

# ЧАСТЬ I

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

---

*Н.В. Есин, В.М. Московкин, В.А. Дмитриев*

### К ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ АБРАЗИОННЫМ ПРОЦЕССОМ

Одной из важных народнохозяйственных проблем является укрепление интенсивно разрушающихся берегов морей и водохранилищ или снижение каким-либо способом скоростей их отступления. Традиционный способ решения этой проблемы состоит в строительстве дорогостоящих гидротехнических сооружений: волноотбойных стенок, бун, волноломов и др. Однако длительный опыт эксплуатации этих сооружений показал, что во многих случаях стратегия укрепления берегов бетоном порочна [Зенкович, 1962; Сокольников и др., 1982]. Появление в прибойной зоне инородных тел нарушает естественный ход береговых процессов, приводит к изменению гидродинамики прибойной зоны, режима поступления и перемещения обломочного материала, способствует более интенсивному размыву дна и в конечном итоге вызывает в некоторых случаях катастрофические разрушения берегов. Это зафиксировано на берегах Черного и Азовского морей в районах Сочи, Пицунды, Очамчире, Приморско-Ахтарска и других [Зенкович, 1962; Мамыкина, Артюхин, 1982; Пешков, 1983]. Побочный отрицательный эффект такой стратегии состоит в том, что в результате укрепления одних участков берега интенсифицируется разрушение соседних [Пешков, 1983].

Учитывая эти обстоятельства, а также экономический фактор (высокая стоимость сооружений), в настоящее время все большее число исследователей приходит к выводу о том, что более рациональным является не столько укрепление берегов, сколько управление их эволюцией путем воздействий, создающих характер естественных природных процессов [Сокольников и др., 1982; Пешков, 1983; Рудой Н.Н., Рудой Л.Н., 1983]. Сюда относятся: отсыпка или изъятие обломочного материала определенных размеров и прочности, изменение береговой линии моря и др.

Н.В. Есин [1980] показал, что обломочный материал, находящийся в береговой зоне, в абразионном процессе играет роль обратной отрицательной связи, возвращающей абразию из любого начального состояния в стадию динамического равновесия. В этой стадии при постоянном волновом режиме и неизменной прочности пород скорость абразии определяется высотой клифа, коэффициентом истираемости обломочного материала и долей наносов волнового поля в породах клифа и бенча.

Абразионный процесс, находящийся в стадии динамического равновесия, может быть выведен из нее в результате изъятия или подсыпки обломочного материала. Реакция на эти воздействия будет такой. Возвращение аб-

разии в стадию динамического равновесия в первом случае происходит путем увеличения скорости отступления берега, во-втором — путем снижения этой скорости. Исходя из этого, можно заключить, что отмеченное в ряде работ увеличение интенсивности разрушения берегов Черного моря в последние десятилетия представляет собой реакцию абразионного процесса на изъятие большого объема наносов с берегового склона [Зенкович, 1962; Рудой Н.Н., Рудой Л.Н., 1983].

При заданном волновом режиме и прочих неизменных условиях скорость абразии определяется объемом обломочного материала на пляже. Этот вывод был получен нами по данным натурных наблюдений за абразией флишевого берега и в дальнейшем подтвержден результатами экспериментов и натурными наблюдениями на других берегах (Шуйский, 1975; Есин и др., 1980; Sunamura, 1977, 1982]. Отсюда следует, что изменяя объем наносов на единице длины берега, можно регулировать скорость абразии, т.е. изъятие и подсыпка обломочного материала эффективно воздействуют на абразию. Задача состоит в том, чтобы из всех технически возможных режимов подсыпки выбрать оптимальный (наиболее быстро приводящий к цели, или требующий минимального объема подсыпаемого обломочного материала, или защищающего большую площадь и т.д.). Решить ее позволяет созданная в 50–60-х годах математическая теория оптимального управления [Понтрягин и др., 1961]. В широком использовании этой теории для выработки стратегии рационального управления природными процессами мы видим будущий прогресс ряда наук, в том числе и науки о берегах. В работе показана возможность приложения теории для решения задач оптимального управления абразионным процессом.

В работе Н.В. Есина [1980] получено уравнение баланса обломочного материала в прибойной зоне при отсутствии его вдольберегового перемещения (т.е. в случае плоской задачи)

$$\frac{dW}{dt} = aHf(W) - \kappa W, \quad (1)$$

где  $W$  — объем материала на пляже на единице его длины,  $\text{м}^3/\text{м}$ ;  $f(w)$  — скорость отступления клифа как функция объема материала,  $\text{м}/\text{год}$ ;  $H$  — высота клифа,  $\text{м}$ ;  $a$  — доля пляжеобразующего материала в породах, слагающих берег;  $\kappa$  — коэффициент истираемости обломочного материала,  $\text{год}^{-1}$ ;  $t$  — время,  $\text{год}$ .

Введем в правую часть уравнения (1) некоторый управляющий фактор  $\xi(t)$ , представляющий собой в зависимости от знака интенсивность искусственной отсыпки материала на пляж или его изъятие оттуда.

Продифференцировав уравнение (1) по времени с учетом управляющего фактора  $\xi(t)$ , придем к динамической системе второго порядка

$$\frac{dV}{dt} = aH \frac{df}{dW} V - \kappa V + U(t), \quad (2)$$

где  $\frac{dW}{dt} = V$ .

Тогда  $U \frac{d\xi}{dt}$  ( $\text{м}^3/\text{м} \cdot \text{год}^2$ ) — новый управляющий фактор.

Поставим задачу: перевести систему (2) из некоторого начального состояния, характеризующегося параметрами  $(W_0, V_0)$ , в стадию динамического равновесия  $(W_{ст}, V_{к})$  за наименьшее время при известных технических ограничениях:  $|U| \leq \beta = \text{const}$ . Здесь  $W_{ст}$  — стационарная точка уравнения (1), определяемая из решения уравнения  $aHf(W) - \kappa W = 0$ ,  $V_{к}$  — конечная скорость изменения объема материала на пляже (в природном процессе при  $W = W_{ст}, V_{к} = 0$ ). Необходимость рассмотрения задачи и при ненулевом значении скорости изменения объема материала на пляже будет ясна из дальнейшего.

