Сколько рублей стоилаель до распродажи?

Решение. До понижения цены ель стоила 100%. Во время распродажи стоимость уменьшилась на 18%, таким образом, ель стала стоить 100%– 18% = 82%.

Необходимо напоминать детям, что нахождение величины по ее проценту осуществляется делением этой величины на соответствующий ей процент. Имеем:

$$\frac{1845}{0,82} = 2250 \text{ (руб.)} \qquad \text{или} \qquad \frac{1845}{82\%} \cdot 100\% = 2250 \text{ (руб.)}$$

Ответ: 2250 руб. стоилаель до нового года.

Отметим, что в части 1 ОГЭ к решению предлагаютсяпростые задачи на проценты. Рассмотрим примеры заданийиз части 2 ОГЭ, где встречаются задачи на так называемые «сложные» проценты, которые решаются с использованием понятия коэффициента увеличения/уменьшения. Правила вычисления коэффициента:

- чтобы увеличить положительное число А на р процентов, следует умножить число А на коэффициент увеличения К = (1 + 0,01р);

- чтобы уменьшить положительное число А на р процентов, следует умножить число А на коэффициент уменьшения $K = (1 - 0,01p)$.

Задача 2.3.6. Цена товара была дважды снижена на одно и то же число процентов. На сколько процентов снижалась цена на товар каждый раз, если его первоначальная стоимость составляла 3000 руб., а окончательная –1920 руб.?

Решение.

Так как цена товара снижалась на одно и то же число процентов, то обозначим его x, $x\% = 0{,}01x$.

Используя понятие коэффициента уменьшения, сразу получим уравнение:

$$\begin{aligned}
&3000\cdot(1-0{,}01x)^2 = 1920\\
&1-0{,}01x = \sqrt{\frac{1920}{3000}}\\
&0{,}01x = 1-0{,}8\\
&x = \frac{0{,}2}{0{,}01}\\
&x = 20\%
\end{aligned}.$$

Ответ: каждый раз стоимость товара снижалась на 20%.

Задача 2.3.7. Стоимость товара была дважды повышена на одно и то же число процентов. На сколько процентов повышалась стоимость товара каждый раз, если его первоначальная цена 2000 руб., а окончательная – 2645 руб.?

Решение.

Так как цена товара снижалась на одно и то же число процентов, то обозначим его x, $x\% = 0{,}01x$.

Используя понятие коэффициента увеличения, сразу получаем уравнение:

$$\begin{aligned}
&2000\cdot(1+0{,}01x)^2 = 2645\\
&1+0{,}01x = \sqrt{\frac{2645}{2000}}\\
&1+0{,}01x = 1{,}15
\end{aligned}$$

Решив его, получим, что $x = 15\%$.

Ответ: каждый раз стоимость товара повышалась на 15%.

Задача 2.3.8. Сколько граммов 9% раствора соли можно получить из 100 г жидкости, содержащей 54% этой соли?

Решение.

100·0,54 = 54 (г) – 100%-нойсоли содержится в 100 г 54%-огораствора.

54: 0,09 = 600 (г) – столько 9%-ого раствора соли можно получить из исходного раствора.

Ответ: 600 г.

Задача 2.3.9. Числитель дроби увеличили на 30%. На сколько процентов надо уменьшить ее знаменатель, чтобы в итоге дробь возросла вдвое?

Решение.

Пусть дана дробь*m/n*. По условию задачи составляем уравнение:

$$\frac{m+0,3m}{n-xn}=\frac{2m}{n}$$

$$\frac{1,3m}{(1-x)n}=\frac{2m}{n}$$

$$\frac{1,3}{(1-x)}=2$$

$$x=1-\frac{1,3}{2}$$

$$x=0,35$$

Ответ: знаменатель надо уменьшить на 35%.

Задача 2.3.10. Имеется два сплава с разным содержанием алюминия: в первом содержится 65% вещества, а во втором – 40%. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 50% алюминия?

Решение.

Если первый сплав взять в количестве x г, тогда он будет содержать $0,65x$ г вещества алюминия, а второй – вколичестве y г, тогда количество вещества в нем будет $0,4y$ г.

Масса итоговогосплава составляет$(x + y)$, тогда количество вещества в нем – $0,5(x + y)$. Составим и решим уравнение:

$$0,65x+0,4y=0,5(x+y)$$

$$0,15x=0,1y$$

$$y=1,5x$$

$$y=\frac{3}{2}x$$

$$\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$$

Ответ:2/3.

Набор заданий для подготовки к ОГЭ.

1. Имеется два сплава, массы которых отличаются на 54 килограмма. Первый сплав содержит 10% олова, второй – 30%. Из этих двух сплавов получили третий сплав, который содержит 18,2% олова. Найдите массу более лёгкого сплава.

