

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
**«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
( Н И У « Б е л Г У » )

ИНСТИТУТ ИНЖЕНЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК  
КАФЕДРА ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

**ДИНАМИЧЕСКОЕ РАССЕЯНИЕ РЕНТГЕНОВСКИХ ВОЛН В  
ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СЛОИСТОЙ СРЕДЕ**

Магистерская диссертация

студентки очной формы обучения  
направления подготовки 03.04.02 Физика  
Программа физика конденсированного состояния  
группы 07001637  
Шевчук Ольги Юрьевны

Научный руководитель

Д.ф-м.н., профессор Носков А.В.

Рецензент

К. Ф-м.н., доцент Москаленко Н.И.

Белгород 2018

## Содержание

ВВЕДЕНИЕ.....	7
ГЛАВА 1 ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО РАССЕЙНИЯ РЕНТГЕНОВСКИХ ЛУЧЕЙ. РЕНТГЕНОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ. РАССЕЙНИЕ ВУЛЬФА-БРЭГГА.....	12
1.1 Рентгеновское излучение.....	13
1.2 Теоретический метод по определению структуры тела. Метод рассеяния Брэгга-Вульфа.....	14
ГЛАВА 2. ДИНАМИЧЕСКАЯ ДИФРАКЦИЯ РЕНТГЕНОВСКИХ ВОЛН В ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СЛОИСТОЙ СРЕДЕ.....	17
2.1 Коэффициенты отражения и прохождения.....	17
2.2 Эффекты динамической дифракции в рассеянии рентгеновских волн.....	26
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	36
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	37

### Условные обозначения и сокращения

$\lambda_0, \lambda_g$  - динамические добавки;

$E_0^{(s)}$  - напряженность падающей электромагнитной волны в среде;

$E_0^{(1)}(k, \omega), E_0^{(2)}(k, \omega)$  - две ветви напряженности падающей рентгеновской волны;

$E_0^{(s)medium}$  - амплитуда напряженности падающей рентгеновской волны в периодической слоистой среде;

$E_0^{(s)vacI}$  - амплитуда напряженности поля падающей рентгеновской волны в вакууме впереди мишени;

$E_0^{(s)vacII}$  - амплитуда поля прошедшей рентгеновской волны в вакууме позади мишени;

$E_0(k, \omega)$  - напряженность падающей электромагнитной волны, зависящая от волнового вектора и частоты;

$E_g^{(s)}$  - напряженность дифрагированной электромагнитной волны в среде;

$E_g^{(1)}(k, \omega), E_g^{(2)}(k, \omega)$  - две ветви напряженности дифрагированной рентгеновской волны;

$E_g^{(s)medium}$  - амплитуда дифрагированной рентгеновской волны в периодической слоистой среде;

$E_g^{(s)vacI}$  - амплитуда поля отраженной рентгеновской волны в вакууме впереди мишени;

$E_g(k, \omega)$  - дифрагированная электромагнитная волна, зависящая от волнового вектора и частоты;

$\vec{H}$  - вектор обратной решетки, выраженный суммой трех векторов;

$L_{abs}$  - длина поглощения рентгеновских волн;

$L_{ext}^{(s)}$  - длина экстинкции рентгеновских волн;

$L_f$  - длина пути отраженного фотона от задней до передней границы

$L_f'$  - длина пути фотона от передней до задней границы;

$R^{(s)}$ -коэффициент отражения в тонком кристалле;  
 $R_1$ - расстояние до источника света;  
 $T^{(s)}$ -коэффициент прохождения в тонком кристалле;  
 $\acute{a}, \acute{b}$ - периоды обратной решетки;  
 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  -осевые векторы прямой решетки;  
 $\vec{a}^*, \vec{b}^*, \vec{c}^*$  – соответствующие осевым векторам прямой решетки, вектора обратной решетки;  
 $a_1$ -некоторая константа;  
 $e_0^{(1)}, e_0^{(2)}$ -вектора в областях поперечной поляризации (1,2) падающей электромагнитной волны, перпендикулярны вектору  $k$ .  
 $e_1^{(1)}, e_1^{(2)}$ -вектора в областях поперечной поляризации (1,2) дифрагированной электромагнитной волны, перпендикулярны вектору  $k_g = k + g$ .  
 $j$ -плотность тока;  
 $k_g$ - волновой вектор дифрагированной волны;  
 $\theta_B$ -угол Брэгга;  
 $\kappa^{(s)}$ -параметр, определяющий степень проявления эффекта аномально низкого фотопоглощения в прохождении рентгеновских фотонов через периодическую слоистую структуру.  
 $\rho^{(s)}$ -параметр, характеризующий степень поглощения рентгеновских волн периодической слоистой средой;  
 $\chi_0$ -среднее значение диэлектрической восприимчивости;  
 $\chi_a$  и  $\chi_b$ - диэлектрические восприимчивости аморфных сред;  
 $\chi_g, \chi_{-g}$ -коэффициенты разложения диэлектрической восприимчивости периодической структуры по векторам  $g$ ;  
 $\psi_0$ -угол между волновым вектором падающей волны  $k$  и вектором нормали к поверхности пластинки  $N$ ;  
 $\psi_g$ -угол между волновым вектором  $k_g$  и вектором нормали;  
 $\omega_B$ -частота Брэгга;

Be-W-периодическая слоистая среда, включающая в себя слои бериллия и вольфрама;

$e$  – заряд электрона;

$h$ -индекс интерференции;

$k$ - волновой вектор падающей волны;

$L$ -толщина слоистой структуры;

$N$ -нормаль поверхности;

$R$ -коэффициент отражения;

лучом;

$c$ - скорость света;

$T$  - коэффициент прохождения;

$\text{эВ}$  - электрон-вольты (единица измерения);

$D = E + 4\pi P$ -электрическая индукция.