В качестве функции  $f(W)$  предложен ряд нелинейных зависимостей [Есин, 1980; Есин и др., 1980; Сокольников и др., 1982]. В первом приближении рассмотрим случай линейной функции

$$f(W) = \gamma (W_M - W), \quad (3)$$

где  $\gamma$  — некоторый коэффициент,  $(\text{м} \cdot \text{год})^{-1}$ ;  $W_M$  — минимальный объем материала на пляже, при котором абразия прекращается.

Приведем задачу к классической форме оптимального управления с помощью  $W' = (W - W_{ст})/\beta$ ;  $V' = (V - V_{к})/\beta$ .

Тогда динамическая система (2) с учетом зависимости (3) примет вид

$$\frac{dV'}{dt} = -A \left( V' + \frac{V_{к}}{\beta} \right) + U',$$

$$\frac{dW'}{dt} = V' + \frac{V_{к}}{\beta}, \quad |U'| \leq 1, \quad (4)$$

где  $A = aH\gamma + \kappa$ .

В новых переменных задача состоит в переводе системы (4) из точки  $[(W_0 - W_{ст})/\beta, (V_0 - V_{к})/\beta]$  в точку  $[0,0]$  (начало координат фазовой плоскости  $(W', V')$  за наикратчайшее время).

В общей теории оптимального управления для линейных систем показано, что существует единственный синтез оптимальных управлений, который строится на основе решения системы (4) при  $U' = 1$  и  $U' = -1$ , причем он имеет не более двух интервалов постоянства (принцип максимума Понтрягина). Под синтезом оптимальных управлений понимается линия на фазовой плоскости, идущая из начального состояния в начало координат. Движение по ней выполняется за наименьшее время.

Приведем полный синтез оптимальных управлений при  $V_{к} = 0$ ;  $A = 0,2 \text{ год}^{-1}$ ;  $\kappa = 0,1 \text{ год}^{-1}$ ;  $a = 0,3$ ;  $H = 100 \text{ м}$ ;  $\gamma = 1/300 \text{ (м} \cdot \text{год)}^{-1}$ ;  $W_M = 50 \text{ м}^2$ ;  $W_{ст} = 25 \text{ м}^2$ ;  $\beta = 0,1 \text{ м}^2/\text{год}^2$ . Параметры  $\kappa, a, H$  соответствуют условиям Новороссийского геологического района [Есин и др., 1980].

На рис. 1 асимптоты  $V = \pm \frac{\beta}{A}$  и являются фазовыми траекториями, направ-

ление движения по ним показано стрелками. Этот синтез достаточно чувствителен к изменению параметра  $A$  и является симметричным относительно стационарной точки  $(W_{ст}, 0)$ .

При конкретных расчетах  $V_0$  целесообразно брать как функцию от  $W_0$  по уравнению (1) и (3):  $V_0 = A (W_{ст} - W_0)$ . Приведем окончательные

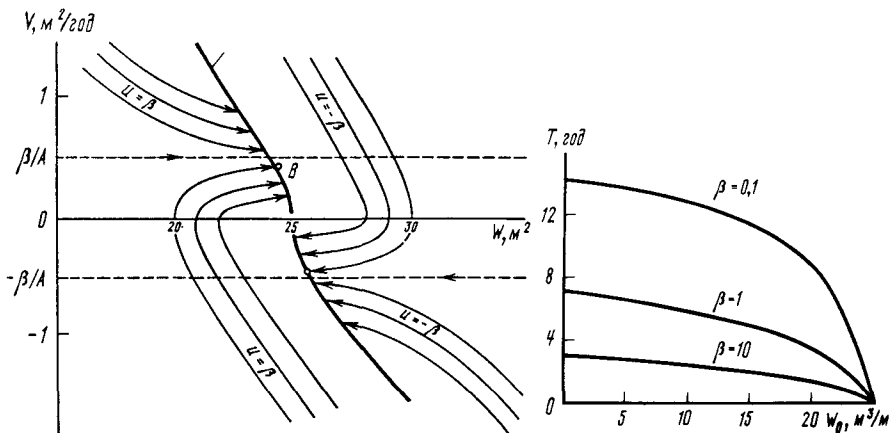


Рис. 1. Полный синтез оптимальных управлений абразивным процессом при  $A = 0,2 \text{ год}^{-1}$ ,  $\beta = 0,1 \text{ м}^3 \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{год}^{-2}$ .  $B$  – точка переключения

Рис. 2. Зависимость оптимального времени  $T$  от  $W_0$  и  $\beta$  при  $V_0 = A(W_{\text{ст}} - W_0)$

расчетные выражения для случая  $W_0 < W_{\text{ст}}$  (дефицит обломочного материала) и  $V > \frac{\beta}{A}$ .

Уравнение траектории точки, движущейся из начального состояния  $(W_0, V_0)$  в точку переключения  $B$  (рис. 1 для  $V_{\text{к}} = 0$ ), являющееся решением динамической системы (4) при  $U = 1$ , имеет вид

$$W = \frac{\beta}{A^2} \ln \left[ \frac{A(W_{\text{ст}} - W_0) - \beta}{AV - \beta} \right] - \frac{V}{A} + W_{\text{ст}}; \quad (5)$$

где  $W_{\text{ст}} = \frac{A - \kappa}{A} W_{\text{м}}$

Уравнение линии переключения является решением системы (4) при  $U^1 = -1$  и имеет вид

$$W = \frac{\beta}{A^2} \ln \frac{AV + \beta}{AV_{\text{к}} + \beta} - \frac{V}{A} + \frac{V_{\text{к}}}{A} + W_{\text{ст}}. \quad (6)$$

Координаты точки переключения  $B(W_B, V_B)$  определяются так

$$V_B = \frac{\beta}{A} \left\{ 1 + \left[ \frac{A^2(W_{\text{ст}} - W_0)}{\beta} - 1 \right] \left( 1 + \frac{AV_{\text{к}}}{\beta} \right) \exp \left( -\frac{AV_{\text{к}}}{\beta} \right) \right\}^{1/2}, \quad (7)$$

а  $W_B$  находится из уравнения (6) при подстановке  $V = V_B$  (при  $V_{\text{к}} = 0$ ,  $V_B = [\beta(W_{\text{ст}} - W_0)]^{1/2}$ ).

