

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
**«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
( Н И У « Б е л Г У » )

**ИНСТИТУТ ИНЖЕНЕРНЫХ И ЦИФРОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**  
**КАФЕДРА ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ**

**ВЛИЯНИЕ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ НА  
КОГЕРЕНТНОЕ РЕНТГЕНОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ПУЧКА  
РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ В МОНОКРИСТАЛЛЕ В  
ГЕОМЕТРИИ РАССЕЯНИЯ ЛАУЭ**

Выпускная квалификационная работа  
обучающегося по направлению подготовки 03.04.02 Физика  
очной формы обучения, группы 12001737  
Ефимцевой Дарьи Николаевны

Научный руководитель  
док. физ.-мат.наук.,  
профессор Носков А.В.

Рецензент  
к.ф.-м.н. доцент кафедры  
естественнонаучных  
дисциплин, БУКЭП  
Москаленко Н.И.

БЕЛГОРОД 2019

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА 1. Спектрально-угловая плотность когерентного излучения .....	6
1.1. Геометрия процесса когерентного рентгеновского излучения .....	6
1.2 Спектрально-угловые плотности ПРИ и ДПИ.....	8
1.3 Угловые плотности ПРИ и ДПИ .....	12
ГЛАВА 2. Многократное рассеяние пучка релятивистских электронов на атомах мишени .....	14
2.1. Условие генерации дифрагированного тормозного излучения (ДТИ) .....	14
2.2 Спектрально-угловые плотности ПРИ и ДПИ с учетом многократного рассеяния.....	15
2.3 Численные расчеты.....	17
2.4 Комплекс программ для расчета спектрально-угловых и угловых плотностей ПРИ и ДПИ.....	28
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	41
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ .....	42

## ВВЕДЕНИЕ

Прохождение и взаимодействие заряженных частиц были изучены Файнбергом и Хижняком. В их работе показано, что когда заряженная частица взаимодействует со средой, в системе возникает излучение, напоминающее черенковское, при этом коэффициент преломления мог быть меньше единицы. Следующий важный шаг в данном направлении сделал Тер-Микоэлян, его исследование получили название «резонансное излучение». В его работах необходимо было учитывать важный фактор, так называемые «резонансные условия», которые были необходимы для генерации резонансного излучения. Позже были учтены эффекты, связанные с дифракцией уже излученных фотонов на плоскостях монокристалла, эта задача была решена Барышевским и Ферамчуком, а так же Габрияном и Ян Ши, в рамках двух волнового приближения динамической дифракции. Так же было изучено. Что когда заряженная частица пересекает монокристалл, в направлении рассеяния Брегга, возникает монохроматическое излучение (ширина спектра линии  $\Delta\omega/\omega \sim \gamma^{-1}$ ) частота которого определяется относительно скорости движения частицы. Это открытие получило название «Параметрическое рентгеновское излучение (ПРИ)». В дальнейшем эта тема продолжила свое развитие в 80-х годах, к этому времени сформировались два основных подхода – кинетический и динамический. При кинетическом подходе не учитывается многократное отражение фотонов ПРИ, а в динамическом подходе на плоскостях кристалла это отражение учитывается. Поэтому в динамической теории, справедливо сказать, что ПРИ возможно вблизи направления скорости заряженной частицы, а не только в направлении рассеяния Брегга. Существование ПРИ испускаемого вблизи направления заряженной частицы рассматривались только на основе динамического подхода. Первые экспериментальные исследования в области ПРИ были обнаружены томскими учеными в направлении рассеяния Брегга. Далее свойства ПРИ были исследованы многими советскими научными группами,

а уже позже в этой области начали развиваться такие страны как США, Франция, Германия и Япония.

Дифрагированное переходное излучение (ДПИ) появилось в следствии динамической дифракции переходного излучения (ПИ), оно возникает на входной поверхности монокристалла мишени, а так же на системе параллельных атомных плоскостей, которые образуют параметрическое рентгеновское излучение (ПРИ). Так же как и в монокристаллической среде, анализ параметрического рентгеновского излучения и дифрагированного переходного излучения рассматривались в слоистой среде.

Влияние на спектрально-угловые и угловые характеристики ПРИ и ДПИ может оказывать многократное рассеяние релятивистских электронов на атомах монокристалла. Влияние на свойства параметрического рентгеновского излучения (ПРИ) описывается усреднением сечения переходного излучения (ПИ) по пучку электронов.

Для учета многократного рассеяния используется традиционный метод усреднения спектрально-угловой и угловой плотностей излучений по расширяющемуся пучку прямолинейных траекторий электронов. Необходимо отметить, что строгий кинетический подход, не позволяет рассматривать процесс излучения из мишени конечной толщины, а также отдельно рассматривать вклады механизмов излучения ПРИ и ДПИ.

Однако использование полученного в работе [12] критерия существенности вклада ДТИ в выход излучения, позволяет рассматривать условия, при которых вклад ДТИ отсутствует, то есть традиционный подход к учету влияния многократного рассеяния на параметры излучения вполне оправдан.

Тема исследования: Влияние многократного рассеяния на когерентное рентгеновское излучение пучка релятивистских электронов в монокристалле в геометрии рассеяния Лауэ.

Актуальность выпускной квалификационной работы характеризуется важностью развития динамического подхода когерентного рентгеновского

излучения, образованного в монокристаллической мишени пучком релятивистских электронов в геометрии рассеяния Лауэ.

Объект исследования - ПРИ и ДПИ.

Предмет исследования - спектрально-угловые характеристики ПРИ и ДПИ.

Целью настоящей работы является исследование влияния многократного рассеяния релятивистских электронов в монокристаллической пластине на спектрально-угловые характеристики пересекающего монокристаллическую пластинку произвольной толщины в геометрии рассеяния Лауэ с учетом многократного рассеяния пучка релятивистских электронов на атомах мишени.

Для достижения поставленной цели были поставлены следующие задачи:

1. Получить выражение, которое описывает спектрально-угловую плотность параметрического рентгеновского излучения (ПРИ) релятивистского электрона пучка на атомах монокристалла.
2. Получить выражение, которое описывает спектрально-угловую плотность дифрагированного переходного излучения (ДПИ) релятивистского электрона пучка на атомах монокристалла.
3. Получить выражение, которое описывает угловые плотности ПРИ и ДПИ с учетом многократного рассеяния электронов пучка на атомах монокристалла.
4. Провести численные расчеты и анализ влияния многократного рассеяния релятивистских электронов в монокристаллической пластине на спектрально-угловые характеристики, с учетом многократного рассеяния пучка релятивистских электронов на атомах мишени.

Структура работы: выпускная квалификационная работа (ВКР) состоит из введения, двух глав, заключения и использованных источников литературы.

# ГЛАВА 1. Спектрально-угловая плотность когерентного излучения

## 1.1. Геометрия процесса когерентного рентгеновского излучения

Рассмотрим пучок релятивистских электронов пересекающих кристаллическую пластинку (см. рисунок. 1). Введем угловые переменные  $\psi$ ,  $\theta$  и  $\theta_0$  в соответствии с определениями скорости релятивистского электрона  $V$  и единичных векторов: в направлении импульса фотона  $\mathbf{n}$  излученного вблизи скорости электрона и в направлении рассеяния Брэгга  $\mathbf{n}_g$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= \left(1 - \frac{1}{2}\gamma^{-2} - \frac{1}{2}\psi^2\right)\mathbf{e}_1 + \boldsymbol{\psi}, & \mathbf{e}_1\boldsymbol{\psi} &= 0 \\ \mathbf{n} &= \left(1 - \frac{1}{2}\theta_0^2\right)\mathbf{e}_1 + \boldsymbol{\theta}_0, & \mathbf{e}_1\boldsymbol{\theta}_0 &= 0, & \mathbf{e}_1\mathbf{e}_2 &= \cos 2\theta_B, \\ \mathbf{n}_g &= \left(1 - \frac{1}{2}\theta^2\right)\mathbf{e}_2 + \boldsymbol{\theta}, & \mathbf{e}_2\boldsymbol{\theta} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\theta$  - угол излучения, отсчитываемый от оси детектора излучения  $\mathbf{e}_2$ ,  $\psi$  - угол отклонения электрона в пучке, отсчитываемый от оси электронного пучка  $\mathbf{e}_1$ ,  $\theta_0$  - угол между направлением распространения падающего фотона и осью  $\mathbf{e}_1$ ,  $\gamma = 1/\sqrt{1-V^2}$  - Лоренц-фактор частицы. Угловые переменные раскладываются на составляющие параллельные и перпендикулярные плоскости рисунка:  $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}_{\parallel} + \boldsymbol{\theta}_{\perp}$ ,  $\boldsymbol{\theta}_0 = \boldsymbol{\theta}_{0\parallel} + \boldsymbol{\theta}_{0\perp}$ ,  $\boldsymbol{\psi} = \boldsymbol{\psi}_{\parallel} + \boldsymbol{\psi}_{\perp}$ ,  $\boldsymbol{\psi}_0$  - начальная расходимость электронного пучка.

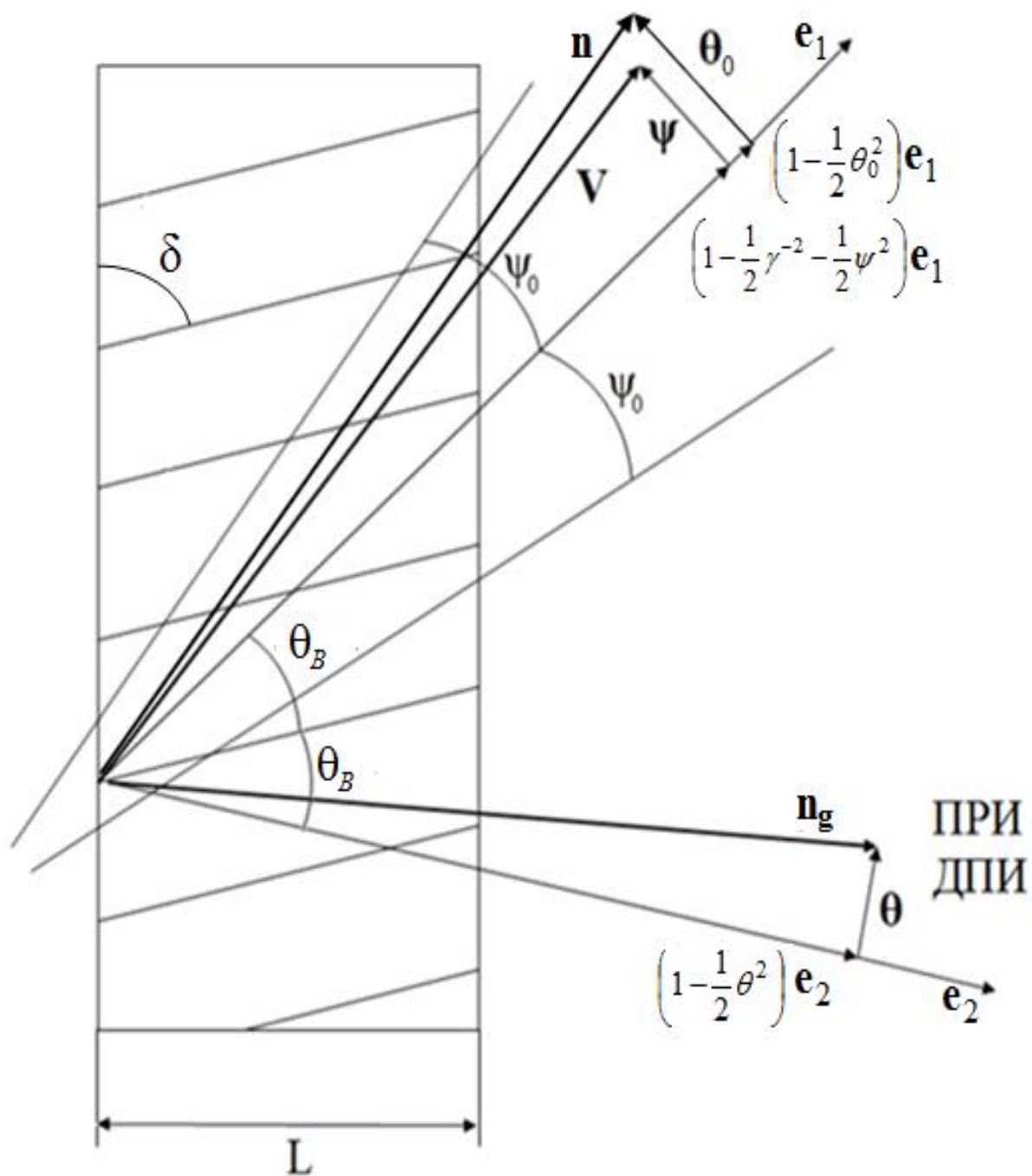


Рисунок 1- Геометрия процесса излучения параметрического рентгеновского излучения и дифрагированного переходного излучения

Для направления распространения излученного фотона (см. рисунок 1), получим выражения для спектрально-угловых плотностей ПРИ и ДПИ с учетом отклонения направления скорости электрона  $V$  относительно оси электронного пучка  $e_1$ .

