

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
образования**  
**БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ (НИУ «БелГУ»)**

**ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ**

**ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «ПРОИЗВОДНАЯ ФУНКЦИИ» В  
УСЛОВИЯХ ПРОФИЛЬНОГО ОБУЧЕНИЯ**

Выпускная квалификационная работа  
обучающегося по направлению подготовки 44.03.01  
Педагогическое образование профиль математика  
очной формы обучения, группы 02041502  
Кашук Маргариты Александровны

Научный руководитель  
доцент Борисовский И.П.

БЕЛГОРОД 2019

## Оглавление

ВВЕДЕНИЕ .....	3
ГЛАВА 1. ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «ПРОИЗВОДНАЯ ФУНКЦИИ» В УСЛОВИЯХ ПРОФИЛЬНОГО ОБУЧЕНИЯ.....	7
1.1 Основные понятия производной функции. Анализ школьной учебной литературы .....	7
1.2 Психолого-педагогические особенности учащихся.....	21
разных профилей.....	21
1.3 Особенности изучения темы «Производная функции» в классах математического и гуманитарного профиля .....	28
Виленин Н.Я. Математика. 10-11 классы. ....	31
ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА «ПРОИЗВОДНАЯ ФУНКЦИИ» ДЛЯ ГУМАНИТАРНЫХ КЛАССОВ .....	41
2.1 Роль элективных курсов в концепции профильного обучения .....	41
2.2 Элективный курс «Производная функции» .....	43
2.3 Итоги элективного курса .....	47
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	53
СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ .....	55
ПРИЛОЖЕНИЕ .....	58

## ВВЕДЕНИЕ

Математическое образование развивает воображение и интуицию, формирует навыки логического и алгоритмического мышления. Именно поэтому математика всегда будет являться одним из ключевых предметов. Во все времена главной целью школы считается обеспечение учеников необходимыми знаниями, умениями и навыками.

При выборе уровня математической подготовки ученикам необходимо учитывать способности и потребности, их самоопределение согласно предстоящей специальности. По этой причине обучающиеся, готовящиеся к естественно-научным или математическим профессиям должны иметь возможность обучаться в классах математического направления. Помимо обеспечения освоения обучающимися концепцией точных познаний и умений – главной проблемой преподавания математики в школе, «углубленное изучение математики в учебном процессе предусматривает формирование у учащихся устойчивого интереса к предмету, выявление и развитие их математических способностей, ориентацию на профессии, существенным образом связанные с математикой». [1, с.24]

В школьном курсе математики изучается тема «Производная функция», которая является одной из самых значимых тем школьного курса математического анализа. Ведь именно с помощью производной проводится исследование функций, которые в большинстве своем описывают реальные процессы происходящие в природе. Также в ЕГЭ присутствует перечень заданий связанных с использованием производной. При сдаче экзамена ученики часто сталкиваются с трудностями при решении заданий по данной теме. Особенную значимость обретает изучение методических основ исследования производной функции в школах, и создание факультативных занятий, содействующих укреплению и увеличению познаний по теме «Производная функции».

Исследование компонентов математического анализа в школьном курсе математики вплоть до этих времен порождает дискуссии. Одни полагают, то что математический анализ достаточно осваивать только лишь в институте, прочие полагают внедрение компонентов анализа необходимым. Таким образом, к примеру, Мордкович А.Г. полагает, то что функциональная линия обязана являться основной при обучении математике в школе. Вне зависимости от этих разногласий педагог вынужден обучать детей элементам анализа. Основные принципы математического анализа начинаются в средней школе, а основные определения математического анализа «производная функции», «интеграл» включатся в курсе средней школы. В профильных классах элементы математического анализа рассматриваются значительно глубже, тут степень познаний обучающихся ближе к уровню 1 курса математических и технических профессий вузов.

Практика доказывает, что относительно нетрудно обучить обучающихся предоставлять формулировку производная функция, определять её, находить производную функцию в точке, применяя ключевые принципы дифференцирования. Без каких-либо затруднений обучающиеся решают задания и на применение производной к исследованию функции. В интересах этого, приступая к исследованию проблемы, необходимо отыскать надёжный подход внедрения производной, передать в доступном для представления абсолютно всеми учениками степени учебный материал. В случае если обучающийся, сумеет применять определение производной с целью её нахождения, продемонстрировать геометрический и физический смыслы, в таком случае можем отметить, то что он сможет и затем устанавливать её в разных приложениях, к примеру, в физике или химии.

В школьном курсе математики тема «Производная функции» выступает как один из ключевых разделов математического анализа, в котором даются ключевые определения, формулы, правила, также берутся во внимание исторические сведения, но в пособиях для общеобразовательных школ данный материал отсутствует.

Весь выше изложенный материал подтверждает актуальность исследования данной темы.

**Цель работы:** разработать элективный курс по теме «Производная функции» для учащихся гуманитарного профиля и проверить его эффективность.

Для достижения цели нам необходимо решить следующие **задачи**:

- Проанализировать учебную и учебно-методическую литературу по данной теме в учебных пособиях для обучающихся различных профилей;
- Рассмотреть особенности изучения темы «Производная функции» в классах разного профиля;
- На основе психофизиологических особенностей школьников, выявить специфику организации учебного процесса в классах разного направления;
- Установить причину недостатков усвоения учащимися гуманитарных классов материала по теме «Производная функции» и определить возможные пути устранения этих причин;
- Собрать дидактический материал по теме исследования.

В работе использованы следующие методы исследования: анализ научной и методической литературы по теме исследования; анализ школьных учебников; обобщение и систематизация математической литературы по данной теме.

В процессе выполнения работы была определена ее структура.

Во введении нами сформулирована актуальность данной темы, поставлены цели и задачи выпускной работы, а также определены методы для реализации поставленных задач.

В первой главе рассмотрены основные понятия темы «Производная функции» и содержание этой темы в школьных учебниках. Также нами были изучены психолого-педагогические особенности учащихся гуманитарных и математических классов и особенности изучения данной темы в классах гуманитарного и математического направления.

Вторая глава была посвящена разработке элективного курса для учащихся гуманитарных классов. В начале главы мы ознакомились с основными понятиями и структурой элективного курса. Далее был представлен готовый элективный курс посвященный обобщению, восполнению пробелов и систематизации знаний учащихся по теме «Производная функции». В нашем элективном курсе были рассмотрены различные задачи содержащие задания по данной теме исследования. В конце главы подведены результаты уровня знаний учащихся на каждом этапе прохождения элективного курса.

В заключении подведены итоги проделанной работы.

# ГЛАВА 1. ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «ПРОИЗВОДНАЯ ФУНКЦИИ» В УСЛОВИЯХ ПРОФИЛЬНОГО ОБУЧЕНИЯ

## 1.1 Основные понятия производной функции. Анализ школьной учебной литературы

Строгое математическое определение производной функции дается с опорой на определение предела, которое отсутствует в школьной программе общеобразовательных классов, но данное определение изучается в классах углубленного изучения математики, а также данная тема может быть рассмотрена на внеклассных или же факультативных занятиях.

Для изучения школьной математики используется большое количество различной литературы. Ее содержание во многом совпадает, но отличаются объем и способы изложения.

Для решения некоторых задач из физики, химии и других отраслей наук появилась необходимость с помощью одного и того же аналитического процесса из данной функции

$$y = f(x)$$

получать новую функцию, которую называют производной функцией (или просто производной) данной функции и обозначают символом

$$y' = f'(x) \text{ или } \frac{dy}{dx}.$$

Процесс, благодаря которому из данной функции имеют новую  $f(x)$  функцию  $f'(x)$ , называют дифференцированием функции. Данный процесс состоит из трех шагов:

1) аргументу  $x$  приращение  $\Delta x$  и определяется соответствующее приращение функции  $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$ ;

2) далее составляется отношение  $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$

3) пусть  $x$  постоянная, а  $\Delta x \rightarrow 0$ , тогда найдем  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ , который будет обозначен через  $f'(x)$ .

Определение. Производной функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(a; b)$ , в точке этого интервала называется предел отношения приращения функции в этой точке к соответствующему приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю. [3, С.88]

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}.$$

№1. Найдите производную функции;

$$f(x) = x^2.$$

Решение.

$$\Delta f(x) = (x + \Delta x)^2 - x^2 = 2x\Delta x + \Delta x^2$$

$$\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = 2x + \Delta x$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} (2x + \Delta x) = 2x$$

Следовательно,

$$(x^2)' = 2x.$$

№2. Доказать:

$$C' = 0,$$

где  $C$  – заданное число.

Доказательство:

$$\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{C - C}{\Delta x} = 0$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} 0 = 0$$

Следовательно,

$$C' = 0.$$

№3. Доказать:

$$x' = 1$$

Доказательство:

$$\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{x + \Delta x - x}{\Delta x} = 1$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} 1 = 1$$

Следовательно,

$$x' = 1$$

[2, С.162].

Далее будет рассмотрен геометрический смысл производной функции. К примеру задана прямоугольная система координат и дана прямая  $l$ . Где  $\alpha$  величина угла, на который нужно повернуть ось  $O_x$ , чтобы совместить ее положительное направление с одним из направлений на прямой  $l$ , причем

$$-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

(рис.1.1.1).

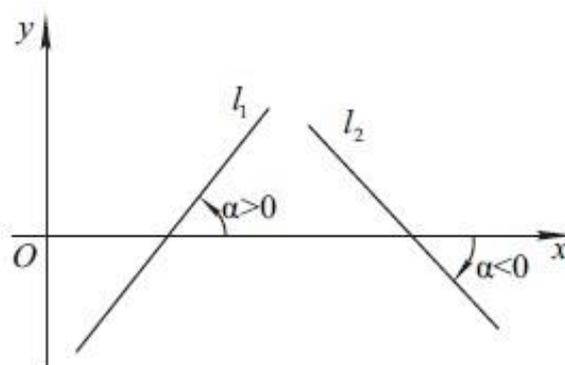


Рис.1.1.1 Поворот оси  $O_x$

Число  $k = tg\alpha$  - это угловой коэффициент прямой  $l$  в данной системе координат.

Следующим рассматриваем график

$$y = f(x),$$

т.е. множество точек  $x, f(x), x \in X$ , где  $X$  – область определения этой функции.

Прямая  $MN$  будет называться секущей по отношению к данному графику функции. Величина угла между данной секущей  $MN$  и осью  $O_x$  обозначим  $\varphi \Delta x$  (рис. 1.1.2). Далее  $\Delta x$  устремим к нулю.

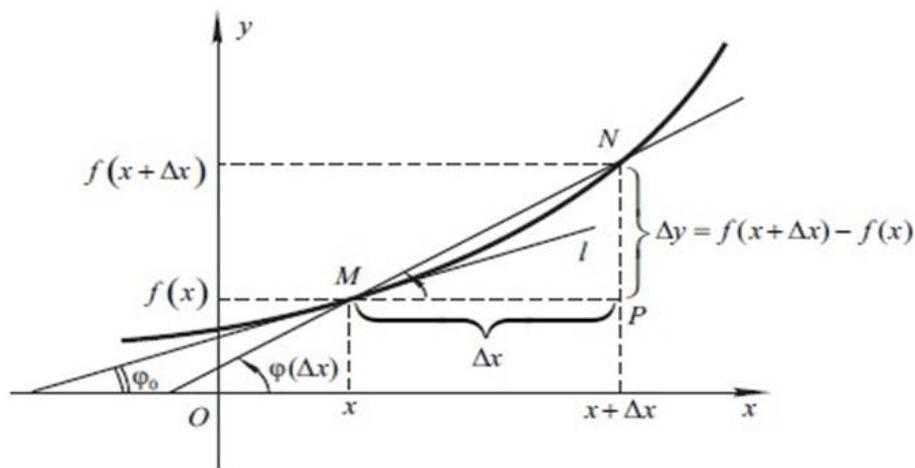


Рис. 1.1.2 Секущая к графику функции

При помощи графика, наглядно видно, что геометрический смысл производной функции – это угловой коэффициент касательной к графику функции в точке. В этом и состоит геометрический смысл производной.

Перейдем к физическому смыслу производной функции. Пусть  $x$  – время, а  $y = f(x)$  – координата точки, движущейся по оси  $O_y$  в момент времени  $x$ .

Разностное отношение

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

называется средней скоростью точки на промежутке времени от момента  $x$  до момента  $x + \Delta x$ , а величина

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x) = v(x)$$

называется мгновенной скоростью точки в момент времени  $x$ . В том случае, если функция  $y = f(x)$  произвольная, то производная  $f'(x)$  будет

характеризовать скорость изменения переменной  $y$  (функции) по отношению к изменению аргумента  $x$ . [3, с. 12]

Вычисление производных от элементарных функций сводится к вычислению пределов. [5, с. 225]

На начальных этапах изучения темы производная функция большинству учащихся, для более удобного запоминания и удобства при решении задач в учебниках дается таблица часто используемых производных.