Ответ: 123 кг.

2. Имеется два раствора. Первый содержит 10% кислоты, второй – 12% кислоты. Известно, что масса кислоты в растворах одинакова. Когда растворы смешали, оказалось, что получившийся раствор имеет массу 4 килограмма 400 граммов. Сколько кг в первом растворе?

Ответ: 2,4 кг.

3. Смешав 45%-ный и 97%-ный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 62%-ный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50%-ного раствора той же кислоты, то получили бы 72%-ный раствор кислоты. Сколько килограммов 45%-ного раствора использовали для получения смеси?

Ответ: 15 кг.

4. Из двух сплавов железа получили третий сплав.Первый сплав содержит 1% железа, второй сплав – 20% железа. Третий сплав получился массой 760 кг, который содержит 10% железа. Сколько кг весил второй сплав?

Ответ: 360 кг.

5. Впервом сосудехранится 150 кграствора кислоты, во втором– 180 кг. Растворы различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 20% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 18,5% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится во втором сосуде?

Ответ: 63 кг.

6. Из двух сплавов железа получили третий сплав.Первый сплав содержит 10% железа, второй – 30% железа. Третийсплав получился массой 200 кг, содержащий 25% железа. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

Ответ: на 100 кг.

Таким образом, нами рассмотрен ряд задач, включаемых в ОГЭ, представлена методика их решения и разработан набор задач для подготовки к экзамену.

2.4 Методика решения задач на проценты, входящих в ЕГЭ. Разработка цикла заданий для закрепления

В ЕГЭ задачи на проценты включены как в часть 1, так и во 2-ую часть профильного уровня. Рассмотрим некоторые из них и составим методику их решения:

Задания из части 1

Задача 2.4.1. Розничная цена учебника 156 рублей, она на 30% выше оптовой цены. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по оптовой цене на 4000 рублей?

Решение:

По условию задачи, розничная цена учебника выше оптовой на 30%, следовательно, оптовая составит 70% от розничной: $156 \cdot 0{,}7 = 109{,}2$ руб.

Разделив имеющуюся сумму на найденную оптовую цену, получим количество возможных купленных учебников и округляем полученное число в меньшую сторону до целого:

$4000 / 109{,}2 \approx [36{,}6]= 36$ уч.

Ответ: по оптовой цене можно купить 36 учебников.

Задача 2.4.2. Задачу № 1 правильно решили 19 125 человек, что составляет 51% от выпускников города. Сколько всего выпускников в этом городе?

Решение:

Задача решается методом поиска целого по известной его части:

$19125 / 0{,}51 = 37\,500$ (вып.)

Ответ: в городе 37 500 выпускников.

Задача 2.4.3. Студент получил свой первый гонорар в размере 1300 руб. за выполненный перевод. Он решил на все полученные деньги купить букет роз для своей учительницы английского языка. Какое наибольшее количество роз сможет купить студент, если удержанный у него налог на доходы составляет 13% гонорара, розы стоят 100 рублей за штуку и букет должен состоять из нечетного числа цветов?

Решение:

У студента будет удержан налог, составляющий 13% от 1300 руб.: 1300 · 0,13 = 169 руб., после чего у него останется 1300 – 169 = 1131 руб.

Для поиска максимально возможного количества покупаемых розразделим 1131 на 100 и округляем в меньшую сторону до целого числа:

1131 / 100 =[11,31] = 11 роз

Поскольку букет должен состоять из нечетного количества цветов, то максимально студент сможет купить 11 роз.

Ответ: 11 роз.

Задания из части 2

Задача 2.4.4. Девять одинаковых рубашек дешевле куртки на 7%. На сколько процентов двенадцать таких же рубашек дороже куртки?

Решение:

Принимаем за х стоимость куртки. Тогда 0,93х – это стоимость куртки. Стоимость одной рубашки составит $\frac{0,93x}{9}$.

Тогда 12 рубашек будут стоить $\frac{0,93x}{9} \cdot 12 = 1,24x$.

Отсюда делаем вывод, что 12 рубашек будут стоить на 24% дороже куртки.

Ответ: на 12%.

Задача 2.4.5. Андрей хочет взять в кредит 1,4 млн рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10,9% годовых. На какое минимальное количество лет Андрей может взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 300 тысяч рублей?

Решение:

Ставка процентов 10,9% годовых означает умножение долга в конце каждого года на 1,109

1 год: $1400 \cdot 1{,}109 - 300 = 1252{,}6$

2 год: $1252{,}6 \cdot 1{,}109 - 300 = 1089{,}13$

3 год: $1089{,}13 \cdot 1{,}109 - 300 = 907{,}85$

4 год: $907{,}85 \cdot 1{,}109 - 300 = 706{,}81$

5 год: $706{,}81 \cdot 1{,}109 - 300 = 483{,}85$

6 год: $483{,}85 \cdot 1{,}109 - 300 = 236{,}59$

7 год: $236{,}59 \cdot 1{,}109 - 300 = -37{,}6$– отрицательно число

Таким образом,ориентировочно минимальное количество лет кредитования составит 7лет.