Когда заряженная частица пересекает кристалл в геометрии рассеяния Брэгга, была рассмотрена в работах [7, 8], где было показано, что асимметрия существенно влияет на спектрально-угловые характеристики излучений. Для кристалла конечной толщины в геометрии Брэгга влияние угла на спектрально-угловые характеристики ПРИ и ДПИ рассматривалось в [9, 10].

Было показано, что при фиксированном угле падения релятивистского электрона на систему параллельных атомных плоскостей кристалла уменьшение угла приводит к уширению спектра ПРИ и, как результат, к росту интегрального по частоте выхода излучения. Следует отметить, что данный эффект не связан с поглощением излучения в кристалле. Было также выявлено, что и угловая плотность ДПИ также существенно зависит от асимметрии отражения, а интерференция ДПИ и ПРИ может привести к осцилляциям угловой плотности суммарного излучения.

## 1.2 Спектрально-угловые плотности ПРИ и ДПИ

Для решения поставленной задачи, будем рассматривать уравнение для Фурье-образа  $\mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) = \int dt d^3r \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \exp(i\omega t - i\mathbf{k}\mathbf{r})$  электромагнитного поля, возбуждаемого электроном в кристалле, возьмем одно уравнение из системы уравнений Максвелла:

$$(k^2 - \omega^2(1 + \chi_0))\mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) - \mathbf{k}(\mathbf{k}\mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega)) - \omega^2 \sum_{\mathbf{g}}' \chi_{-\mathbf{g}} \mathbf{E}(\mathbf{k} + \mathbf{g}, \omega) = 4\pi i \omega \mathbf{J}(\mathbf{k}, \omega)$$

, (2)

где  $\mathbf{J}(\mathbf{k}, \omega) = 2\pi eV\delta(\omega - \mathbf{k}V)$  - Фурье-образ плотности тока излучающего



электрона,  $\chi_0(\omega)$  - средняя диэлектрическая восприимчивость,  $\chi_g$  и  $\chi_{-g}$  коэффициенты Фурье разложения диэлектрической восприимчивости кристалла по векторам обратной решетки  $\mathbf{g}$

$$\chi(\omega, \mathbf{r}) = 1 + \chi_0(\omega) + \sum_{\mathbf{g}} \chi_{\mathbf{g}}(\omega) \exp(i\mathbf{g}\mathbf{r}), \quad (3)$$

$$\text{где } \chi_0 = \chi'_0 + i\chi''_0, \quad \chi_{\mathbf{g}} = \chi'_{\mathbf{g}} + i\chi''_{\mathbf{g}}.$$

Так как электромагнитное поле, которое излучается релятивистским электроном, является поперечным в рентгеновском диапазоне частот, то падающая  $\mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega)$  и дифрагированная  $\mathbf{E}(\mathbf{k} + \mathbf{g}, \omega)$  в кристалле электромагнитные волны, определяются двумя амплитудами с разными значениями поперечной поляризации

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) &= E_0^{(1)}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{e}_0^{(1)} + E_0^{(2)}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{e}_0^{(2)}, \\ \mathbf{E}(\mathbf{k} + \mathbf{g}, \omega) &= E_{\mathbf{g}}^{(1)}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{e}_1^{(1)} + E_{\mathbf{g}}^{(2)}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{e}_1^{(2)}, \end{aligned} \quad (4)$$

где вектора  $\mathbf{e}_0^{(1)}$  и  $\mathbf{e}_0^{(2)}$  перпендикулярны вектору  $\mathbf{k}$ , а векторы  $\mathbf{e}_1^{(1)}$  и  $\mathbf{e}_1^{(2)}$  перпендикулярны вектору  $\mathbf{k}_{\mathbf{g}} = \mathbf{k} + \mathbf{g}$ . Векторы  $\mathbf{e}_0^{(2)}$ ,  $\mathbf{e}_1^{(2)}$  лежат в плоскости векторов  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}_{\mathbf{g}}$  ( $\pi$ -поляризация), а вектора  $\mathbf{e}_0^{(1)}$  и  $\mathbf{e}_1^{(1)}$  перпендикулярны ей ( $\sigma$ -поляризация);  $\mathbf{g}$  – вектор обратной решетки, определяющий систему отражающих атомных плоскостей кристалла. В рамках двух волнового приближения динамической теории дифракции уравнение (2) сводится к хорошо известной системе уравнений [20]:

$$\begin{cases} (\omega^2(1 + \chi_0) - k^2)E_0^{(s)} + \omega^2\chi_{-\mathbf{g}}C^{(s)}E_{\mathbf{g}}^{(s)} = 8\pi^2ie\omega\mathbf{e}_0^{(s)}\mathbf{V}\delta(\omega - \mathbf{k}\mathbf{V}), \\ \omega^2\chi_{\mathbf{g}}C^{(s)}E_0^{(s)} + (\omega^2(1 + \chi_0) - k_{\mathbf{g}}^2)E_{\mathbf{g}}^{(s)} = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Так же рассмотрим кристалл с центральной симметрией ( $\chi_{\mathbf{g}} = \chi_{-\mathbf{g}}$ ).  $\chi'_{\mathbf{g}}$  и  $\chi''_{\mathbf{g}}$  определяются следующим образом:

$$\chi'_{\mathbf{g}} = \chi'_0 (F(\mathbf{g})/Z)(S(\mathbf{g})/N_0) \exp(-g^2 u_{\tau}^2 / 2), \quad (6a)$$

$$\chi''_{\mathbf{g}} = \chi''_0 \exp\left(-\frac{1}{2} g^2 u_{\tau}^2\right), \quad (6b)$$

где  $F(g)$  – форм фактор атома, содержащего  $Z$  электронов,  $S(\mathbf{g})$  – структурный фактор элементарной ячейки, содержащей  $N_0$  атомов,  $u_\tau$  – среднеквадратичная амплитуда тепловых колебаний атомов кристалла. В работе рассматривается рентгеновская область частот:  $(\chi'_g < 0, \chi'_0 < 0)$ .

Величины  $C^{(s)}$  и  $P^{(s)}$  в системе (5) определены следующим образом:

$$C^{(s)} = \mathbf{e}_0^{(s)} \mathbf{e}_1^{(s)}, C^{(1)} = 1, C^{(2)} = \cos 2\theta_B, P^{(1)} = \sin \varphi, P^{(2)} = \cos \varphi, \\ \mathbf{e}_0^{(1)} \mathbf{V} = (\theta - \psi)P^{(1)} = \theta_\perp - \psi_\perp, \mathbf{e}_0^{(2)} \mathbf{V} = (\theta + \psi)P^{(2)} = \theta_\parallel + \psi_\parallel, \quad (7)$$

где  $\theta_B$  – угол между осью пучка электрона и системой кристаллографических плоскостей (угол Брэгга);  $\varphi$  – азимутальный угол излучения, отсчитываемый от плоскости, образованной векторами  $\mathbf{V}$  и  $\mathbf{g}$ . Величина вектора обратной решетки определяется выражением  $g = 2\omega_B \sin \theta_B / V$ , где  $\omega_B$  – частота Брэгга. Система уравнений (5) при  $s=1$  описывает поля  $\sigma$ -поляризованные, а при  $s=2$  поля  $\pi$ -поляризованные.

Выполнив для направления распространения излученного фотона  $\mathbf{k}_g = k_g \mathbf{n}_g$  (см. рисунок 1) математические операции, получим выражения для спектрально-угловых плотностей ПРИ и ДПИ с учетом отклонения направления скорости электрона  $\mathbf{V}$  относительно оси электронного пучка  $\mathbf{e}_1$ :

$$\omega \frac{d^2 N_{\text{ПРИ}}^{(s)}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2} \frac{\Omega^{(s)2}}{(\Delta - \chi'_0)^2} R_{\text{ПРИ}}^{(s)}, \quad (8a)$$

$$R_{\text{ПРИ}}^{(s)} = \left(1 - \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 + \varepsilon}}\right)^2 \frac{1 + \exp(-2b^{(s)}\rho^{(s)}\Delta^{(1)}) - 2 \exp(-b^{(s)}\rho^{(s)}\Delta^{(1)}) \cos\left(b^{(s)}\left(\sigma^{(s)} + \frac{\xi - \sqrt{\xi^2 + \varepsilon}}{\varepsilon}\right)\right)}{\left(\sigma^{(s)} + \frac{\xi - \sqrt{\xi^2 + \varepsilon}}{\varepsilon}\right)^2 + \rho^{(s)2}\Delta^{(1)2}}, \quad (8b)$$

$$\omega \frac{d^2 N_{\text{ДПИ}}^{(s)}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2} \Omega^{(s)2} \left(\frac{1}{\Delta} - \frac{1}{\Delta - \chi'_0}\right)^2 R_{\text{ДПИ}}^{(s)}, \quad (9a)$$

$$R_{\text{ДПИ}}^{(s)} = \frac{\varepsilon^2}{\xi(\omega)^2 + \varepsilon} \left[ \exp(-2b^{(s)}\rho^{(s)}\Delta^{(1)}) + \exp(-2b^{(s)}\rho^{(s)}\Delta^{(2)}) - \right. \\ \left. - 2 \cdot \exp\left(-b^{(s)}\rho^{(s)}\frac{1 + \varepsilon}{\varepsilon}\right) \cdot \cos\left(\frac{2b^{(s)}\sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon}}{\varepsilon}\right) \right], \quad (9b)$$

где

$$\Delta(\theta_{\perp}, \theta_{\parallel}, \psi_{\perp}, \psi_{\parallel}, \gamma) = \gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} + \psi_{\parallel})^2, \quad \Omega^{(1)} = \theta_{\perp} - \psi_{\perp},$$

$$\Omega^{(2)} = \theta_{\parallel} + \psi_{\parallel},$$

$$\Delta^{(2)} = \frac{\varepsilon + 1}{2\varepsilon} + \frac{1 - \varepsilon}{2\varepsilon} \frac{\xi^{(s)}}{\sqrt{\xi^{(s)^2} + \varepsilon}} + \frac{\kappa^{(s)}}{\sqrt{\xi^{(s)^2} + \varepsilon}},$$

$$\Delta^{(1)} = \frac{\varepsilon + 1}{2\varepsilon} - \frac{1 - \varepsilon}{2\varepsilon} \frac{\xi^{(s)}}{\sqrt{\xi^{(s)^2} + \varepsilon}} - \frac{\kappa^{(s)}}{\sqrt{\xi^{(s)^2} + \varepsilon}},$$

$$\sigma^{(s)} = \frac{1}{|\chi'_g|C^{(s)}} \left( \gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} + \psi_{\parallel})^2 - \chi'_0 \right), \quad \varepsilon = \frac{\sin(\delta + \theta_B)}{\sin(\delta - \theta_B)},$$

$$\rho^{(s)} = \frac{\chi''_0}{|\chi'_g|C^{(s)}}, \quad b^{(s)} = \frac{1}{2 \sin(\delta - \theta_B)} \frac{L}{L_{ext}^{(s)}}, \quad v^{(s)} = \frac{\chi'_g C^{(s)}}{\chi'_0}, \quad \kappa^{(s)} = \frac{\chi''_g C^{(s)}}{\chi''_0},$$

$$\xi^{(s)}(\omega) = \eta^{(s)}(\omega) + \frac{1 - \varepsilon}{2v^{(s)}}, \quad \eta^{(s)}(\omega) = \frac{2 \sin^2 \theta_B}{V^2 |\chi'_g| C^{(s)}} \left( 1 - \frac{\omega(1 - \theta_{\parallel} \cot \theta_B)}{\omega_B} \right). \quad (10)$$

Выражение (8) описывает спектрально-угловую плотность параметрического рентгеновского излучения(ПРИ) и выражение (9) описывают спектрально-угловую плотность дифрагированного переходного излучения (ДПИ) релятивистского электрона, пересекающего кристаллическую пластинку под углом  $\psi$  относительно оси электронного пучка  $e_1$ . Эти выражения получены в рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции с учетом угла между отражающей системой параллельных атомных плоскостей кристалла и поверхности мишени (угол  $\delta$ ).