Таблица производных, в которой представлены производные функций более часто встречаемых. [4, с. 12]

Таблица 1 Производные основных функций

<b>Функция</b>	<b>Производная</b>
$f(x) = c$	$c' = 0$ , где $c$ — const
$f(x) = x^a$	$(x^a)' = ax^{a-1}$
$f(x) = e^x$	$(e^x)' = e^x$
$f(x) = a^x$	$(a^x)' = a^x \ln a$
$f(x) = \ln x$	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$
$f(x) = \log_a x$	$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$
$f(x) = \sin x$	$(\sin x)' = \cos x$
$f(x) = \cos x$	$(\cos x)' = -\sin x$
$f(x) = \operatorname{tg} x$	$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
$f(x) = \operatorname{ctg} x$	$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
$f(x) = \arcsin x$	$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$f(x) = \arccos x$	$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$f(x) = \operatorname{arctg} x$	$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$
$f(x) = \operatorname{arcctg} x$	$(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$

Далее нами будет рассмотрена тема «Производная функции» в школьных учебных пособиях для математических и общеобразовательных классов.

Начнем с учебника Ш. А. Алимова «Алгебра и начало математического анализа» глава «Производная и её геометрический смысл», начинается с задачи на мгновенную скорость, которая подводит нас к понятию производная функция.

Так как определение производной функции нам дано, то после этого вводится понятие дифференцируемой функция в точках и на промежутках. Затем дается определение и пояснение предела функции в точке. После чего вытекает понятие непрерывности функции. Также в учебнике описываются примеры, приводящие к основным формулам производных функции.

Во время рассмотрения правил дифференцирования, доказывается следующее: производная суммы равна сумме производных функции и постоянный множитель можно выносить за знак производной функции. Ко всем правилам автор приводит различные задачи в качестве примеров.

Раздел «Производные некоторых элементарных функций» включает в себя следующие производные функции:

1. Производные показательных функции;
2. Производные логарифмических функции;
3. Производные тригонометрических функций.

Затем следует раздел «Применение производной к исследованию функции». Содержание главы:

- Возрастающая и убывающая функция.

Рассматривается понятие убывающая и возрастающая функция. Дается формулировка теоремы Лагранжа. Данная теорема в дальнейшем будет использована для доказательства достаточного условия возрастания или убывания функции.

- Экстремум функций.

Изучается определение критическая и стационарная точки, точки максимума и минимума. Выводится теорема Ферма, а также формулируется теорема о необходимых и достаточных условиях для точек максимума и минимума.

- Применение производной функции к построению графиков функций. Дается схема для исследования функции.

- Наибольшее и наименьшее значение функции.

Составляется алгоритм для нахождения наибольшего и наименьшего значений функции.

- Выпуклость графика функции, точки перегиба.

Выводится производная второго порядка и формулируется понятие выпуклости графика функции. Далее определяется схема нахождения точки перегиба.

Ш. А. Алимов делает акцент на практических заданиях. Во время разъяснения теоретического материала доказываются не все свойства и теоремы, но зато автор дает достаточное количество решенных с пошаговыми пояснениями задач. После каждого параграфа имеется практическая часть с заданиями для решения учащимися, которые направлены на закрепление теоретического материала и на развитие умения решать задания различного уровня сложности. Автор выделяет три уровня сложности заданий: серый-обязательный, розовый-сложные, красный-задания повышенной трудности. [6].

У Мордковича А.Г. раздел, производная функция начинается с изучения числовой последовательности и ее свойств. Вычисляется предел последовательности. Вводится понятие предела функции в точке и на бесконечности. Изучается определение приращения функции и аргументов. Следующим пунктом идет рассмотрение скорости движения через задачу. После задача про касательную к графику функции. Из решения задач вытекает

предел отношения приращения функции к приращению аргумента, но только в случае если аргумент будет стремиться к нулю. Все это приводит к определению производной функции.

В учебнике дается схема для нахождения производной функции и не большое количество примеров. Разъясняется, что такое дифференцируемая функция в точке.

Автор знакомит с правилами дифференцирования, но прежде даются примеры с их применением, а также физическим и геометрическим смыслом производной функции. С помощью ММИ доказывается формула дифференцирования для функции содержащей степени с любыми натуральными показателями. В дальнейшем определяются производные функции для показательной и логарифмической функции.

Можно отметить, что в учебнике присутствуют алгоритм для исследования функции на монотонность и на поиск точек максимума и минимума функции, а также выделяется отдельный параграф для изучения уравнения касательной к графику функции. Затем рассматривается понятие вертикальных асимптот и теоремы о постоянстве функции.

В данном учебнике содержится большое количество подробно разобранных примеров, но теоретического материала дается минимум. Возможно это сделано для того, чтобы учащиеся самостоятельно изучали темы, путем разбора предлагаемых примеров. Задания разного уровня сложности представлены в задачнике, который прилагается к учебнику. [7]

Перейдем к последнему учебному пособию для математического профиля под редакцией А. Н. Колмогорова «Алгебра и начала математического анализа». В этом учебнике все начинается с понятия о приращении функции. Чуть позже рассматривается касательная к графику функции и описывается геометрическое устройство гладкой кривой. Подробно описывается геометрический и механический смысл производной функции, после рассмотрения некоторых задач.

Понятие предела не используется при формулировке определения производная функция.

Присутствует описание дифференцируемой функции и ее формулы, которые постепенно вытекают из теоретического материала.

В одном из параграфов рассматривается понятие о непрерывности функции. Также автор делает акцент на правила о предельном переходе в конце данного параграфа.

Ко всем правилам и формулам автор приводит подробные доказательства с примерами. После доказательства формул выводится уравнение касательной к графику функции и формула Лагранжа. В приложениях производной рассказывается о применении производной в различных отраслях наук.

Затем следуют темы:

- Признак возрастания (убывания) функции.

При помощи формулы Лагранжа доказываются признаки возрастания и убывания функции. Присутствуют примеры, которые показывают применение данных признаков.

- Критические точки функции, максимумы и минимумы.

В данном параграфе происходит знакомство с теоремой Ферма. Затем рассматриваются признаки  $\max$  и  $\min$  функции. Как и в учебниках рассматриваемых ранее даются подробные доказательства всех признаков и теорем.

- Применение производной к исследованию функции.

С помощью примеров проводится исследование функции и дается четкий алгоритм действий.

- Наибольшее и наименьшее значение функции.

Вводится конкретное правило для нахождения наибольших и наименьших значений функции. Чтобы найти эти значения на некотором

отрезке, который имеет конечное число критических точек, достаточно вычислить все критические точки, в том числе и на концах, после выбрать наибольшее и наименьшее значения. Полученный материал закрепляется обширным количеством примеров.

- Сведения из истории.

После изучения логарифмической, показательной и степенной функций, определяются их производные. Вводится понятие о дифференциальных уравнениях: дифференциальные уравнения показательного роста и показательного убывания, гармонические колебания, падение тел в атмосферной среде [8].

Под редакцией А. Г. Мордковича выпускаются учебники для профильных и общеобразовательных классов. В основном теоретическая часть и базового и профильного пособия совпадает, но все же есть и некоторые различия. В учебниках профильного уровня автором подробно рассматривается числовая последовательность, ей даже посвящен отдельный параграф. Также подробно рассматривается определение сложной функции, после изучения которых даются обратные формулы для дифференцирования тригонометрических функции. Отличительной чертой этого учебника является то, что в нем содержится множество примеров заранее разобранных автором. [2]

В учебнике Виленкин Н. Я. для профильных классов имеется обширный теоретический материал. Как и во всех учебниках для профильного уровня автор уделяет основное внимание на решение задач. Не один пункт не остается без подробного разбора различных примеров и заданий, которые даются ученикам для самостоятельного решения. Обязательным является наличие задач повышенной трудности.

В начале курс математического анализа изучаются основные определения и понятия предела. Отдельно автор уделяет внимание и рассматривает как частный случай предел функции на бесконечности в точке.

Тема «Производная функция». В начале разъясняется дифференцируемая функция и ее приращение. После решения задачи на мгновенную скорость, а затем и углового коэффициента касательной из которого вытекает определение производной функции.

Для разъяснения механического смысла производной функции даются примеры задач, в которых описывается процесс радиоактивного распада. Далее автор приводит задачи на отыскание линейной плотности веществ, после чего мы приходим к понятию геометрического смысла производной функции. Следующим этапом является получение уравнения касательной к графику функции.

Также автор показывает связь дифференцируемости и непрерывности и приводит соответствующую к этому теорему.

Все правила для дифференцирования функции даются с доказательствами. Прежде чем перейти к понятию производная высшего порядка, автор вводит определение второй производной функции.

Вкратце рассмотрим содержание «Приложение производной»:

#### 1. Производная и экстремумы.

Вводятся теоремы о точке экстремума и о знаке приращения аргумента с доказательствами.

#### 2. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.

Дается схема для отыскания наибольших и наименьших значений функции.

#### 3. Теорема Лагранжа и ее следствия.

#### 4. Исследование функций на возрастание и убывание.

Достаточное условие экстремума. Доказывается теорема о связи между монотонностью функции и ее знаке на данном отрезке. Затем следует теорема о достаточном условии экстремума.

В данном параграфе также присутствует схема исследования графиков на выпуклость, определение точек перегиба и схема построения графиков функции.

Схема для построения графиков функций, в которой включены точки разрыва, асимптоты, исследование на выпуклость и нахождение точек перегиба.

Следующие темы предназначены для углубления и повышения уровня знаний учащихся, так как отмечены в данном учебнике звездочкой:

1. Приложение биннома Ньютона для приближенных вычислений.
2. Приближенное решение уравнений методом хорд и касательных.

Определение производной функции дается через понятие предела, которое изучалось в начале курса математического анализа. После изучения тригонометрических и логарифмических функции изучаются формулы для их дифференцирования.

Учебник хорош тем, что все теоремы и определения не даются без доказательства и соответствующих примеров. Все термины даются в строгой форме, в том числе и определение производной функции. [10]

У Никольского изучение темы производная функция начинается с изучения понятий предела и обратной функции. После рассмотрения и решения задач на мгновенную скорость, угла тангенса касательной к графику функции и на определение силы тока дается определение производной функции. В дальнейшем автор рассматривает и дает определение механического и геометрического смысла производной функции.

Доказываются теоремы о сумме и разности производной функции, производная произведения и частного, вынесение постоянного множителя за знак производной, непрерывность функции, имеющей производную. Приводятся доказательства ко всем формулам дифференцирования для элементарных функции.

После определения обратной и сложной производной функции, следует пункт по изучению применения производной. В пункте применение производной выводится уравнение касательной, рассматриваются точки максимума и минимума функции, с доказательством даются теорема Лагранжа и Ролля, уделяется внимание для изучения свойств возрастания и убывания производной функции, включается понятие производной функции высшего и второго порядка, формулируется значимость применения второй производной для определения вогнутости (выпуклости) графика. И в обязательном порядке изучается механический и геометрический смысл второй производной функции.

Рассматриваются особенности экстремума функции с единственной критической точкой, использование производных для построения графиков функций (с применением второй производной).

Решаются задачи на оптимизацию.

С пометкой звездочка даются задачи для нахождения асимптот и разложение функции в ряд Тейлора. [11].

Из плюсов данного учебника можно выделить не малый объем теоретического материала, содержащего дополнительные и углубленные сведения, для более качественной подготовки учащихся.

Чтобы увидеть все основные различия содержания темы «Производная функция» была составлена таблица, в ней отражены основные темы и отмечены плюсом наличие их в данном учебнике.

Таблица 2 Полнота изложения темы «Производная функции» в школьных учебниках.