Оптимальное время  $t_1$  перехода из начального состояния в точку переключения  $B$  равно

$$t_1 = \frac{1}{A} \ln \frac{A^2(W_{\text{ст}} - W_0) - \beta}{AV_B - \beta}. \quad (8)$$

Оптимальное время перехода из точки переключения в конечную точку равно

$$t_2 = \frac{1}{A} \ln \frac{AV_B + \beta}{AV_K + \beta}. \quad (9)$$

Общее оптимальное время  $T$  равняется сумме  $t_1$  и  $t_2$ . При  $V_K = 0$   $t_1 = t_2$  и общее время определяется по формуле

$$T = \frac{2}{A} \ln \left( 1 + A \sqrt{\frac{W_{CT} - W_0}{\beta}} \right). \quad (10)$$

По формуле (10) проведены расчеты для разных значений  $W_0 < W_{CT} = 25 \text{ м}^2$ ,  $A = 0,2 \text{ год}^{-1}$  и трех значений  $\beta$ : 0,1; 1;  $10 \text{ м}^2/\text{год}^2$  (рис. 2). Наиболее эффективно управление при  $V_K$   $1 < \beta < 10 \text{ м}^3/\text{м} \cdot \text{год}^2$ . В этом случае время  $T$  не превышает 7 лет. Физический смысл первоначального параметра  $\xi(t)$  состоит в том, что для вышерассмотренного случая при  $V_K = 9$  и  $W_0 < W_{CT}$  в реальной береговой системе необходимо производить ускоренную искусственную отсыпку материала в течение времени  $0,5T$ , а затем замедленную отсыпку в течение такого же промежутка времени с интенсивностями  $\xi = \beta t$  при  $0 \leq t \leq 0,5T$  и  $\xi = \beta(T)$  при  $0,5T \leq t \leq T$ .

Для сравнения оценим время возвращения абразии в стадию динамического равновесия естественным путем. Для этого из (1) и (3) определим время  $t$ , при котором  $W(t)$  отличается от  $W_{CT}$  на 1%, т.е.  $W(t)$  весьма близко к  $W_{CT}$ . В результате имеем

$$t = \frac{2}{A} \ln 10 - \frac{1}{A} \ln \frac{W_{CT}}{W_{CT} - W_0}, \quad (11)$$

где  $W_{CT} > W(t) > W_0$ .

Для предыдущего расчета ( $A = 0,2 \text{ год}^{-1}$ ) при  $W_0 = 0$  получим  $t = 4,6/0,2 = 23$  года, т.е. намного больше, чем при условии подсыпки материала.

Возможен другой вариант перевода системы в состояние динамического равновесия. Для этого введем в уравнение (1) аддитивно заданную скорость отсыпки материала ( $\delta$ ,  $\text{м}^2/\text{год}$ ) и, решая его, найдем время  $T_\delta$ , соответствующее  $W = W_{CT}$ .

$$T_\delta = \frac{1}{A} \ln \left[ 1 + \frac{A}{\delta} (W_{CT} - W_0) \right]. \quad (12)$$

После этого ( $t > T_\delta$ ) отсыпка материала прекращается, так как система находится в стационарном состоянии ( $W_{CT}$ , 0). В этом случае в момент времени  $T_\delta$ ,  $W = W_{CT}$  и  $\frac{dW}{dt} = V_K = \delta$ . Это другой режим наращивания пляжа, при котором все время  $V_K \neq 0$ .

Сравним теперь два возможных варианта перевода системы в стадию динамического равновесия. Для этого положим, что время перевода в обоих случаях одно и то же ( $T = T_\delta$ ). Находим из (10) и (12) при  $T = T_\delta$ ,  $V_K = 0$

$$\delta = \beta \sqrt{W_{CT} - W_0} / (2 \sqrt{\beta + A \sqrt{W_{CT} - W_0}}). \quad (13)$$

Например, при  $\beta = 1 \text{ м}^2/\text{год}^2$ ,  $W_0 = 0$ ,  $W_{\text{ст}} = 25 \text{ м}^3/\text{м}$ ,  $A = 0,2 \text{ год}^{-1}$ ,  $T = 6,93 \text{ лет}$  (см. формулу (9) и рис. 2), получим  $\delta = 5/3 \text{ м}^3/\text{м} \cdot \text{год}$ . Итак, по первому оптимальному варианту расчета ( $T \approx 7 \text{ лет}$ ) отсыпку по годам следует проводить в следующем порядке: 1; 2; 3; 3,5; 3; 2; 1 ( $\text{м}^3/\text{м} \cdot \text{год}$ ). Общий объем отсыпки  $15,5 \text{ м}^3/\text{м}$ . По второму варианту объем отсыпки составит  $5,3 \text{ м}^3/\text{м} \cdot \text{год} \cdot 7 \text{ лет} = 11,7 \text{ м}^3/\text{м}$  и является более экономичным. Но нельзя утверждать, что второй вариант более оптимальный, поскольку они не сравнимы по физической постановке (в первом варианте при  $t = T$ ,  $V_{\text{к}} = 0$ , во втором при  $t = T_{\delta}$ ,  $V_{\text{к}} \neq 0$ ). В первом варианте следствием этого условия является замедленная отсыпка обломочного материала на втором этапе управления. Однако в выполнении этого условия никакой необходимости нет, так как после окончания подсыпки  $V_{\text{к}}$  становится равной нулю автоматически. Если этому условию не удовлетворять, тогда оптимальной будет подсыпка материала с постоянным наращиванием интенсивности. В приведенном примере при таком режиме подсыпки материала цель будет достигнута не через 7, а через 4 года. На практике следует проводить расчеты для обоих вариантов подсыпки (равномерной и ускоренной) и выбирать вариант наиболее выгодный для данных условий.

