УДК 621.39

Е.Г. ЖИЛЯКОВ, АН. ЗАЛИВИН, СИ. МАТОРИН, В.П. ПАШИНЦЕВ
EG. ZHILYAKOV, AN. ZALIVIN, SI. MATORIN, V.P. PASHINTSEV

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К АНАЛИЗУ ИЗОБРАЖЕНИЙ В ОБЛАСТИ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ЧАСТОТ

ON ONE APPROACH TO ANALYSIS OF IMAGES IN THE AREA OF SPATIAL FREQUENCIES

В статье авторы освещают проблему реализации компьютерной обработки изображений и последующего их анализа на основе процедур автоматической классификации составляющих их объектов (распознавания образов). При этом главное внимание уделяется выбору так называемого пространства признаков, которые с позиций решаемой задачи наиболее адекватно отражают свойства анализируемых изображений.

В рамках данной статьи рассматривается возможность использования для анализа изображений субполосного метода, применение которого, как показали результаты исследований, позволяет получить характеристики, которые можно использовать в качестве признаков для их сравнения.

Ключевые слова: субполосный анализ и синтез, трансформанта Фурье, доля евклидовой нормы сигнала.

In the article, the authors highlight the problem of the implementation of computer processing of images and their subsequent analysis, based on the procedures for the automatic classification of their constituent objects (pattern recognition). In this case, the main attention is paid to the choice of the so-called feature space, which, from the standpoint of the problem being solved, most adequately reflect the properties of the analyzed images.

Within the framework of this article, the possibility of using the subband method for image analysis is considered, the use of which, as shown by the research results, allows one to obtain characteristics that can be used as features for their comparison.

Keywords: subband analysis and synthesis, Fourier transform, fraction of the signal Euclidean norm.

Введение

Одним из характерных свойств изображений является наличие квазипериодичности в ориентации линий и контуров объектов. Это позволяет говорить об адекватности анализа изображений на основе частотных представлений, основным инструментом которых служат трансформанты Фурье следующего вида:

$$(®1, ®2) = SS\ fik\ ^{eX}P(-j\ (®1 - !) + \quad -1)) . \qquad (1)$$

где , $i = 1,.., N$; $k = 1,..,M$ - пиксели изображения $F = \{^ \quad ^$ - круговые нормированные пространственные частоты в том смысле, что выполняются неравенства (следствие дискретизации):

$$■\ 0{,}5 < v, ^ < 0{,}5 . \qquad (2)$$

В виду ортогональности используемого в (1) двумерного базиса в области (2) имеет место равенство Парсеваля [1], которое показывает:

$$l|F||_2 = tlЛ = 11|Φ^{l}(®_|,®_2)1^{\backslash|2}_2 da1da,l*r . \qquad (3)$$

Важность этого равенства определяется тем, что оно описывает распределение евклидовой нормы (энергии) изображения в области определения трансформанты Фурье (пространственных частот). Очевидно, что это распределение можно представить в следующем виде:

$$l|F||^2 = ZZ\ Er(F), \qquad (4)$$

где E_{sr} (F) - часть энергии (квадрата нормы):

$$E_r(E) = Л\ |0^F(u,v)|^2\ dudvlAn\wedge, \quad (u,av)eVsr \tag{5}$$

связанная (попадающая) с одной из подобластей пространственных частот:

$$^{V}sr = \{(^{u}\ e[-^{u}s2\cdot - {}^{u}s1\ )\wedge[Us2\cdot{}^{U}s1)) \wedge (У\wedge[-Yr2\cdot\ -\wedge rl)\ \wedge[\wedge r2\cdot\wedge r1))\}\ . \tag{6}$$

которые не пересекаются и полностью покрывают всю область вида (2).

Условие полного покрытия непересекающимися подобластями всей области определения (2) имеют вид:

$$^{U}11 = {}^{V}11 = {}^{0};\ ^{u}s2 > {}^{U}1;\ ^{v}r2 > {}^{v}ri;\ ^{U}R = {}^{V}rR,\ =^{n}\ \bullet \tag{7}$$

Очевидно, что характеристики вида (5) могут использоваться для описания свойств изображений, предназначенных для реализации компьютерной обработки [2, 3], например, в качестве признаков [4, 5] при идентификации их в том или ином классе. Кроме того, ниже будут получены и иные характеристики изображений.