<p>Понятия, теоремы формулы/ Авторы учебников</p>	<p>Базовый уровень</p>	<p>Профильный уровень</p>
---	------------------------	---------------------------

	Ш. А. Алимов	А. Г. Мордкович	А. Н. Колмогоров	А. Г. Мордкович	Н. Я. Виленкин	С. М. Никольский
Приращение функции.		+	+	+	+	+
Определение предела	+	+		+	+	+
Определение производной	+	+	+	+	+	+
Дифференцируемая функция	+	+	+	+	+	+
Физический смысл производной		+		+	+	+
Геометрический смысл производной	+	+	+	+	+	+
Уравнение касательной	+	+	+	+	+	+
Правила дифференцирования	+	+	+	+	+	+
Производные элементарных функций	+	+	+	+	+	+
Дифференцирование сложной функции	+	+	+	+	+	+
Дифференцирование обратно тригонометрических функций				+	+	+
Исследование функции на монотонность	+	+	+	+	+	+
Экстремумы функций	+	+	+	+	+	+
Наибольшее и наименьшее значения функции	+	+	+	+	+	+
Теорема Лагранжа	+		+		+	+
Теорема Ферма	+		+			
Приближенное вычисление значений функции			+		+	+

В целом можно заметить, что в учебниках для общеобразовательных классов и классов профильного направления в основном схожи. Но материал для профильных классов все же обширен.

Подведем итог: проанализировав учебники для общеобразовательных классов мы выявили, что материал по теме «Производная функции» дается на наглядно-интуитивном уровне. В каждом учебнике есть свои минусы и плюсы. Например в учебнике Колмогорова можно отметить хорошее и наиболее полное изложение теории, автор достаточно подробно рассматривает

математические факты, в учебнике приведено множество уже разобранных примеров. Нельзя не отметить наличие доказательств, которые отсутствуют у других авторов. В учебнике Алимова кратко излагается теория, но автор приводит обширный список разнообразных примеров и заданий. То есть учебник Алимова более значим именно с практической точки зрения. Мордкович в основном использует понятие предела, которое заложено в определении производной функции, но не смотря на все это материал представляется на наглядно-интуитивном уровне, в силу сжатости материала и небольшого разнообразия примеров и задач.

Главным отличием учебников А.Г. Мордковича, С.М. Никольского, Н.Я. Виленкина для профильных классов выделено то, что тема «Производная функции» сопровождается большим количеством доказательств, содержит дополнительный материал и имеют большое количество заданий разного уровня сложности.

В целом основные принципы изучения темы «Производная функции» у всех авторов схожи, безусловно различия присутствуют, но по большей степени в приложении производной.

## **1.2 Психолого-педагогические особенности учащихся разных профилей**

В большинстве случаев у многих старшеклассников уже со школьной скамьи имеется представление о своей будущей. Так, по данным социологических опросов, проведенных в 2002 году Центром социологических исследований Минобразования России, “профессиональное самоопределение тех, кто в дальнейшем намерен учиться в ПТУ или техникуме (колледже), начинается уже в 8-м классе и достигает своего пика в 9-м, а профессиональное самоопределение тех, кто намерен продолжить учебу в вузе, в основном складывается в 9-м классе”. При этом примерно 70-75%

учащихся в конце 9-го класса уже определились в выборе возможной сферы профессиональной деятельности. [14, с.45]

Для качественной подготовки будущих специалистов и удовлетворения потребностей в обучении старшеклассников, составителями Концепции российского образования было принято ввести разделение на профильные классы.

Профильные общеобразовательные предметы – предметы повышенного уровня, определяющие направленность каждого конкретного профиля обучения. Например, физика, химия, биология – профильные предметы в естественнонаучном профиле; литература, русский и иностранные языки – в гуманитарном профиле; история, право, экономика и др. – в социально-экономическом профиле и т.д. Профильные учебные предметы являются обязательными для учащихся, выбравших данный профиль обучения. [12, с.37]

Профильное обучение направлено на создание соответствующих условий для организации учебного процесса старшеклассников. Обязательно должен быть учтен профиль обучающихся, способности и склонности обучающихся, а также интересы и намерения преследуемые учащимися. Основными профилями в наши дни являются: естественно-математический, гуманитарный, технологический, социально – экономический.

Профильная школа - это не разновидность гимназии или лицея, это не новое имя для школы с углубленным изучением ряда предметов, это не особый статус для общеобразовательной школы. Профильная школа - это не столько новое название, сколько иное качество образования, иной уровень доступности образования. Образование в двуедином смысле этого слова - процесс и результат. [13, с.28]

Профильные предметы - это учебные предметы, изучаемые углубленно или на повышенном уровне, их содержание соответствует профильным образовательным стандартам и требованиям единых профильных экзаменов (или единых экзаменов по выбору на повышенном уровне). Профильные

предметы выбираются для изучения учащимися (не менее двух предметов) и являются для них обязательными, так как они определяют специализацию каждого конкретного профиля обучения. [12, с.54]

При создании и реализации профильного обучения преследуются следующие цели:

- обеспечение углубленного изучения некоторых предметов;
- создание условия для дифференциации содержания учебного процесса удовлетворяющего потребностям современного школьника;
- способствовать установлению равного доступа к полноценному образованию разным категориям обучающихся в соответствии с их способностями, индивидуальными склонностями и потребностями;
- расширить возможности социализации учащихся, обеспечить преемственность между общим и профессиональным образованием, более эффективно подготовить выпускников школы к освоению программ высшего профессионального образования. [16, с.10]

Вкратце рассмотрим особенности учащихся в основных профилях.

У гуманитариев наибольшим интересом пользуются вопросы истории математики, прикладные аспекты, занимательный материал. Математики предпочитают решение нестандартных задач, исследовательских проблем.

Из форм работы на уроке гуманитарии предпочитают следующие: объяснение учителем нового материала, лабораторные работы, деловые игры, выполнение индивидуальных заданий. Математики – решение проблемных, исследовательских задач.

Из методов самостоятельной работы гуманитарии выбирают коллективные, математики чаще действуют совершенно индивидуально. [15]

Учащиеся гуманитарного профиля более других нуждаются в том, чтобы теоретический материал получал подкрепление на примерах, доступных моделях и т. д. Например, при изучении темы «Многогранники» обязательна

демонстрация моделей выпуклых, правильных, полуправильных многогранников, так же приведение примеров из окружающей среды.

При работе над задачей или теоремой ориентировать учащихся на необходимость рассмотрения всех возможных случаев расположения фигур, комбинации объектов, удовлетворяющих условию.

Учить школьников отличать признаки и свойства понятий, необходимые и достаточные условия, правильно использовать их. Например, предлагать задание выбрать из общего списка признаки данного понятия, его свойства, необходимые и достаточные условия. Учить устанавливать взаимосвязь между свойствами и признаками родственных понятий.

Обратить внимание учащихся на то, что сочетания «необходимо и достаточно», «тогда и только тогда» и «если, то» не являются тождественными. Объяснять суть встречающихся логических операций. Тщательно вскрывать взаимосвязь между прямым и обратным действиями, взаимно обратными понятиями, учить обратную операцию использовать как для самопроверки, так и для уменьшения нагрузки на память. Обратное действие (понятие) формировать уже с опорой на сформированное прямое действие.

На факультативных занятиях могут подробно обсуждаться приложения математики к различным гуманитарным дисциплинам, используемые в них математические модели.

Лекции учителя дополнять сообщениями, докладами, рефератами учащихся с историческими экскурсами, занимательными материалами, личными рисунками, рассказами, стихами и т. д. [23]

Эффективности усвоения предмета способствует эстетическая направленность математического образования. Она может быть представлена в содержании обучения, а именно, в математических основах законов красоты

в искусстве и природе (пропорция, периодичность, симметрия и др.), в красоте математического доказательства, в красивом решении задач.

Во время организации учебного процесса в профильных классах следует учитывать психолого-педагогические особенности учащихся того или иного направления. Наиболее ярко эти особенности проявляются в математических и гуманитарных классах.

Учащиеся математических классов отличаются характером восприятия математической задачи (задачи в широком смысле слова). Способные к математике учащиеся, воспринимая задачу, сразу выделяют показатели, существенные для данного типа задач, величины, не существенные для данного типа задач, но существенные для данного конкретного варианта. То есть, для способных учащихся характерно формализованное восприятие математического материала, связанное с быстрым схватыванием в конкретной задаче, в математическом выражении их формальной структуры.

У учащихся математических классов преобладает абстрактно-логическое мышление, которое характеризуется:

- ◇ быстрым и широким обобщением (каждая конкретная задача решается как типовая);
- ◇ тенденциями мыслить свёрнутыми умозаключениями (при наличии очень чётко логически обоснованной канвы);
- ◇ большой подвижностью мыслительных процессов, многообразием аспектов в подходе к решению задач, лёгким и свободным переключением от одной умственной операции к другой, с прямого на обратный ход мысли;
- ◇ стремлением к ясности, простоте, рациональности, экономичности решения.

Память способных к математике учащихся имеет обобщённый характер: быстро запоминаются и прочно сохраняются типы задач и способы их решения, схемы рассуждений, доказательства, логические схемы и формулы.

Такие ученики отличаются хорошо развитыми пространственными представлениями, при решении ряда задач они могут обходиться без опоры на наглядные образы. В каком-то смысле логичность заменяет им «образность», они не испытывают трудностей при оперировании абстрактными схемами.

На уроке учащиеся математических классов предпочитают решение нестандартных, проблемных, исследовательских задач. Красоту математики видят в необычных, неожиданных решениях. Во время работы чаще действуют индивидуально.

Математический профиль согласно Концепции общего среднего образования относится к курсу повышенного типа, обеспечивающему дальнейшее изучение математики и её применение в качестве элемента профессиональной подготовки. Это наиболее строгий и полный курс, ориентированный на учащихся, выбравших для себя деятельность, непосредственно связанную с математикой.

Целями изучения математики в этом профиле являются овладение учащимися необходимым объёмом конкретных математических знаний и формирование в этом процессе интеллектуальной культуры личности.

Отбор содержания по теме должен проводиться в соответствии с целями, которые ставятся при изучении математики в математическом профиле. А также при изучении материала целесообразно использовать методы работы на уроке, соответствующие этому профилю: эвристический, проблемное изложение, исследовательский. Наиболее привлекательна для школьников индивидуальная работа. Для более полного рассмотрения каких-либо вопросов можно использовать различные средства обучения, в том числе учебные пособия, дидактические материалы, таблицы, экранные средства, приборы, модели и инструменты.

Восприятие красоты математики у учащихся гуманитарных классов направлено на ее проявление в живой природе, в произведениях искусства, в

конкретных математических объектах. Учащиеся математических классов красоту математики видят в необычных, неожиданных решениях задач.

На уроке в гуманитарном классе внимание устойчиво в среднем не более 12 минут. В математических классах этот показатель колеблется от 20 до 25 минут.

Сравнительный анализ психолого-педагогических особенностей учащихся математических и гуманитарных классов:

1. У учащихся гуманитарных классов преобладает наглядно-образное мышление, а у учащихся математических – абстрактно-логическое.

2. Восприятие красоты математики направлено у учащихся гуманитарных классов на ее проявления в живой природе, в произведениях искусства, в конкретных математических объектах. Учащиеся математических классов красоту математики видят в необычных, нестандартных и неожиданных решениях задач.

3. На уроках математики у учащихся гуманитарных классов внимание может быть устойчивым в среднем не более 12 минут. У учащихся математических классов внимание может быть устойчивым от 20 до 25 минут.

4. У гуманитариев наибольшим интересом пользуются вопросы истории математики, прикладные аспекты, занимательный материал. Математики предпочитают решение нестандартных задач, исследовательских проблем.

5. Среди форм работы на уроке гуманитарии предпочитают следующие: объяснение учителем нового материала, лабораторные работы, деловые игры, выполнение индивидуальных заданий с привлечением научно-популярной литературы. Математики – индивидуальные карточки, задания повышенной трудности, нестандартные задачи, требующие большего внимания и сообразительности.

6. Из методов самостоятельной работы гуманитарии выбирают коллективные. Математики чаще действуют совершенно индивидуально.

7. У математиков богаче развито абстрактное воображение, чем у

гуманитариев, сильнее проявляется сдержанность эмоций.

Исходя из всего выше и ранее сказанного мы можем сделать вывод, что учащиеся математического профиля:

- стремятся действовать индивидуально;
- у математиков богаче абстрактное воображение;
- математики более сдержанны в эмоциональном плане;
- отдают предпочтение нестандартным задачам, требующим большего внимания и сообразительности.

У учащихся гуманитарных классов можно выделить то, что:

- наибольшим интересом пользуются вопросы изучения истории математики, прикладные аспекты и занимательный материал
- предпочтение отдают работе в коллективе
- среди форм работы на уроке предпочитают объяснение учителем нового материала, деловые игры и выполнение заданий с привлечением научно-популярной литературы.

### **1.3 Особенности изучения темы «Производная функции» в классах математического и гуманитарного профиля**

Перейдем непосредственно к методикам изучения темы «Производная функция».

**Мордкович, А. Г. Математика 10-11 класс.**

В самом начале автор дает задачи на вычисление мгновенной скорости и рассматривает определение касательной к произвольной плоскости кривой.