Важным параметром в выражениях (8-10) является параметр  $\varepsilon$ , определяющий степень асимметрии отражения поля в кристаллической пластинке относительно поверхности мишени,  $\delta$  – угол между поверхностью мишени и отражающими плоскостями. Параметр  $\rho^{(s)}$ , характеризующий степень поглощения рентгеновских волн в кристалле, равен отношению длины экстинкции  $L_{ext}^{(s)} = 1/\omega |\chi'_g| C^{(s)}$  к длине поглощения  $L_{abs} = 1/\omega \chi''_0$

рентгеновских волн:  $\rho^{(s)} = L_{ext}^{(s)} / L_{abs}$ . Параметр  $b^{(s)}$ , характеризующий толщину кристаллической пластинки, равен отношению половины пути электрона в мишени  $L_e = L / \sin(\delta - \theta_B)$  к длине экстинкции  $L_{ext}^{(s)}$ . Параметр  $v^{(s)}$ , принимающий значения в промежутке  $0 \leq v^{(s)} \leq 1$ , определяет степень отражения волн от кристалла, которая обуславливается характером интерференции волн, отраженных от разных плоскостей (конструктивным ( $v^{(s)} \approx 1$ ) или деструктивным ( $v^{(s)} \approx 0$ )).

Параметр  $\kappa^{(s)}$  определяет степень проявления эффекта аномального слабого фотопоглощения (эффекта Бормана) в прохождении рентгеновских фотонов излучений ПРИ и ДПИ через кристаллическую мишень [21, стр. 22].

### 1.3 Угловые плотности ПРИ и ДПИ

Для того чтобы найти угловую плотность параметрического рентгеновского излучения (ПРИ), необходимо проинтегрировать выражение (8) по частотной функции  $\xi^{(s)}(\omega)$ , используя соотношение

$$\frac{d\omega}{\omega} = -\frac{|\chi'_g| C^{(s)}}{2 \sin^2 \theta_B} d\xi^{(s)}, \text{ также необходимо проинтегрировать выражение (10).}$$

Так как  $\rho^{(s)} \Delta^{(1)} \ll 1$ , такое интегрирование может быть выполнено с использованием аппроксимации:

$$\frac{1}{x^2 + a^2} (1 + e^{-2ba} - 2a^{-ba} \cos(bx)) \rightarrow \frac{\pi}{a} (1 - e^{-2ba}) \delta(x). \quad (11)$$

Результат интегрирования представим в виде:

$$\frac{dN_{\text{ПРИ}}^{(s)}}{d\Omega} = \frac{e^2 v^{(s)2} \varepsilon^2 \Omega^{(s)2}}{4\pi \sin^2 \theta_B \chi_0''} \left( \frac{1 - \exp \left\{ -2b^{(s)} \rho^{(s)} \frac{(\Sigma + 1)^2 - 2\kappa^{(s)} v^{(s)} (\Sigma + 1) + v^{(s)2}}{v^{(s)2} + (\Sigma + 1)^2 \varepsilon} \right\}}{(\Sigma + 1)^2 - 2\kappa^{(s)} v^{(s)} (\Sigma + 1) + v^{(s)2}} \right), \quad (12)$$

где  $\Sigma = \Delta / |\chi_0'|$ .

Проинтегрировав выражение (9) по частотной функции  $\xi^{(s)}(\omega)$ , найдем

угловую плотность ДПИ:

$$\frac{dN_{\text{ДПИ}}^{(s)}}{d\Omega} = \frac{e^2 v^{(s)}}{8\pi^2 \sin^2 \theta_B |\chi'_0|} \Omega^{(s)2} \left( \frac{1}{\Sigma} - \frac{1}{\Sigma+1} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} R_{\text{ДПИ}}^{(s)} d\xi^{(s)}(\omega). \quad (13)$$

Полученное выражение (8), описывает спектрально-угловые плотности параметрического рентгеновского излучения, выражение (9) описывает спектрально-угловые плотности дифрагированного переходного излучения. А также, выражение (12) представляет собой, угловые плотности параметрического рентгеновского излучения и выражение (13) описывает угловые плотности дифрагированного переходного излучения. Все четыре выражения получены впервые в рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции с учетом отклонения (угол  $\psi$ ) направления скорости электрона  $\mathbf{V}$  относительно оси электронного пучка  $\mathbf{e}_1$  (см. рисунок 1). Полученные выражения учитывают асимметрию отражения поля электрона относительно поверхности мишени, характеризуемую углом между поверхностью мишени и системой дифрагирующих атомных плоскостей кристалла (угол  $\delta$ ).

## ГЛАВА 2. Многократное рассеяние пучка релятивистских электронов на атомах мишени

### 2.1. Условие генерации дифрагированного тормозного излучения (ДТИ)

Многократное рассеяние электронов на атомах среды может привести к генерации тормозного излучения, которое далее может дифрагировать на системе параллельных атомных плоскостей кристалла в направлении рассеяния Брэгга  $\mathbf{k}_g$ , то далее рассмотрим возможность и условие вклада дифрагированного тормозного излучения (ДТИ) в полный выход излучения. Необходимо также отметить, что исследование относительного вклада ДТИ в полный выход излучения было проведено в работе [12]. Поясним возможность вклада дифрагированного тормозного излучения в полный выход излучения при многократном рассеянии релятивистских электронов в кристалле. Для этого рассмотрим величину  $\gamma_{LP}^{-2} = \psi_s^2 l_c$ , равную среднему квадрату угла многократного рассеяния электрона на длине формирования тормозного излучения  $l_c = 2\gamma^2 / \omega$ , где  $\psi_s^2 = \frac{E_s^2}{m^2 \gamma^2} \frac{1}{L_R}$  - средний квадрат угла многократного рассеяния электрона на единице длины,  $E_s \approx \frac{4\pi m^2}{e^2} \approx 21 \text{ МэВ}$ ,  $L_R$  - радиационная длина. В области энергии электронов  $\gamma > \gamma_{LP} = \sqrt{e^2 \omega_B L_R / 8\pi}$  проявляется известный эффект Ландау - Померанчука в тормозном излучении [23]. То есть, если выполняется условие  $\gamma > \gamma_{LP}$ , то угол многократного рассеяния электрона на длине формирования излучения существенно превышает величину характерного угла излучения релятивистской частицы  $\gamma^{-1}$ , поэтому тормозной квант разделяется с кулоновским полем электрона на расстоянии, малом по сравнению с длиной формирования  $l_c$ , на которой электрон может излучить несколько тормозных

фотонов, которые далее могут дифрагировать на атомных плоскостях монокристаллической мишени, внося вклад в ДТИ. Но с другой стороны, в области энергии электрона  $\gamma > \gamma_{TM} = \omega_B / \omega_0$  ( $\omega_0$  - плазменная частота) проявляется подавление тормозного излучения (на частоте  $\omega \approx \omega_B$ ) вследствие эффекта Тер – Микаэляна [24]. В случае же  $\gamma_{LP} < \gamma < \gamma_{TM}$  подавления тормозного излучения не происходит и ДТИ может дать существенный вклад в полный выход излучения.

То есть можно сделать вывод, что при выполнении одного из условия  $\gamma > \gamma_{TM}$  или  $\gamma < \gamma_{LP}$  вклад ДТИ в полный выход излучения можно не учитывать и применять традиционный метод усреднения спектрально-угловых характеристик излучений по расширяющемуся пучку прямолинейных траекторий излучающих электронов.

## 2.2 Спектрально-угловые плотности ПРИ и ДПИ с учетом многократного рассеяния

Проведем усреднение спектрально-угловых плотностей ПРИ и ДПИ по функции углового распределения электронов в пучке, меняющейся за счет многократного рассеяния электрона с длиной прохождения в мишени  $t$ ,

$$f(\psi, t) = \frac{1}{\pi(\psi_0^2 + \psi_s^2 t)} \cdot e^{-\frac{\psi^2}{\psi_0^2 + \psi_s^2 t}}, \quad (14)$$

где  $\psi_0$  - начальная расходимость электронного пучка. Выражения, описывающие спектрально-угловые плотности ПРИ и ДПИ, усредненные по расширяющемуся пучку прямолинейных траекторий излучающих электронов на длине пути электрона в мишени  $L_e$ , имеют следующий вид:

$$\left\langle \omega \frac{d^2 N_{\text{ПРИДПИ}}^{(s)}}{d\omega d\Omega} \right\rangle = \frac{1}{\pi L_e} \int_0^{L_e} dt \iint d\psi_{\perp} d\psi_{\parallel} \frac{e^{-\frac{\psi^2}{\psi_0^2 + \psi_s^2 t}}}{\psi_0^2 + \psi_s^2 t} \omega \frac{d^2 N_{\text{ПРИДПИ}}^{(s)}}{d\omega d\Omega}. \quad (15)$$

Используя формулы (8), (9) и (14) получим выражения, описывающие спектрально-угловые плотности ПРИ и ДПИ с учетом многократного рассеяния электрона на атомах периодической слоистой среды

$$\left\langle \omega \frac{d^2 N_{\text{ПРИ}}^{(s)}}{d\omega d\Omega} \right\rangle = \frac{e^2}{4\pi^3 \psi_s^2 L_e} \iint d\psi_{\perp} d\psi_{\parallel} \left( \frac{\Omega^{(s)2}}{(\Delta - \chi'_0)^2} R_{\text{ПРИ}}^{(s)}(\psi_{\perp}, \psi_{\parallel}) \int_{\frac{\psi_0^2 + \psi_{\parallel}^2}{\psi_0^2 + \psi_s^2 L_e}}^{\frac{\psi_0^2 + \psi_{\parallel}^2}{\psi_0^2}} \frac{e^{-x}}{x} dx \right), \quad (16)$$

$$\left\langle \omega \frac{d^2 N_{\text{ДПИ}}^{(s)}}{d\omega d\Omega} \right\rangle = \frac{e^2}{4\pi^3 \psi_s^2 L_e} \iint d\psi_{\perp} d\psi_{\parallel} \left( \Omega^{(s)2} \left( \frac{1}{\Delta} - \frac{1}{\Delta - \chi'_0} \right)^2 R_{\text{ДПИ}}^{(s)}(\psi_{\perp}, \psi_{\parallel}) \int_{\frac{\psi_0^2 + \psi_{\parallel}^2}{\psi_0^2 + \psi_s^2 L_e}}^{\frac{\psi_0^2 + \psi_{\parallel}^2}{\psi_0^2}} \frac{e^{-x}}{x} dx \right) \quad (17)$$

Используя формулы (12), (13) и (15) получим выражения, описывающие угловые плотности ПРИ и ДПИ с учетом многократного рассеяния

$$\left\langle \frac{dN_{\text{ПРИ}}^{(s)}}{d\Omega} \right\rangle = \frac{e^2 v^{(s)2} \varepsilon^2}{4\pi^2 \sin^2 \theta_B \chi_0'' \psi_s^2 L_e} \iint d\psi_{\perp} d\psi_{\parallel} \Omega^{(s)2} \times$$

$$\left( \frac{\left( 1 - \exp \left\{ -2b^{(s)} \rho^{(s)} \frac{(\Sigma + 1)^2 - 2\kappa^{(s)} v^{(s)} (\Sigma + 1) + v^{(s)2}}{v^{(s)2} + (\Sigma + 1)^2 \varepsilon} \right\} \right)}{(\Sigma + 1)^2 - 2\kappa^{(s)} v^{(s)} (\Sigma + 1) + v^{(s)2}} \int_{\frac{\psi_0^2 + \psi_{\parallel}^2}{\psi_0^2 + \psi_s^2 L_e}}^{\frac{\psi_0^2 + \psi_{\parallel}^2}{\psi_0^2}} \frac{e^{-x}}{x} dx \right) \quad (18)$$

$$\left\langle \frac{dN_{\text{ДПИ}}^{(s)}}{d\Omega} \right\rangle = \frac{e^2 v^{(s)}}{8\pi^3 \sin^2 \theta_B |\chi_0'| \psi_s^2 L_e} \int_{-\infty}^{\infty} R_{\text{ДПИ}}^{(s)} d\xi^{(s)} \iint d\psi_{\perp} d\psi_{\parallel} \left( \Omega^{(s)2} \left( \frac{1}{\Delta} - \frac{1}{\Delta - \chi'_0} \right)^2 \int_{\frac{\psi_0^2 + \psi_{\parallel}^2}{\psi_0^2 + \psi_s^2 L_e}}^{\frac{\psi_0^2 + \psi_{\parallel}^2}{\psi_0^2}} \frac{e^{-x}}{x} dx \right). \quad (19)$$



Выражения (16-19), полученные в геометрии рассеяния Лауэ в рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции для общего случая асимметричного отражения поля электрона относительно поверхности мишени, является главным результатом данной работы. Полученные выражения справедливы для любой толщины кристаллической мишени, они позволяют сравнительно быстро выполнить расчеты спектрально-угловых и угловых характеристик ПРИ и ДПИ релятивистских электронов. Эти выражения получены в рамках динамической теории дифракции и поэтому позволяют исследовать проявления эффектов динамической дифракции в ПРИ и ДПИ.