$E$ -напряженность электрического поля;

$I$ -интенсивность распределения света в пространстве;

$J$ -Шрёдингеровский ток;

$S$ -вектор потока энергии электромагнитного поля вакууме;

$T = a + b$ -период структуры;

$V$ -скорость;

$W$ -объемная плотность энергии;

$a, b$ -толщина аморфных слоев;

$d$ - межплоскостное расстояние;

$df_n$ -проекция площади  $df$  на плоскость, перпендикулярную к направлению  $n$  луча;

$df$ -площадь некоторого фрагмента участка;

$f$ -изменение самого поля вдоль луча;

$g$ -вектор, аналогичный вектору обратной решетке в кристалле и перпендикулярный слоям;

$n(x, y, z)$ -плотность числа электронов в кристалле;

$n = 0 \pm 1, \pm 2, \dots$ ;

$u$ -значение поля на фрагменте  $df$ ;

$\theta$ -угол скольжения, то есть угол между отражающей плоскостью и падающим

$\alpha, \beta, \gamma_0, \gamma_g$ -углы;

$\delta$ -угол между входной поверхностью мишени и отражающими слоями;  $\nu^{(s)}$ - параметр, определяющий степень отражения поля от периодической слоистой структуры, которая обуславливается характером интерференции волн, отраженных от разных плоскостей;

$\varepsilon$ -коэффициент асимметрии;

$\mu m$ -обозначение величины толщины слоя (микрометр);

$\omega$ -частота рентгеновской волны;

## ВВЕДЕНИЕ

Известно, что дифракция рентгеновских волн в монокристалле хорошо описывается динамической теорией в случае, когда толщина кристалла превышает длину экстинкции рентгеновских волн, на которой формируется дифракционный максимум.

Впервые выражения, описывающие коэффициенты отражения и прохождения рентгеновских волн через монокристалл в динамическом подходе были получены Захарьясеном [1]. Важный эффект, заключающийся в аномальном прохождении рентгеновских волн через монокристалл был обнаружен и исследован экспериментально Борманом [2,3]. Лауэ показал, что эффект Бормана является следствием динамического рассеяния рентгеновских волн в монокристалле [4].

Актуальность исследования, описываемого в работе, состоит в том, что по аналогии рассеяния рентгеновских волн в кристаллах составлялась и теория рассеяния рентгеновских волн в слоистых средах, однако это явление считается менее изученным на сегодняшний момент и находится на стадии лишь небольших эмпирических исследований, а также их математического моделирования.

Последовательный теоретический анализ рассеяния рентгеновских волн в многослойных рентгеновских зеркалах был проведен в работах [5-7]. Выражение для коэффициента отражения в таких структурах было впервые получено в работе [5]. До настоящего времени рассеяние рентгеновских волн в многослойных зеркалах достаточно активно исследовалось (см. обзоры [8,9]), однако в рамках динамической теории дифракции в общем случае асимметричного отражения не рассматривалось.

Объектом исследования является периодическая слоистая среда, состоящая из аморфных слоев различной толщины.

Предметом исследования является прохождение свободного фотона через многослойную структуру.

Магистерская диссертация включает в себя содержание, введение и две главы. В первой главе происходит знакомство с различными научными теориями рассеяния рентгеновских волн в кристаллах с идеальной структурой, также даются определения наиболее важных физических терминов, таких как: рентгеновские волны, дифракция, интерференция. Во второй главе дается математическое обоснование физического процесса и его графическое отображение.

Магистерская диссертация также содержит специфические условные обозначения.

Также использование слоистых периодических структур вместо монокристаллов открывает дополнительные возможности как фундаментального исследования процессов прохождения и отражения рентгеновских волн, поскольку позволяет в широких пределах варьировать основные параметры структуры, так на основе создаваемых структур осуществлять новые специальные приложения, что может быть невозможным с использованием монокристаллов.

При этом изучение динамических эффектов в прохождении и отражении излучения в таких структурах представляет особый интерес, поскольку эти эффекты могут в значительной степени изменить результаты, ожидаемые, например, с точки зрения кинематического подхода.

В настоящей работе, на основе динамической теории дифракции, рассматривается рассеяние плоской рентгеновской волны, падающей на слоистую мишень конечной толщины в геометрии рассеяния Брэгга. Рассматривается общий случай асимметричного отражения рентгеновской волны, когда слои мишени располагаются под некоторым углом к поверхности мишени.

**АКТУАЛЬНОСТЬ** настоящей магистерской диссертационной работы определяется:

- важностью для физики рассеяния свободных рентгеновских волн в периодических слоистых средах в общем случае асимметричного отражения



рентгеновских волн, то есть когда отражающие слои расположены под произвольным углом к поверхности мишени.

- развитие динамической теории рассеяние рентгеновских волн в периодических слоистых средах позволит получать интенсивные монохроматические пучки фотонов мягкого рентгеновского диапазона, которые широко востребовано в медицине, литографии, микроэлектроники и т.д.;

ПРЕДМЕТОМ исследования данной работы являются коэффициенты отражения и прохождения рентгеновских волн в периодической слоистой среде в геометрии рассеяния Брэгга в общем случае асимметричного отражения рентгеновских волн относительно поверхности мишени.

ОБЪЕКТОМ исследования является динамическое рассеяние рентгеновских волн в периодической слоистой среде.

Объектом исследование является периодическая слоистая среда, состоящая из аморфных слоев различной толщины.

Предметом исследования является прохождение свободного фотона через многослойную структуру.

ЦЕЛЬЮ РАБОТЫ является развитие динамической теории рассеяние рентгеновских волн в периодической слоистой среде в геометрии рассеяние Брэгга в общем случае асимметричного отражения рентгеновских волн относительно поверхности мишени. Получение и исследование коэффициентов прохождения и отражения.

## НАУЧНАЯ НОВИЗНА РАБОТЫ

- Развита динамическая теория прохождения и отражения свободных рентгеновских волн в периодической слоистой мишени конечной толщины отражения в геометрии рассеяния Брэгга для общего случая асимметричного отражения. В рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции получены зависимости коэффициентов отражения и прохождения рентгеновских волн через данную структуру от частоты.

-Показана возможность проявления эффектов динамической дифракции рентгеновских волн в периодической слоистой среде. В частности, эффект уширения частотной области полного отражения при изменении асимметрии процесса отражения.

-Впервые показана возможность проявления эффекта аналогичного эффекту Бормана в условиях геометрии рассеяния Брэгга. Ранее этот эффект был открыт и исследовался только в геометрии Лауэ и только на монокристаллических мишенях. Развитая теория позволяет проводить численные расчеты и на их основании прогнозировать результаты экспериментального исследования процессов взаимодействия рентгеновского излучения с периодическими слоистыми средами.