Постепенно при решении задачи о касательной к графику функции, вытекает новая математическая модель понятие предел отношения приращения функции к приращению аргумента при условии, что приращение аргумента стремится к нулю и наконец автор дает определение производная функции.

Определение. Пусть функция определена в конкретной точке  $x$  и в некоторой ее окрестности. Дадим аргументу  $x$  приращение  $\Delta x$ , такое, чтобы не выйти из указанной окрестности. Найдем приращение функции  $\Delta y$  и составим отношение  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ . Пусть существует предел данного отношения, но при условии  $\Delta x \rightarrow 0$ , тогда указанный предел будет называться производной функции  $y = f(x)$  в точке  $x$  и обозначаться  $f'(x)$ .

Физический (механический) смысл производной: если  $s(t)$  – закон прямолинейного движения тела, то производная выражает мгновенную скорость в момент времени  $t$ :  $v = s'(t)$ .

Геометрический смысл производной: если к графику функции  $y = f(x)$  в точке с абсциссой  $x = a$  можно провести касательную, непараллельную оси  $y$ , то  $f'(a)$  выражает угловой коэффициент касательной:  $k = f'(a)$ .

У автора понятие производной функции с опорой на приближенные равенства. Присутствует схема состоящая из пяти этапов для поиска производной функции. При помощи подробно разобранных примеров, автор учит учащихся пользоваться на практике данной последовательностью действий.

Определение: ускорение есть вторая производная координаты по времени (механический смысл второй производной функции).

Показывается вычисление производной для функции  $y = f(kx + t)$ , а затем даются формулы дифференцирования для тригонометрических функции.

Подробно изучается дифференцируемая функция, учащимся разъясняется, что благодаря графику можно сделать вывод о дифференцируемости функции.

В начале темы «Производная функции» всегда, перед выведением формул дифференцирования, вводится конкретное определение производной

функции. Ведь только с опорой на определение мы можем получить данные формулы:

$$C' = 0, (x)' = 1, (km + m)' = k, (x^2)' = 2x, \left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2} (x \neq 0),$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}} (x > 0), (\sin x)' = \cos x, (\cos x)' = -\sin x.$$

Уравнение касательной вводится постепенно. Для начала изучается схема при помощи которого его можно составить. И только после разбора предлагаемого автором алгоритма формулируется понятие уравнения касательной к графику функции в точке.

В параграфе о применении производной содержится материал:

- изучается связь между монотонностью и знаком производной, также правила исследования на монотонность;

- применение производной функции при построении графиков функции;

- Применение производной функции при доказательстве неравенств.

Теоремы о нахождении точек максимума и минимума; понятия горизонтальной и вертикальной асимптот, сопровождаются подробными доказательствами с примерами.

Вводятся показательная и логарифмические функции. В профильном классе обязательным является рассмотрение хотя бы нескольких задач на оптимизацию.

Имеется задачник, в котором представлены задачи различного уровня сложности. Заданий для закрепления и овладения материалом дается в достаточном количестве.

Тема «Производная функция» представлена для учащихся на наглядно-интуитивном, рабочем и формально-логическом уровне.

В целом тема преподносится доступно, на понятном для учащихся языке. Каждый параграф закрепляется подробным разбором примеров.

## **Виленкин Н.Я. Математика. 10-11 классы.**

Автор подводит к теме «Производная функции», традиционным методом, при помощи рассмотрения задачи на мгновенную скорость. Затем автор приводит задачи на вычисление тангенса угла наклона касательной к графику функции и на вычисление силы тока.

Определение производной функции.

Производной функции  $y = f(x)$ , заданной на интервале  $(a; b)$ , в точке  $x$  этого интервала называют предел отношения приращения функции в этой точке к соответствующему приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю, т.е.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}.$$

Так определение производной функции теперь известно, то переходим к изучению механического ( $v(t) = f'(t)$ ) и геометрического смысла производной функции.

Как и у Мордковича изучаются правила для дифференцирования основных функции. Каждое правило подкрепляется доказанной теоремой.

Для того, чтобы учащиеся могли вычислять приближенные значения функции, дается формулировка дифференциала функции:

$$df = f'(x)dx \quad (df = dv).$$

Вводится понятие сложной функции и начинается изучение производной обратной функции. Тема о производной обратной функции в учебнике отмечена звездочкой, т. е. данный материал предназначен для учащихся с углубленным изучением математики.

Параграф о применении производной содержит в основном тот же материал, что и в предыдущем учебнике. Далее следует составление и получение уравнения касательной. Посредством изучения механического

смысла производной функции второго порядка, прежде вводится представление о сложной функции.

Автор предлагает решить задачи на оптимизацию и особенности экстремума. Благодаря подробному алгоритму для построения графиков функции с применением второй производной функции, учащиеся с легкостью приступают к решению задач данного типа.

Для повышения качества знаний, автор предлагает раздел с дробно-линейными функциями. Но параграф отмечен звездочкой, т. е. материал не является обязательным в изучении.

Вкратце, в данном учебнике определение производной функции сопровождается изучением мгновенной скорости и угла наклона касательной. Само определение производной функции дается с опорой на предел разностного отношения. Имеются наглядные представления для поиска простейших производных функции. В достаточном количестве имеется углубленный материал, который позволяет расширить горизонты знаний учащихся и в полной мере овладеть знаниями, позволяющими в дальнейшем с легкостью определять и вычислять производную функцию.

Подводя итог можно выделить общие моменты в каждом из проанализированных учебников. Оба автора предоставляют материал. Во всех двух учебниках материал излагается на наглядно-интуитивной основе, и дается строгое определение производной функции. В целом материал предлагаемый авторами во многом схож.

Одним из основных отличий можно выделить то, что у Мордковича при нахождении промежутков выпуклости не используется производная функция второго порядка, в приложениях производной не вводится теорема Лагранжа. Зато при доказательстве тождеств и неравенств применяется производная функция. У Виленкина более обширно изучается параграф о приложениях производной функции.

Тема «Производная функции» имеет обширное применение во многих отраслях наук. Поэтому не мало важным считается показать учащимся практическое применение производной функции.

**Пример 1.** Легенда об основании Карфагена гласит, что когда финикийский корабль пристал к берегу, местные жители согласились продать прибывшим столько земли, сколько можно оградить бычьей шкурой. Но хитрая финикийская царица Дидона разрешила эту шкуру на ремешки, связала их и оградила ремнем большой участок земли, примыкавший к морю. Считая берег моря прямолинейным, а огражденный участок прямоугольным, перед Дидоной встала задача: как оградить прямоугольный участок имеющимися ремешками длиной 1, чтобы площадь была наибольшей?

[9, с.26]

**Пример 2.** База находится в лесу в 5 км от дороги, а в 13 км от базы на этой дороге есть железнодорожная станция. Пешеход по дороге идет со скоростью 5 км/ч, а по лесу – 3 км/ч. За какое минимальное время пешеход может добраться от базы до станции? [24, с.89]

**Пример 3.** Командиру межгалактического космического корабля, движущемуся по закону  $x(t) = 1 + 9t + 3t^2 - t^3$ , сообщили о том, что приборы сообщили о том, что приборы зафиксировали неопознанный летающий объект, стремительно приближающийся к кораблю. Чтобы избежать столкновения, необходимо максимально увеличить скорость. Каким должно быть ускорение корабля в момент, когда скорость станет максимальной? [23, с.50]

**Пример 4.** Задача из истории математики, которую Евклид решал чисто геометрическим методом: доказать, что из всех параллелограммов, вписанных в данный треугольник, наибольшую площадь имеет тот, основание которого равно половине основания треугольника. [9, с.52]

Чтобы решить задачи на оптимизацию без особых затруднений, на уроках вместе с учащимися составляется алгоритм. Алгоритм будет полезен для учащихся любого профиля.

Важно донести до учащихся информацию, что задания на нахождения  $\max$  и  $\min$  могут решаться не только с помощью производной функции. Порой остальные методы слишком сложны, как для понимания учащихся, так и для способа их нахождения. Тем самым мы еще раз убедимся, что использование производной функции является более целесообразным и простым способом для решения задач данного типа. [25, с.69]

Подробно разобрав учебные пособия для классов с профилем математика, мы переходим к рассмотрению учебников для учащихся гуманитарного профиля и общеобразовательных классов.

Как было выяснено ранее, в учебниках для гуманитарного профиля определение производной функции дается без использования понятия предела.

Определение производной функции в общеобразовательных учебниках дается не в строгом виде. В учебниках не для углубленного изучения не включены многие приложения производной функции, а также вовсе не изучаются производные функции обратных тригонометрических функции. В учебниках Ш.А.Алимова, А.Н.Колмогорова, А.Г.Мордковича прежде всего изучаются правила дифференцирования функции, а уже после ее применение производной функции для исследования.

У учащихся гуманитарного профиля в неделю отводится всего три урока математики, а материал изъясняется в рамках единого курса для общеобразовательных школ.

В учебнике **А.Г. Мордкович, И.М. Смирнова** теоретический материал по большей части направлен на самостоятельное изучение учащимися, но взамен этому автор дает не мало подробно разобранных и решенных примеров. очень подробно излагается весь теоретический материал. После изучения теоретического материала следует практическая часть с заданиями различного уровня сложности. Всего таких уровней три, первый - простой не

отмечается никаким значком, второй – средний отмечается данным знаком  $\circ$  и наконец повышенный уровень сложности имеет  $\bullet$ . Практически к каждому заданию имеются ответы в конце учебника.

Благодаря большому количеству задач даваемых для самостоятельного решения учащимся, учителю не придется подбирать материал из дополнительных источников.

В учебнике имеются параграфы которые отмечены звездочкой. Такие параграфы идут, как дополнительные и поэтому они не считаются обязательными в изучении.

Параграфы отмеченные звездочкой: преобразование графиков тригонометрических функций, преобразования произведений тригонометрических функций в суммы, предел последовательности, центральное проектирование, полуправильные многогранники, звездчатые многогранники, кристаллы – природные многогранники. [28]

Учебное пособие под редакцией **А.Н.Колмогорова**, в отличии от всех остальных авторов, начинает изучение раздела «Производная функция» с введения понятия о гладкой кривой.

Вводится определение касательной. Само определение звучит следующим образом: прямую, проходящую через точку  $(x_0; f(x_0))$ , с отрезком которой практически сливается график функции  $f$  при значениях  $x$  близких к  $x_0$ , называют касательной к графику функции  $f$  в точке  $(x_0; f(x_0))$ .

Ставится задача: определить точное положение касательной к графику данной функции  $f$  в заданной точке (геометрический смысл производной). Для введения понятия механический смысл производной функции, предоставляется задача на мгновенную скорость.

Алгоритм для решения задач рассматриваемых выше.

С помощью формулы задающей функцию  $f$ , находим ее приращение в точке  $x_0$ :

$$\Delta f = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0).$$

Далее находится выражение для разностного отношения  $\frac{\Delta f}{\Delta x}$ :

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}.$$

Выясняем, к какому числу стремится  $\frac{\Delta f}{\Delta x}$ , если считать, что  $\Delta x$  стремится к нулю.

Само определение производной функции автор вводит без использования понятия предела.

Производной функции  $f$  в точке  $x_0$  называется число, к которому стремится

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

при  $\Delta x$  стремящемся к нулю. [29]

Для рассмотрения правил о предельном переходе и непрерывности функции, вводится дифференцируемая функция в точке. Правила дифференцирования сопровождаются доказательствами, в конце мы получаем формулы для дифференцирования функции.

На наглядно-интуитивном уровне дается понятие производной степенной функции. Также изучаются доказательства тригонометрических производных функции и сложная функция с ее дифференцированием.

За геометрическим смыслом следует изучение уравнения касательной и теорема Лагранжа. Во время изучения механического смысла производной функции рассматривается применение производной функции в других отраслях наук. К примеру ее применение в физики, химии и технике.

Автор включает материал по изучению признаков возрастания и убывания функции, вводятся критические точки функции и признаки  $\max$  и

min производной функции. Весь выше описанный материал сопровождается примерами. Для улучшения качества знаний учащихся автор предоставляет исторические сведения.

Определяется производная для логарифмических, показательных и степенных функции, но лишь после их изучения. За понятием о дифференциальных уравнениях, включается производная функция второго порядка. И чтобы учащиеся не теряли интерес, автор снова включает, как дополнение к изученному материалу, исторические сведения.