Если ориентироваться на вариант, предполагающий минимальное отступление берега, тогда следует выбрать режим замедленной подсыпки обломочного материала. В первый год его следует насыпать как можно больше, а затем объем подсыпки уменьшать. Этот режим соответствует линиям, расположенным выше прямой  $V = \frac{\beta}{A}$  (см. рис. 1). В этом случае переход

процесса в стадию динамического равновесия осуществляется вначале по одной из указанных кривых, а затем — по линии переключения.

В случае прогрессирующего исчезновения пляжа с интенсивностью  $Q$  ( $\text{м}^3/\text{м} \cdot \text{год}$ ) уравнение (1) примет вид

$$\frac{dW}{dt} = aHf(W) - \kappa W - Q. \quad (14)$$

Если  $Q$  компенсировать подсыпкой материала с той же интенсивностью, тогда задача сводится к предыдущей задаче. Управление здесь будет включать в себя две составляющие: фоновую отсыпку материала для стабилизации пляжа и оптимальную — для перевода в стадию динамического равновесия.

Рассмотрим теперь нелинейную модель абразивного процесса. В работе Н.В. Есина и др. [1983] предложена следующая зависимость скорости отступления клифа  $f = \frac{dX_{\text{кл}}}{dt}$  от  $W$ :

$$f(W) = \frac{dX_{\text{кл}}}{dt} = B \frac{W + \epsilon}{(W + r)^2}. \quad (15)$$

Ее нисходящая ветвь достаточно близка к экспериментальной, построенной по данным натуральных наблюдений (рис. 3).

Учтем еще следующие соображения. В настоящее время истираемость обломочного материала на пляже характеризуется коэффициентом исти-

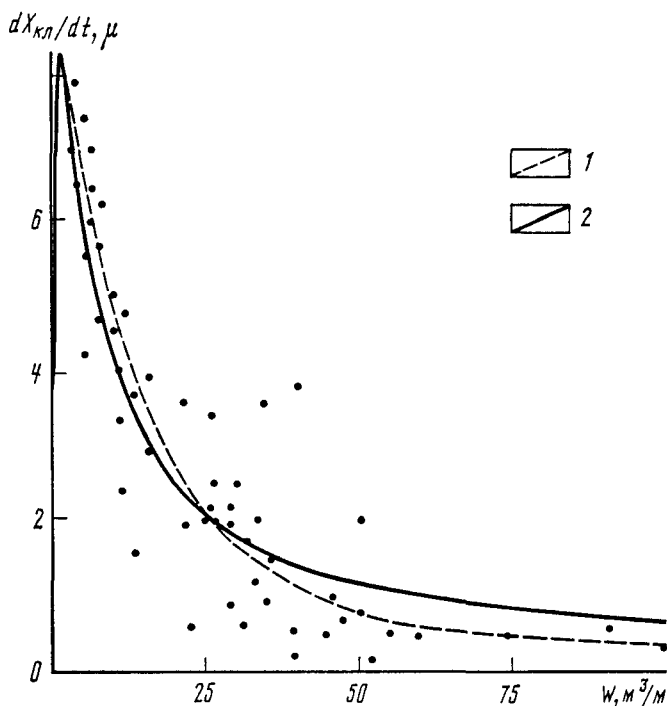


Рис 3 Зависимость скорости отступления клифа  $\frac{dX_{\text{кл}}}{dt}$  от объема обломочного материала на пляже

1 — по данным натуральных наблюдений, 2 — по формуле (15) при  $B = 54,4 \text{ м}^3/\text{год}$ ,  $\epsilon = 10^{-4} \text{ м}^3/\text{м}$ ,  $r = 1,7 \text{ м}^3/\text{м}$ . Точками показаны результаты натуральных наблюдений

раемости и считается, что потеря его объема в единицу времени  $W_{\text{ист}}$  пропорциональна величине  $W$ , т.е.  $W_{\text{ист}} = \kappa W$ . Однако очевидно, что это соотношение справедливо только для случая небольшого объема обломочного материала на пляже, когда его верхние слои не "экранируют" нижние и он весь истирается равномерно. При укреплении же берегов путем создания обширных пляжей истирание в верхних слоях более интенсивное, чем в нижних. Поэтому потери объема обломочного материала в результате истирания при увеличении  $W$  растут не безгранично (как следует из приводимой выше зависимости), а ограничены некоторой константой, характерной для данного участка берега. Для описания этого обстоятельства мы предлагаем следующую зависимость:

$$W_{\text{ист}} = \frac{cW}{W + \nu} \quad (16)$$

При малых значениях  $W$  здесь  $W_{\text{ист}} \approx \frac{c}{\nu} W$ , т.е. мы получаем общепринятое соотношение  $\left(\kappa = \frac{c}{\nu}\right)$ , а при больших ( $W \rightarrow \infty$ )  $W_{\text{ист}} = c = \text{const}$ . Таким

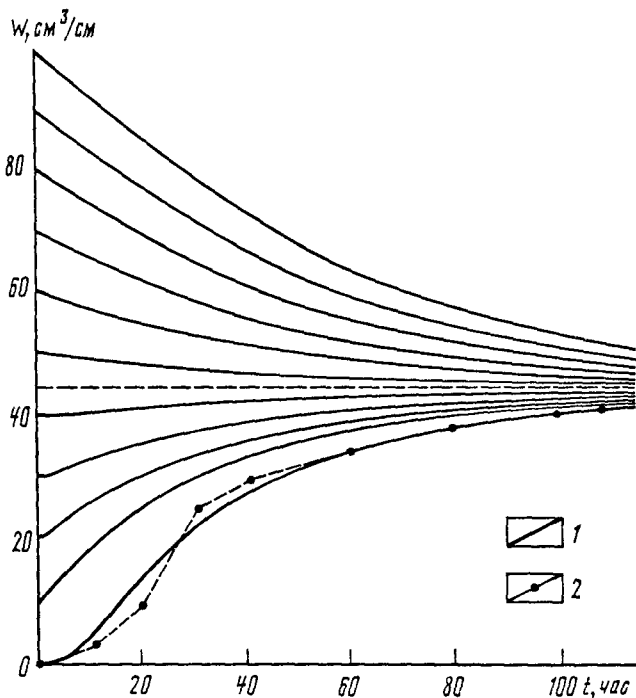


Рис 4 Изменение во времени  $W$  при его различных начальных значениях  
1 – теоретическая кривая, 2 – эксперимент Т Сунамури [Sunamura, 1977]