#### ЗАДАЧИ:

1. Развить динамическую теорию рассеяния рентгеновских волн в периодической слоистой среде в геометрии рассеяния Брэгга в общем случае асимметричного отражения рентгеновских волн относительно поверхности мишени.
2. Получение выражений, описывающих коэффициенты отражения и прохождения рентгеновских волн в периодической слоистой среде.
3. Выявление и исследование эффектов динамической дифракции рентгеновских волн в периодической слоистой среде.

#### ПОЛОЖЕНИЯ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ:

1. Развитие динамической теории рассеяния рентгеновских волн в периодической слоистой среде в геометрии рассеяния Брэгга в общем случае асимметричного отражения рентгеновских волн относительно поверхности мишени.
2. Эффект уширения частотной области полного отражения при изменении асимметрии процесса отражения.
3. Возможность проявления эффекта аналогичного эффекту Бормана в условиях геометрии рассеяния Брэгга. Ранее этот эффект был открыт и

исследовался только в геометрии Лауэ и только на монокристаллических мишенях.

## **Глава 1 Изучение динамического рассеяния рентгеновских лучей. Рентгеновское излучение. Рассеяние Вульфа-Брэгга**

На пути к формированию эмпирических способностей для четкого воссоздания динамического рассеяния и измерения его характеристик было две очень серьезные преграды. Первая состояла в том, что необходимо получить пучок рентгеновских лучей, который по своему спектру и угловой расходимости реагировал бы на приближение падающей плоской волны, которое заложено в основу концепций Дарвина и Эвальда[10].

Для разрешения данной проблемы потребовалось больше полувека, учитывая научный труд Комптона в 1917 году, в котором использовался кристалл- монохроматор, и взять во внимание, что и на сегодняшний момент уникальные схемы для получения указанных пучков, которые использовались Реннингером, Отье, Бубаковой, Хильдебрандтом и Баттерманом и Коора все также требуют реконструирование по различным причинам. Более существенной считается та особенность, что преодоление отмеченной ранее в тесте первой преграды взаимосвязано со второй преградой — недостатком кристаллов, обладающих идеальной структурой[11].

Что же касается природных образцов, то, как было определено Парратом, Бирдином и другими учеными, еще в 1932—1933 годах, а в дальнейшем и в важной серии научных работ Брэггом в 1952—1954 годах, среди природных кристаллов кальцита и кварца существуют образцы, имеющие идеальную структуру и вполне считаются подходящими для количественной проверки динамической концепции[13].

Значительный вклад в рассеянии рентгеновских лучей в кристаллах, включая и динамическое рассеяние, вносят тепловые движения атомов, особенно диффузное рассеяние, которое зависит от тепловых колебаний. Влияние неупругого рассеяния на коэффициенты отражения и прохождения в динамическом режиме наблюдали много талантливых ученых, таких как,

Отски, Афанасьев и Каган. Однако в концепции двух последних авторов получено более понятное физически и полноценное устранение проблемы. Диффузное рассеяние, которое имеет несколько разнообразных нюансов, не прекращает быть предметом абстрактных и эмпирических исследований [12].

Наравне с перечисленными опытными разработками, сосредоточенными к жесткому количественному изучению динамического рассеяния, с конца 50-х годов стала совершенствоваться рентгеновская дифракционная топография монокристаллов [14].

### **1.1 Рентгеновское излучение**

Рентгеновские лучи – это электромагнитные волны, энергия фотонов которых варьируется в интервале энергий от ультрафиолетовых до гамма-излучений [20].

Рентгеновское излучение было обнаружено Вильгельмом Конраду Рентгеном в 1895 году. Он был первым ученым, который разместил в журнале статью о рентгеновских лучах, которым дал название X-лучи[21]. Но существовали мнения о том, что рентгеновское излучение было найдено задолго до этого. Катодно-лучевая трубка, использованная в экспериментах Рентгеном, была разработана Й. Хитторфом и В. Круксом[15]. В ходе работы этой трубки отмечалось рентгеновское излучение. Данное явление было продемонстрировано в процессе исследований Крукса, а также в 1892 году в ходе научных исследований Генриха Герца и его последователя Филиппа Ленарда, который обнаружил почернение фотопластинок [12].

Интервалы энергий рентгеновского излучения и гамма-излучения обнаруживаются в широком спектре энергий [13]. Эти два типа излучения считаются электромагнитным излучением и при эквивалентной энергии фотонов - равны. Различие в терминологических аспектах состоит лишь в методе возникновения - рентгеновские лучи возникают за счет электронов (в атомах или свободных), а гамма-излучение наблюдается в ходе девозбуждения атомных ядер [18].

Фотоны рентгеновского излучения обладают энергией в пределах от 101 эВ до 240 кэВ, что эквивалентно излучению, обладающего частотой в интервале от  $3,1 \cdot 10^{16}$  Гц до  $6,1 \cdot 10^{19}$  Гц и длиной волны от 0,006 до 11 нм[22].

Мягкий рентген обладает маленькой энергией фотона, частотой излучения и большой длиной волны, а жёсткий рентген характеризуется большой энергией фотона, частотой излучения и маленькой длиной волны [16].

## **1.2 Теоретический метод по определению структуры тела. Метод рассеяния Брэгга-Вульфа**

Основные сведения о структуре систем получены в дифракционных экспериментах.

Дифракционные эксперименты свидетельствуют о наличии в пространстве преимущественных межатомных расстояний с определенным числом ближайших соседей для каждого атома, взятого за начало координат[23].

Традиционным является эксперимент, при котором выбирается монохроматическая длина волны  $\lambda$  и модуль дифракционного вектора  $S$  (функция распределения интенсивности рассеяния  $S = 4\pi \sin \Theta / \lambda$ .)

В основе дифракционного метода лежит свойство волны отражаться, рассеиваться, дифрагировать при столкновении с препятствием, размеры которого сравнимы с длиной падающей волны[24]. То есть, в дифракционном эксперименте получают функцию интенсивности рассеянного образцом излучения, представляющую собой непрерывное диффузионное распределение интенсивности по углам рассеяния [13].

Такие явления характерны для электронного, нейтронного и рентгеновского облучения, поскольку длина волны их соизмерима с размерами атомов и выполняется условие (закон) Брэгга – Вульфа:

$$2d \sin \theta = n\lambda \quad [13] \quad (1.2.1)$$

Это условие выявляет положение интерференционных максимумов рентгеновских лучей, рассеянных кристаллом без изменения длины волны. Условие Брэгга- Вульфа установлено в 1913 году отдельно друг от друга английскими учеными У.Л. Брэггом и русским ученым Г.В. Вульфом практически сразу после обнаружения немецким ученым Лауэ дифракции рентгеновских лучей [11].