Подведем итог проведенного анализа. Из определения производной функции, мы видим, что материал для учащихся излагается на формально-логическим уровне. Но в то же время автор рассматривает производную функцию с точки зрения мгновенной скорости и углового коэффициента касательной. В учебнике имеется не большое количество исторических сведений, которые могут использоваться в качестве дополнительного материала для учащихся.

Учебное пособие под редакцией **Ш.А.Алимов**. Во многих учебниках, изучение темы «Производная функция» начинается с рассмотрения задач на мгновенную скорость. Решение данных задач подводит учащихся к определению и самой производной функции. Но прежде чем ввести основное определение, прежде автор дает пояснение о разностном отношении для производной функции.

Рассмотрим определение предлагаемое Алмовым: пусть функция  $f(x)$  определена на некотором промежутке,  $x$  – точка этого промежутка и число  $h \neq 0$  такое, что  $x + h$  также принадлежит данному промежутку. Тогда предел разностного отношения  $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$  при  $h \rightarrow 0$  (если этот предел существует)

называется производной функции  $f(x)$  в точке  $x$ , таким образом производная функция имеет вид,  $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ .

Изучение темы продолжается изучением понятия дифференцируемая функция. В последствии этот материал используется для получения формул дифференцирования основных функции.

Понятие предела вводится после изучения определения производной функции. Далее идет изучение непрерывной функции. Небольшим по объему теоретическим материалом сопровождается изучение производной степенной функции, но в тоже время приводится достаточное количество примеров.

Из полученного определения производной функции выводятся основные формулы:

$$C' = 0, (x)' = 1, (km + m)' = k, (x^2)' = 2x, \left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2} (x \neq 0),$$
$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}} (x > 0).$$

Параграф о приложениях производной функции содержит более подробный материал, чем в предыдущем учебнике. Вводятся теоремы Ферма и Лагранжа. Присутствует определение точек максимума и минимумам и теорема об их достаточном условии.

Присутствует подробный алгоритм для поиска наибольших и наименьших значения функции и схема применяемая для исследования функции.

В учебнике имеется материал для дополнительного изучения. К примеру для повышения уровня знаний учащихся можно вместе с ними рассмотреть предлагаемые автором задачи на оптимизацию.

Изучаются точки перегиба и определение выпуклости графика функции. Для изучения данного материала автор вводит производную второго порядка.

В задачнике, который создан специально для данного учебника, все задания разбиты по уровням сложности. В принципе задачник ничем не отличается от рассматриваемых ранее. В нем как и в предыдущих три уровня сложности, отличить уровень сложности можно по цвету номера

предлагаемого задания. Не мало важным является то, что предлагается раздел под названием «Проверь себя», где любой из учащихся может без задействования посторонних источников попрактиковаться в решении заданий на данную тему и продуктивно подготовиться к предстоящим им самостоятельным работам. [27]

В целом учебник содержит достаточно обширный материал по теме «Производная функции». При помощи задач на мгновенную скорость, мы знакомимся с понятием разностного отношения. Само же понятие предела разностного отношения изучается без подробного теоретического материала, но автор приводит подробно разобранные примеры. В данном учебнике элементы математического анализа, как и подразумевается в самой идее курса, преподносятся на наглядно-интуитивном уровне. Акцент делается на практическое применение производной функции и ее использование при решении элементарных задач.

Вывод по учебникам для гуманитарного профиля. Тема «Производная функции», во всех трех учебниках имеет сходство в своем преподнесении для учащихся. Каждый автор излагает материал на наглядно-интуитивном уровне, благодаря чему у учащихся должен создаться и отложиться образ изучаемого объекта. Определение производной дается формальное.

Основные отличия: у А.Н.Колмогорова не вводится понятие предела, в то время как у А.Г.Мордковича данное понятие преподносится на наглядно-интуитивном основе, прежде чем формулируется определение производной функции. Ш.А.Алимова в начале знакомит нас с понятием производной функции, а уже после на интуитивном уровне изучается предел разностного отношения.

При переходе в старшую школу, выбор профиля дальнейшего обучения является обязательным. Одним из основных предметов для изучения является математика. Т. е. не смотря на выбранный учащимися профиль обучения,

математика будет включена в их учебный процесс в обязательном порядке. Различия будут лишь в количестве предоставляемого материала и часах отводящихся на предмет. [26, с.63]

Учащиеся выбравшие не математическое направление, все равно продолжают изучение математики. Но материал данного предмета будет содержать лишь разделы обязательные в изучении при любом профиле обучения. По окончании школы учеником должен быть усвоен обязательный минимум, который позволит ему успешно окончить школу и сдать единый государственный экзамен. Основной задачей учителя, является показать роль математики в человеческой культуре. И помнить, что в гуманитарных классах математика преподается не ради предмета, а как средство познавательной деятельности учащихся.

## **ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА «ПРОИЗВОДНАЯ ФУНКЦИИ» ДЛЯ ГУМАНИТАРНЫХ КЛАССОВ**

### **2.1 Роль элективных курсов в концепции профильного обучения**

Элективные курсы по выбору считаются обязательными для посещения среди учащихся в профильных школах. Данные курсы по выбору считаются важным компонентом школьного учебного плана. Можно выделить две основные функции элективных курсов. Некоторые элективные курсы служат, как дополнение к основному профилю обучения, позволяющие расширить горизонт знаний учащихся. Также элективные курсы проводятся как дополнение для профильной специализации. Их основной целью считается углубление знаний учащихся внутри того профильного направления, которое считается приоритетным. [17]

Проще говоря одни элективные курсы способствуют повышению уровня знаний основного направления учащегося, другие в свою очередь обеспечивают изучение учащимися смежных предметов.

Элективные курсы могут использоваться для подготовки учащихся к сдаче единого государственного экзамена. Такие курсы помогают восполнять знания по предметам, которые в профильных классах изучаются на базовом уровне. И наконец, не всех учащихся устраивает уровень изучения тех или иных предметов, которые не являются их основным профилем. Для удовлетворения познавательных интересов каждого из учащихся и созданы элективные курсы, которые могут носить «внепредметный» или «надпредметный» характер. [20]

С помощью элективных курсов обычно решаются следующие задачи:

1. Элективные курсы способствуют определению профессиональной направленности учащихся;
2. Создание мотивации для обучения на данном направлении;
3. Ознакомление школьников с основными видами деятельности выбранного ими направления;

4. Повысить познавательный интерес учащихся;
5. Усовершенствовать информационную и коммуникативную компетентность учащихся. [19]

При составлении и введении элективных курсов важно не забывать основные задачи, то есть должна продолжаться профориентационная работа, должны приобретаться те умения и навыки, которые в дальнейшем помогут продвинуться в выбранном направлении и т.д. Ведь профильное обучение - это не только дифференцирование содержания образования, но, как правило, и по-другому построенный учебный процесс. [18, с.24]

Примерное соотношение объемов базовых общеобразовательных, профильных общеобразовательных предметов и элективных курсов определяется пропорцией 50:30:20. Предлагаемая система не ограничивает общеобразовательное учреждение в организации того или иного профиля обучения (или нескольких профилей одновременно), а школьника в выборе различных наборов базовых общеобразовательных, профильных предметов и элективных курсов, которые в совокупности и составят его индивидуальную образовательную траекторию. Во многих случаях это потребует реализации нетрадиционных форм обучения, создания новых моделей общего образования. [21]

Уже по окончанию 9 класса ученик стоит перед важным выбором, связанным с определением его будущей профессиональной направленности. Поэтому школа должна создать на сколько возможно благоприятные условия для овладения выпускниками всеми знаниями, умениями и навыками в полном объеме. И одним из обязательным условием для реализации выше сказанного является введение предпрофильной подготовки учащихся. [22]

Цель элективных курсов в предпрофильной подготовке и профильном обучении — индивидуализация обучения, подготовка учащихся к осознанному и ответственному выбору сферы будущей профессиональной деятельности. Основной целью элективных курсов в предпрофильной

подготовке является ориентация учащихся на выбор профиля в соответствии с интересами, склонностями и способностями.

Таким образом, элективные курсы в предпрофильной подготовке решают следующие задачи:

- удовлетворение познавательных интересов школьников;
- проба специфических видов деятельности, присущих определенному предмету или образовательной области;
- оценка учащимися своих способностей и возможностей.

## **2.2 Элективный курс «Производная функции»**

### Пояснительная записка

Ориентация исследовательской деятельности на углубленное изучение гуманитарных предметов в рамках профильного обучения выводит на первый план элективные курсы, выполняющие в общеобразовательном учреждении несколько функций: дополнение содержания профильного курса, углубление содержания одного из базовых курсов, удовлетворение познавательных интересов учащегося, выходящих за рамки выбранного им профиля.

Элективный курс «Производная функции» составлен для учеников 11 класса (гуманитарного профиля). Курс рассчитан на 17 часов. Система оценивания – зачетная. Для закрепления полученных знаний в конце каждого раздела учащимся будут даны задачи для самостоятельного решения, а в конце курса учащимся будут представлены и защищены рефераты на предложенные темы (самостоятельный выбор темы приветствуется).

Знание и понимание производной функции позволяет более продуктивно решать многие задачи, некоторые из которых также встречаются и в ЕГЭ. Следует отметить, что знание нестандартных методов и приемов решения задач способствует развитию нового, нешаблонного мышления.

Для многих задач элементарной математики допускается как «элементарное», так и «неэлементарное» решение. Применение производной

дает как правило более эффективно решение. Тем самым у учащихся появляется возможность оценить силу, красоту и общность нового математического решения.

Курс рассчитан для учеников гуманитарных профилей, то в нем будут присутствовать лишь основные термины и понятия, необходимые им для успешного окончания школы и сдачи итоговых экзаменов (ЕГЭ). Для того чтобы курс был максимально интересным для учащихся и в тоже время продуктивным в нем будут приняты во внимание психолого-педагогические особенности гуманитариев.

Цели:

1. Познакомить учащихся с историей возникновения производной функции
2. Повторить и углубить ранее изученный материал по данной теме;
3. Отладить решение задач содержащих производную функцию, тем самым повысить и их навык решения заданий содержащихся в едином государственном экзамене.

Основными задачами для достижения поставленных целей будем считать:

- Углубить и систематизировать знания учащихся.
- Подготовить учащихся к ЕГЭ.

**Благодаря данному элективному курсу учащиеся смогут:**

- ✓ Систематизировать и повторить ранее изученный материал по данной теме;
- ✓ Научиться применять свои навыки при решении задач различной сложности;
- ✓ Подготовиться к сдаче единого государственного экзамен;
- ✓ Научиться грамотно формулировать и строить решение заданий содержащих производную функцию.

**Для реализации поставленных целей и задач учащиеся должны обладать следующими умениями:**

- Уметь анализировать задания, путем выделения главного и основного смысла;

- Уметь логически мыслить и обосновывать свои решения;
- Умение конструктивно подходить к предлагаемым задачам.
- Умение планировать и проектировать свою деятельность.

## Тематическое планирование

<b>Производная функции</b>		
Введение в элективный курс. Контроль знаний учащихся.	1 час	Самостоятельная работа
Определение производной	1 час	Семинар
Вычисление производной функции	1 час	Практикум
Физический и геометрический смысл производной функции	2 часа	Семинар, практикум
Применение производной при решении уравнений и неравенств	2 часа	Практикум, самостоятельная работа
Применение производной функции для исследования функции на монотонность и экстремумы	2 часа	Семинар, практикум
Приложения производной функции	2 часа	Семинар, практикум
Решение заданий из ЕГЭ	2 часа	Практикум, самостоятельная работа
Проверка и закрепление полученных знаний в игровой форме	1 час	Практикум
Подготовка к защите реферата	2 часа	Консультации
Сдача рефератов	1 час	Защита рефератов

### Содержание

#### **Тема 1. Введение в элективный курс. Контроль знаний учащихся.**

Озвучивание целей и задач курса. Входной контроль знаний.  
Обсуждение тем реферата.

#### **Тема 2. Определение производной.**

Определение производной функции. Общепринятые обозначения производной функции. Таблица производных.

#### **Тема 3. Вычисление производных.**

Простейшие правила вычисления производной функции. Формулы дифференцирования. Производная сложной функции. Производная обратной функции.

#### **Тема 4. Физический и геометрический смысл производной.**

Физический и геометрический смысл производной функции. Нахождение скорости процесса. Уравнение касательной к графику функции. Решение задач по теме.

#### **Тема 5. Применение производной функции при решении уравнений и неравенств.**

Исследование производной функции при доказательстве и решении неравенств. Решение задач с применением производной, уравнений и неравенств. Самостоятельная работа по пройденному материалу.