Ответ: 7 лет.

Задача 2.4.6. Клиент банка планирует взять 15-го августа кредит на 17 месяцев. Условия возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на г% по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

– 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца. Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, на 9% больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите г.

Решение:

Принимаем за х руб. сумму кредита. Тогда общая сумма выплат составит 1,09х руб., из которых, соответственно, 0,09х руб. – выплаты по процентам. Для удобства рекомендуется составить расчетную таблицу:

Период	Погашение основного долга	Погашение процентов
1 мес.	x/17	$0,01rx$
2 мес.	x/17	$\left(x-\frac{x}{17}\right)\cdot 0,01r=\frac{16x}{17}\cdot 0,01r$
3 мес.	x/17	$\left(x-\frac{x}{17}\cdot 2\right)\cdot 0,01r=\frac{15x}{17}\cdot 0,01r$
…	…	…
17 мес.	x/17	$\left(x-\frac{x}{17}\cdot 16\right)\cdot 0,01r=\frac{x}{17}\cdot 0,01r$

Составим и решим уравнение:

$$0,01rx+\frac{16x}{17}\cdot 0,01r+\frac{15x}{17}\cdot 0,01r+...++\frac{x}{17}\cdot 0,01r=0,09x$$

$$0,01rx\left(1+\frac{16}{17}+\frac{15}{17}+...+\frac{1}{17}\right)=0,09x$$

$$r\left(1+\frac{16}{17}+\frac{15}{17}+...+\frac{1}{17}\right)=9$$

Воспользуемся формулой для подсчета суммы n первых членов арифметической прогрессии:

$$S_n=\frac{(a_1+a_n)\cdot n}{2} \quad \Rightarrow \quad S_{17}=\frac{\left(1+\frac{1}{17}\right)\cdot 17}{2}=\frac{17+1}{2}=\frac{18}{2}=9$$

Подставив значение суммы в выражение, найдем r:

$9r=9 \quad \Rightarrow \quad r=1$

Ответ: $r=1$

Задача 2.4.7. 31 декабря 2016 года Алексей взял кредит на сумму 3972000 рублей с процентной ставкой 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Алексей переводит в банк x рублей. Какой должна быть сумма x, чтобы Алексей выплатил долг тремя равными платежами (то есть за три года)?

Решение:

Пусть x – один из платежей, вносимых Алексеем. Тогда сумма долга после оплаты в первый год составит: $3972000\cdot 1,1-x$. После внесения второго платежа сумма долга станет равной $(3972000\cdot 1{,}1-x)\cdot 1{,}1-x$. Сумма долга после третьего платежа составит: $((3972000\cdot 1{,}1-x)\cdot 1{,}1-x)\cdot 1{,}1-x$

По условию задачи, третий платеж должен быть последним и полностью погашающим кредит, следовательно,долг станет равен0:

$$((3972000\cdot 1{,}1-x)\cdot 1{,}1-x)\cdot 1{,}1-x=0$$
$$3972000\cdot 1{,}1^3-1{,}1\cdot(1{,}1x+x)-x=0$$
$$3972000\cdot 1{,}1^3-1{,}1\cdot 2{,}1x-x=0$$
$$3972000\cdot 1{,}1^3-3{,}31x=0$$
$$x=\frac{3972000\cdot 1{,}1^3}{3{,}31}$$
$$x=1597200$$

Также при решении подобных задач можно пользоваться таблицей:

Деньги / Годы	Долг на начало года	Долг на конец года	Выплачено	Остаток долга
I	*A*	*A + 0,01nA = A(1+0,01n) = B*	*x*	*B – x = C*
II	*C*	*C + 0,01nC = C(1+0,01n) = D*	*x*	*D – x = E*
III	*E*	*E + 0,01nE = E(1+0,01n) = M*	*x*	*M – x = 0*

В таблице введены следующие обозначения:*n% = 0,01n* – это годовой процент банка, *A* – первоначальная сумма кредита.

Ответ: ежегодный платеж Алексея составит 1 597 200 руб.

Задача 2.4.8. По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 14% сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» – увеличивать эту сумму на 8% в первый год и на целое число я процентов за второй год. Найдите наименьшее значение n, при котором за два года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

Решение.

Принимаем, что на каждый тип вклада была внесена одинаковая сумма S. На вкладе «А» каждый год сумма увеличивается на 14%, то есть увеличивается в 1,14 раза. Поэтому через два года сумма на вкладе «А» будет равна

$1{,}14^2S = 1{,}2996S$.