Согласно теории Брэгга-Вульфа, максимумы наблюдаются при отражении рентгеновских лучей от системы параллельных кристаллографических плоскостей, когда лучи, отраженные разными плоскостями этой системы имеют разность хода, равную целому числу длин волн (1.2.1)[25].

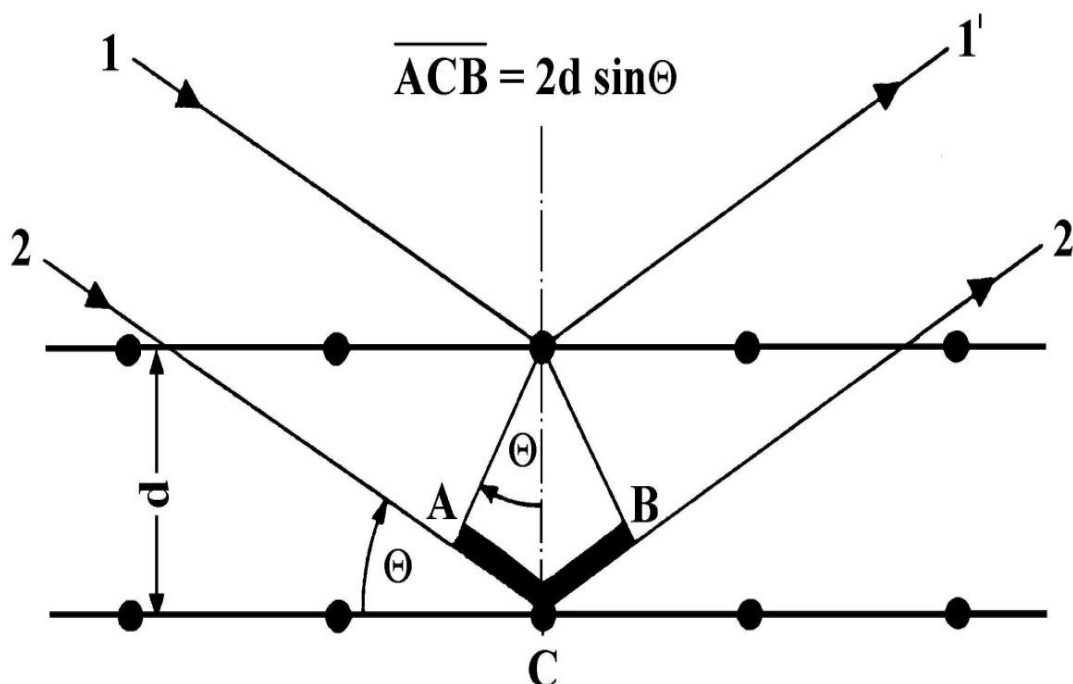


Рисунок 1.4 - Иллюстрация закона рассеяния Брэгга-Вульфа.

Где  $d$ - межплоскостное расстояние,  $\Theta$ - угол скольжения, то есть угол между отражающей плоскостью и падающим лучом,  $\lambda$  - длина волны рентгеновского излучения и  $n$ - характеризует порядок отражения, то есть положительное число.

Вид дифракции Брэгга представлен на рисунке 1.4, где видно, что дифрагированный луч выходит из кристалла через входную грань.

Различают симметричную и асимметричную дифракцию Брэгга-Вульфа, в которых отражающие плоскости соответственно не параллельны входной поверхности кристалла[26].

Наиболее важный эффект при дифракции Брэгга-Вульфа заключается в полном интерференционном отражении проходящей волны в небольшом угловом диапазоне. Для рентгеновских лучей этот угол равен нескольким угловым секундам[14].

Дифракция Брэгга-Вульфа применяется в основном для контроля структурного совершенства приповерхностных слоев кристалла[17].

В процессе рассеяния рентгеновских лучей происходит изменение таких свойств, характеризующих поток рентгеновского излучения, как интенсивность, направление, частота, поляризация, происходящие при взаимодействии с веществом. Простым считается такое рассеяние, когда частота волны не меняется – так называемое когерентное рассеяние[19].

Рассеяние рентгеновских лучей различными физическим телами независимо от их агрегатного состояния, прежде всего, характеризуется взаимодействием фотонов с электронами [14].



## Глава 2. ДИНАМИЧЕСКАЯ ДИФРАКЦИЯ РЕНТГЕНОВСКИХ ВОЛН В ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СЛОИСТОЙ СРЕДЕ

В рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции рассматривается прохождение и отражение свободной плоской рентгеновской волны в периодической слоистой среде в общем случае асимметричного отражения рентгеновской волны относительно поверхности мишени. Для геометрии рассеяния Брэгга получены выражения, описывающие коэффициенты прохождения и отражения рентгеновских волн через мишень конечной толщины. Показана возможность проявления эффектов динамической дифракции в рассматриваемых процессах[27].