Необходимо отметить, что хотя выше и говорится что в случае  $\gamma_{LP} < \gamma < \gamma_{TM}$  дифрагированное тормозное излучение может дать ощутимый вклад в выход излучения, но полученные выражения правильно описывают спектрально-угловых характеристики ПРИ и ДПИ и в этом случае. В этом случае необходимо отдельно рассмотреть вклад ДТИ, используя известные формулы.

### 2.3 Численные расчеты

Приведем пример использования полученных выражений для численных расчетов спектрально-угловых характеристик ПРИ.

Будем рассматривать  $\sigma$ -поляризованные ( $s=1$ ) волны излучения, при угле  $\theta_{//} = 0$ . Рассмотрим излучение релятивистского электрона с Лоренц-фактором  $\gamma = 500$  (энергией  $E_e \approx 250 \text{ МэВ}$ ) и начальной расходимостью электронного пучка  $\psi_0 = 0.1 \text{ мрад}$ , пересекающего монокристаллическую пластинку вольфрама, В качестве системы параллельных атомных плоскостей кристалла, на которой формируется ПРИ и дифрагирует переходное излучение ДПИ, выберем систему (110). Угол между

поверхностью мишени и системой диафрагирующих атомных плоскостей кристалла  $\delta = 36,7^{\circ}$  ( $\varepsilon = 3$ ), угол Брэгга  $\theta_B = 20,6^{\circ}$ , частота Брэгга  $\omega_B = 8000 \text{ эВ}$ . Радиационная длина для вольфрама  $L_R = 0,33$ ,  $\gamma_{LP} = 195$ ,  $\gamma_{TM} = 98$ . Значение Лоренц-фактора  $\gamma$  лежит в диапазоне  $\gamma_{TM} < \gamma_{LP} < \gamma$ , то есть ДТИ подавляется и его вклад в полное излучения отсутствует.

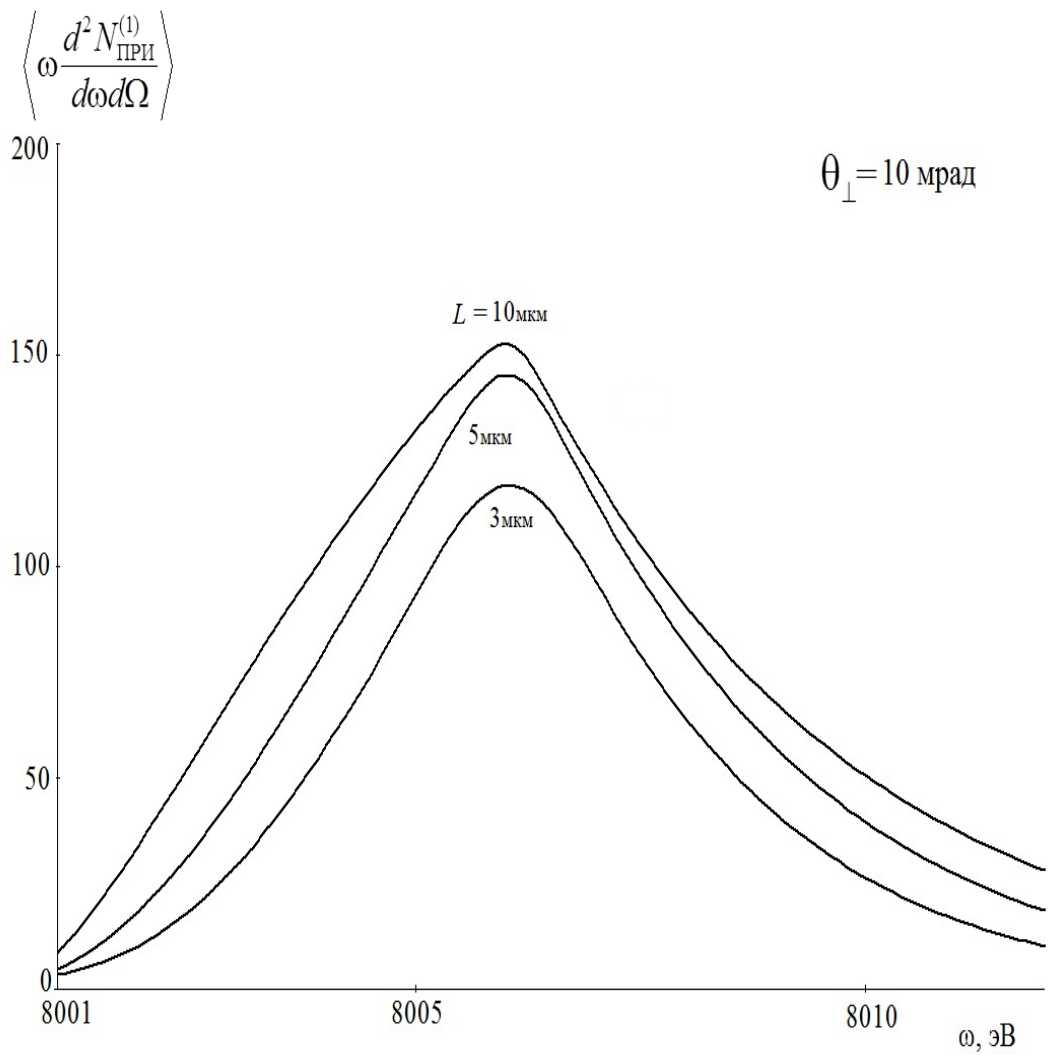


Рисунок 2- Спектрально-угловая плотность ПРИ для различных толщин монокристаллической пластинки и фиксированного угла наблюдения

На рисунке. 2 приведены построенные по формуле (16) кривые, описывающие спектры ПРИ релятивистского электрона при различных толщинах мишени для фиксированного угла наблюдения. Кривые построены для различных величин толщины мишени, и, как следствие из этого, различных путей электрона в мишени. На рисунке 2 толщинам мишени  $L = 3 \text{ мкм}, 5 \text{ мкм}, 10 \text{ мкм}$  , соответствуют пути электрона в мишени  $L_e = 10.8 \text{ мкм}, 18 \text{ мкм}, 36 \text{ мкм}$  . Для сравнения на рисунке 3 приведены кривые, построенные по формуле (8) и описывающие спектр ПРИ для случая, если бы многократное рассеяние отсутствовало, а направление движения релятивистского электрона совпадало бы с осью электронного пучка  $e_1$  . Из сравнения второго и третьего рисунка следует рост ширины спектра ПРИ и падения его амплитуды из-за многократного рассеяния. Сравнивая угловые плотности ПРИ рассчитанные по формулам (18) и (12) с учетом и без учета многократного рассеяния, представленные на рисунке 4 и рисунке 5, можно сделать вывод о том, что угловая плотность ПРИ так же существенно зависит от многократного рассеивания.

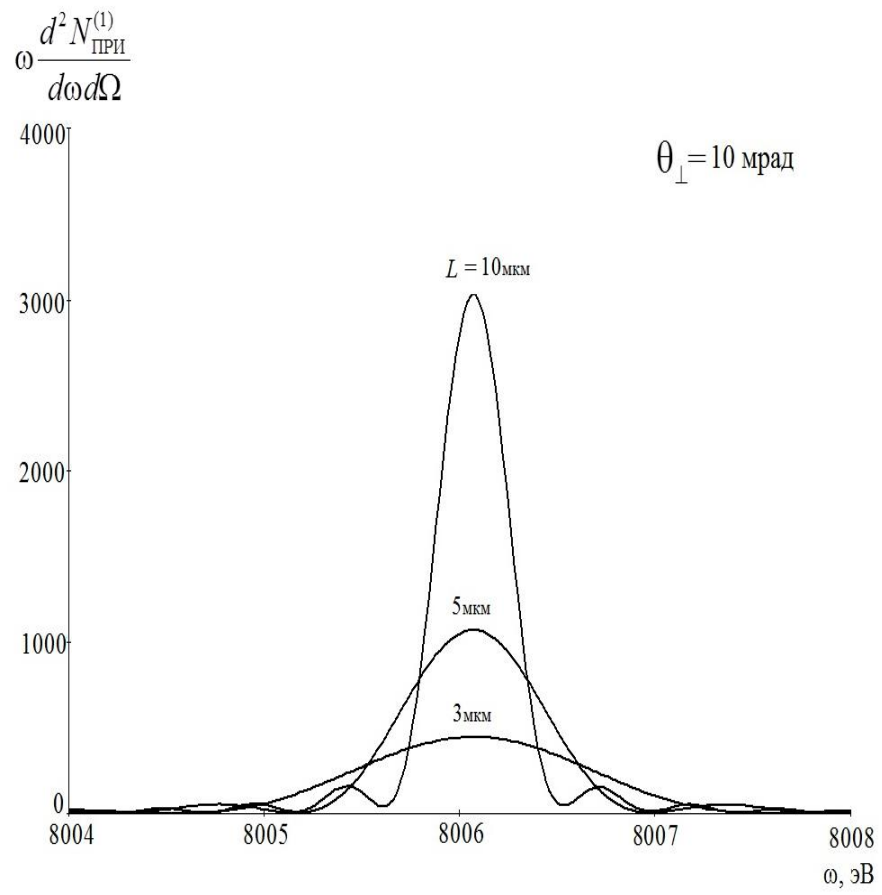


Рисунок 3- Спектрально-угловая плотность ПРИ для случая отсутствия многократного рассеяния

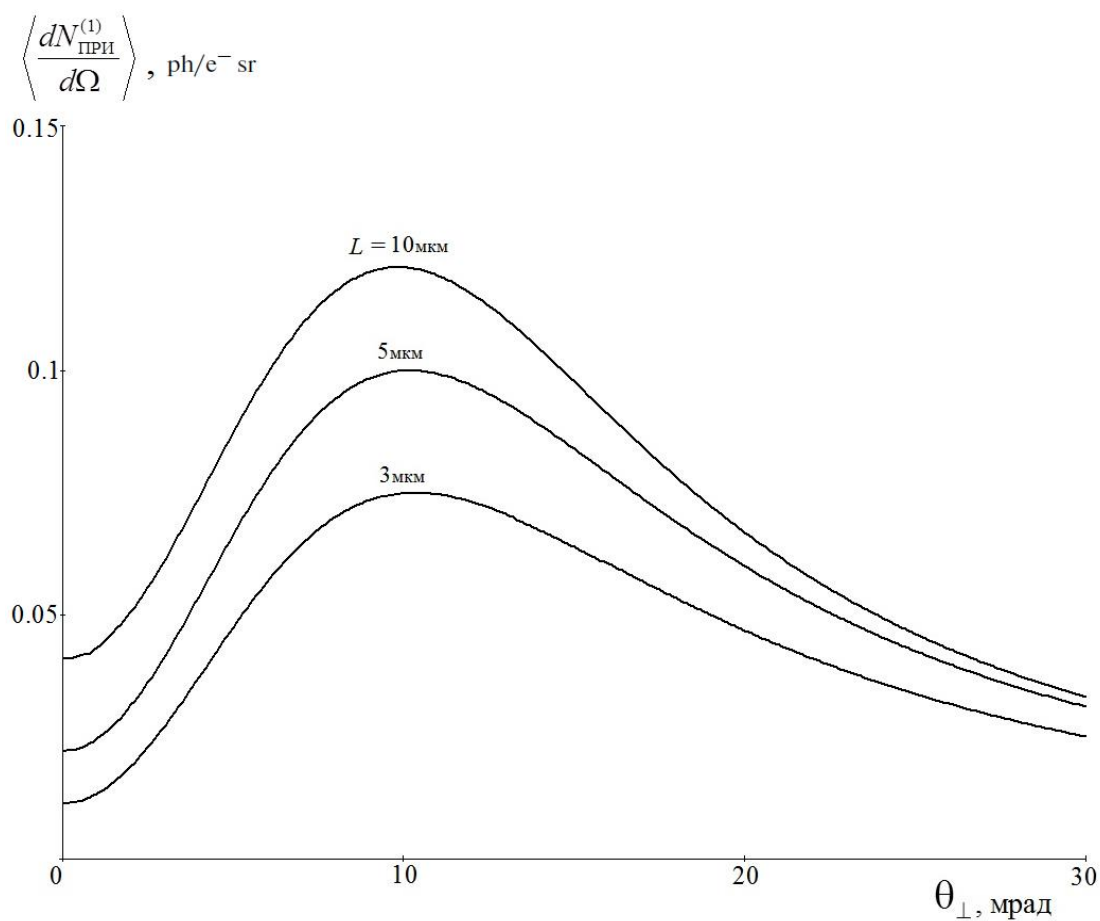


Рисунок 4- Угловая плотность ПРИ для различных толщин монокристаллической пластинки