Аналогично, сумма на вкладе «Б» будет равна $1,08 \cdot \left(1+\frac{n}{100}\right)S$, где n– некоторое натуральное число процентов.

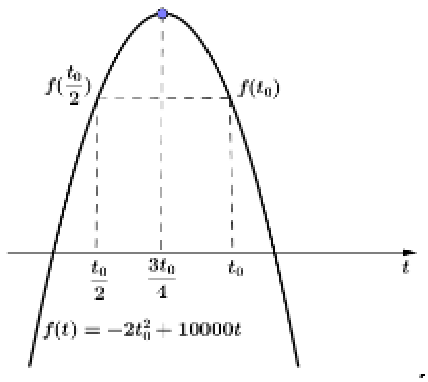
По условию требуется найти наименьшее натуральное решение неравенства $1,08 \cdot \left(1+\frac{n}{100}\right)S > 1,2996S$ или $\left(1+\frac{n}{100}\right) > \frac{1,2996}{10800} = 1,203...$

При n = 21 неравенство1,21 > 1,203...верно, а при n = 20 неравенство1,20 > 1,203...неверно, как и при всех меньших n.

Ответ: 21.

Задача 2.4.9. Производство некоторого товара облагалось налогом в размере t_0 рублей за единицу товара. После того, как государство, стремясь увеличить сумму налоговых поступлений, увеличило налог в два с половиной раза (до $t_1 = ½t_0$), сумма налоговых поступлений не изменилась. На сколько процентов государству следует изменить налог после этого, чтобы добиться максимальных налоговых сборов, если известно, что при налоге, равном t рублей за единицу товара, объём производства товара составляет *10000 – 2t* единиц, если это число положительно, и 0 единиц иначе?

Решение:



Налоговые сборы составляют: $f(t) = t(10000-2t) = 10000t - 2t^2$ руб. при $t < 5000$. Графиком функции $y = f(t)$ будет парабола, ветви которой опущены вниз. При этом $f(t_0) = f\left(\frac{1}{2}t_0\right)$, а следовательно, функция $y = f(t)$ достигает своего максимума при $t = \frac{3}{4}t_0$.

Поскольку $t = \frac{3}{4}t_0$ составляет 150% от $\frac{1}{2}t_0$, то государству следует повысить налог на 50%.

Ответ: 50%.

Набор задач для подготовки к ЕГЭ:

1. В магазине фотоальбом стоит 230 рублей, которая на 15% превышает оптовую цену. Какое наибольшее число этих фотоальбомов может быть куплено оптом на 8200 рублей?

Ответ: 41 учебник.

2. Восемь пачек молока дешевле масла на 2%. На сколько процентов двенадцать таких же пачек молокадороже масла?

Ответ: 47%.

3. Юла дороже кубиков на 30% и дешевле куклы на 22%. На сколько процентов кубики дешевле куклы?

Ответ: на 40% кубики дешевле куклы.

4. 11 одинаковых кукол дешевле конструктора на 1%. На сколько процентов 14 таких же кукол дороже конструктора?

Ответ: 26%.

5. 31 декабря 2018 года гражданин А оформил кредит на сумму 3276000 рублей под 20% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банком начисляются проценты на оставшееся тело кредита (то есть долг увеличивается на 20%), затем гражданин А переводит в банк х рублей. Какой должна быть сумма x, чтобы гражданин А выплатил кредит тремя равными платежами (то есть погасил кредит за 3 года)?

Ответ: 1555200 руб.

6. 31 декабря 2018 года Ивановым П.К.был оформлен кредит на сумму 2 648 000 рублей под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банком начисляются проценты на оставшееся тело кредита (то есть долг увеличивается на 10%), затем Иванов П.К. переводит в банк х рублей. Какой должна быть сумма x, чтобы Иванов П.К. выплатил кредит тремя равными платежами (то есть погасил кредит за 3 года)?

Ответ: 1064800 руб.

7. 31 декабря 2018 года был оформлен кредит на сумму 2 184 000 рублей под 18,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банком начисляются проценты на оставшееся тело кредита (то есть долг увеличивается на 18,5%), затем заемщик переводит в банк х рублей. Какой должна быть сумма *x*, чтобы заемщик выплатил кредит четырьмя равными платежами (то есть погасил кредит за 4 года)?

Ответ: 819784,1 руб.

8. 31 декабря 2018 года Петровым Е.А. был оформлен кредит на сумму 1 000 000 рублей. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банком начисляются проценты на оставшееся тело кредита (то есть долг увеличивается на у%), затем Петров Е.А. переводит в банк очередной транш. Петров Е.А. рассчитался с банком за два транша, первый платеж составил 540 000 рублей, второй – 649600 рублей. Под какой процент был оформлен кредит?