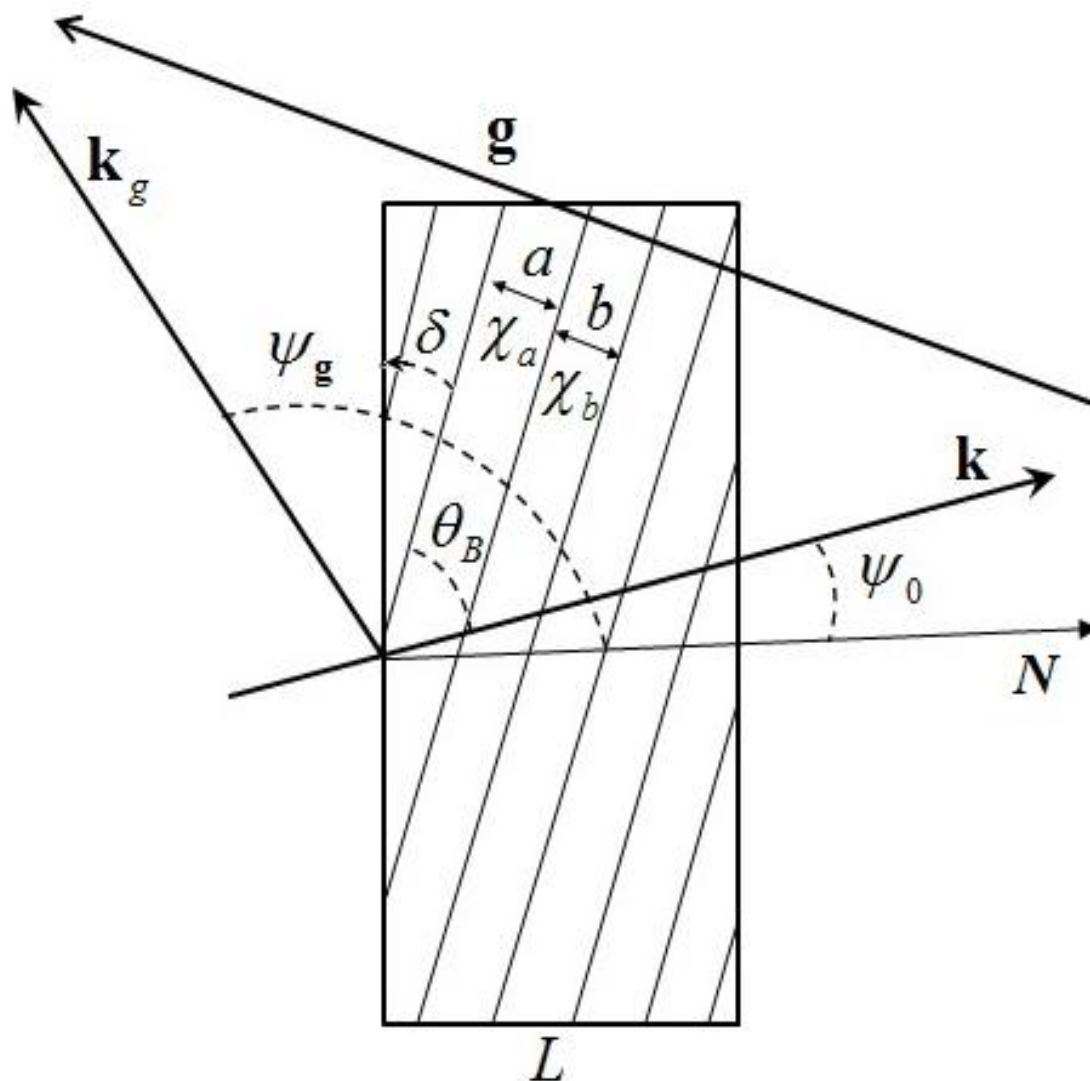
### 2.1 Коэффициенты отражения и прохождения

Пусть рентгеновская волна с волновым вектором  $\mathbf{k}$ , падает на многослойную периодическую слоистую структуру (Рис.1), состоящую из периодически расположенных аморфных слоев толщиной  $a$  и  $b$  ( $T = a + b$  - период структуры), имеющих соответственно диэлектрические восприимчивости  $\chi_a$  и  $\chi_b$ .

Фурье-образ электрического поля  $\mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) = \int dt d^3\mathbf{r} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \exp(i\omega t - i\mathbf{k}\mathbf{r})$  будем находить из уравнения Максвелла

$$(k^2 - \omega^2(1 + \chi_0))\mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) - \mathbf{k}(\mathbf{k}\mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega)) - \omega^2 \sum_{\mathbf{g}} \chi_{-\mathbf{g}} \mathbf{E}(\mathbf{k} + \mathbf{g}, \omega) = 0, \quad (1)$$

где  $\chi_0$  - средняя диэлектрическая восприимчивость, а  $\chi_{\mathbf{g}}$ ,  $\chi_{-\mathbf{g}}$  - коэффициенты



**Рисунок 1.** Геометрия процесса рассеяния рентгеновской волны в периодической слоистой среде.

Фурье разложения диэлектрической восприимчивости периодической структуры по векторам  $\mathbf{g}$  :

$$\chi(\omega, \mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{g}} \chi_{\mathbf{g}}(\omega) \exp(i\mathbf{g}\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{g}} (\chi'_{\mathbf{g}}(\omega) + i\chi''_{\mathbf{g}}(\omega)) \exp(i\mathbf{g}\mathbf{r}). \quad (2)$$

Вектор  $\mathbf{g}$  определен аналогично вектору обратной решетке в кристалле, он перпендикулярен слоям мишени и его длина равна  $g = \frac{2\pi}{T}n$ ,  $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ . Длина вектора  $\mathbf{g}$  может быть выражена через угол Брэгга  $\theta_B$  и частоту Брэгга  $\omega_B$  :  $g = 2\omega_B \sin \theta_B$ .

Величины  $\chi_0$  и  $\chi_g$  для рассматриваемой периодической слоистой среды определяются как

$$\chi_0(\omega) = \frac{a}{T}\chi_a + \frac{b}{T}\chi_b, \quad \chi_g(\omega) = \frac{\exp(-iga)-1}{igT}(\chi_b - \chi_a). \quad (3)$$

Влияние вещества на распространение в нем рентгеновских волн определяется только величинами  $\chi_0(\omega)$  и  $\chi_g(\omega)$ . При этом в случае асимметричного отражения ( $\delta \neq 0$ , см. Рис.1) вблизи передней и задней границы мишени (на толщине порядка толщины наибольшего слоя) эти величины будут меняться вдоль границы, так как будут меняться вдоль границы толщины слоев  $a$  и  $b$ , так как они будут обрезаны. Но, поскольку когерентное рассеяние излучения происходит на большом количестве слоев, изменение рассматриваемых величин  $\chi_0(\omega)$  и  $\chi_g(\omega)$  вблизи границ мишени никак не скажется на коэффициентах отражения и прохождения.