образом,  $c$  представляет собой максимально возможный объем обломочного материала, истирающегося в единицу времени (при больших значениях  $W$ ) Он определяется механической прочностью материала, количеством штормовых дней в году, параметрами волн, размерами гальки и другими факторами

С учетом вышесказанного, математическая модель абразии запишется в виде

$$\begin{aligned} \frac{dW}{dt} &= aH \frac{dX_{\text{кл}}}{dt} - \frac{cW}{W + \nu} + u(t), \\ \frac{dX_{\text{кл}}}{dt} &= \frac{B(W + \epsilon)}{(W + r)^2}, \end{aligned} \quad (17)$$

где  $u(t)$  – управляющий фактор

Репрезентативность модели (17) можно оценить следующим образом В работе Т Сунамура [Sunamura, 1977] опубликованы данные эксперимента по разрушению модели берега, изготовленной из смеси песка и цемента, в волновом лотке Мы подобрали коэффициенты  $a$ ,  $c$ ,  $r$ ,  $\nu$ ,  $\epsilon$  таким образом, чтобы описать этот процесс Результаты численных расчетов представлены на рис 4 Система (17) решалась при следующих начальных условиях при  $t = 0$   $W = 0, 10, 20 \dots 100 \text{ см}^3/\text{см}$ . При этом принималось  $W_{\text{с.т}} = 45 \text{ см}^3/\text{см}$ ,  $u = 0$  Эксперименту Т Сунамуры на рис 4 соответствует нижняя кривая



Как видно, теоретическая зависимость  $W(t)$  весьма близка к экспериментальной при  $t \leq 60$  ч и точно ей соответствует при  $t > 60$  ч. Это свидетельствует о том, что модель (17) достаточно хорошо описывает абразионный процесс. Другие кривые на рис. 4 показывают, как изменялся бы во времени объем песка на пляже при других начальных условиях эксперимента. Как видно, во всех случаях при  $t \rightarrow \infty W \rightarrow W_{\text{ст}}$ , т.е. процесс стремится к стадии динамического равновесия.

Найти аналитическое решение для оптимального режима управления процессом, который описывает система уравнений (17), не представляется возможным. По этой причине она исследовалась численным методом путем расчета хода абразионного процесса при различных вариантах подсыпки или изъятия обломочного материала. В отличие от первой части статьи здесь основное внимание мы будем уделять оптимизации величины отступления берега, т.е. из всех возможных вариантов управления оптимальным мы будем считать тот, который обеспечивает минимальное отступление берега в рассматриваемый отрезок времени. Задачу поставим в более общем виде. Систему (17) будем переводить не в стадию динамического равновесия  $(W_{\text{ст}}, 0)$ , а в любое другое состояние  $(W_2, V_2)$ . Целесообразность рассмотрения такой задачи объясняется тем, что для многих участков берегов морей возникла необходимость снизить темп абразии до значений, меньше тех, которые наблюдаются в стадии динамического равновесия. Состояние системы  $(W_2, V_2)$  в общем случае динамически неустойчивое. Чтобы его поддерживать, нужно регулярно подсыпать (или убирать) обломочный материал.

Зависимость скорости отступления берега  $\frac{dX_{\text{кл}}}{dt}$  от  $W$ , установленная

Ю.Д. Шуйским и приведенная на рис. 3, характеризует процесс разрушения берегов, сложенных глиной и суглинком, при наличии песчаных пляжей. Оценим теоретически, как будет протекать абразионный процесс на берегах такого типа при различных вариантах подсыпки (или изъятия) песка на пляж. Пусть до начала управления (подсыпки) процесс находился в стадии динамического равновесия. В начальный момент времени на пляж высыпается некоторый объем песка и после этого абразия протекает естественным образом. На рис. 5 приводятся расчеты для такой ситуации при  $W_{\text{ст}} = 20 \text{ м}^3/\text{м}$ ,  $H = 15$  м. Как видно, объемом подсыпки можно регулировать величину отступления берега в большом интервале. Если подсыпку не производить, то за 40 лет берег отступит на 90 м. В случае же разовой подсыпки в  $80 \text{ м}^3/\text{м}$  берег за то же время отступит примерно на 30 м. Расчеты показывают, что при подсыпке первых  $40 \text{ м}^3/\text{м}$  добавление на пляж  $1 \text{ м}^3/\text{м}$  песка уменьшает отступление берега за 40 лет на 1 м. При подсыпке песка сверх  $40 \text{ м}^3/\text{м}$  эффективность защиты берега резко снижается. Приведенные на рис. 5 графики дают возможность оценивать величину отступления берега за любое время (в пределах 40 лет) при различных объемах подсыпки песка.