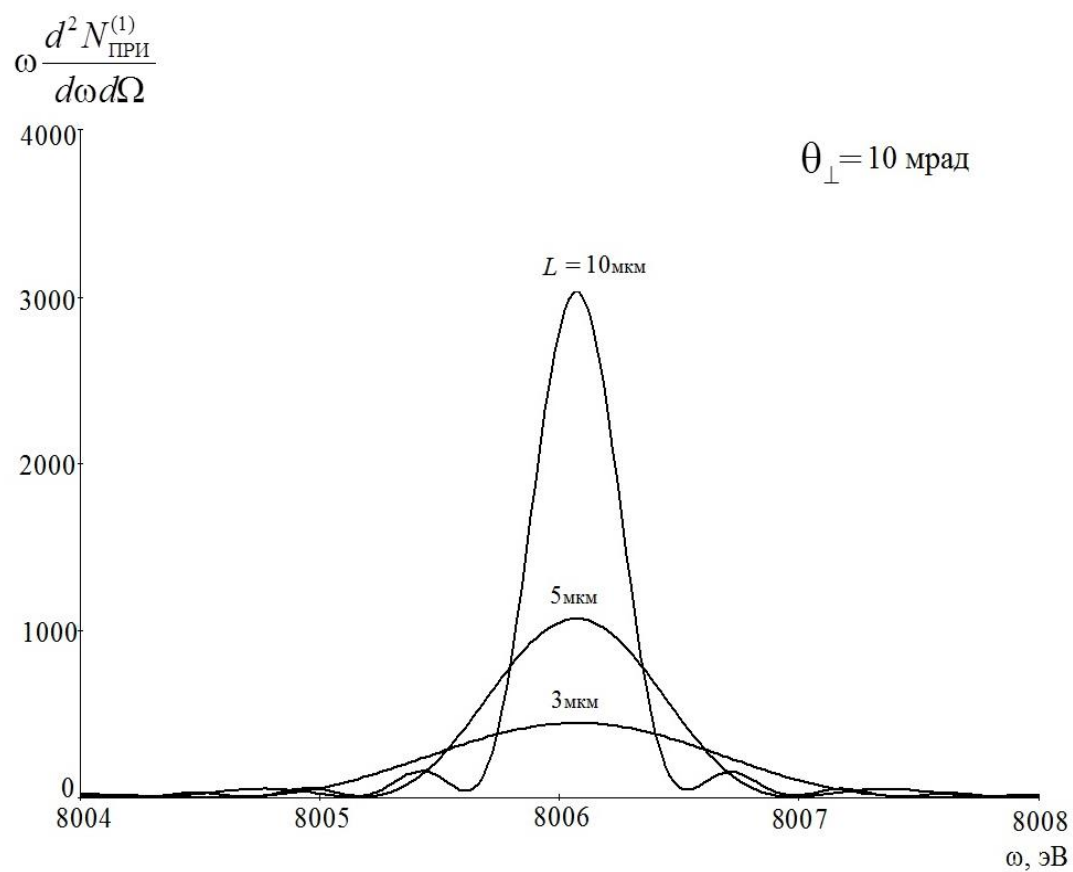


Рисунок 5- Угловая плотность ПРИ в случае, если бы многократное рассеяние отсутствовало

Для примера рассмотрим также спектрально-угловую плотность ДПИ. На рисунке 6 представлены кривые, построенные по формуле (17), описывающие спектрально-угловую плотность ДПИ релятивистского электрона при различных толщинах мишени для фиксированного угла наблюдения. Параметры пучка и мишени аналогичны предыдущим расчетам для ПРИ. Кривые построены для угла наблюдения  $\theta_{\perp} = 2 \text{ мрад}$ , соответствующего максимуму угловой плотности ДПИ при рассматриваемых параметрах.

Для сравнения на рисунке 7 приведены кривые, построенные по формуле (9), описывающие спектр ДПИ для случая отсутствия многократного рассеяния и направления движения релятивистского электрона совпадающего с осью электронного пучка  $e_1$ . Из сравнения рисунок 6 и рисунок 7 следует, что амплитуда спектрально-угловой плотности ДПИ существенно уменьшается из-за многократного рассеяния, однако ширина спектра не меняется.



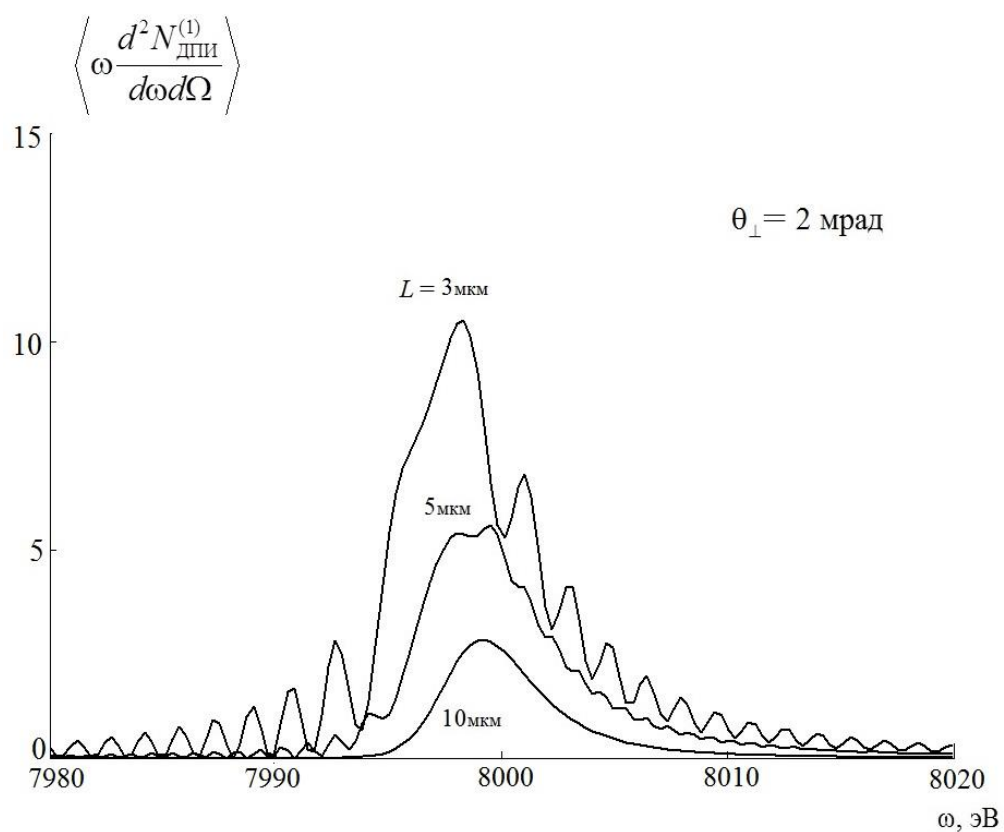


Рисунок 6- Спектрально-угловая плотность ДПИ для различных толщин монокристаллической пластинки и фиксированного угла наблюдения

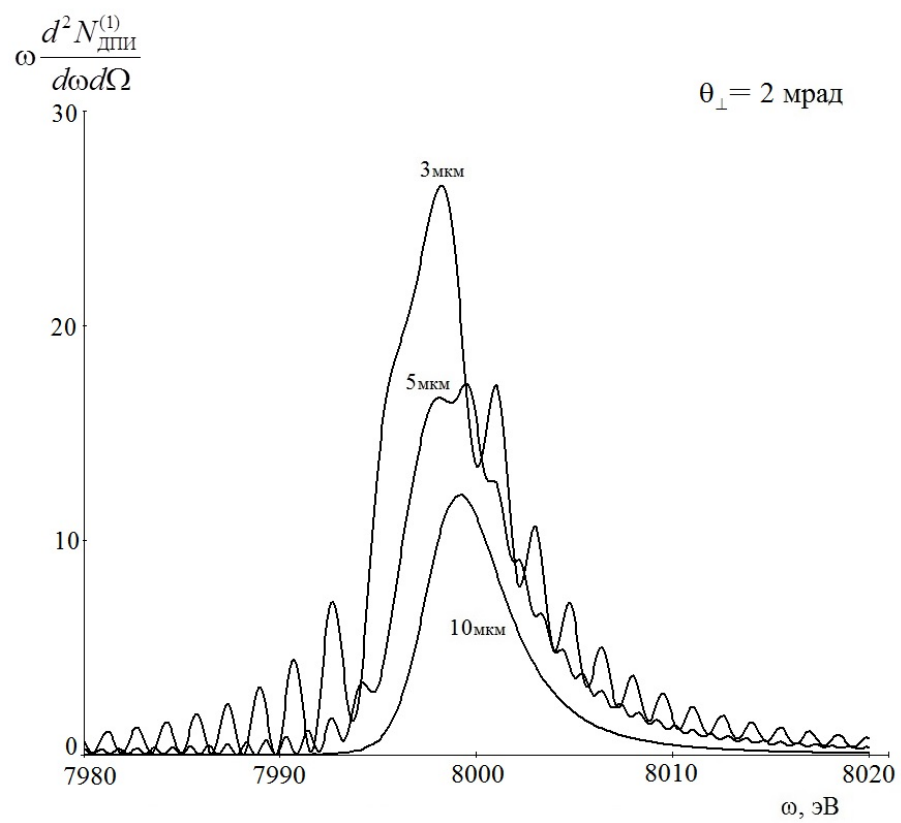


Рисунок 7- Спектрально-угловая плотность ДПИ для случая отсутствия многократного рассеивания

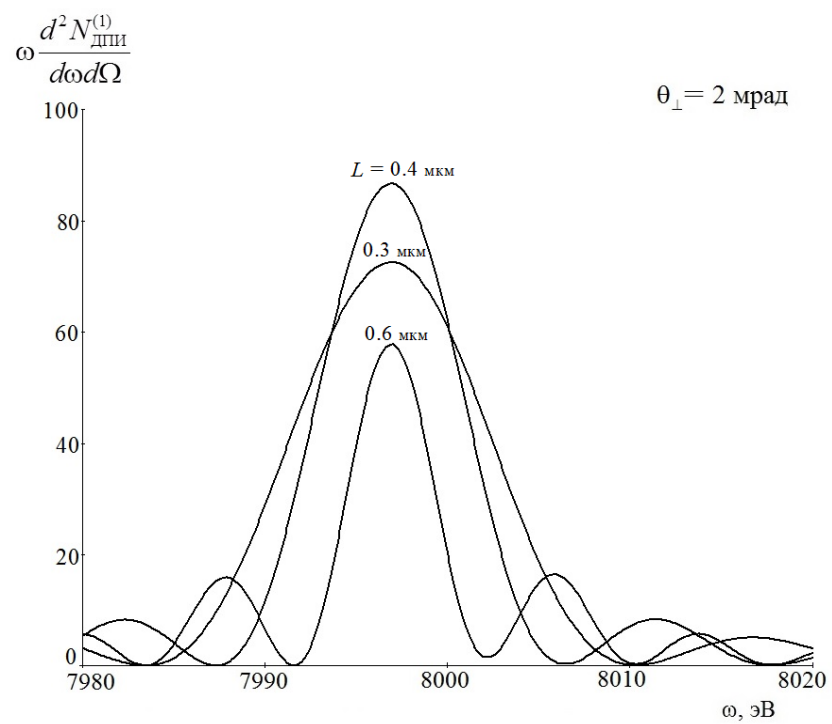


Рисунок 8- Спектрально-угловая плотность ДПИ для случая отсутствия многократного рассеяния. (для другой толщины мишени)

На рисунке 8 представлены кривые описывающие спектрально-угловую плотность ДПИ при тех же параметрах, что и кривые рисунке 7, но при толщинах мишени  $L = 0.3 \text{ мкм}, 0.4 \text{ мкм}, 0.6 \text{ мкм}$ . Видно, что насыщение амплитуды спектра ДПИ без учета многократного рассеяния релятивистских электронов также имеется, но происходит при толщине мишени  $L = 0.4 \text{ мкм}$ , значительно меньшей, чем в случае учета многократного рассеяния (см. рисунок 6).

Таким образом, многократное рассеяния электронов на атомах мишени приводит к падению амплитуды спектрально-угловой плотности ДПИ без изменения его ширины спектра и при этом увеличивается толщина мишени, на которой амплитуда спектрально-угловой плотности ДПИ будет максимальной.

#### **2.4 Комплекс программ для расчета спектрально-угловых и угловых плотностей ПРИ и ДПИ**

На основе пакета компьютерной математики Mathcad разработан комплекс программ для расчета спектрально-угловых и угловых характеристик параметрического рентгеновского излучения (ПРИ) и дифрагированного переходного излучения (ДПИ) многократно рассеивающихся на атомах монокристалла релятивистских электронов.

