

УДК 330.4

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ
ПРОДВИЖЕНИЯ УНИВЕРСИТЕТОВ В ТОР-N МИРОВЫХ
УНИВЕРСИТЕТСКИХ РЕЙТИНГОВ****Московкин Владимир Михайлович**

доктор географических наук
директор Центра развития публикационной активности,
профессор кафедры мировой экономики Белгородского государственного национального
исследовательского университета
г. Белгород, ул. Победы 85, Российская Федерация
moskovkin@bsu.edu.ru
ORCID: 0000-0001-5587-4133
SPIN-код: 2719-8360

Чжан Хэ

аспирант кафедры прикладной экономики и экономической безопасности
Белгородский государственный национальный исследовательский университет
г. Белгород, ул. Победы 85, Российская Федерация
1098006@bsu.edu.ru
ORCID: 0000-0001-8654-0697

Аннотация

Рассмотрены два подхода к прогнозированию и управлению процессом продвижения университетов в верхние части мировых университетских рейтингов. Первый подход состоит в использовании уравнений популяционной динамики, второй - в построении линейного алгебраического уравнения с несколькими переменными и ограничениями наложенными на них. Детально рассмотрен первый подход на предмет поведения решений динамической системы, описывающей конкурентные взаимодействия между университетами, и соотношений между параметрами этой системы.

Ключевые слова: мировые университетские рейтинги, уравнения популяционной динамики, конкурентные взаимодействия, внутриуниверситетская конкуренция, междууниверситетская конкуренция, TotalScore, OverallScore.

MATHEMATICAL MODELS FOR MANAGING THE PROCESS OF PROMOTING UNIVERSITIES IN THE TOP-N WORLD UNIVERSITY RANKINGS

Vladimir M. Moskovkin

Doctor of Geographical Sciences
Director Centre of Publication Activity Development
Professor of the World Economy Department
Belgorod State National Research University
Belgorod, st.Pobedy 85, Russian Federation
moskovkin@bsu.edu.ru
ORCID: 0000-0001-5587-4133
SPIN-код: 2719-8360

Zhang He

Post-graduate Student, Department of Applied Economics and Economic Security
Belgorod State National Research University
Belgorod, st.Pobedy 85, Russian Federation
1098006@bsu.edu.ru
ORCID: 0000-0001-8654-0697

ABSTRACT

Two approaches to forecasting and managing the process of promoting universities to the top of the world university rankings are considered. The first approach is to use the equations of population dynamics, the second is to construct a linear algebraic equation with several variables and constraints imposed on them. The first approach is considered in detail with regard to the behavior of solutions of a dynamic system describing competitive interactions between universities and the relationships between the parameters of this system.

Keywords: world university rankings, equations of population dynamics, competitive interactions, intra-university competition, inter-university competition, Total Score, Overall Score.

Для построения моделей управления процессом вхождения университетов в TOP-мировых университетских рейтингов (World University Rankings) предлагается использование методов непрерывной математики, основанных на решении уравнений популяционной динамики и решении линейных алгебраических уравнений с несколькими неизвестными и ограничениями, наложенными на эти неизвестные[1,2]. Здесь произвольная совокупность университетов, входящих в верхнюю часть произвольного мирового университетского рейтинга.

В первом случае, высказывается гипотеза о том, что процессы роста университетской конкурентоспособности (определяется университетскими рейтингами и их интегральными показателями Total Score (TS) или Overall Score (OS)), внутриуниверситетской и междууниверситетской конкуренции происходят также, как и в динамике популяций. Это позволяет записать математическую модель конкурентных взаимодействий для TS или OS в приложении к n университетов, входящих в один из World University Rankings (ARWU, QS, THE), в виде классической системы уравнений

популяционной динамики Лотка-Вольтерра, представляющей собой автономную динамическую систему нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений. Под автономной динамической системой обыкновенных дифференциальных уравнений понимается система уравнений, в которую время явно не входит в ее правую часть.

Отметим, также, что по определению TSиOS не превышают 100 баллов.