Рассмотрим теперь вариант равномерной подсыпки песка в течение 40 лет. Для этого в уравнениях (17) положим  $U(t) = \text{const}$ . Результаты соответствующих расчетов для тех же параметров процесса, что и в предыдущих случаях, представлены на рис. 6. И здесь, как видно, подсыпкой

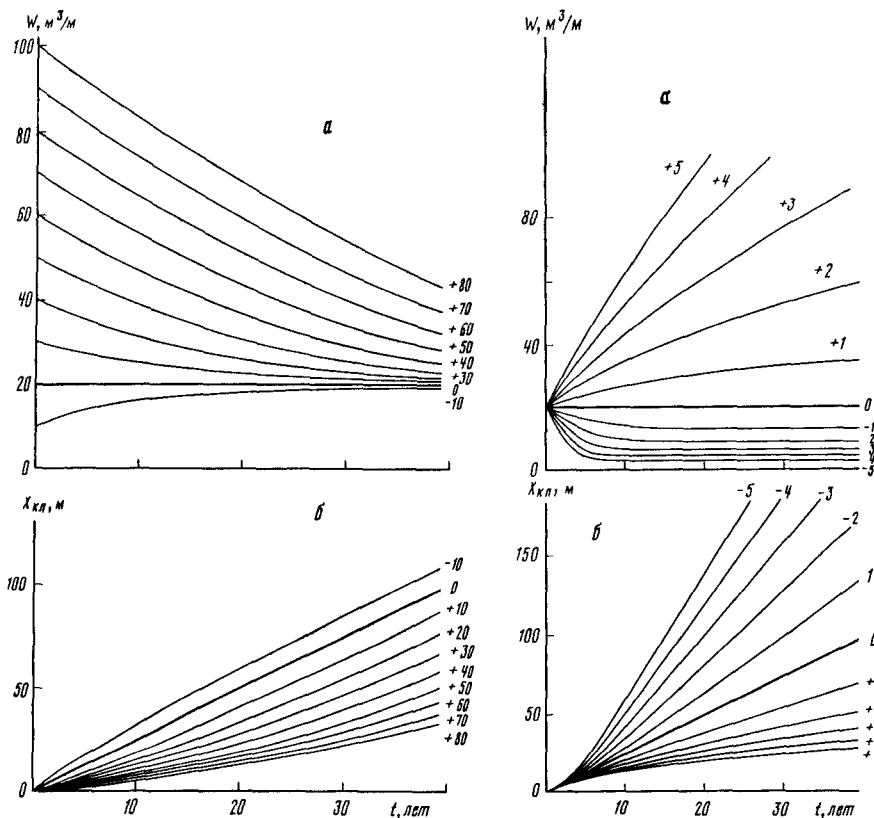


Рис. 5 Изменение во времени  $W$  (а) и величины отступления берега  $X_{кл}$  (б) при разовой подсыпке (или изъятии) песка. Цифрами показан объем ( $m^3/m$ ) разовой подсыпки (+) или изъятия (-) песка. Утолщенной линией обозначен ход процесса в стадии динамического равновесия

Рис. 6. Изменение во времени  $W$  (рис. а) и  $X_{кл}$  (рис. б) при равномерной подсыпке песка на пляж. Цифрами указаны объемы ( $m^3/m$ ) ежегодной подсыпки (+) или изъятия (-) песка. Утолщенной линией обозначен ход процесса в стадии динамического равновесия

или изъятием песка можно управлять скоростью абразии в широких пределах. Если ежегодно выбирать с пляжа по  $5 m^3/m$  песка, то за 30 лет берег отступит более чем на 200 м, без изъятия — на 75 м, а при ежегодной подсыпке в  $5 m^3/m$  — только на 25 м.

Аналогичные расчеты сделаны для равноускоренной подсыпки ( $U = 0,0125 t$ ) и равнозамедленной ( $U = 0,5 - 0,0125 t$ ). На рис. 6 показана зависимость  $X_{кл}(t)$  для четырех режимов подсыпки песка. При этом параметры подсыпки были выбраны таким образом, что за 40 лет во всех случаях было отсыпано  $80 m^3/m$  песка. Как видно, через 40 лет берег отступил меньше всего там, где была произведена разовая отсыпка песка в объеме  $80 m^3/m$ . Несколько менее эффективным оказался режим равнозамедленной подсыпки. Еще менее эффективной — равномерная и, наконец,

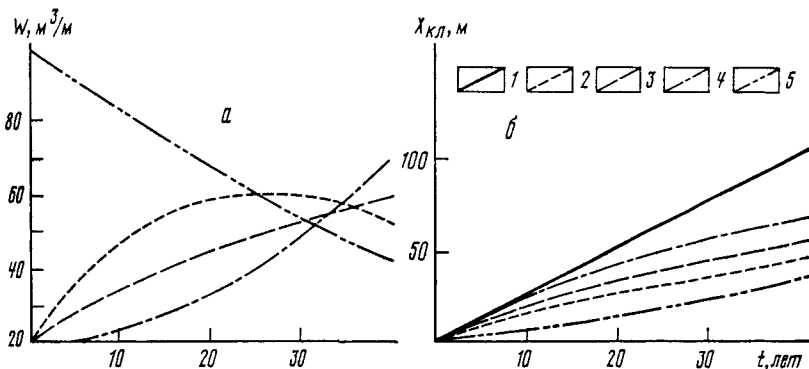


Рис 7 Изменение во времени  $W$  (рис. а) и  $X_{кл}$  (рис. б) в условиях естественного хода абразии (1), при равнозамедленной (2), равномерной (3), равноускоренной (4) и разовой (5) подсыпках песка на пляж

самой неэффективной — равноускоренная подсыпка песка. Однако при этом следует обратить внимание на то, какой объем песка останется на пляже в конце исследуемого отрезка времени. Оказывается (рис. 7, а), что в первом случае его меньше всего, во втором — несколько больше и т.д. Отсюда следует, что если через 40 лет подсыпку песка прекратить, то в случае разовой подсыпки скорость абразии будет больше, чем при других режимах. Наименьшей скоростью абразии будет в случае равноускоренной подсыпки.

Для того чтобы установить, как будет протекать абразионный процесс после управления им, были сделаны расчеты на 120 лет в предположении, что в течении первых 40 лет производится подсыпка (режимы и параметры те же, что и раньше), а затем абразионный процесс стремится к стадии динамического равновесия естественным путем. Оказалось (рис. 8), что в стадии динамического равновесия, которое во всех случаях достигается спустя примерно 50 лет после окончания управления, величина отступления берега не зависит от режима подсыпки. В приведенных расчетах отсыпка в объеме  $80 \text{ м}^3/\text{м}$  позволяет сохранить 35 м берега, т.е.  $2 \text{ м}^3/\text{м}$  песка, высыпанного на пляж, позволяют сохранить примерно  $1 \text{ м}^2$  берега.