Метод исследования

Анализ свойств изображений с позиций разбиения области определения их трансформант Фурье (2) на подобласти вида (6), (7) именуется субполосным [6].

Важно то, что эти характеристики могут быть вычислены непосредственно в области оригиналов (без перехода в частотную область). Нетрудно получить соответствующее представление, если в определение (5) подставить представление (1) подынтегральной функции. В результате имеем:

$$^{E}sr^{(E)} = \sum_{i^{n=1}}^{N}\sum_{k,^{m=r}}^{M} fkfnm\ JJ_{ikJ\ nm} \quad JJ\ \exp^{(-\wedge\wedge((z^{-}\ l)^{u}i\ +(\kappa\ -\ V)Vi^{-}(n\ -\ l_{\omega 2}\ -(m\ -\ \Gamma_{\gamma 2}\ )^{du}i^{d}Vi^{du}{}_{2}{}^{d}v.$$
$$(u_1,V_1)GV_{sr}\ (u_2,V_2)GV_s.$$

После интегрирования и несложных преобразований получаем искомое представление:

$$Esr\ (E) = sp(AsEB\wedge E^{T}), \tag{8}$$

где символ sp означает след матрицы; $A\wedge = \{a\wedge\},i,\kappa = 1,..,N;\ B_r = \{ЬП_{2m}\},n,m = 1,..,M$ - матрицы с элементами:

$$a'\wedge = 2\ \sin(\wedge\ Au\ (i — \kappa)\ 12)\ l\ (n(i — \kappa))$$
$$\cos(\wedge\ (i — \kappa)),\ aS. = Au\ l\ n \tag{9}$$

$$b''^{r}_{m} = 2\ \sin\wedge\ Av_r\ (n — m)\ 12)\ l\ (n(n — m))$$
$$\cos(Qr\ ^{(n — m))},\ ^{b}mm\ =^{AV}r\ ^{1\ n} \tag{10}$$

$$^{Au}s = {}^{u}s2 — {}^{u}s1;\ \wedge s = (^{u}s2 + {}^{u}s1)^{/2}\ ; \tag{11}$$

$$AV_r = V_r2 — V_{r1};\ Q_r = (V_r2 + V_r1)/2\ \bullet \tag{12}$$

Здесь и в дальнейшем верхний индекс T означает символ транспонирования матриц и векторов.

Представляется естественным матрицы с элементами вида (9) и (10) называть субполосными.

Они обладают рядом примечательных свойств, которые полезны для осуществления субполосного анализа изображений [6]. Для более детального анализа этих свойств целесообразно привести общее интегральное представление элементов субполосной матрицы $C_u = \{ck\},i,k = 1,..,N$ соотносимых с некоторой частотной полосой (субполосой):

$$U=[—u,—u)\ \wedge\ (u,\ u\ ],o < u\ ;u — n\ \bullet \tag{13}$$

Это представление имеет вид:

$$cu = \int_{u\&U} \exp(—ju\ (i — k))du\ /2n\ \bullet \tag{14}$$

Приведенные матрицы являются матрицами простой структуры [7], то есть обладают набором собственных векторов, образующих ортонормальный базис в пространстве векторов соответствующей размерности. Данные вектора полностью определяются отрезками их трансформант Фурье в рассматриваемом частотном интервале.

Для дальнейших исследований введем субполосную матрицу вида:

$$CU = \{C0к\}, /, к = 1,.., N \quad (15)$$

$$CSu = 2diag\ (1,\cos Q_{„}, ,..,\cos(Q_{„}\ (N\ -1))),\ SS^{\wedge} = 2diag\ (0,\sin Q_{„}, ,..,\sin(Q_{„}\ (N\ -1))) \quad (16)$$

будем называть нулевой для выбранной частотной подполосы. Соотношение (16) определяет процедуру переноса её в пределы этой субполосы, что может быть удобным для многократного использования субполос одной и той же ширины. Поэтому при применении субполосного анализа представляется целесообразным использовать разбиения частотной полосы на R +1 субполос, границы которых определяются следующим образом:

$$^{\wedge} = 0;\ Uo = 2n\ /\ N;\ ^{\wedge} = Uo;$$
$$u_2r = u_{1r} + 4n\ /\ N,\ r = 1,..,R \quad (17)$$

При этом в соответствии с требованием (13) совпадения с границей области определения должно выполняться равенство:

$$R = (N - 2)/4. \quad (18)$$

Так как количество частотных интервалов должно быть целым, то выбор размерности обрабатываемых векторов (строк или столбцов изображений) должен это обеспечивать.