#### **Тема 6. Применение производной для исследования функции на монотонность и экстремумы.**

Введение схемы для исследования на монотонность. Понятие возрастающей и убывающей функции. Как найти экстремумы функции. Точки максимума и минимума. Решение задач по данной теме.

#### **Тема 7. Приложения производной функции.**

Знакомство с основными теоремами дифференциального исчисления. Теорема Лагранжа. Теорема Ферма. Изучение схемы исследования функции. Рассмотрение примеров по данной теме.

#### **Тема 8. Решение заданий из ЕГЭ.**

Разбор заданий содержащих производную функцию в базовом уровне ЕГЭ. Разбор заданий содержащих производную функцию из профильного уровня ЕГЭ. Решение заданий представленных в ЕГЭ. Самостоятельная работа по экзаменационным заданиям.

#### **Тема 9. Проверка и закрепление полученных знаний в игровой форме.**

Проведение урока закрепление в игровой форме. Задания будут содержать задания из представленного материала выше. Разделение класса на две команды. Командам предлагаются задания из разных категории (10,20,30,40 баллов). Так как тема не легкая у каждой команды будет одно право на подсказку.

## **Тема 10. Подготовка к защите реферата.**

Проведение консультации с учащимися по выбранным ими темам. Разбор тем и подготовка качественного материала для защиты и получения итоговой оценки.

## **Тема 11. Защита рефератов.**

Выступление учащихся с отчетами о проделанной работе и подведение итогов курса. Проведение рефлексии.

### **2.3 Итоги элективного курса**

Элективный курс проводился на базе МОУ «Беловская СОШ». Для элективного курса был взят 11 «Б» класс. Исследования показали, что применение методики профильного обучения на уроках математики позволяет повысить их эффективность, сделать занятия более наглядными и интересными, что ведет к повышению качества знаний школьников.

Характеристика класса.

Для проведения курса был выбран класс гуманитарного профиля. В составе класса 11 человек, из них 6 девочек и 5 мальчиков. В классе присутствуют учащиеся, которые выделяются активностью и высокой работоспособностью на уроках (3 человека). Остальной состав класса средне активен на уроках, редко принимает участие в обсуждении тем урока и не проявляют особого интереса к предмету.

Для определения уровня знаний учащихся по теме «Производная функции» был проведен контроль знаний. В виде опроса и самостоятельной работы. Самостоятельная работа была представлена в 2 вариантах, состоящих из 4 заданий (Приложение 1). На решение заданий учащимся было дано 40 минут. Итоги проверочной работы приведены ниже в таблице.

Таблица 3. Итоги входной самостоятельной работы

ФИО учащегося	Решено заданий	Итоговая оценка
---------------	----------------	-----------------

Титов Владимир	2	3
Коновалова Мария	2	3
Скибина Надежда	3	4
Калинин Дмитрий	2	3
Клошка Ирина	1	2
Шуляк Илья	3	4
Воскобойникова Ольга	1	2
Алпеева Алина	1	2
Новикова Ирина	2	3
Свилогузов Иван	1	2
Кружка Георгий	1	2

По результатам первичной проверки знаний:

- 46% учащихся получили неудовлетворительную оценку;
- 36% получили оценку удовлетворительно;
- 18% знают материал на оценку хорошо.

Пробелы в знаниях и незаинтересованность учащихся в предмете привели к такому результату. Исходя из всего выше сказанного мы видим, что большинство учащихся не обладают достаточным уровнем знаний даже для решения элементарных задач.

Но основной целью входного контроля все же являлась цель, показать учащимся об их пробелах в знаниях, для того чтобы заинтересовать их в дальнейшем на более качественный результат. Нами было также оговорено, что данная тема присутствует и в итоговой аттестации (ЕГЭ), которая им всем предстоит в этом году. Большинство учащихся сошлись во мнений, что знание темы «Производная функции» поможет им более успешно сдать экзамен.

Каждый урок мы начинали с повторения основных терминов и решения элементарных заданий. Это помогало ребятам настраиваться и быстрее включаться в работу.

На 9 занятий была проведена небольшая самостоятельная работа для контроля знаний учащихся, выявления пробелов и для их дальнейшей мотивации к обучению. Для самостоятельной работы было подготовлено 2 варианта, в каждом из вариантов две части (тестовая и практическая). Тестовая часть содержит 3 вопроса с вариантами ответов. В практической части присутствует 4 задания (Приложение 2). Результаты самостоятельной работы отражены в следующей таблице см. таблицу ниже.

Таблица 4. Результаты промежуточной самостоятельной работы

ФИО учащегося	Решено заданий	Итоговая оценка
Титов Владимир	4	4
Коновалова Мария	3	3
Скибина Надежда	6	5
Калинин Дмитрий	4	4
Клошка Ирина	3	3
Шуляк Илья	5	4
Воскобойникова Ольга	3	3
Алпеева Алина	3	3
Новикова Ирина	4	4
Свилогузов Иван	3	3
Кружка Георгий	2	2

Итоги самостоятельной работы:

- 9% оценка неудовлетворительно;
- 45% оценка удовлетворительно;
- 37% оценка хорошо;
- 9% оценка отлично.

Результаты самостоятельной работы показали, что у учащихся есть прогресс повысился уровень знаний по теме «Производная функции». Нужно отметить, что процент учащихся получивших оценку неудовлетворительно значительно уменьшился, появились учащиеся получившие оценку отлично и

возрос процент учеников получивших оценку хорошо вместо оценки удовлетворительно.

Хорошие результаты положительно повлияли на самооценку учащихся и стали стимулом для дальнейшей работы.

В следующем разделе курса был сделан упор на получение учащимися навыка для решения заданий содержащихся в ЕГЭ. Некоторые учащиеся будут сдавать базовый и профильный уровень, поэтому нами были рассмотрены оба варианта заданий.

Для проверки навыка, решения заданий из ЕГЭ, также была проведена самостоятельная работа. Для каждого были подготовлены индивидуальные задания, содержащие 2 примера из базового уровня и 2 из профильного (Приложение 3). Результаты получились следующие.

Таблица 5. Итоговая самостоятельная работа

ФИО учащегося	Решено заданий	Итоговая оценка
Титов Владимир	3	4
Коновалова Мария	3	4
Скибина Надежда	4	5
Калинин Дмитрий	2	3
Клошка Ирина	2	3
Шуляк Илья	4	5
Воскобойникова Ольга	2	3
Алпеева Алина	3	4
Новикова Ирина	3	4
Свилогuzов Иван	3	4
Кружка Георгий	2	3

Результаты:

- 18% оценка отлично;
- 45% оценка хорошо;
- 37% оценка удовлетворительно.

Результаты следующие: отсутствие оценки неудовлетворительно, значительно повысился процент учащихся знающих материал на оценку хорошо, также появились учащиеся справившиеся с работой на оценку отлично. Основной материал по теме «Производная функции» усвоен.

Следующим этапом элективного курса стало проведение контроля изученного материала в игровой форме. Класс был поделен на две команды. Игра состояла из трех туров. Для выполнения заданий учащимся давалась 1 минута (Приложение 4).

Такой метод закрепления материала был наиболее продуктивен и интересен для учеников. После подсчета и оглашения результатов, была проведена рефлексия. Все желающие озвучили свои пожелания и выразили свое отношение к данному мероприятию.

Проведение уроков в игровой форме вызывают у учащихся большой интерес. Во время проведения таких мероприятий материал усваивается эффективней. Нельзя не отметить положительное влияние коллективной работы, как на учебную, так и на воспитательную деятельность учащихся.

Итоговым этапом завершения нашего курса стала защита рефератов на заранее выбранные и подготовленные темы. Для того, чтобы помочь раскрыть и отработать свои темы, для учеников были проведены консультации.

К подготовке рефератов учащиеся отнеслись серьезно. В каждой работе был собран материал, который в полной мере раскрывал данную тему. Некоторые творчески подошли к выполнению своей работы, подготовили презентации и буклеты в которых содержалась краткая информация по их теме. По традиции в конце занятия проведена рефлексия. Все, без исключения, считают данный формат проведения занятий более интересным и познавательным. Так как каждому дается возможность выбрать себе тему и преподнести ее так, как он считает нужным.

Общий вывод: из за разделения классов на профили, некоторые предметы и темы изучаются не в полном объеме, что в дальнейшем может привести к большим пробелам в знаниях, которые могут помешать успешно

окончить школу. Но благодаря элективным курсам каждому учащемуся дается возможность для полноценного обучения и восполнения пробелов. Одним из плюсов элективных курсов можно отметить то, что каждый ученик сам выбирает интересное и нужное ему направление.

Важно учитывать основные задачи и особенности учащихся для которых предназначен данный элективный курс. Опираясь на материал изложенный ранее нельзя не замечать существенные отличия обучающихся в разных профилях.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Тема «Производная функции», как было сказано ранее, является одной из ключевых тем математического анализа. Данная тема имеет широкое применение во многих отраслях науки. В общеобразовательных школах дается лишь минимум (основные понятия и формулы). Но некоторым учащимся этих знаний недостаточно, так как их личностно ориентированные цели для реализации себя в будущей профессии требуют более глубоких знаний. Некоторым же напротив, достаточно школьного минимума. В связи с этим, а именно для удовлетворения потребностей каждого из учащихся, было создано профильное обучение. Благодаря профильному разделению дети со школьной скамьи могут полноценно подготовиться к поступлению без помощи репетиторов, ведь в школах им даются все необходимые знания.

Во время работы над выпускной квалификационной работой нами были рассмотрены особенности учащихся разных профилей. Среди основных отличий можно выделить то, что учащихся гуманитарных классов преобладает наглядно-образное мышление, а математических – абстрактно-логическое.

Если строить свои занятия с опорой на данный материал, то можно существенно повысить уровень знаний и интерес к предмету среди обучающихся.

Также при работе над ВКР было выявлено, что в классах гуманитарного профиля дается слишком мало времени для усвоения материала по теме «Производная функции». Так как тема сложная и обширная, то без дополнительных курсов освоить ее в полной мере очень сложно. Поэтому для исключения пробелов в знаниях и для успешной сдачи итоговых экзаменов будет целесообразно и полезно проведение элективных курсов по данной теме.

Материал данной работы очень обширен, он может быть полезен для студентов и школьников желающих подтянуть свои знания по теме «Производная функции».

В ходе работы рассмотрено и изучено большое количество научно-методической литературы по данной теме. Благодаря этому были достигнуты все поставленные задачи. В работе мы вспомнили основные понятия производной, ознакомились с учебниками для гуманитарного и математического профиля, выявили психолого-педагогические особенности учащихся разных профилей, что в дальнейшем позволило нам корректно подготовить элективный курс, а также мы рассмотрели особенности изучения темы «Производная функции» в классах разного профиля.

Вторая глава была посвящена разработке элективного курса. Элективный курс разрабатывался с соблюдением всех особенностей учащихся гуманитарного профиля. Была доказана эффективность составленного нами курса, путем включения его в учебный процесс школьников. За период прохождения элективного курса учащиеся смогли значительно расширить и улучшить свои знания по теме «Производная функции». Благодаря занятиям учащиеся узнали о том насколько значима данная тема и наглядно увидели некоторые способы применения производной функции. Отдельные часы в элективном курсе были выделены на подготовку учащихся к сдаче предстоящего единого государственного экзамена.

Результатом проводившегося элективного курса стало успешное написание итоговой самостоятельной работы. Со всеми результатам проводившихся самостоятельных работ можно ознакомиться во второй главе нашей выпускной квалификационной работы. Вкратце об итогах курса можно сказать следующее: удалось полностью исключить оценку неудовлетворительно среди учащихся и качественно подготовить их к сдаче единого государственного экзамена, а при помощи включенных в элективный курс наглядных примеров по применению производной функции, учащиеся смогли оценить всю значимость изучаемой темы. Тем самым нам удалось доказать эффективность элективного курса.