Так как распространяющаяся рентгеновская волна является поперечной, то падающая  $\mathbf{E}_0(\mathbf{k}, \omega)$  и дифрагированная  $\mathbf{E}_g(\mathbf{k}, \omega)$  электромагнитные волны, определяются двумя амплитудами с разными значениями поперечной поляризации

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_0(\mathbf{k}, \omega) &= E_0^{(1)}(\mathbf{k}, \omega)\mathbf{e}_0^{(1)} + E_0^{(2)}(\mathbf{k}, \omega)\mathbf{e}_0^{(2)}, \\ \mathbf{E}_g(\mathbf{k}, \omega) &= E_g^{(1)}(\mathbf{k}, \omega)\mathbf{e}_1^{(1)} + E_g^{(2)}(\mathbf{k}, \omega)\mathbf{e}_1^{(2)}, \end{aligned} \quad (4)$$

где вектора  $\mathbf{e}_0^{(1)}$  и  $\mathbf{e}_0^{(2)}$  перпендикулярны вектору  $\mathbf{k}$ , а векторы  $\mathbf{e}_1^{(1)}$  и  $\mathbf{e}_1^{(2)}$  перпендикулярны вектору  $\mathbf{k}_g = \mathbf{k} + \mathbf{g}$ . Векторы  $\mathbf{e}_0^{(2)}$ ,  $\mathbf{e}_1^{(2)}$  лежат в плоскости векторов  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}_g$  ( $\pi$ -поляризация), а вектора  $\mathbf{e}_0^{(1)}$  и  $\mathbf{e}_1^{(1)}$  перпендикулярны ей ( $\sigma$ -поляризация). В рассматриваемой структуре уравнение (1) сводится к системе уравнений:

$$\begin{cases} (\omega^2(1 + \chi_0) - k^2)E_0^{(s)} + \omega^2\chi_{-g}C^{(s,\tau)}E_g^{(s)} = 0 \\ \omega^2\chi_gC^{(s,\tau)}E_0^{(s)} + (\omega^2(1 + \chi_0) - k_g^2)E_g^{(s)} = 0, \end{cases} \quad (5)$$

которая аналогична системе уравнений, используемой в двухволновом приближении динамической теории дифракции рентгеновских волн в монокристалле [10].

Величина  $C^{(s,\tau)}$  в системе (5) имеет следующий вид

$$C^{(s,\tau)} = \mathbf{e}_0^{(s)} \mathbf{e}_1^{(s)} = (-1)^\tau C^{(s)}, \quad C^{(1)} = 1, \quad C^{(2)} = |\cos 2\theta_B|, \quad (6)$$

Система уравнений (5) при  $s=1$  и  $\tau=2$  описывает поля  $\sigma$ -поляризованные. При  $s=2$  система (5) описывает поля  $\pi$ -поляризованные, при этом, если  $2\theta_B < \frac{\pi}{2}$ , то  $\tau=2$ , в противном случае  $\tau=1$ .

Решим следующее из системы (5) дисперсионное уравнение

$$\left[ \omega^2 \left( 1 + \frac{a}{T} \chi_a + \frac{b}{T} \chi_b \right) - k^2 \right] \left[ \omega^2 \left( 1 + \frac{a}{T} \chi_a + \frac{b}{T} \chi_b \right) - k_g^2 \right] - \omega^4 \chi_{-g} \chi_g C^{(s)^2} = 0 \quad (7)$$

стандартным методом динамической теории [10].

Волновые векторы падающего и дифрагированного фотонов в периодической слоистой среде запишем в следующем виде:

$$k = \omega \sqrt{1 + \frac{a}{T} \chi_a + \frac{b}{T} \chi_b} + \lambda_0, \quad k_g = \omega \sqrt{1 + \frac{a}{T} \chi_a + \frac{b}{T} \chi_b} + \lambda_g, \quad (8)$$

где  $\lambda_0$  и  $\lambda_g$  - динамические добавки к длине волнового вектора, которые связаны соотношением

$$\lambda_g = \frac{\omega \beta}{2} + \lambda_0 \frac{\gamma_g}{\gamma_0}, \quad (9)$$

где  $\beta = \alpha - \left( \frac{a}{T} \chi_a + \frac{b}{T} \chi_b \right) \left( 1 - \frac{\gamma_g}{\gamma_0} \right)$ ,  $\alpha = \frac{1}{\omega^2} (k_g^2 - k^2)$ ,  $\gamma_0 = \cos \psi_0$ ,  $\gamma_g = \cos \psi_g$ ,  $\psi_0$  - УГОЛ

между волновым вектором подающей волны  $\mathbf{k}$  и вектором нормали к поверхности пластинки  $\mathbf{N}$ ,  $\psi_g$  - УГОЛ между волновым вектором  $\mathbf{k}_g$  и вектором нормали (см. Рис.1).

Подставляя (8) в (7) и учитывая, что динамические добавки малы  $|\lambda_0| \ll \omega$  ( $\lambda_0^2 \ll 2\omega\lambda_0$ ),  $|\lambda_g| \ll \omega$  ( $\lambda_g^2 \ll 2\omega\lambda_g$ ), а также условие  $\left| \frac{a}{T} \chi_a + \frac{b}{T} \chi_b \right| \ll 1$ , запишем

дисперсионное уравнение (7) в виде

$$\lambda_0 \lambda_g - \frac{\omega^2}{4} \chi_{-g} \chi_g C^{(s)^2} = 0. \quad (10)$$

Решая (10) с учетом (9), получим выражения для динамических добавок к волновому вектору падающей и дифрагированной волн:

$$\lambda_0^{(1,2)} = \omega \frac{\gamma_0}{4\gamma_g} \left( -\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\chi_g \chi_{-g} C^{(s)^2} \frac{\gamma_g}{\gamma_0}} \right), \quad (11a)$$

$$\lambda_g^{(1,2)} = \frac{\omega}{4} \left( \beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\chi_g \chi_{-g} C^{(s)^2} \frac{\gamma_g}{\gamma_0}} \right). \quad (11б)$$

Еще раз отметим, что дисперсионное уравнение (7) дает только два значимых решения в рентгеновской области частот, так как выполняются неравенств:  $\lambda_0^2 \ll 2\omega\lambda_0$  и  $\lambda_g^2 \ll 2\omega\lambda_g$ .