В работе [1] эта система уравнений при $n=100$ была записана в виде

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dI_1}{dt} = k_1 I_1 - \beta_1 I_1^2 - \gamma_{12} I_1 I_2 - \gamma_{13} I_1 I_3 - \dots - \gamma_{1,100} I_1 I_{100} \\ \frac{dI_2}{dt} = k_2 I_2 - \beta_2 I_2^2 - \gamma_{21} I_2 I_1 - \gamma_{23} I_2 I_3 - \dots - \gamma_{2,100} I_2 I_{100} \\ \vdots \\ \frac{dI_i}{dt} = k_i I_i - \beta_i I_i^2 - \gamma_{i1} I_i I_1 - \gamma_{i2} I_i I_2 - \dots - \gamma_{i,100} I_i I_{100} \\ \vdots \\ \frac{dI_{100}}{dt} = k_{100} I_{100} - \beta_{100} I_{100}^2 - \gamma_{100,1} I_{100} I_1 - \gamma_{100,2} I_{100} I_2 - \dots - \gamma_{100,99} I_{100} I_{99} \end{array} \right. , (1)$$

где $\gamma_{ij} = \gamma_{ji}$ – коэффициент междууниверситетской конкуренции, $k_i/\beta_i = 100$

(максимальный уровень I_i , возникающий при $\gamma_{i1} = \gamma_{i2} = \dots = \gamma_{ii} = \dots = \gamma_{i100}$, $i \neq j$), k_i – коэффициент роста, β_i – коэффициент внутриуниверситетской конкуренции (в популяционной динамике – коэффициент внутривидовой конкуренции).

Важно отметить, что в системе уравнений (1) i не равно j , так как $\gamma_{ii} = \beta_i$. Коэффициент междууниверситетской конкуренции γ_{ij} показывает силу конкурентного давления j -го университета на i -ый. Все это важно, так как в работе [1] это не конкретизировалось.

Переменные I_i , которые представляют собой OS и TS университетских рейтингов, в теории динамических систем называются фазовыми переменными. Эта система интересна тем, что в каждом ее уравнении можно вынести за скобку фазовую переменную I_i , тогда при поиске особых (стационарных) точек этой системы, когда правые ее части равняются нулю, нетривиальная особая точка находится из системы линейных алгебраических уравнений, например, с помощью правила Крамера. Под нетривиальной особой точкой понимается особая точка, имеющая ненулевые координаты. Все другие особые точки имеют, по крайней мере, одну нулевую координату.

В работе [3] было показано, что n -мерная система уравнений Лотка – Вольтерра имеет 2^n особых точек. Например, в трехмерной системе мы имеем 8 особых точек: $(0, 0, 0)$, $(*, 0, 0)$, $(0, *, 0)$, $(0, 0, *)$, $(0, *, *)$, $(*, 0, *)$, $(*, *, 0)$, $(*, *, *)$, где звездочкой показаны не нулевые особые точки. Все эти особые точки в зависимости от соотношения коэффициентов модели, могут быть как устойчивыми, так неустойчивыми. Их устойчивость определяется с помощью линейного анализа, когда линеаризуется матрица правой части системы (1), которая называется матрицей Якоби, и для нее решается характеристическое уравнение $\text{Det}(A - \lambda I) = 0$, A – матрица Якоби, I – единичная матрица, λ – собственные значения (числа) матрицы Якоби (для n -мерных систем их количество равно n), Det – обозначение определителя (детерминанта) матрицы $A - \lambda I$.

Здесь мы приходим к алгебраическому уравнению n -ой степени относительно неизвестного собственного значения λ , оно как известно имеет n корней. То есть собственные числа матрицы Якоби и являются решениями характеристического уравнения, и если хотя бы одно собственное число больше нуля, то особая точка является неустойчивой.

Как мы видим, если обрезать правую часть системы уравнений (1) всеми членами, начиная с третьего, то мы придем к ста независимым уравнениям Ферхюльста, решениями которых являются известные логистические функции. Стационарные (максимальные)

уровни решений этих уравнений равняются $I_i = k_i/\beta_i$, как отмечено выше (они являются устойчивыми особыми точками).

В работе [1] рассматривалась симметричная матрица размерности 100×100 для коэффициента межуниверситетской конкуренции γ_{ij} . Но здесь следует отметить, что такая ситуация может иметь место для совокупности ранжируемых университетов с приблизительно одинаковым потенциалом конкурентоспособности. Здесь прослеживается отдаленная аналогия с третьим законом Ньютона - конкурентное давление i -го университета на j -ый равняется конкурентному давлению j -го университета на i -ый.