Исходя из всего выше сказанного, мы можем сделать вывод, что цель выпускной квалификационной работы, была достигнута.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Далингер В. А. Элективные курсы в системе профильного обучения [Текст] / В.А. Далингер, А.Н. Зубков. - Вестник Омского государственного университета, 2006. - №6. – 26 – 31 с.
2. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. [Текст]: в 2 ч. Ч. 1. Учебник для общеобразовательных учреждений (профильный уровень) / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов – 4-е изд., доп. – М. : Мнемозина, 2007. – 424 с.
3. Ильин В. А. Математический анализ. Начальный курс / В. А. Ильин, В.А. Садовничий, Бл. Х. Сендов. Под ред. А. Н. Тихонова. – 2-е изд., - перераб. – М.: Изд-во МГУ, 2015. - 662 с.
4. Побережный А.Н. Краткий справочник по математике (Курс средней школы) / А. Н. Побережный, - Изд.: Синтез-88, Одесса. - 1990. - 16 с.
5. Виноградов И.М. Элементы высшей математики / И.М. Виноградов. – М.: Наука, 1999. - 507 с.
6. Алгебра и начала анализа.10-11 классы: учеб. для общеобразоват. организаций / Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, М. В.Ткачев и др. – 3-е изд. - М. : Просвещение, 2016. – 463 с.
7. Мордкович, А. Г. Алгебра и начала математического анализа. 10 –11 классы. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных организаций (базовый уровень) / А. Г. Мордкович. – 14-е изд., стер.- М.: Мнемозина, 2016. – 400 с.
8. Алгебра и начала математического анализа : учеб. для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / [А. Н. Колмогоров, А. М. Абрамов, Ю.П. Дудницын и др.] ; под ред. А. Н. Колмогорова. – 17-е изд. – М. : Просвещение, 2016. – 384 с.
9. Вергелес Г.И. Возможности межпредметных связей в формировании

учебной деятельности современного школьника. [Текст]: Г. И. Вергелес / межвузовский сборник научных трудов. – Л: Ленинградский пед. Университет имени А. И. Герцена. – 2013. – С. 51-58.

10. Виленкин Н. Я. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. Учебник для учащихся общеобразоват. организаций (углубленный уровень) / Н. Я. Виленкин, О. С. Ивашев-Мусатов, С. И. Шварцбурд. – 18-е изд., стер. – М. : Мнемозина, 2014. – 352 с.

11. Алгебра и начала анализа : Учеб. для 11 кл. общеобразоват. учреждений / С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин. – М. : Просвещение, 2018. – 448 с.

12. Галкина Т. И., Сухенко Н. В. Организация профильного обучения в школе. Книга современного завуча.-М.:Сфера, 2006.-176 с.

13. Писарева С.А. Профильное обучение как фактор обеспечения доступности образования: российское видение. - СПб, РГПУ, 2006.

14. Шамова Т.И., Подчалимова Г.Н., Худин А.Н. и др. Управление профильным обучением на основе личностно ориентированного подхода: Учебно-методическое пособие.-М.:Наука, 2007.

15. Алтенова Г. С., Тодышева Т. Ю. Психолого-педагогическое сопровождение профессионального самоопределения старших школьников // Молодой ученый. — 2015. — №23. — С. 868-871.

16. Концепция модернизации российского образования на период до 2010 г // Вестник образования.- 2002. - №6. - С.1-10.

17. Элективные курсы географического и экономического содержания в основной школе: сборник программ / сост. П.Н.Паневина. - Хабаровск: ХК ИПК ПК, - 2005. - 92с.

18. Кузнецов, А.А. Элективные курсы по информатике / А. А. Кузнецов// Профильная школа.- 2004. - №1 (4). - С. 28-29.

19. Элективные курсы для основной школы: сборник авторских программ / сост. и ред. П.Н. Паневина // - Хабаровск: ХК ИППК ПК. - 2005. - Вып.2. - 63с.
20. Хомутова, Л.Н. Элективные курсы для предпрофильной подготовки: география / Л.Н. Хомутова // schools.keldysh.ru
21. Проектирование предпрофильного обучения / Хабаровск: ХК ИППК ПК, 2004. - 31с.
22. Проектирование профильного обучения старшеклассников: методические рекомендации / ХК ИППК ПК // Хабаровск. - 2005. - 87с.
23. Колягин, Ю.М. Профильная дифференциация обучения математике / Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева, Н.Е. Федорова. // Математика в shk. – 1990. – № 4. – С. 21-28.
24. Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа. 10-11 кл.: В двух частях. Ч.1: Учеб. для общеобразоват. учреждений. / А.Г. Мордкович. - 5-е изд. - М.: Мнемозина, 2014. - 375 с.
25. Максимова В.Н. Межпредметные связи в процессе обучения [Текст]: В. Н. Максимова / М.: Просвещение. – 1988. – 190 с.
26. Колмогоров А.Н. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. сред. шк. / А.Н. Колмогоров, А.М. Абрамов, Ю.П. Дудницын и др.: Под ред. А.Н. Колмогорова. - 2-е изд. - М.: Просвещение, 2013. - 384 с.
27. Алгебра и начала анализа: учеб. для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / [Ш.А.Алимов, Ю.М.Колягин, Ю.В.Сидоров и др.]. – 15-е изд. – М.: Просвещение, 2015.
28. Математика: Учебник для учащихся 11 классов общеобразовательных учреждений / А.Г. Мордкович, И.М. Смирнова. – М.: Мнемозина, 2014 г.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

Приложение 1

### Самостоятельная работа по теме «Производная функции»

#### Вариант № 1

1) Вычислить производную функции:

а)  $x^7 + 5x^6 + 24x^2 - 7$

б)  $\frac{2}{\sqrt[5]{x^7}} - 4x^8$

в)  $(7x+4)^3 \cdot (8-6x)^5$

2) Найти  $y'$ , если:

$$y(x) = \frac{x^5 - 3x^2 + 8}{2x^3 - 7}$$

### Самостоятельная работа по теме «Производная функции»

#### Вариант № 2

1) Вычислить производную функции:

а)  $12x^4 - 5x^7 + 8 - 3x$

б)  $12x^3 - \sqrt[5]{x^4}$

в)  $(12-7x)^3 \cdot (x^3-2x)^4$

2) Найти  $y'$ , если:

$$y(x) = \frac{x^3 - 7x^4 + 12}{4 - x^3}$$

Приложение 2

### Самостоятельная работа

#### Вариант 1

1. Найдите производную функции:

а)  $3x^2 - \frac{1}{x^2}$ ; б)  $\left(\frac{x}{3} + 7\right)^6$ ;

2. Найдите значение производной функции  $f(x) = 1 - 6\sqrt[3]{x}$  в точке  $x_0 = 8$ .

3. Запишите уравнение касательной к графику функции  $f(x) = \sin x - 3x + 2$  в точке  $x_0 = 0$ .

4. Назовите формулу, раскрывающую геометрический смысл производной.

1.  $y = kx + b$

2.  $k = f'(x)$

3.  $y - y_0 = k(x - x_0)$

4.  $y = f(x)$

5. При каком условии функция убывает?

1.  $f'(x) = 0$

2.  $f'(x) < 0$

3.  $f'(x) = f(x)$

4.  $f'(x) > 0$

6. Найдите производную функции  $y = e^{2x+1}$ .

1.  $e^{2x}$

2.  $2e^{2x+1}$

3.  $e^{2x+1}$

4.  $e^x$

### Самостоятельная работа

#### Вариант 2

1. Найдите производную функции:

а)  $2x^3 - \frac{1}{x^2}$ ; б)  $(4 - 3x)^6$ ;

2. Найдите значение производной функции  $f(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{x}}$  в точке  $x_0 = 1$ .

3. Запишите уравнение касательной к графику функции  $f(x) = 4x \sin x + 1$  в точке  $x_0 = 0$ .

4. Какая из формул задает  $(u \cdot v)'$ ?

1.  $u' \cdot v'$

2.  $u' \cdot v - u \cdot v'$

3.  $u' \cdot v + u \cdot v'$

4.  $u' \cdot v' - u \cdot v$

5. При каком условии функция возрастает?

1.  $f'(x) = 0$

2.  $f'(x) < 0$

3.  $f'(x) = f(x)$

4.  $f'(x) > 0$

6. Вычислите  $(2e^x + 3) \cdot \dots$

1.  $2e^x + 1$

2.  $e^x$

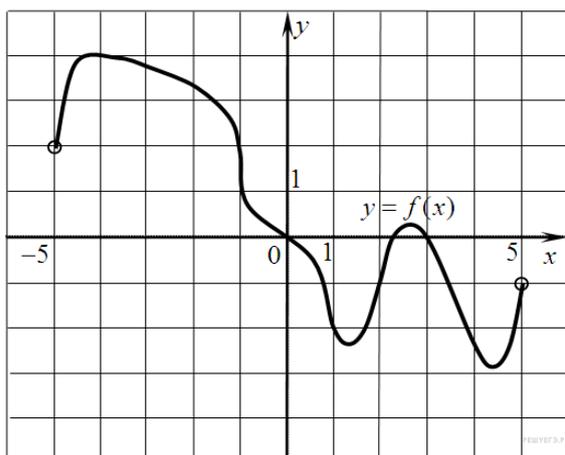
3.  $2e^x$

4. 0

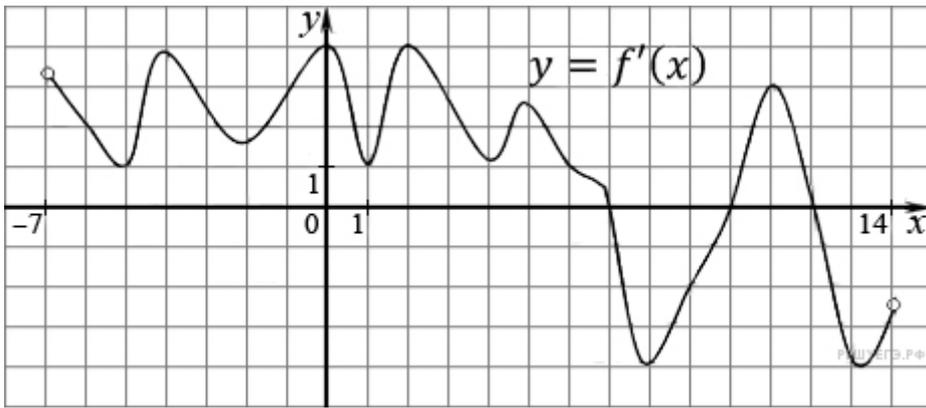
Приложение 3

### Вариант 1

1. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-5; 5)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой  $y = 6$  или совпадает с ней.



2. На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-7; 14)$ . Найдите количество точек максимума функции  $f(x)$  на отрезке  $[-6; 9]$ .

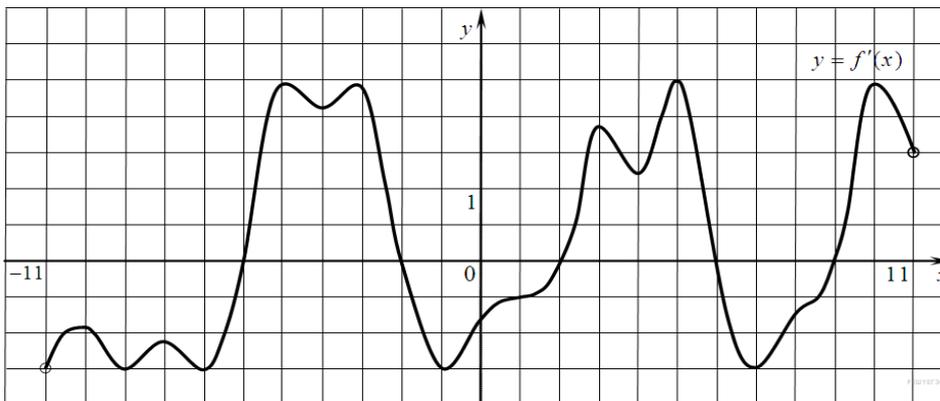


3. Найдите наименьшее значение функции  $y = 3x - \ln(x + 3)^3$  на отрезке  $[-2,5; 0]$ .

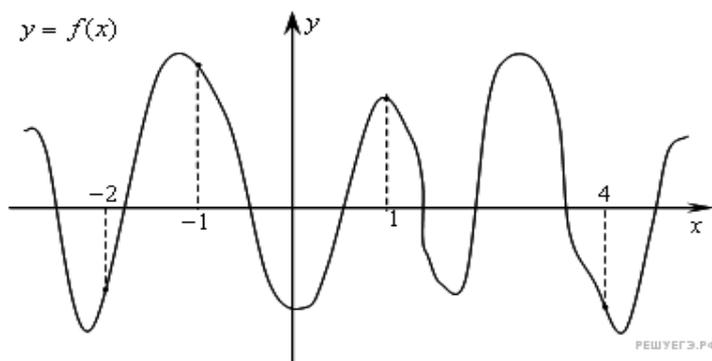
4. Найдите точку минимума функции  $y = x^3 - 48x + 17$ .

### Вариант 2

1. На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-11; 11)$ . Найдите количество точек экстремума функции  $f(x)$  на отрезке  $[-10; 10]$ .