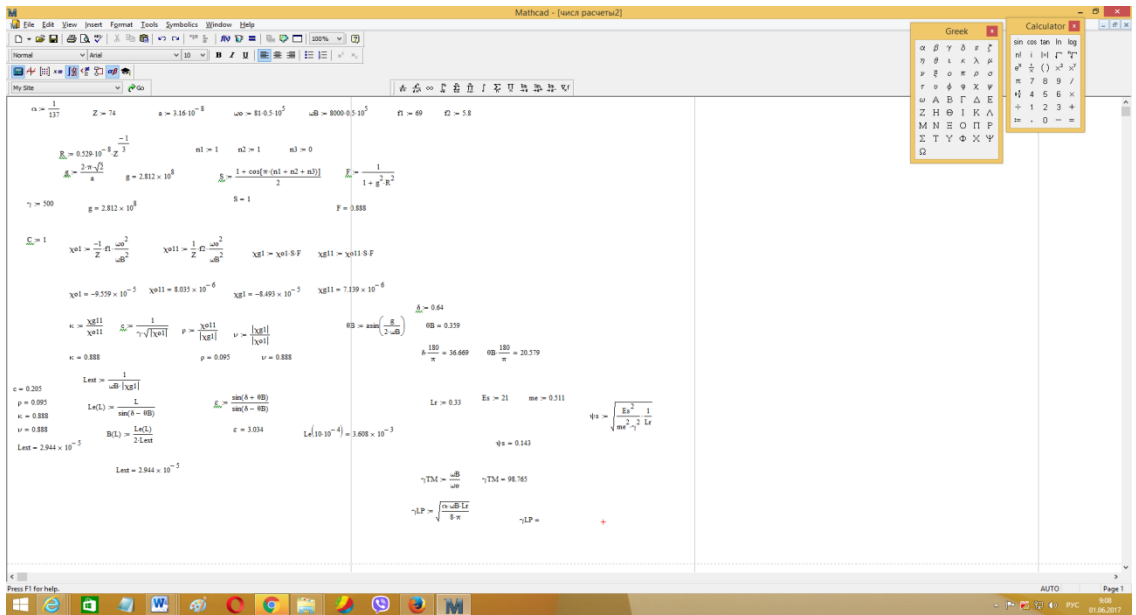


Рисунок 9- Данные для вычислений

$$MR_{\text{PPI}}(\omega, \theta_1, \theta_2, L, \psi_0) := \frac{\alpha}{4 \cdot \pi^3 \cdot \psi_0^2 \cdot L \cdot \epsilon(L)} \int_{-0.02}^{0.02} \int_{-0.02}^{0.02} \frac{(\theta_1 - \psi_1)^2}{[(\theta_1 - \psi_1)^2 + (\theta_2 + \psi_2)^2 + \gamma^{-2} - \chi_0]^2} \cdot R_{\text{PPI}}(\omega, \theta_1, \theta_2, \psi_1, \psi_2, L) \cdot \frac{(\psi_1^2 + \psi_2^2)}{\psi_0^2} \cdot \frac{e^{-t}}{t} dt d\psi_1 d\psi_2$$

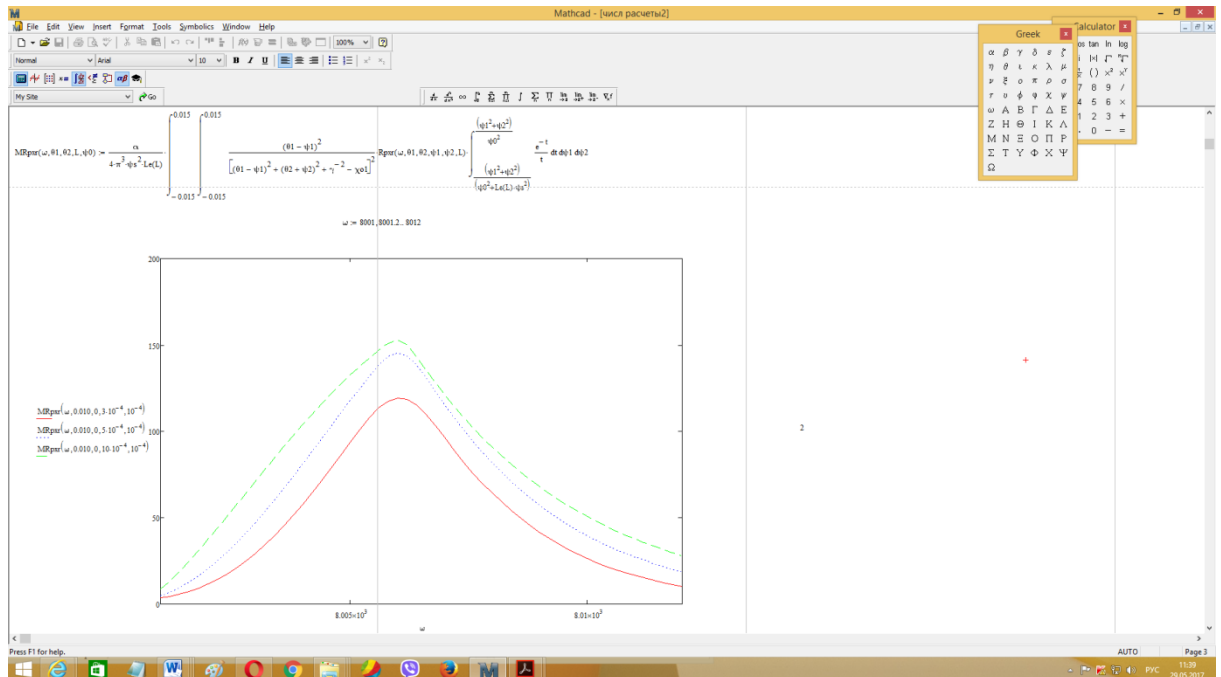


Рисунок 10- Спектрально-угловая плотность ПРИ для различных толщин монокристаллической пластинки и фиксированного угла наблюдения

$$R_{2\text{PPI}}(\omega, \theta_1, \theta_2, \psi_1, \psi_2, L) := \frac{\alpha}{4 \cdot \pi^2} \left[ \frac{(\theta_1 - \psi_1)^2}{[(\theta_1 - \psi_1)^2 + (\theta_2 + \psi_2)^2 + \gamma^{-2} - \chi_0]^2} \cdot R_{\text{PPI}}(\omega, \theta_1, \theta_2, \psi_1, \psi_2, L) \right]$$

На рисунке. 10 приведены построенные по формуле (16) кривые, описывающие спектры ПРИ релятивистского электрона при различных толщинах мишени для фиксированного угла наблюдения. Кривые построены для различных величин толщины мишени, и, как следствие из этого, различных путей электрона в мишени. На рисунке 2 толщинам мишени  $L = 3 \text{ мкм}, 5 \text{ мкм}, 10 \text{ мкм}$  , соответствуют пути электрона в мишени  $L_e = 10.8 \text{ мкм}, 18 \text{ мкм}, 36 \text{ мкм}$  . Для сравнения на рисунке 3 приведены кривые, построенные по формуле (8) и описывающие спектр ПРИ для случая, если бы многократное рассеяние отсутствовало, а направление движения релятивистского электрона совпадало бы с осью электронного пучка  $\mathbf{e}_1$  .

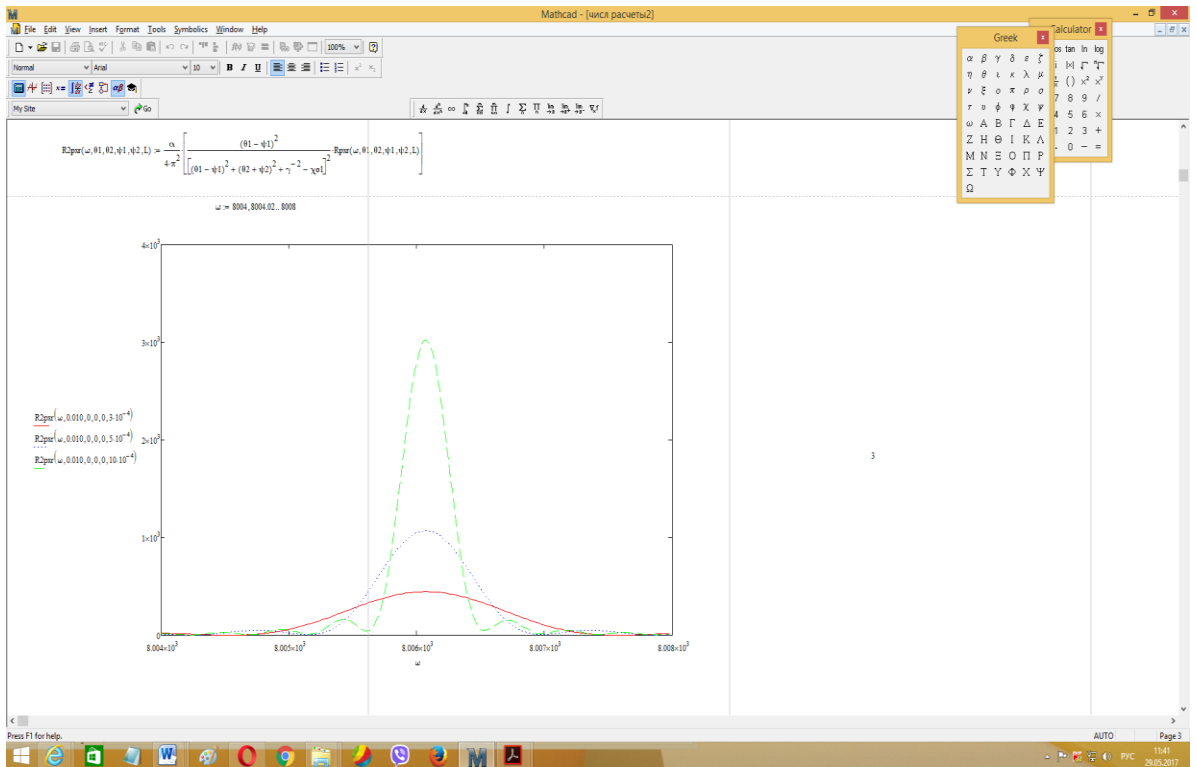


Рисунок 11- Спектрально-угловая плотность ПРИ для случая отсутствия многократного рассеяния

$$\text{MRUpw}(\theta 1, \theta 2, L, \psi 0) := \frac{\alpha \cdot v^2 \cdot \varepsilon^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot \sin(\theta B)^2 \cdot (\chi o 1 1) \cdot \psi s^2 \cdot \text{Le}(L)} \int_{-0.02}^{0.02} \int_{-0.02}^{0.02} \frac{(01 - \psi 1)^2 \cdot \left[ 1 - e^{-2 \cdot B(L) \cdot \rho} \cdot \frac{\left[ \frac{[(01 - \psi 1)^2 + (02 + \psi 2)^2 + \gamma^{-2}]^2}{|\chi o 1|} + 1 \right]^2 + v^2 \cdot 2 \cdot \kappa \cdot v \cdot \left[ \frac{[(01 - \psi 1)^2 + (02 + \psi 2)^2 + \gamma^{-2}]^2}{|\chi o 1|} + 1 \right]}{v^2 + \left[ \frac{[(01 - \psi 1)^2 + (02 + \psi 2)^2 + \gamma^{-2}]^2}{|\chi o 1|} + 1 \right] \cdot \varepsilon}}{\left[ \frac{[(01 - \psi 1)^2 + (02 + \psi 2)^2 + \gamma^{-2}]^2}{|\chi o 1|} + 1 \right]^2 + v^2 \cdot 2 \cdot \kappa \cdot v \cdot \left[ \frac{[(01 - \psi 1)^2 + (02 + \psi 2)^2 + \gamma^{-2}]^2}{|\chi o 1|} + 1 \right]} \cdot \left. \begin{matrix} \frac{(\psi 1^2 + \psi 2^2)}{\psi 0^2} \\ \frac{(\psi 1^2 + \psi 2^2)}{(\psi 0^2 + \text{Le}(L) \cdot \psi s^2)} \end{matrix} \right) \frac{e^{-t}}{t} dt d\psi 1 d\psi 2$$