В общем случае, рассматриваемая матрица значений таких коэффициентов является не симметричной. Попробуем разобраться, какие соотношения могут быть между значениями всех коэффициентов системы уравнений (1). Допустим университеты ранжированы в каком-либо рейтинге. Рассмотрим ТОР- n университетов в этом рейтинге. Очевидно предположить, что коэффициенты роста этой совокупности университетов удовлетворяют неравенствам:

$$k_1 > k_2 > \dots > k_i > \dots > k_n. \quad (2)$$

Можно также предположить, что для коэффициентов внутриуниверситетской конкуренции справедливы обратные неравенства:

$$\beta_1 < \beta_2 < \dots < \beta_3 < \dots < \beta_n. \quad (3)$$

Такая система неравенств предполагает, что стационарные уровни всех фазовых переменных системы в нетривиальной особой точке будут также возрастать от первого университета к последнему, при этом координаты этой нетривиальной особой точки являются стационарными уровнями. Ясно также, что эти стационарные уровни будут меньше, чем в отсутствии межуниверситетской конкуренции, когда они равняются $I_i = k_i/\beta_i$. Теоретически возможна ситуация, когда конкурентное давление всей совокупности университетов, входящих в ТОР- n полностью подавляют ряд слабых университетов в хвосте этой совокупности, сводя их TS (OS) к нулю.

Допустим, что таких университетов три, тогда координаты для n - мерной особой точки будут иметь вид $(*, *, *, \dots, 0, 0, 0)$. Если рассматривать временную динамику фазовых переменных I_i , то мы можем предположить, что полное конкурентное подавление этих трех университетов происходит по модели жизненного цикла. То есть в начале происходит рост значений этих фазовых переменных, они достигают максимума, а позже убывают до нуля.

Такое предположение было сделано в работе [4] на основе численных экспериментов с трехмерной моделью конкурентных взаимодействий для товарной продукции. Эта модель имела вид (1) при $n=3$. В этом случае первый наиболее конкурентоспособный товар стремился занять максимальную нишу, со стационарным (максимальным) значением $I_1 = k_1/\beta_1$, выдавливая с рынка в начале второй, а потом и третий товар. Численные расчеты делались с помощью стандартной фортрановской программы RKGS (метод Рунге - Кутты).

То же самое будет происходить и в нашем случае, если вышеуказанная n - мерная точка $(*, *, *, \dots, 0, 0, 0)$ будет устойчивой. К этому примеру, следует отнести с некоторой степенью условности, так как трудно предположить, что TS (OS) рейтингов рассматриваемых трех университетов может снизиться до нуля, но и достаточно сильное их понижение будет говорить об адекватности модели.

Что можно сказать о коэффициентах межуниверситетской конкуренции? Так как в рейтингах университеты расставлены в порядке понижения их потенциала конкурентоспособности, то следует записать следующую систему неравенств для i -го уравнения системы n -го порядка:

$$Y_{i1} > Y_{i2} > \dots > Y_{ij} > Y_{i,j+1} > \dots > Y_{in}. \quad (4)$$

При этом также, как и в самой системе уравнений нижние индексы не могут быть равны другу, так как в противном случае мы приходим к коэффициенту внутриуниверситетской конкуренции $Y_{ii} = \beta_i$.

Для симметричных значений коэффициента междууниверситетской конкуренции следует записать следующее неравенство:

$$Y_{ij} > Y_{ji}, \quad i \geq 2, \quad i > j. \quad (5)$$

Это говорит о том, что j – ый университет оказывает более сильное давление на i – ый университет, так как он стоит выше в рейтинговой таблице. Чтобы лучше это представить, запишем неравенства (4,5) для коэффициентов междууниверситетской конкуренции для четырехмерной системы уравнений ($n=4$):

$$Y_{12} > Y_{13} > Y_{14}; Y_{21} > Y_{23} > Y_{24}; Y_{31} > Y_{32} > Y_{34}; Y_{41} > Y_{42} > Y_{43}; Y_{21} > Y_{12}; Y_{31} > Y_{13}; Y_{41} > Y_{14}; Y_{32} > Y_{23}; Y_{42} > Y_{24}; Y_{43} > Y_{34}.$$

Систему обыкновенных дифференциальных уравнений n – го порядка с входящими в нее коэффициентами роста, внутриуниверситетской и междууниверситетской конкуренции предлагается калибровать по ретроспективным данным TS (OS) большего числа университетов $m > n$ одного из университетских рейтингов. Грубо говоря, калибровка уравнений заключается в подгонке ее параметров (коэффициентов), с целью наилучшим образом аппроксимировать ретроспективные данные фактических измерений. Для этого может использоваться метод наименьших квадратов.

После чего, с помощью численного решения этой системы уравнений методом Рунге-Кутты (этот метод реализован во многих программных пакетах, например, в MATLAB) делается краткосрочный прогноз динамики TS (OS) для TOP- n университетов рассматриваемого рейтинга. Как раз для этой калибровки будут полезны все полученные неравенства (2 – 5).