Ответ: 12%.

9. 31 декабря 2018 годаКовалевым Р.С.был оформлен кредит на сумму 9 930 000 рублей в кредит под 10,9% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банком начисляются проценты на оставшееся тело кредита (то есть долг увеличивается на 10,9%), затем заемщик переводит в банк определенную сумму ежегодного платежа. Какой должна быть сумма ежегодного платежа, чтобы Ковалевым Р.С. был полностью выплачен кредит тремя равными ежегодными платежами?

Ответ: 4056420 руб.

10. В конце года Макаровым А.А. был оформлен кредит на сумму 300 000 рублей. Схема выплаты кредита следующая – в конце каждого следующего года банком увеличивает начисляются определенные проценты на оставшееся тело кредита (то есть долг увеличивается на *x*%), затем заемщик переводит очередной транш. Макаровым А.А. был выплачен кредит за 2 транша, первый платеж составил 151 000 рублей, второй – 166 600 рублей. Под какой процент был оформлен кредит?

Ответ: 32%.

11. 15 января планируется оформить кредит в банке сроком на 24 месяца. Условия его возврата следующие:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

– 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца. Известно, что за первые 12 месяцев нужно выплатить банку 177 750 рублей. Кредит на какую сумму планируется оформить?

Ответ: 300 000 руб.

12. Производство некоторого продукта облагается налогом в размере t_0 рублей за единицу товара. После того, как государство, стремясь увеличить сумму налоговых поступлений, увеличило налог на 25% (до $t_1 = 1,25 \cdot t_0$), сумма налоговых поступлений не изменилась. На сколько процентов государству следует изменить налог после этого, чтобы добиться максимальных налоговых сборов, если известно, что при налоге, равном t рублей за единицу товара, объём производства товара составляет 7000 – t единиц, если это число положительно, и 0 единиц иначе?

Ответ: на 30%.

13. Гражданин планирует открыть вклад на 4 года в целое число миллионов рублей. В конце каждого года банк увеличивает вклад на 8% по сравнению с суммой на счету в начале года, а, кроме этого, в начале 3-го и 4-го годов вклад ежегодно был пополнен на 1 000 000 рублей. Каким должен быть наименьший размер первоначальной суммы вклада, чтобы через 4 года вклад превысил сумму в 10 000 000 рублей.

Ответ: 6 000 000 руб.

14. Вклад «Выгодный» подразумевает в конце каждого года увеличение суммы, имеющейся начало года на 16%, а по вкладу

«Стабильный» – увеличение этой суммы на 9% в первый год и на целое число процентов за второй год. Требуется найти наименьшее значение *n*, при котором двухлетнее вложение на условиях вклада «Стандартный» окажется более выгодным, чем условия вклада «Выгодный» при одинаковых первоначальных взносах.

Ответ: 26%.

15. Гражданин открыл вклад в размере 3900 000 руб. со ставкой 50% годовых. В конце каждого из первых 4 лет хранения после начисления процентов вкладчик дополнительно пополнял вклад на одну и ту же фиксированную сумму. К концу пятого года после начисления процентов оказалось, что размер вклада увеличился по сравнению с первоначальным на 725%. Какая сумма вносилась вкладчиком ежегодно?

Ответ: 210 000 руб.

16. Фермер оформил кредит в банке на сумму 1 100 000 рублей 1 января 2018 года. Схема выплаты кредита следующая – 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 2% к оставшейся к этому моменту сумме долга, затем фермер переводит в банк платеж. За какое минимальное количество месяцев фермер выплатит кредит при условии, что ежемесячные платежи составляют не более 220 000 рублей?

Ответ: 5 месяцев.

17. Вновь созданное акционерное общество продало населению 1000 своих акций, установив скидку 10% на каждую пятую продаваемую акцию и 25% на каждую тринадцатую продаваемую акцию. В случае, если на одну акцию выпадают обе скидки, то применяется большая из них. Найдите сумму, вырученную от продажи всех акций, если цена акции (без скидок) составляла 1000 рублей.

Ответ: 962 500 руб.

18. 31 декабря 2018 годапредприятием ООО «Алая роза» был оформлен кредит на сумму 6 902 000 рублей под 12,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банком

начисляются проценты на оставшееся к этому моменту тело кредита (долг увеличивается на 12,5%), затем ООО «Алая роза» переводит в банк платеж в размере N рублей. Какой должна быть сумма платежа, чтобы предприятиеООО «Алая роза» рассчиталось по кредиту за четыре равных платежа?

Ответ: 2296350 руб.