Пусть теперь наряду с изображением F рассматривается изображение такой же размерности^ = $\{d_k\}, i = 1,..,N;к = 1,..,M$. Тогда квадрат евклидовой нормы их разности:

$$C = F - D, \quad (19)$$

можно в соответствии с (4) представить в субполосной форме:

$$11\ F - D\ ||^2 = \text{£}\text{£}_{s=1\ r=1}\ Er(F - D). \quad (20)$$

Очевидно, что каждое из слагаемых в последнем соотношении можно считать локальной субполосной мерой близости, которая в соответствии с (5) отражает близость двумерных отрезков трансформант Фурье сравниваемых изображений в заданных подобластях пространственных частот. При этом в вычислительном соотношении (8) необходимо F заменить на C .

Для слагаемых в правой части (20) нетрудно показать справедливость следующего соотношения:

$$Err\ (F - D) = Er\ (F) + Er\ (D) - 2W^{\wedge}\ (F, D), \quad (21)$$

где последнее слагаемое естественно именовать субполосной корреляцией двух изображений:

$$W, (F, D) = U\ \Phi^{F}\ (u, v)\Phi^{*D}\ (u, v)dudv\ /4ж^{\wedge}\ (u,^{\wedge}v)(EVrr \quad (22)$$

Сопоставление правой части (22) с определением (5) дает равенства:

$$Wrr\ (F, F) = Err\ (F);\ Wrr\ (D, D) = Err\ (D). \quad (23)$$

После подстановки в (22) определений трансформант Фурье вида (1) и очевидных преобразований можно получить соотношения для вычислений непосредственно в области оригиналов:

$$Wrr\ (F, D) = rp(ArFBrD^{T}). \quad (24)$$

Таким образом, субполосная корреляция является вещественным числом. Можно также определить нормированный субполосный коэффициент корреляции:

$$Psr\ (F, D) = Wsr\ (F, D)/(Esr\ (F)Esr \quad , \tag{25}$$

который вследствие (23) удовлетворяет неравенству:

$$\backslash Psr\ (F, D)\backslash < 1 \tag{26}$$

и поэтому может использоваться в качестве меры сходства двумерных отрезков трансформант Фурье сравниваемых изображений в заданной подобласти пространственных частот.

Важным направлением анализа изображений служит разделение их на аддитивные компоненты одинаковой размерности [5]:

$$F = F^1 + F^2, \tag{27}$$

где F' = $\{ f l] ; F \wedge =$ },i = 1,-,$N;\kappa =$.

Такие процедуры принято именовать фильтрацией. Часто для получения компонент
используются частотные представления. Достаточно широко применяются следующие идеальные требования:

$$\Phi^F \ \ (u, v) \wedge \Phi^F\ (u, v), (u, v)\ G\ Vsr \tag{28}$$

$$\Phi^F\ (u, v\ )\ = 0, (u, v\ )\ \wedge Vsr. \tag{29}$$

В настоящее время для фильтрации чаще всего применяются либо фильтры с конечной импульсной характеристикой (КИХ-фильтры) либо прием обнуления некоторых коэффициентов дискретного преобразования Фурье (ДПФ) и последующего обратного ДПФ [8-11]. В любом случае в точности выполнить требования (28) и (29) невозможно. Поэтомуцелесообразно ввести некоторую меру погрешности ихдостижения. Естественной мерой представляется функционал следующего вида:

$$Psr(F,F\wedge) = Esr(F\text{-F}') + \backslash\backslash \text{F}'\backslash\backslash^2 \ \text{-}Esr(\text{F}'). \tag{30}$$

Заметим, что здесь в правой части первое слагаемое определяет точность выполнение тождеств (28), тогда как остальные два - мера отклонения от тождества (29) (согласно равенству Парсеваля). С учетом равенства (21) и представлений (8) и (24), правую часть (30) можно преобразовать:

$$Psr\ (F, F^1) = spAsFBrF^T + \\ +sp(\text{-}2\ AFBF + \text{F}^1\text{F}^{1\text{T}}) \tag{31}$$