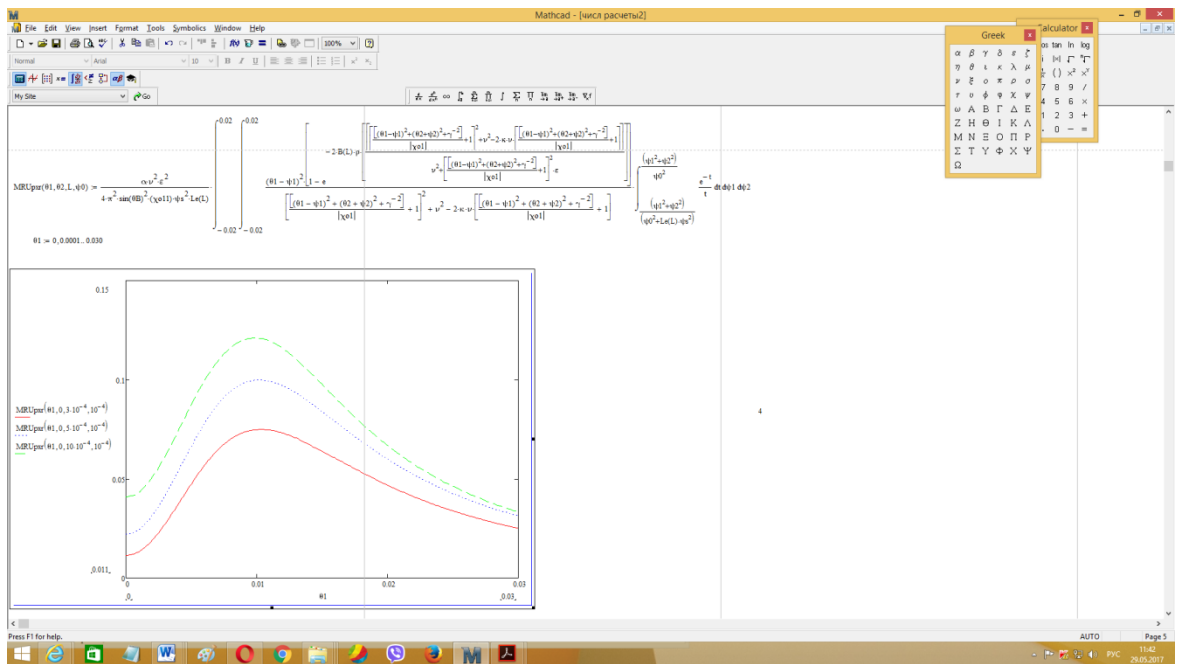


Рисунок 12- Угловая плотность ПРИ для различных толщин монокристаллической пластинки

Из сравнения следует, что рост ширины спектра ПРИ и падения его амплитуды из-за многократного рассеяния. Сравнивая угловые плотности ПРИ рассчитанные по формулам (18) и (12) с учетом и без учета многократного рассеяния, представленные на рисунке 4 и рисунке 5, можно сделать вывод о том, что угловая плотность ПРИ так же существенно зависит от многократного рассеивания.

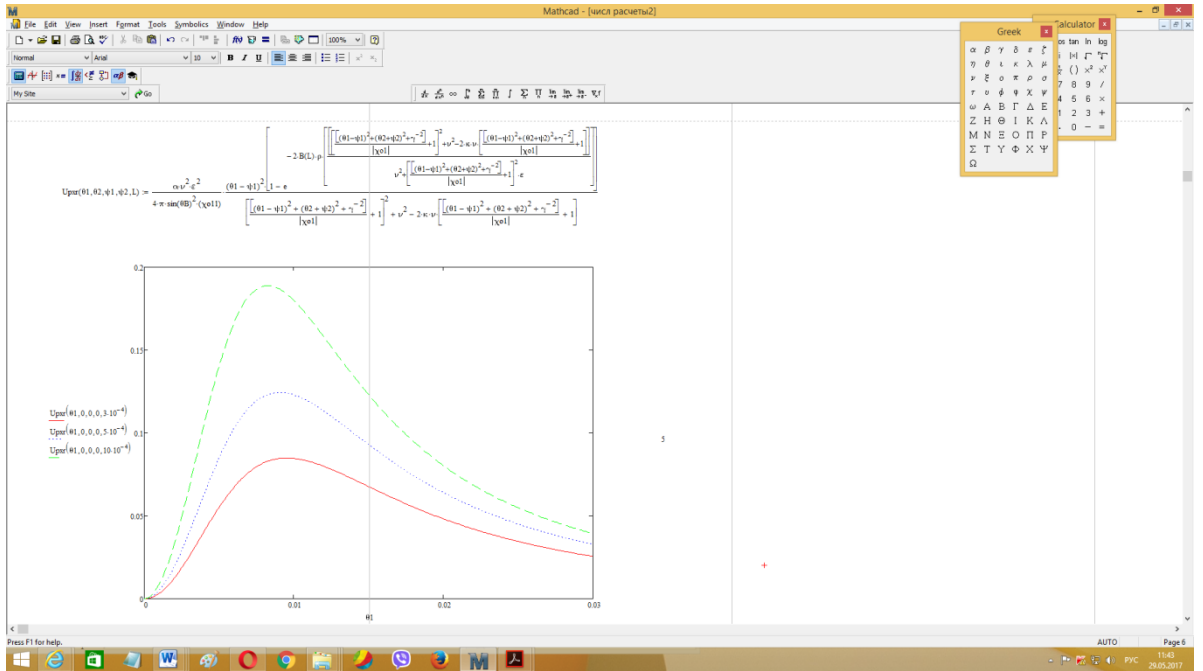


Рисунок 13- Угловая плотность ПРИ в случае, если бы многократное рассеяние отсутствовало

$$MRdtr(\omega, \theta_1, \theta_2, L, \psi_0) := \frac{\alpha}{4 \cdot \pi^3 \cdot \psi s^2 \cdot Le(L)} \int_{-0.02}^{0.02} \int_{-0.02}^{0.02} (\theta_1 - \psi_1)^2 \left[ \frac{1}{[(\theta_1 - \psi_1)^2 + (\theta_2 + \psi_2)^2 + \gamma^{-2}]} - \frac{1}{[(\theta_1 - \psi_1)^2 + (\theta_2 + \psi_2)^2 + \gamma^{-2} - \chi_0 1]} \right]^2 \cdot Rdtr(\omega, \theta_2, L) \cdot \frac{\left( \frac{\psi_1^2 + \psi_2^2}{\psi_0^2} \right) \cdot \frac{e^{-t}}{t}}{(\psi_0^2 + Le(L) \cdot \psi s^2)} dt d\psi_1 d\psi_2$$

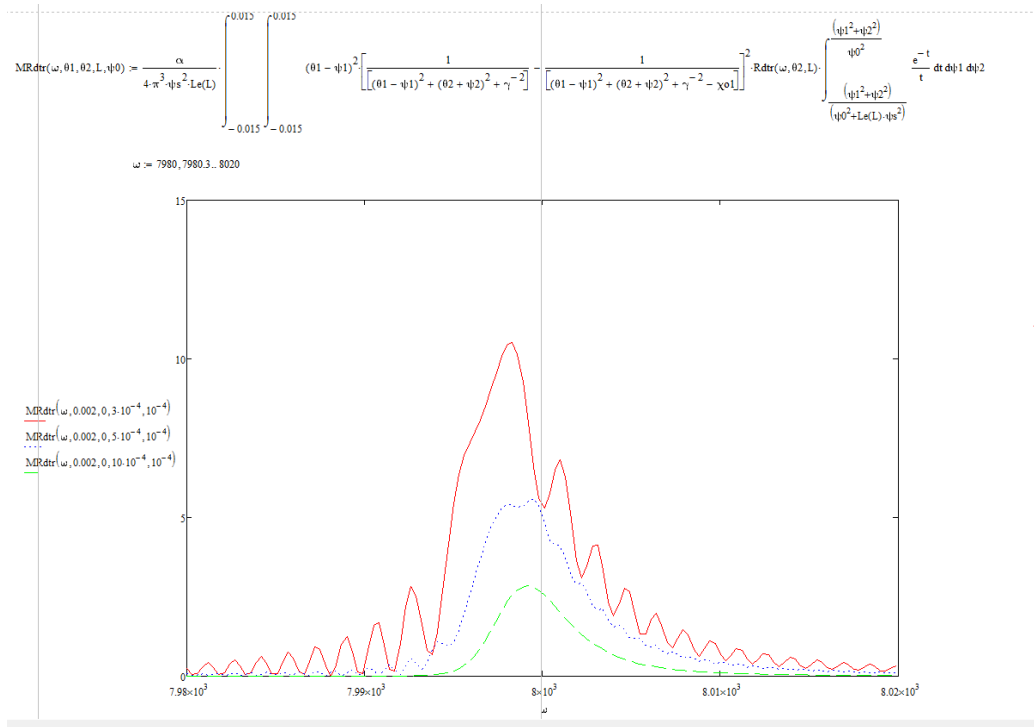


Рисунок 14- Спектрально-угловая плотность ДПИ для различных толщин монокристаллической пластинки и фиксированного угла наблюдения

$$R2dtr(\omega, \theta_1, \theta_2, \psi_1, \psi_2, L) = \frac{\alpha}{4\pi^2} \left[ (\theta_1 - \psi_1)^2 \left[ \frac{1}{[(\theta_1 - \psi_1)^2 + (\theta_2 + \psi_2)^2 + \gamma^{-2}]} - \frac{1}{[(\theta_1 - \psi_1)^2 + (\theta_2 + \psi_2)^2 + \gamma^{-2} - \chi_0]} \right]^2 \cdot Rdtr(\omega, \theta_2, L) \right]$$

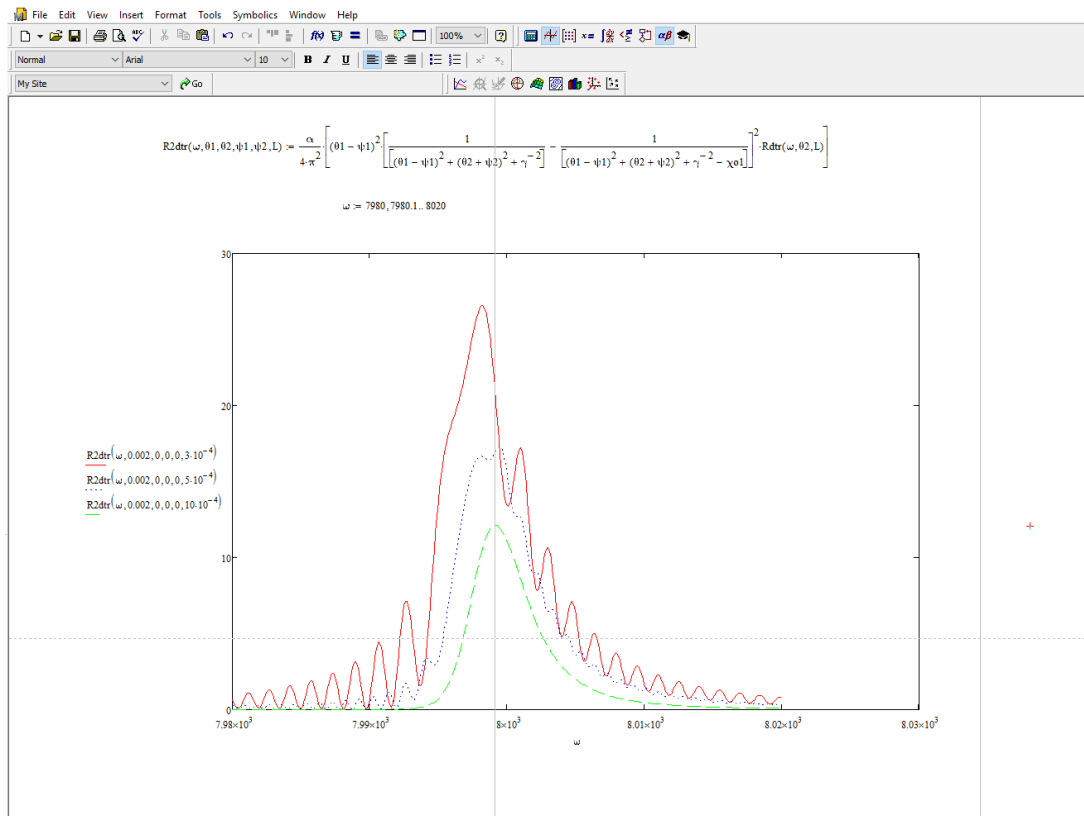
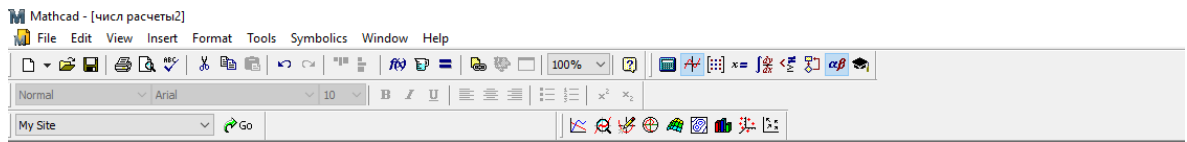


Рисунок 15- Спектрально-угловая плотность ДПИ для различных толщин монокристаллической пластинки и фиксированного угла наблюдения