19. В банк кладется некоторая сумма денег. В каком случае на счету окажется больше денег: если банком начисляется 6% от имеющейся суммы один раз в год или если банком начисляется 1,5% каждые три месяца от текущей суммы на счете?

Ответ: во втором.

20. В проект А планируетсяинвестировать на один год 40% имеющихся средств акционеров, в проект Б – остальные60%. От проекта А ожидаемая прибыль составляет от 19% до 24%, а от проекта Б – от 29% до 34%. В конце года АО обязано вернуть деньги на счет, отчитавшись перед акционерами, и выплатить им заранее установленные проценты. Требуется найти все значения уровня этой процентной ставки, при которых чистая прибыль АО будет варьироваться в пределах от 10% до 15% от имеющихся на счете средств.

Ответ: 15%.

21. Процентыпо вкладу начислялись ежемесячно сначала в размере 5% в месяц, затем 12%, $11\frac{1}{9}\%$ и, наконец, 12,5% в месяц. Под действием каждой новой процентной ставки вклад находился целое число месяцев, а по истечении срока хранения первоначальная сумма вклада увеличилась на $104\frac{1}{6}\%$. На сколько месяцев был оформлен вклад?

Ответ: 7 месяцев.

22. Два брокера купили акции одного номинала на сумму 3640 руб. Когда цена на эти акции возросла, они продали часть акций на сумму 3927 руб. Первый брокер продал 75% своих акций, а второй – 80% своих. При этом

сумма от продажи акций, полученная вторым брокером, на 140% превысила сумму, полученную первым брокером. На сколько процентов повысиласьстоимость одной акции?

Ответ: 37,5%.

23. Вкладчик в начале первого квартала кладет на счет в банке некоторую сумму. В конце квартала на нее начисляется x%, после чего он снимает половину исходной суммы. На оставшуюся часть счета в конце второго квартала начисляется y%, где $x + y = 150$. При каком значении x счет вкладчика в конце второго квартала окажется максимально возможным?

Ответ: 100%.

24. В банке действует два вида долгосрочных вкладов – «Десятичный», при котором в конце каждого года первоначальная сумма увеличивается на 10% в течение 3 лет, и «Десятичный + 1», увеличивающий сумму вкладана 11%, но только в течение первых 2 лет. Найтиминимальное целое число процентов за третий год по вкладу «Десятичный + 1», при котором за все 3 года этот вклад все еще останется выгоднее вклада «Десятичный».

Ответ: 9%.

25. Гражданину предложенооформить кредит на сумму 1 000 000 рублейс процентной ставкой 10% годовых. Погашение кредита происходит один раз в год после начисления процентов равными платежами, кроме последнего. На какое минимальное количество лет может гражданинможет оформить кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 240 000 рублей?

Ответ: 6 лет.

Вывод по главе 2

Вданной главе представлены методики обучения решению задач на проценты для всего среднего звена общеобразовательной школы, а также при подготовке к выпускным экзаменам ОГЭ и ЕГЭ. Для закрепления и повторения материала разработаны наборы задач для каждой ступени образования.

Заключение

В заключение проведенного исследования можно сделать следующие выводы:

1. В работе была рассмотренатема «Проценты», появление термина«процент» в математике и в жизни. Было установлено, что самое раннее появление процентных расчетовзафиксировано в Древнем Вавилоне, в то время были созданы таблицы для расчета процентов. Дальнейшее развитие процентныерасчеты получили в Древнем Риме и в Европе в средние века.

2. В период работы над выпускной работой был проведен анализ представления темы «Проценты» в современных школьных учебниках. Определено, что первичное знакомство с процентами у обучающиеся происходит в большинстве программ в 5 классе, решение текстовых задач на проценты предусмотрено в 5-6 классах, а в среднем звене данной теме отдается незначительная часть времени, в основном в качестве повторения, что может негативно отразиться на результатах ОГЭ и ЕГЭ. В целом, результат анализа школьных учебников для 5-6 классов показал, что в программе, использующей учебник Г.В. Дорофеева, предусмотрено изучение процентов только в 6 классе и на изучение отводится всего 5 часов. В то время как по учебникам Н.Я. Виленкина и Г.К. Муравина за 5 и 6 классы всего на изучение темы выходит 8-9 часов, что позволяет более глубоко и подробно изучить тему.

3. Выявлены методические особенности обучения решению задач на проценты в курсе алгебры основной школы.

4. В практической части были разработаны наборы задач на проценты для закрепления и повторения материала для каждой ступени образования.

Таким образом, можно считать выполненными поставленные задачи, цель достигнутой.

Список использованнойлитературы

1. Аванта+. Энциклопедия для детей. Том 11. Математика: 2-е изд., перераб. / под ред. М. Аксёнова, В. Володин, М. Самсонов. – М.: Мир энциклопедий Аванта+: Астрель 2007. – 621 с.