Рассмотрим теперь модель абразии, протекающей на северо-восточных берегах Черного моря. Береговой склон здесь сложен достаточно прочными породами. Волны сами по себе породу не разрушают. Основным фактором абразии здесь является обломочный материал, который разрушает и истирает клиф и бенч [Жилиев, Есин, 1975; Есин, 1980; Есин и др., 1980]. Скорости отступления берегов невелики — до 1 см/год. Зависимость скорости абразии от  $W$  имеет максимум, когда на пляже находится некоторый оптимальный объем гальки. По нашим наблюдениям, он колеблется (в зависимости от уклона бенча) от 0,5 до  $2 \text{ м}^3/\text{м}$ . На тех участках берега, где обломочный материал отсутствует, скорость абразии мы оцениваем, по данным натурных наблюдений [Есин и др., 1980], в 0,1 мм/год. По этой причине на рассматриваемых берегах скорость абразии может быть снижена как путем подсыпки обломочного материала в прибойную зону (что реально осуществляется), так и его изъятия. Последний вывод сделан

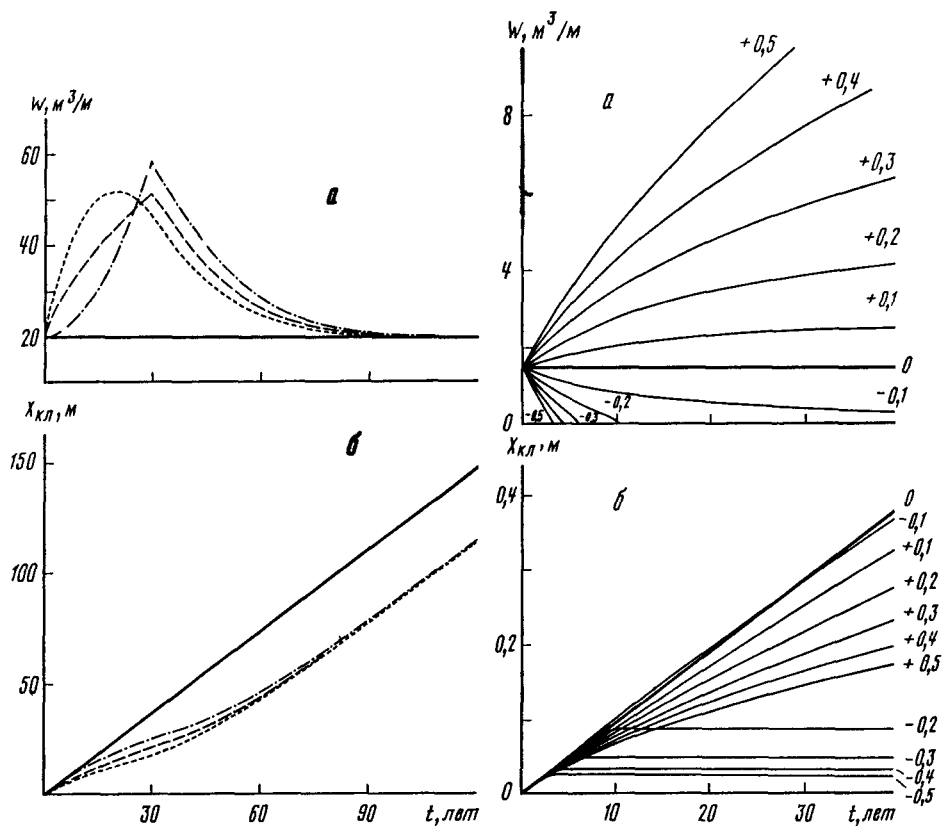


Рис. 8. Изменение во времени  $W$  (рис. а) и  $X_{\text{кл}}$  (рис. б). Обозначения те же, что на рис. 7

Рис. 9. Изменения во времени  $W$  (рис. а) и  $X_{\text{кл}}$  (рис. б) для берегов северо-восточного сектора Черного моря для условий равномерной подсыпки обломочного материала (+) и его изъятия (-)

на основании теоретических расчетов Г.А. Сафьянова [1975] и наших натуральных наблюдений. Однако в практике берегоукрепления он применения еще не нашел.

Для описания абразии берегов северо-восточного сектора Черного моря в зависимостях (15), (16) представим  $B = 0,04 \text{ м}^3/\text{год}$ ,  $\epsilon = 0,0025 \text{ м}^3/\text{м}$ ,  $r = 1 \text{ м}^3/\text{м}$ ,  $c = 0,4 \text{ м}^3/\text{м} \cdot \text{год}$ ,  $\nu = 1 \text{ м}^3/\text{м}$ . Результаты расчетов представлены на рис. 9. Как видно, укрепление берегов здесь более эффективно осуществляться путем изъятия гальки из береговой зоны. При ее ежегодном изъятии в  $0,5 \text{ м}^3/\text{м}$  уже через несколько лет абразия практически полностью прекращается. Берег за это время (2–3 года) отступит на несколько миллиметров. Если же ежегодно подсыпать  $0,5 \text{ м}^3/\text{м}$ , то берег за 40 лет отступит примерно на 20 см.