Очевидно, что искомая компонента изображения должна минимизировать этот функционал. Ясно, что при этом должен минимизироваться след матрицы (часть выражения (31) в скобках). Это соответствует минимизации её евклидовой нормы. Таким образом, минимум функционала погрешностей выполнения (44) и (45) достигается на матрице (изображении):

$$FF = A\wedge FBr, \tag{32}$$

подстановка которой в (47) с учетом симметрии субполосных матриц дает соотношение для вычисления достигаемого значения:

$$\min \text{P}\ (F,\ \text{F}\wedge) = sp(AFBF^t \ - \\ -A\wedge FBrBrF^TA\wedge),\ F\wedge\ \text{G}\ R^{\text{n}"\text{m}} \tag{33}$$

Отсюда нетрудно получить и иное представление:

$$\min_{Pr(F,F\wedge)} = sp(\wedge A\wedge FBr(F^T - \\ -BF^TA\ )),\ F'\ G\ R^{n\wedge m} \tag{34}$$

Легко увидеть, что второй сомножитель здесь равен второму слагаемому в (27), который получается в результате минимизации функционала (30).

Заключение

В рамках данной статьи на основе полученных математических соотношений показано, что субполосный подход к анализу изображений позволяет получить характеристики, которые можно использовать в качестве признаков для их сравнения. Полученные соотношения определяют важнейшие понятия субполосного анализа, и, в частности, на их основе разработана процедура оптимальной фильтрации.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 20-07-00241

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хургин Я.И., Яковлев В.П. Финитн^ге функции в физике и технике. М.: Наука, 1971. 408 с.
2. Дворкович В.П., Дворкович А.В. Цифровые видеоинформационные системы. М: Техносфера, 2012. 1009 с.
3. Визильтер, Ю.В. Обработка и анализ цифровых изображений с примерами на LabVIEW и IMAQ Vision/ Ю.В. Визильтер, С.Ю. Желтов, В.А. Князь, А.Н. Ходарев, А.В. Моржин. - М.: ДМК пресс, 2007 г. - 464 с.
4. Горелик А.Л., Скрипкин В.А. Методы распознавания. М.: Высшая школа, 2004. 264 с.
5. Ветров Д.П. О минимизации признакового пространства в задачах распознавания / Ветров Д.П., Рязанов В.В. // Доклады Всероссийской конференции «Математические методы распознавания образов»/ ММРО - 10: Изд-во ВЦ РАН, Москва, 2001. с. 22-25.
6. Жиляков Е.Г. Оптимальные субполосные методы анализа и синтеза сигналов конечной длительности // Автоматика и телемеханика. 2015. № 4. С. 51-66.
7. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М.: Физматлит, 2004. 560 с.
8. Лайонс Р. Цифровая обработка сигналов [Текст]: Второе издание. Пер. с англ. - М.: ООО «Бином - Пресс», 2007 г. - 656 с.
9. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. М.: Техносфера, 2012. 1105 с.
10. Арлазаров В.Л. Обработка изображений и анализ данных / В.Л. Арлазаров, Н.Е. Емельянов. - Т. 38, ИСА РАН, 2008. - 368 с.
11. Оберхеттингер Ф. Преобразование Фурье распределений и их обращения [Текст]: табл. / Ф. Оберхеттингер; пер. с англ. М. С. Никулина. - М.: Наука, 1979. - 248 с.

Жиляков Евгений Георгиевич
Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород
Д.т.н., профессор, заведующий кафедрой информационно-телекоммуникационных систем и технологий
Тел. +7-472-230-13-92
E-mail: zhilyakov@ bsu.edu.ru

Заливин Александр Николаевич
Белгородский университет кооперации экономики и права, г. Белгород
К.т.н., доцент кафедры организации и технологии защиты информации
Тел. +7-472-226-38-31
E-mail: zalivin@bsu.edu.ru

Маторин Сергей Игоревич
Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород
Д.т.н., профессор, профессор кафедры информационных и робототехнических систем
Тел. +7-472-230-13-00 (доб. 20-16)
E-mail: matorin@ bsu.edu.ru

Пашинцев Владимир Петрович
Северо-Кавказский федеральный университет, г. Ставрополь
Д.т.н., профессор, профессор кафедры информационной безопасности автоматизированных систем
Тел. +7 (8652) 95-65-46 (доб. 53-11)
E-mail: zik@ncfu.ru