2. Алгебра. 8 класс. Задачник. В 2-х частях. ФГОС / А.Г. Мордкович, А.Р. Рязановский, Л.И. Звавич; под ред. К.И. Куровский. – М.: Мнемозина, 2016. – 343 с.

3. Алгебра. 8 класс. Учебник. В 2-х частях. ФГОС / А.Г. Мордкович, Л.А. Александрова, Т.Н. Мишустина. – М.: Мнемозина, 2017. – 264 с.

4. Алгебра. 9 класс. Учебник. ФГОС / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. – М.: Вентана-граф, 2018.

5. Алгебра. Методические рекомендации. 7 класс: учеб. пособие для общеобразоват. организаций / Ю. М. Колягин, М. В. Ткачёва, Н. Е. Фёдорова, М. И. Шабунин. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 2017. – 144 с.

6. Алгебра: Учеб. для 7 кл. общеобразоват. учреждений / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова; под ред. С.А. Теляковского. – 3-е изд. – М.: Просвещение, 2014. – 256 с.

7. Алгебра: Учеб. для 8 кл. общеобразоват. учреждений / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова; под ред. С.А. Теляковского. – М.: Просвещение, 2018. – 287 с.

8. Алгебра: Учеб. для 9 кл. общеобразоват. учреждений / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова; под ред. С.А. Теляковского. – М.: Просвещение, 2018. – 287 с.

9. Алимов Ш. А., Колягин Ю. М., Ткачева М. В. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. Базовый и углубленный уровень. Учебник. ФГОС. – М.: Мнемозина, 2018. – 464 с.

10. Виленкин Н. Я., Депман И. Я. За страницами учебника математики. Пособие для обучающихся 5-6 классов. ФГОС. – М.: Мнемозина, 2018. – 256 с.

11. Виленкин Н. Я., Жохов В. И., Чесноков А. С. Математика. 5 класс. Учебник. В 2-х частях / под ред. Г.С. Уманского, В.В. Черноруцкого. – М.: Мнемозина, 2018. – 366 с.

12. Виленкин Н. Я., Жохов В. И., Чесноков А. С. Математика. 6 класс. Учебник. В 2-х частях / под ред. Г.С. Уманского, В.В. Черноруцкого. – М.: Мнемозина, 2018. – 328 с.

13. Виноградова Т. Алгебра. 7-9 классы: Учебное пособие. – М.: Эксмо, 2018. – 128 с.

14. Воробьев В. ВПР. Математика. 6 класс. Большой сборник тренировочных вариантов / под ред. Н.А. Шармай. – М.: АСТ, 2018. – 96 с.

15. Гельфман Э. Г., Холодная М. А., Гриншпон С. Я. Математика. 5 класс. Методическое пособие. ФГОС / под. ред. Н.А. Шиховой. – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2013. – 231 с.

16. Гельфман Э. Г., Холодная М. А., Гриншпон С. Я. Математика. 6 класс. Методическое пособие. ФГОС / под. ред. Н.А. Шиховой. – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2014. – 216 с.

17. Глейзер Г. Алгебра. 5 класс. Методическое пособие. ФГОС / под. ред. Н.А. Шиховой. – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2013. – 232 с.

18. Далингер В. А. Текстовые задачи на проценты и методика обучения обучающихся их решению // Электронный научный журнал «Вестник Омского государственного педагогического университета». 2016. URL: http://www.omsk.edu/article/vestnik-omgpu-150.pdf

19. Дорофеев Г. В., Шарыгин И. Ф., Суворова С. Б. Математика. 6 класс в 2-х частях. Учебник. ФГОС. – М.: Просвещение, 2018. – 288 с.

20. Дорофеев Г.В., Суворова С.Б., Бунимович Е.А. Алгебра. 7 класс. Учебник. ФГОС. – М.: Просвещение, 2018. – 288 с.

21. Дорофеев Г.В., Суворова С.Б., Бунимович Е.А. Алгебра. 9 класс. Учебник. ФГОС. – М.: Просвещение, 2018. – 336 с.

22. ЕГЭ-2019. Математика. Профильный уровень / Г.В. Дорофеев, Е.А. Седова, С.А. Шестаков, С.В. Пчелинцев. – М.: Эксмо, 2018. – 288 с.

23. Захарова А. Е. Учимся решать задачи на проценты // Математика для школьников. – 2006. – №2. – с.23-31.

24. Изучение процентов в основной школе / Г.В. Дорофеев, Л.В. Кузнецова, С.С. Минаева, С.Б. Суворова // Математика в школе. – 2012. – №1 – с. 19-24.

25. Козлова Г. М. Из опыта преподавания по учебному комплекту «Математика 5» // Математика в школе. – 2012. – № 3. – с. 49-52.