В заключение отметим следующее. Выполненные расчеты показывают, что путем подсыпки обломочного материала в прибойную зону и его изъятия

тия можно управлять скоростью абразии в широких пределах. Для выбора оптимальных (по времени) режимов перевода абразионного процесса из некоторого начального состояния в другие, характеризующиеся меньшими скоростями абразии, может быть применена теория оптимального управления. Если оптимизировать величину отступления берега за конкретный отрезок времени, то оптимальной является отсыпка на берег большого объема песка (для условий берегов, сложенных глиной и суглинком). Несколько менее эффективной оказывается равнозамедленная отсыпка того же объема материала в течение того же отрезка времени. Если же рассматривать процесс в интервале времени, в течение которого проводилось управление, плюс время возвращения процесса в стадию динамического равновесия, то величина отступления берега оказывается независимой от режима подсыпки песка. Для берегов в районе мыса Бурнас подсыпка  $2 \text{ м}^3/\text{м}$  песка позволяет уменьшить величину отступления берега почти на 1 м. Для берегов северо-восточного сектора Черного моря наиболее эффективным методом их укрепления является не подсыпка обломочного материала в береговую зону, а его изъятие отсюда.

Рассмотренные в статье подходы могут быть использованы при хозяйственном освоении прибрежной зоны в случае, когда берегоукрепительные работы планируется вести с помощью формирования пляжа без укрепления клифов подпорными стенками, что, кстати, и осуществляется на практике [Ярославцев, 1984]. В противном случае модель неприменима, так как из реальной береговой системы исключается важная отрицательная обратная связь (регулирующее влияние обломочного материала на скорость абразии). Предлагаемая теория приемлема в случае управления нарушенными естественными (природными) системами, для расчета их перевода в стадию динамического равновесия.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Есин Н.В. О роли обломочного материала в абразионном процессе // *Океанология*. 1980. № 1. С. 111–115.
- Есин Н.В., Савин М.Т., Жиляев А.П. Абразионный процесс на морском берегу. Л.: Гидрометеиздат, 1980. 200 с.
- Есин Н.В., Дмитриев В.Н., Московкин В.М. Математическая модель эволюции береговой линии абразионного берега // Докл. АН СССР. 1983. Т. 270, № 1. С. 223–226.
- Жиляев А.П., Есин Н.В. К методике количественной оценки абразии: (На примере флишевого берега) // *Океанология*. 1975. № 6. С. 1107–1109.
- Зенкович В.П. Основы учения о развитии морских берегов. М.: Изд-во АН СССР, 1962. 750 с.
- Мамыкина В.А., Артюхин Ю.В. Природные аспекты охраны и защиты берегов Азовского моря // *Литодинамические процессы береговой зоны южных морей и ее антропогенное преобразование*. Л.: Геогр. о-во СССР, 1982. С. 60–72.
- Пешков В.М. Некоторые проблемы защиты и оптимизации береговой зоны восточной части Черного моря // *Изв. Всесоюз. геогр. о-ва*. 1983. Т. 115, вып. 4. С. 300–310.
- Понтрягин Л.С. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1961. 350 с.
- Рудой Н.Н., Рудой Л.Н. Свободные пляжи для защиты Кавказского побережья Черного моря // *Сооружения и механизмы морских портов*. М.: Вод. транспорт, 1983. С. 35–45.
- Сафьянов Г.А. Абразивное действие обломочного материала в береговой зоне // *Океанология*. 1975. Т. 5, вып. 2. С. 304–310.
- Сокольников Ю.Н., Горбатяко Е.Г., Калиновский А.В., Юрин О.С. Некоторые

отрицательные факторы применения традиционной бунно-волноломной стратегии в береговой гидротехнике // Литодинамические процессы береговой зоны южных морей и ее антропогенное преобразование. Л.: Геогр. о-во СССР, 1982. С. 73–77.

Шуйский Ю.Д., Шевченко В.Я. Динамика берегов Черного моря в районе мыса Бурнас // Геоморфология. 1975. № 4. С. 98–104.

Ярославцев Н.А. Формирование береговой линии при отсыпке грунта на пляж // Вод. ресурсы. 1984. № 1. С. 76–80.

Sunamura T.A. Relationship between wave-induced cliff erosion and erosive force of waves // J. Geol. 1977. N 5. P. 613–618.

Sunamura T.A. Wave-tank experiment on the erosional mechanism at a cliff base // Earth Surface Proc. and Landform. 1982. Vol. 7. P. 333–343.

Ю.Д. Шуйский

## ПРОЦЕССЫ ИСТИРАНИЯ ПЛЯЖЕВЫХ НАНОСОВ В БЕРЕГОВОЙ ЗОНЕ МОРЕЙ

В природных условиях береговой зоны морей и океанов процессы истирания развиваются в районах распространения скальных горных пород (гранитов, базальтов, известняков, песчаников и др.). Обломки этих пород поступают от абразии клифов и бенчей, в виде твердого стока рек и при извержении вулканов. Абразионное поступление происходит при разрушении как непосредственно берегоформирующих пород, так и за счет принесенных обломков (аллювиальные, делювиальные прибрежно-морские и др.).

Процессы истирания выражаются в потере наносами части своей массы, в изменении формы и окатанности обломков. Эти явления обеспечиваются: соударением отдельных частиц наносов между собой или их соударением с подстилающим дном. В первом случае развивается истирание только частиц, а во втором, — наряду с истиранием происходит шлифовка поверхности горных пород на подводном склоне и у подножия клифов. Все это характеризует абразивный эффект прибрежно-морских наносов.

В природных условиях истирания наносов изучено слабо, о чем свидетельствует небольшое количество опубликованных материалов. В какой-то мере этот пробел восполнен четырьмя нашими экспериментами. Два из них были выполнены в Одесском заливе и в районе пересыпи Григорьевского лимана на Черном море с обломками неогенового известняка-ракушечника, третий — в пределах Одесского берегоукрепительного комплекса с обломками известняка и более прочных пород (гранит, кварцит, песчаник и др.), четвертый — в районе стан. Должанский у косы Долгой на Азовском море со створками ракуши. Проанализированы также опубликованные данные исследований природных и лабораторных экспериментов.

Выполненные работы имеют важное значение и прежде всего для практики берегоукрепления с помощью искусственных пляжей. Эксплуатация пляжей требует знания потерь массы наносов за единицу времени, продолжительности периода превращения угловатых обломков в окатанные частицы оптимальной крупности и петрографического состава наносов, временной изменчивости процессов истирания и др. Истирание выступает