Решая систему уравнений (5), получим выражения для амплитуд электрических полей в периодической слоистой среде и вне ее. Амплитуды поля падающей рентгеновской волны в вакууме перед мишенью:

$$E_0^{(s)vacI} = E_0^{(s)} \delta \left( \lambda_0 + \frac{\omega}{2} \left( \frac{a}{T} \chi_a + \frac{b}{T} \chi_b \right) \right), \quad (12a)$$

падающей рентгеновской волны в периодической слоистой среде:

$$E_0^{(s)medium} = E_0^{(s)(1)} \delta(\lambda_0 - \lambda_0^{(1)}) + E_0^{(s)(2)} \delta(\lambda_0 - \lambda_0^{(2)}), \quad (12б)$$

дифрагированной рентгеновской волны в периодической слоистой среде:

$$E_g^{(s)medium} = E_g^{(s)(1)} \delta(\lambda_g - \lambda_g^{(1)}) + E_g^{(s)(2)} \delta(\lambda_g - \lambda_g^{(2)}). \quad (12в)$$

Амплитуда поля прошедшей рентгеновской волны в вакууме позади мишени:

$$E_0^{(s)vacII} = E_0^{(s)'} \delta \left( \lambda_0 + \frac{\omega}{2} \left( \frac{a}{T} \chi_a + \frac{b}{T} \chi_b \right) \right), \quad (12г)$$

и амплитуда поля отраженной рентгеновской волны в вакууме перед мишенью:

$$E_g^{(s)vacI} = E_g^{(s)'} \delta \left( \lambda_g + \frac{\omega}{2} \left( \frac{a}{T} \chi_a + \frac{b}{T} \chi_b \right) \right). \quad (12д)$$

Будем учитывать, что амплитуды падающей и дифрагированной рентгеновских волн в периодической слоистой среде связаны соотношением

$$E_0^{(s)medium} = \frac{2\omega\lambda_g}{\omega^2 \chi_g C^{(s,\tau)}} E_g^{(s)medium}, \quad (13)$$

которое следует из второго уравнения системы (5).

Для нахождения коэффициента прохождения рентгеновских волн через периодическую слоистую среду воспользуемся граничными условиями на входной и выходной поверхностях периодической слоистой среды:

$$\int E_0^{(s)vacI} d\lambda_0 = \int E_0^{(s)medium} d\lambda_0,$$

$$\int E_0^{(s)medium} \exp\left(i \frac{\lambda_0}{\gamma_0} L\right) d\lambda_0 = \int E_0^{(s)vacII} \exp\left(i \frac{\lambda_0}{\gamma_0} L\right) d\lambda_0,$$

$$\int E_g^{(s)medium} \exp\left(i \frac{\lambda_g}{\gamma_g} L\right) d\lambda_g = 0. \quad (14a)$$

Из (14a) следуют соответственно выражения:

$$E_0^{(s)} = E_0^{(s)(1)} + E_0^{(s)(2)},$$

$$E_0^{(s)(1)} \exp\left(i \frac{\lambda_0^{(1)}}{\gamma_0} L\right) + E_0^{(s)(2)} \exp\left(i \frac{\lambda_0^{(2)}}{\gamma_0} L\right) = E_0^{(s)'} \exp\left(-i \frac{\omega\chi_0}{2\gamma_0} L\right),$$

$$\frac{E_0^{(s)(1)} \exp\left(i \frac{\lambda_g^{(1)}}{\gamma_g} L\right)}{\lambda_g^{(1)}} + \frac{E_0^{(s)(2)} \exp\left(i \frac{\lambda_g^{(2)}}{\gamma_g} L\right)}{\lambda_g^{(2)}} = 0.$$

(14б)

Из уравнений (14б) следует отношение амплитуд напряженностей полей рентгеновской волны в вакууме позади мишени и в вакууме перед мишенью

$$\frac{E_0^{(s)'}}{E_0^{(s)}} = \exp\left(i \frac{\omega\chi_0}{2\gamma_0} L\right) \frac{\exp\left(i \frac{\lambda_0^{(1)}}{\gamma_0} L\right) \exp\left(i \frac{\lambda_0^{(2)}}{\gamma_0} L\right) (\lambda_g^{(1)} - \lambda_g^{(2)})}{\lambda_g^{(1)} \exp\left(i \frac{\lambda_0^{(2)}}{\gamma_0} L\right) - \lambda_g^{(2)} \exp\left(i \frac{\lambda_0^{(1)}}{\gamma_0} L\right)}. \quad (15)$$

Для нахождения коэффициента отражения рентгеновских волн воспользуемся следующими обычными граничными условиями на входной и выходной поверхностях периодической слоистой среды:

$$\int E_0^{(s)vacI} d\lambda_0 = \int E_0^{(s)medium} d\lambda_0,$$

$$\int E_g^{(s)medium} \exp\left(i \frac{\lambda_g}{\gamma_g} L\right) d\lambda_g = 0,$$

$$\int E_g^{(s)medium} d\lambda_g = \int E_g^{(s)vacI} d\lambda_g.$$

(16a)

Из (16a) следуют соответственно выражения:

$$E_0^{(s)} = E_0^{(s)(1)} + E_0^{(s)(2)},$$

$$E_g^{(s)(1)} \exp\left(i \frac{\lambda_g^{(1)}}{\gamma_g} L\right) + E_g^{(s)(2)} \exp\left(i \frac{\lambda_g^{(2)}}{\gamma_g} L\right) = 0,$$

$$E_g^{(s)(1)} + E_g^{(s)(2)} = E_g^{(s)'}.$$
(16б)

Из (16б) получим выражение для отношения амплитуд полей дифрагированной рентгеновской волны в вакууме впереди мишени и падающей в вакууме впереди мишени:

$$\frac{E_g^{(s)'}}{E_0^{(s)}} = \frac{\omega \chi_g C^{(s,\tau)}}{2} \frac{\exp\left(i \frac{\lambda_g^{(2)}}{\gamma_g} L\right) - \exp\left(i \frac{\lambda_g^{(1)}}{\gamma_g} L\right)}{\lambda_g^{(1)} \exp\left(i \frac{\lambda_g^{(2)}}{\gamma_g} L\right) - \lambda_g^{(2)} \exp\left(i \frac{\lambda_g^{(1)}}{\gamma_g} L\right)}.$$
(17)

Представим динамические добавки  $\lambda_0$  и  $\lambda_g$  (11) для волнового вектора падающей и волнового вектора дифрагированной волн излучения в периодической слоистой среде в виде:

$$\lambda_0^{(1,2)} = \omega \frac{C^{(s)} |\chi'_b - \chi'_a| \left| \sin\left(\frac{\pi n}{1+b/a}\right) \right|}{2\pi n \varepsilon} \left( \xi^{(s)}(\omega) - \frac{i\rho^{(s)}(1+\varepsilon)}{2} \mp K^{(s)} \right),$$
(18a)

$$\lambda_g^{(1,2)} = \omega \frac{C^{(s)} |\chi'_2 - \chi'_1| \left| \sin\left(\frac{\pi n}{1+b/a}\right) \right|}{2\pi n} \left( \xi^{(s)}(\omega) - \frac{i\rho^{(s)}(1+\varepsilon)}{2} \pm K^{(s)} \right),$$
(18б)