26. Колмогоров А. Н. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 класс. Базовый уровень. Учебное пособие. – М.: Просвещение, 2018. – 400 с.

27. Кордина Н. Виват, математика! 6 класс. Занимательные задания и упражнения. ФГОС / под. ред. Г.П. Поповой, С.А. Бутрименко. – М.: Учитель, 2017. – 259 с.

28. Коркина И. А., Спесивцева М. В. Исследовательский подход в обучении как способ формирования математической компетентности учащихся // Современные образовательные ценности и обновление содержания образования: сборник материалов III Международной научно-практической конференции, Белгород, 26 октября 2017 г. / Под ред. Е.В. Посохиной, Н.В. Немыкиной, Е.В. Прокопенко. – Белгород, 2017. – С. 84-87.

29. Коркина И. А. Применение технологии «Укрупнение дидактических единиц» на уроках математики при решении задач на проценты // Внедрение системно-деятельностной педагогики в регионе: опыт и перспективы: Сборник материалов региональной заочной научно-практической конференции (30 мая 2018 г.) / Под общ. ред. Е.В. Посохиной, Е.В. Прокопенко, О.Б. Бовкуновой. – Белгород: Белгородский институт развития образования, 2018. – С. 415-419.

30. Кочагин В. В., Кочагина М. Н. ОГЭ-2019. Математика. Сборник из 850 заданий. – М.: Эксмо-Пресс, 2018. – 224 с.

31. Красс Э. Алгебраический практикум. 7 класс. – М.: Просвещение/Учлит, 2017. – 112 с.

32. Кузнецова Л. В. Методические материалы к новому учебнику для IX класса // Математика в школе. – 2015. – № 6. – с. 27-33.

33. Левитас Г. Алгебраический практикум. 8 класс. Учебное пособие / под ред. С.В. Бахтиной. – М.: Просвещение/Учлит, 2017. – 80 с.

34. Левитас Г. Алгебраический практикум. 9 класс. Учебное пособие / под ред. С.В. Бахтиной. – М.: Просвещение/Учлит, 2017. – 80 с.

35. Мордкович А. Г., Александрова Л. А., Семенов П. В. Алгебра. 7 класс. Учебное пособие. ФГОС / под ред. С.В. Бахтиной. – М.: Просвещение, 2018. – 368 с.

36. Мордкович А. Г., Александрова Л. А., Семенов П. В. Алгебра. 8 класс. Учебное пособие. ФГОС / под ред. С.В. Бахтиной. – М.: Просвещение, 2018. – 384 с.

37. Мордкович А. Г., Александрова Л. А., Семенов П. В. Алгебра. 9 класс. Учебное пособие. ФГОС / под ред. С.В. Бахтиной. – М.: Просвещение, 2018. – 368 с.

38. Мордкович А. Г., Семенов П. В. Математика. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 класс. Базовый и углубленный уровень. Учебник в 2 томах. ФГОС. – М.: Мнемозина, 2018. – 806 с.

39. Муравин Г. К., Муравина О. В. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. Базовый уровень. Учебник. Вертикаль. ФГОС. – М.: Дрофа, 2017. – 288 с.

40. Муравин Г. К., Муравина О. В. Алгебра. 7 класс. Учебник. Вертикаль. ФГОС. – М.: Дрофа, 2018. – 288 с.

41. Муравин Г. К., Муравина О. В. Математика. 5 класс. Учебник. Вертикаль. ФГОС. – М.: Дрофа, 2018. – 320 с.

42. Муравин Г. К., Муравина О. В. Математика. 6 класс. Учебник. Вертикаль. ФГОС. – М.: Дрофа, 2018. – 320 с.

43. Муравин Г. К., Муравина О. В. Математика. Алгебра и начала математического анализа, геометрия. 11 класс. Учебник. Вертикаль. ФГОС. – М.: Дрофа, 2018. – 192 с.

44. Приказ Минобрнауки РФ от 17 декабря 2010 года № 1897 «Об утверждении и введении в действие федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования» // Официальный сайт Минобрнауки РФ. URL: https://минобрнауки.рф/документы/938

45. Справочник по математике. 5-9 классы. ФГОС / под. ред. Ю. Антоновой. – М.: Вако, 2018. – 80 с.

46. Эрдниев П.М. Укрупнение дидактических единиц (УДЕ) как высокоэффективная технология математического образования // Учитель учителей. Академик П. М. Эрдниев. – Элиста, 2006. – С. 31-57.

47. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий: пособие для учителя / [А. Г. Асмолов, Г. В. Бурменская, И. А. Володарская и др.]; под ред. А. Г. Асмолова. – М.: Просвещение, 2010. – 159 с.