Воздействуя на коэффициенты системы уравнений избранных университетов, не входящих в TOP- n (их ранги лежат между n и m), считая их управляющими параметрами, можно решить задачу оптимального управления по введению избранных университетов в TOP- n одного из World University Rankings. Постановка этой задачи, в общем виде, для целей прогноза попадания произвольного университета в TOP-100 произвольного мирового рейтинга, была сделана в работе [1], в контексте российского проекта “5 – 100”. В настоящее время мы приступили к численной ее реализации с помощью программирования на языке Python.

Во втором случае, основываясь на линейной аддитивной взвешенной функции для TS (OS) одного из World University Rankings, выбирая наиболее весомые индикаторы этой функции, обозначая их за неизвестные переменные, приравнивая эту функцию к значению TS (OS) равному значению этого показателя для университета, замыкающего TOP- n избранного рейтинга, удаётся записать линейное алгебраическое уравнение с несколькими неизвестными переменными и ограничениями, наложенными на эти переменные.

Например, для рейтинга THE выбираются три самых весомых индикатора с одинаковыми весами, равными 0,3: $X = \text{Teaching}$, $Y = \text{Research}$, $Z = \text{Citation}$. В этом случае, задача сведена к решению линейному алгебраическому уравнению с ограничениями на переменные X, Y, Z

$$X + Y + Z = A, \quad X \leq 100, \quad Y \leq 100, \quad Z \leq 100. \quad (6)$$

Такая задача для $n=100$ решена для трех наиболее значимых индикаторов (переменных) X, Y, Z рейтингов МГУ и СПбГУ в ARWU, QS и THE с ограничениями $X, Y, Z \leq 100$ (значения TS (OS) и индикаторов по определению не превышают 100 баллов) [1].

Аналогичная задача решена для продвижения НИУ «БелГУ» на 600 и 700 – ые места рейтинга THE ($n=600, 700$) [2]. Решения во всех случаях были получены в виде номограмм на горизонтальной и вертикальной осях которой показаны приросты значений индикаторов X, Y с равномерным шагом в процентах и в абсолютных единицах, а между осями помещается таблица с расчетными значениями Z по линейной модели (2).

Предложенные математические подходы будут полезны университетским менеджерам в управлении позиционированием их университетов в мировых университетских рейтингах.

Список литературы

1. Московкин В. М., Чжан Хэ. Методы математического моделирования в задаче прогнозирования вхождения университетов в TOP-100 глобальных университетских рейтингов // Экономический анализ: теория и практика. - 2020. - Том 19, № 7. - С. 1360-1384.
2. Московкин В. М., Чжан Хэ, Сизьюнго М. Линейный анализ в прогнозной оценке заданной позиции университета в глобальных университетских рейтингах: на примере участия НИУ «БелГУ» в рейтинге THE // Экономика и менеджмент систем управления. - 2020. - Том 2, № 2(36). - С. 57-62.
3. Московкин В.М., Билаль Н.Е. Сулейман. Теорема о количестве и структуре особых точек n - мерной динамической системы популяционной динамики Лотка - Вольтерра в контексте информационного анализа и моделирования // Успехи современного естествознания. - 2013. - №2. - С.51- 53.
4. Московкин В.М., Михайлов В.С. Математические основы концепции жизненного цикла в экономике // Бизнес Информ. - Харьков, 2002. - №11 - 12. - С. 36 - 40.

References

1. Moskovkin V.M., Zhang He. Methods of Mathematical Modeling for Predicting University Entry into Top-100 World University Rankings. // Economic Analysis: Theory and Practice, - 2020. - Vol. 19, №7. - P. 1360–1384 [in Russian].
2. Moskovkin V.M., Zhang He, Sizioongo M. Linear analysis in predictive assessment of global universities ranking positions: a case study of belgorod state university in the ranking. // Economics and Management of Control Systems, - 2020. - Vol. 36, №2. - P. 57–62 [in Russian].
3. Moskovkin V.M., Bilal N.E., Suleiman. Theorem about the number and structure of the singular points n -dimensional dynamical system of population dynamics Lotka-Volterra in context of informational analysis and modeling. // Advances in current natural sciences, - 2013. - №2. - P. 51–53 [in Russian].
4. Moskovkin V.M., Mikhaylov V.S. Mathematical Foundations of the Life Cycle Concept in Economics. // Business Inform, - 2002. - №11 - 12. - P. 36–40 [in Russian].