2. На рисунке изображен график функции  $f(x)$ , и отмечены точки  $-2, -1, 1, 4$ . В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



3. Найдите наибольшее значение функции  $y = \ln(x + 5)^5 - 5x$  на отрезке  $[-4,5; 0]$ .

4. Найдите точку максимума функции  $y = x^3 - 48x + 17$ .

#### Приложение 4

Закрепления пройденного материала в игровой форме. Математическая игра на тему «Производная функция».

#### **Закрепление пройденного материала в игровой форме.**

##### **Целями урока является:**

- Повторить и систематизировать знания по полученные за время прохождения элективного курса;
- В игровой форме познакомить учащихся с некоторыми историческими фактами;
- Повысить навыки работы в команде и воспитать чувство ответственности за свою.

При помощи жеребьевки класс был разделен на две команды. В каждой команде присутствовали учащиеся овладевшие материалом на отлично, так и учащиеся с небольшими погрешностями в знаниях.

##### **Ход урока**

Ведущий: на протяжении всего элективного курса нами была проделана огромная работа по теме «Производная функция». Мы вспомнили основные правила и формулы дифференцирования и научились применять производную функцию при решении различных задач. Для активации полученных нами знаний вспомним основные определения и формулы. Но прежде придумайте название своей команде.

Учащиеся: оглашают названия команд, затем каждая команда по очереди называет формулы и основные определения изученные ими за время прохождения элективного курса.

Ведущий: хвалит команды. Во время сегодняшнего мероприятия все эти знания вам пригодятся при решении заданий. Чтобы вы вынесли как можно

больше после нашего элективного курса, было решено провести урок закрепление именно в игровой форме.

Если ни у кого нет вопросов, предлагаю перейти к правилам игры.

Каждая команда получит листки с заданиями, уточним, что у каждой команды задания разные. Всего таких карточек с заданиями будет 4. По готовности один из участников команды, должен будет выйти к доске и путем предоставления решения одного из заданий имеющихся в карточке заработать балл для своей команды.

В это время участники которые находятся за столом могут продолжать работу над решением остальных заданий. К доске можно выходить с черновиком.

Чтобы вы не путались, на доске также будут вывешены задания каждой из команд. Участник решивший последний пример в карточке должен записать полученное слово на доске.

Во время работы у доски учитель не будет помогать, но вся команда может задать вопрос учителю не более двух раз.

Игра будет завершена, когда одна из команд верно решит все задания и составит слова в правильном порядке.

### **Задания команде 1**

**Задание №1. Расшифруйте, как И.Ньютон называл производную функцию.**

С	$f(x) = x^2 + 2x^3$					$f'(1) - ?$
Я	$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{1-4x}}$					$\psi'(0) - ?$
Ю	$y(x) = \frac{2}{\sqrt[3]{2-6x}}$					$y'\left(\frac{1}{6}\right) - ?$
Ф	$g(x) = \sqrt{x}$					$g'(4) - ?$
К	$f(x) = e^x - 1$					$f'(0) - ?$
И	$\varphi(x) = \sin x$					$\varphi'\left(\frac{\pi}{3}\right) - ?$
Л	$g(x) = 3 \ln x$					$g'\left(\frac{1}{3}\right) - ?$
$\frac{1}{4}$	9	4	1	8	$\frac{1}{2}$	2

**Задание №2.**

**Расшифруйте имя и фамилию астронома, математика, чьим именем была названа теорема о вписанном в круг выпуклом четырехугольнике.**

И	$f(x) = \sin 4x$	$f'(\frac{\pi}{4}) - ?$
К	$\psi(x) = \cos 6x$	$\psi'(\frac{\pi}{4}) - ?$
Д	$y(x) = (7+x)^6$	$y'(-8) - ?$
П	$g(x) = \sin(2x - 3)$	$g'(\frac{3}{2}) - ?$
Т	$f(x) = \sqrt[3]{1-x}$	$f'(0) - ?$
О	$\varphi(x) = 2x^2 + \sin 3x$	$\varphi'(0) - ?$
Й	$g(x) = \sin \frac{x}{5}$	$g'(\frac{5\pi}{3}) - ?$
М	$\varphi(x) = (2x + 3)^5$	$\varphi'(-2) - ?$
Е	$y(x) = (1 - 5x)^7$	$y'(0) - ?$
В	$f(x) = \cos(\frac{\pi}{4} - x)$	$f'(\frac{\pi}{2}) - ?$
Л	$\psi(x) = \cos(\frac{2x}{3} - \pi)$	$\psi'(\pi) - ?$
А	$f(x) = x \cdot \sin 2x$	$f'(\pi) - ?$

6	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	2	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	-6	-4	$\frac{1}{10}$

2	$\frac{1}{3}$	3	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	-35	10	-35	$\frac{1}{10}$

### Задание №3.

Найдите значения производных в точке, и вы узнаете, какой плакат висел при входе в академию Платона.

1	$y = (7\operatorname{tg}x - 3\operatorname{ctg}x)^3$	$y'(\frac{\pi}{4}) - ?$
2	$y = \sqrt{7x^3 - 5x^2}$	$y'(1) - ?$
3	$y = (\sqrt{x} + 1)^5$	$y'(4) - ?$
4	$y = ((x+1)^4 - 2)^3$	$y'(0) - ?$
5	$y = \sqrt{x^5 + 1}$	$y'(0) - ?$
6	$y = \sqrt{1 + \sqrt{x}}$	$y'(4) - ?$
7	$y = \frac{1}{\sqrt{x + \frac{1}{x}}}$	$y'(2) - ?$
8	$y = \sqrt[3]{2x^3 - 1}$	$y'(1) - ?$
9	$y = \sqrt{x \cdot \sin x}$	$y'(\frac{\pi}{2}) - ?$

пусть 960	тут $\frac{\sqrt{2}}{2}$
заходят - 12	сюда 12
$\frac{3}{10\sqrt{10}}$ не	тот 0
математики $\frac{\sqrt{2\pi}}{6\pi}$	он $\frac{1}{8}$

знает 2	$\frac{\sqrt{3}}{24}$ кто
входит 101,25	$\frac{11\sqrt{2}}{4}$ не
геометрии $\frac{\sqrt{2\pi}}{2\pi}$	

#### Задание № 4.

Решив эти примеры, вы узнаете фамилию ученого, который вывел формулы, связывающие тригонометрические функции с показательной.

Й	$y = \frac{4-x}{x+2}$	$y'(1) - ?$
Е	$y = \operatorname{tg} 2x \cdot \operatorname{ctg} 2x$	$y'(\frac{2\pi}{3}) - ?$
Э	$y = \frac{x^2}{3 \ln x}$	$y'(e) - ?$
Р	$y = (3x - x^2 - x^{10}) \cdot (\sqrt{x} + 3x^7 - 8)$	$y'(1) - ?$
Л	$y = (x^3 - 2x + 1) \cdot \cos x$	$y'(0) - ?$

$\frac{e}{3}$	$-\frac{2}{3}$	-2	0	57,5

#### Задания команде 2

Задание №1. Решив эти примеры, вы расшифруете фамилию французского математика, который ввел термин “производная”.

Р	$f(x) = 2x^4 - 2x^3 + 3x + 4$	$f'(1) - ?$
Н	$\psi(x) = \sqrt[3]{3x-2}$	$\psi'\left(\frac{1}{3}\right) - ?$
Г	$y(x) = \frac{2}{\sqrt[4]{3-4x}}$	$y'\left(\frac{1}{2}\right) - ?$
А	$y(x) = 2\sqrt{x} + \ln x$	$y'(4) - ?$
Ж	$f(x) = e^{3-x} - 3$	$f'(3) - ?$
А	$\varphi(x) = \cos x - \sin x$	$\varphi'\left(\frac{\pi}{3}\right) - ?$
Л	$g(x) = \ln 2 \cdot \log_2 x$	$g'\left(\frac{1}{3}\right) - ?$

3	$\frac{3}{4}$	2	5	$\frac{-\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}$	1	-1

### Задание №2.

**Решив эти примеры, вы узнаете имя и фамилию крупного французского математика, доказавшего многие теоремы о пределах, которыми мы пользуемся при вычислении производных.**

$\frac{1}{10}$	10	-35	-6	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	3

$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	-4	2	
2	$\frac{1}{10}$	6	2

У	$f(x) = \sin 4x$	$f'(\frac{\pi}{4}) - ?$
О	$\psi(x) = \cos 6x$	$\psi'(\frac{\pi}{4}) - ?$
Ш	$y(x) = (7+x)^6$	$y'(-8) - ?$
Г	$g(x) = \sin(2x - 3)$	$g'(\frac{3}{2}) - ?$
С	$f(x) = \sqrt[3]{1-x}$	$f'(0) - ?$
Ю	$\varphi(x) = 2x^2 + \sin 3x$	$\varphi'(0) - ?$
К	$g(x) = \sin \frac{x}{5}$	$g'(\frac{5\pi}{3}) - ?$
Л	$\varphi(x) = (2x + 3)^5$	$\varphi'(-2) - ?$
Т	$y(x) = (1-5x)^7$	$y'(0) - ?$
Е	$f(x) = \cos(\frac{\pi}{4} - x)$	$f'(\frac{\pi}{2}) - ?$
Н	$\psi(x) = \cos(\frac{2x}{3} - \pi)$	$\psi'(\pi) - ?$
И	$f(x) = x \cdot \sin 2x$	$f'(\pi) - ?$

### Задание №3.

Решите данные примеры, и вы узнаете, что сказал Платон одному из желающих поступить в его школу изучать философию, не зная при этом геометрии.

1	$y = \sqrt{x \cdot \sin x}$	$y'(\frac{\pi}{2}) - ?$
2	$y = \sqrt[3]{2x^3 - 1}$	$y'(1) - ?$
3	$y = \frac{1}{\sqrt{x + \frac{1}{x}}}$	$y'(2) - ?$
4	$y = \sqrt{1 + \sqrt{x}}$	$y'(4) - ?$
5	$y = \sqrt{x^5} + 1$	$y'(0) - ?$
6	$y = ((x+1)^4 - 2)^3$	$y'(0) - ?$
7	$y = (\sqrt{x} + 1)^5$	$y'(4) - ?$
8	$y = \sqrt{7x^3 - 5x^2}$	$y'(1) - ?$
9	$y = (7\text{tg}x - 3\text{ctg}x)^3$	$y'(\frac{\pi}{4}) - ?$

уйди $\frac{\sqrt{2\pi}}{2\pi}$	выйди $-6\pi$
из $\frac{\sqrt{3}}{3}$	прочь 2
тебя $\frac{\sqrt{3}}{24}$	$y = \frac{3}{10\sqrt{10}}$

есть $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$	нет 0
орудие 12	для 101,25
изучения $\frac{11\sqrt{2}}{4}$	философии 960

#### Задание №4.

Решив эти примеры, вы узнаете, у кого возникла идея о необходимости создания единой науки, изучающей процессы сохранения и переработки информации управления и контроля, для которой он предложил название “кибернетика”, получившее общее признание.

Р	$y = \frac{1}{\pi} x^2 \sin x$	$y'(\frac{\pi}{2}) - ?$
И	$y = (x + \frac{1}{x} - 2\sqrt{x})^2$	$y'(1) - ?$
Е	$y = \operatorname{tg}^2 3x$	$y'(\frac{\pi}{12}) - ?$
В	$y = 2x^2 + x + 1$	$y'(0) - ?$
Н	$y = x^2 e^{-\frac{1}{x}}$	$y'(1) - ?$

$\ln 4$	0	$\frac{3}{e}$	12	1

Ответы к карточкам

#### Задания команде № 1

1. Флюксия.

2. Клавдий Птолемей
3. Пусть не входит сюда тот, кто не знает геометрии.
4. Эйлер.

#### **Задания команде № 2**

1. Лагранж.
2. Огюстен Луи Коши.
3. Уйди прочь! У тебя нет орудия для изучения философии.
4. Винер.

Ведущий: ребята вы все огромные молодцы, мне было очень приятно видеть ваши знания. Надеюсь такой способ повторения изученного материала вам понравился и данная тема отложится у вас в памяти на долгие годы. Результаты вы видите на доске. Мы все конечно же поздравляем команду победителей, но могу сказать что вторая команда справилась ни чуть не хуже, поэтому давайте поддержим аплодисментами друг друга.

Теперь я вам предлагаю провести рефлексию. Пусть каждый выскажет свои пожелания, понравилось ему проведение урока в такой форме или нет, чего не хватало и чтобы вы в дальнейшем хотели видеть на своих уроках.

Спасибо всем за внимание, вы все сегодня очень хорошо поработали, но не забывайте, что вас еще ждет защита рефератов. До скорой встречи.