Сравнивая угловые плотности ПРИ рассчитанные по формулам (18) и (12) с учетом и без учета многократного рассеяния, представленные на рисунке 13 и рисунке 14, можно сделать вывод о том, что угловая плотность ПРИ так же существенно зависит от многократного рассеивания.



$$R2dtr(\omega, \theta 1, \theta 2, \psi 1, \psi 2, L) := \frac{\alpha}{4 \cdot \pi^2} \left[ (\theta 1 - \psi 1)^2 \left[ \frac{1}{[(\theta 1 - \psi 1)^2 + (\theta 2 + \psi 2)^2 + \gamma^{-2}]} - \frac{1}{[(\theta 1 - \psi 1)^2 + (\theta 2 + \psi 2)^2 + \gamma^{-2} - \chi o 1]} \right]^2 \cdot Rdtr(\omega, \theta 2, L) \right]$$

$\omega := 7980, 7980.1.. 8020$

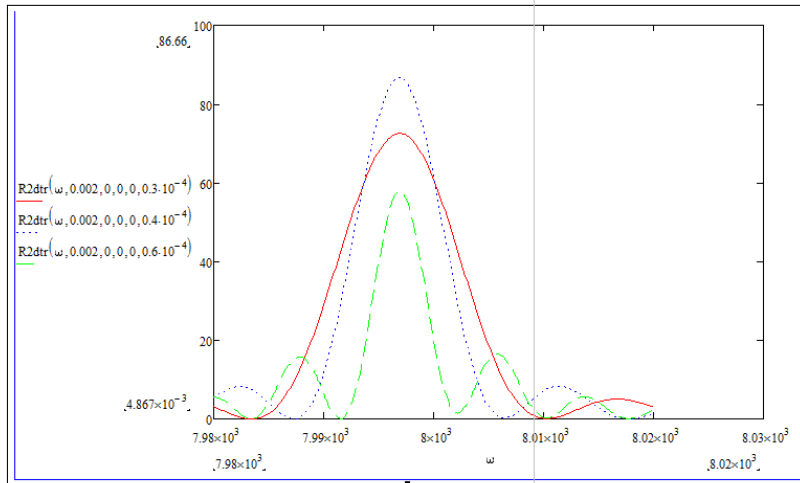


Рисунок 16- Тоже, что на рисунке 15, но для других толщин мишени

$$R2dtr(\omega, \theta 1, \theta 2, \psi 1, \psi 2, L) := \frac{\alpha}{4 \cdot \pi^2} \left[ (\theta 1 - \psi 1)^2 \left[ \frac{1}{[(\theta 1 - \psi 1)^2 + (\theta 2 + \psi 2)^2 + \gamma^{-2}]} - \frac{1}{[(\theta 1 - \psi 1)^2 + (\theta 2 + \psi 2)^2 + \gamma^{-2} - \chi o 1]} \right]^2 \cdot Rdtr(\omega, \theta 2, L) \right]$$

Для сравнения на рисунке 15 приведены кривые, построенные по формуле (9), описывающие спектр ДПИ для случая отсутствия многократного рассеяния и направления движения релятивистского электрона совпадающего с осью электронного пучка  $e_1$ . Из сравнения рисунок 14 и рисунок 15 следует, что амплитуда спектрально-угловой плотности ДПИ существенно уменьшается из-за многократного рассеяния, однако ширина спектра не меняется.

На рисунке 16 представлены кривые описывающие спектрально-угловую плотность ДПИ при тех же параметрах, что и кривые рисунке 15, но при толщинах мишени  $L = 0.3 \text{ мкм}, 0.4 \text{ мкм}, 0.6 \text{ мкм}$ . Видно, что насыщение амплитуды спектра ДПИ без учета многократного рассеяния релятивистских электронов также имеется, но происходит при толщине мишени  $L = 0.4 \text{ мкм}$ , значительно меньшей, чем в случае учета многократного рассеяния (см. рисунок 14).

Таким образом, многократное рассеяния электронов на атомах мишени приводит к падению амплитуды спектрально-угловой плотности ДПИ без изменения его ширины спектра и при этом увеличивается толщина мишени, на которой амплитуда спектрально-угловой плотности ДПИ будет максимальной.



## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В процессе выполнения выпускной квалификационной работы были выполнены все поставленные цели и задачи. А именно:

1. Проведено исследование влияния многократного рассеяния на когерентное рентгеновское излучение пучка релятивистских электронов в монокристалле в геометрии рассеяния Лауэ с учетом многократного рассеяния пучка релятивистских электронов на атомах мишени.

2. Получено выражение, которое описывает спектрально-угловую плотность параметрического рентгеновского излучения (ПРИ) релятивистского электрона пучка на атомах монокристалла.

3. Получено выражение, которое описывает спектрально-угловую плотность дифрагированного переходного излучения (ДПИ) релятивистского электрона пучка на атомах монокристалла.

4. Получено выражение, которое описывает угловые плотности ПРИ и ДПИ с учетом многократного рассеяния электронов пучка на атомах монокристалла.

5. Проведены численные расчеты и анализ влияния многократного рассеяния релятивистских электронов в монокристаллической пластине на спектрально-угловые характеристики, с учетом многократного рассеяния пучка релятивистских электронов на атомах мишени.

6. В работе оценены обстоятельства существенности вклада ДТИ в выход излучения, показаны обстоятельства применимости обычного способа для описания совершенного выхода излучения, генерируемого пучком релятивистских электронов в кристалле.

7. В пакете компьютерной математики Mathcad разработан комплекс программ для вычисления спектрально-угловых и угловых плотностей ПРИ и ДПИ. Проведены численные расчеты.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Тер-Микаэлян М.Л. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Ереван: АН АрмССР, 1969. 459 с.
2. Гарибян Г.М., Ян Ши // ЖЭТФ. 1971. Т. 61. С. 930.
3. Барышевский В.Г., Феранчук И.Д. // ЖЭТФ. 1971. Т. 61. С. 944.
4. Гинзбург В.Л., Франк И.М. // ЖЭТФ. 1946. Т. 16. С.15.
5. Гинзбург В.Л., Цытович В.Н. Переходное излучение и переходное рассеяние. М: Наука, 1984.
6. Caticha A. // Phys. Rev. A. 1989. V.40. P. 4322.
7. Nasonov N. // Phys. Lett. A. 1999. V. 260. P. 391.
8. Backe H., Kube G. and Lanth W. Electron-Photon Interaction in Dense Media, Ed. H. Wiedemann, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2001, P. 153.
9. Шульга Н. Ф., Табризи М. // Письма в ЖЭТФ. Т. 76. вып.5, С. 337.
10. Chefonov O.V., Kalinin B.N., Naumenko G.A., Podalko D.V. et al.//Nucl. Instr.Meth.B. 2001. V.173. P.18
11. Bogomazova E.A., Kalinin B.N., Naumenko G.A., Podalko D.V. et al.//Nucl. Instr.Meth B. 2003. V.201. P.276.
12. Насонов Н.Н., Насонова В.А., Носков А.В. // Поверхность. Рентген., синхротр. и нейтрон. исслед. 2004. №4. С.18.
13. Nasonov N.// Physics Letters A. 2001. V. 292. P. 146.
14. Nasonov N., Noskov A.// Nucl. Instr. Meth. In Phys. Res. B. 2003. V. 201.

- P. 67.
15. Nasonov N.N., Zhukova P. N, Piestrup M.A., Park H. // Nucl. Instr. Meth. In Phys. Res. B. 2006. V. 251. P. 96.
  16. Blazhevich S., Noskov A. // Nucl. Instr. Meth. In Phys. Res. B. 2006. V. 252. P. 69.
  17. Blazhevich S.V, Noskov A.V. // Nucl. Instr. Meth. In Phys. Res. B. 2008. V. 266. P. 3770.
  18. Блажевич С. В., Носков А.В. // ЖЭТФ. 2009. Т. 136. С. 1043.
  19. Блажевич С. В., Носков А.В. // Поверхность. Рентген., синхротр. и нейтрон. исслед. 2010. №4. С. 40.
  20. Базылев В.А., Жеваго Н.К., Излучение быстрых частиц в веществе и внешних полях. М: Наука, 1987. 272 с.
  21. Насонов Н.Н., Носков А.В., Сергиенко В.И., Сыщенко В.Г. // Известия ВУЗов. Физика. 2001. Т. 44 (6). С. 75.
  22. Blazhevich S.V., Noskov A.V. // Nucl. Instr. Meth. In Phys. Res. B. 2008. V. 266. P. 3777.
  23. Ландау Л.Д., Померанчук И.Я. // Докл. АН СССР. 1953. Т. 92. С. 735.
  24. Тер-Микаелян М.Л. // Докл. АН СССР. 1954. Т. 94. С. 1033.
  25. N.N. Nasonov, V.V. Kaplin, S.R. Uglov, M.A. Piestrup, C.K. Gary // Phys. Rev E – 2003. – Vol.68 – p. 3604.
  26. G.M. Garibian, C. Yang // J. Exp. Theor. Phys. –1971.–Vol.61 – p. 930.
  27. V.G. Baryshevsky, I.D. Feranchuk // J. Exp. Theor. Phys.–1971. – Vol.61 –

- p.944.
- 28.V.G. Baryshevsky, I.D. Feranchuk // J. Physique (Paris) – 1983. – Vol.44 – p. 913.
- 29.Caticha // Phys.Rev. A. – 1989. – Vol.40, – p. 4322.
- 30.V. Baryshevsky // Nucl. Instr. and Meth. A – 1997. – V.122 – p. 13.
- 31.X. Artru, P. Rullhusen // Nucl. Instr. and Meth. B – 1998. – V.145 – p. 1.
- 32.N. Nasonov // Phys. Lett A – 1998. –V.246– p. 148.
- 33.V. V. Kaplin, S. R. Uglov, V. N. Zabaev, M. A. Piestrup, C. K. Gary, N.N. Nasonov, and M. K. Fuller // Appl. Phys. Lett – 2000. – Vol.76 – p. 3647.
- 34.С.В. Блажевич, И.В. Колосова, А.В. Носков, // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики (ЖЭТФ). – Т.141, Вып.4. – 2012. – С.627.
- 35.S. V. Blazhevicha, I. V. Kolosova, A.V. Noskov, // Journal of Experimental and Theoretical Physics. – V. 114, No. 4. – 2012. – pp. 547–554.
- 36.С.В. Блажевич, И.В. Колосова, А.В. Носков, // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. – 2012. – №4. – с.65– 77.
- 37.S.V. Blazhevich, I.V. Kolosova, A.V. Noskov // Journal of Surface Investigation. X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques. – 2012. – Vol. 6 – pp. 345–355.
- 38.S. Blazhevich, I. Kolosova, A. Noskov // Journal of Physics: Conference Series– 2012. – Vol.357 – p.012011 doi:10.1088/1742–

- 6596/357/1/012011.
- 39.S. Blazhevich, I. Kolosova, A. Noskov // Journal of Physics: Conference Series. – 2012– Vol.357 – p.012016 doi:10.1088/1742–6596/357/1/012016.
- 40.С.В. Блажевич, М.Н. Бекназаров, И.В. Колосова, А.В. Носков // Научные ведомости БелГУ. Серия: Математика. Физика. – 2012. – №17 (136). – Вып. 28. – С.137– 153.
- 41.Kubankin A.S., Nasonov N.N., Sergienko V.I., Vnukov I.E. // Nucl. Instr. Meth. B. – 2003– V. 201 – p. 97.
- 42.Nasonov N.N., Kaplin V.V., Uglov S.R., et al. // Nucl. Instr. Meth. B. – 2005. – Vol. 227. – p. 41.
- 43.Nasonov N. // Physics Letters A. – 2001. – V. 292. – pp. 146 – 149.
- 44.А. Н. Алейник, А. Н. Балдин, Е. А. Богомазова, И. Е. Внуков и др., // Письма в ЖЭТФ. – 2004. – Т.80 – p. 447.
- 45.С.В. Блажевич, А.В. Носков // ЖЭТФ. – 2009– Т.136. – Вып.6. – С.1043–1056.
- 46.S.V. Blazhevich, A.V. Noskov. The Borrmann effect in parametric X-radiation under asymmetric reflection conditions // Nucl. Instr. and Meth. B –2008. –V. 266. – pp. 3777– 3780.
- 47.S.V. Blazhevich, A.V. Noskov // Nucl. Instr. and Meth. B –2008. – V.266. – pp. 3770-3776.
- 48.С.В. Блажевич, А.В. Носков // Поверхность. Рентгеновские,

синхротронные и нейтронные исследования. – 2008. – №3. – С.62– 70.

49.С.В. Блажевич, А.В. Носков // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования –2007. – №4. – С.62.