где использованы обозначения:

$$\begin{aligned}
K^{(s)} &= \sqrt{\xi^{(s)}(\omega)^2 - \varepsilon - i\rho^{(s)}((1+\varepsilon)\xi^{(s)}(\omega) - 2\kappa^{(s)}\varepsilon) - \rho^{(s)2}\left(\frac{(1+\varepsilon)^2}{4} - \kappa^{(s)2}\varepsilon\right)}, \\
\xi^{(s)}(\omega) &= \eta^{(s)}(\omega) + \frac{1+\varepsilon}{2\nu^{(s)}}, \quad \eta^{(s)}(\omega) = \frac{2\pi^2 n^2}{T^2 \omega_B} L_{ext}^{(s)} \left( \frac{\omega}{\omega_B} - 1 \right), \\
L_{ext}^{(s)} &= \frac{1}{\omega} \frac{\pi n}{\left| \sin\left(\frac{\pi n}{1+b/a}\right) \right| |\chi'_b - \chi'_a| C^{(s)}}, \quad \omega_B = \frac{\pi n}{T \sin \theta_B}, \quad \varepsilon = \frac{|\gamma_g|}{\gamma_0} = \frac{\sin(\theta_B - \delta)}{\sin(\theta_B + \delta)}, \\
\nu^{(s)} &= \frac{C^{(s)} \left| \sin\left(\frac{\pi n}{1+b/a}\right) \right|}{\frac{\pi n}{1+b/a}} \frac{|\chi'_b - \chi'_a|}{|\chi'_b + (b/a)\chi'_a|}, \quad \kappa^{(s)} = \frac{C^{(s)} \left| \sin\left(\frac{\pi n}{1+b/a}\right) \right|}{\frac{\pi n}{1+b/a}} \frac{|\chi''_b - \chi''_a|}{|\chi''_a + (b/a)\chi''_b|}, \\
\rho^{(s)} &= \frac{\chi''_a + (b/a)\chi''_b}{1+b/a} \frac{\pi n}{\left| \sin\left(\frac{\pi n}{1+r}\right) \right| |\chi'_b - \chi'_a| C^{(s)}}, \quad L_{abs} = \frac{1+b/a}{\omega(\chi''_a + (b/a)\chi''_b)}. \tag{19}
\end{aligned}$$

Так как в области рентгеновских частот выполняется неравенство  $\frac{2\pi^2 n^2}{T^2 \omega_B} L_{ext}^{(s)} \gg 1$ ,  $\eta^{(s)}(\omega)$  является быстрой функцией от частоты  $\omega$ , поэтому для дальнейшего анализа удобно рассматривать  $\eta^{(s)}(\omega)$  или  $\xi^{(s)}(\omega)$  как спектральную переменную вместо  $\omega$ . Спектральные функции  $\xi^{(s)}(\omega)$  и  $\eta^{(s)}(\omega)$  отличаются слагаемым  $\frac{1+\varepsilon}{2\nu^{(s)}}$ , которое описывает преломление рентгеновской волны при пересечении границ мишени.

Параметр поглощения  $\rho^{(s)}$  может быть представлен как отношение длины экстинкции  $L_{ext}^{(s)}$  к длине поглощения  $L_{abs}$  рентгеновских волн в периодической слоистой среде:  $\rho^{(s)} = \frac{L_{ext}^{(s)}}{L_{abs}}$ .

Параметр  $\nu^{(s)}$ , принимающий значения в промежутке  $0 \leq \nu^{(s)} \leq 1$ , определяет степень отражения поля от периодической слоистой структуры, которая обуславливается характером интерференции волн, отраженных от разных плоскостей: конструктивным ( $\nu^{(s)} \approx 1$ ) или деструктивным ( $\nu^{(s)} \approx 0$ ).



Параметр  $\kappa^{(s)}$  определяет степень проявления эффекта аномального низкого фотопоглощения (эффекта Бормана) в прохождении рентгеновских волн через периодическую слоистую структуру. Необходимым условием проявления эффекта Бормана для периодической слоистой структуры, является  $\kappa^{(s)} \approx 1$ .

Параметр асимметрии отражения  $\varepsilon$  при фиксированном значении  $\theta_B$  определяется ориентацией входной поверхности мишени относительно отражающих слоев (угол  $\delta$  на Рис.1). При уменьшении угла падения ( $\theta_B + \delta$ ) рентгеновской волны на мишень параметр  $\delta$  становится отрицательным и далее возрастает по модулю (в предельном случае  $\delta \rightarrow -\theta_B$ ), что приводит к росту параметра  $\varepsilon$ . Напротив, при увеличении угла падения  $\varepsilon$  убывает (предельный случай  $\delta \rightarrow \theta_B$ ). В случае симметричного отражения, когда  $\delta = 0$ , параметр асимметрии  $\varepsilon = 1$ . На Рис.1 указано положительное направление угла  $\delta$ .

Используя (17), (15) и определения коэффициентов отражения и прохождения рентгеновских волн  $R = \frac{|\gamma_g|}{\gamma_0} \left| \frac{E_g^{(s)'}}{E_0^{(s)}} \right|^2$ ,  $T = \left| \frac{E_0^{(s)'}}{E_0^{(s)}} \right|^2$ , получим развернутые выражения для коэффициентов отражения и прохождения рентгеновских волн через периодическую слоистую среду:

$$R^{(s)} = \varepsilon \left| \frac{1 - \exp\left(-i \frac{L_f^R}{L_{ext}^{(s)}} K\right)}{\xi^{(s)}(\omega) - \frac{i\rho(1+\varepsilon)}{2} + K - \left(\xi^{(s)}(\omega) - \frac{i\rho(1+\varepsilon)}{2} - K\right) \exp\left(-i \frac{L_f^R}{L_{ext}^{(s)}} K\right)} \right|^2, \quad (20)$$

$$T^{(s)} = 4|K|^2 \left| \frac{\exp\left(i \frac{L_f^T}{2L_{ext}^{(s)}} \varepsilon \left(\xi^{(s)}(\omega) - \frac{i\rho(1+\varepsilon)}{2} - K\right)\right)}{\xi^{(s)}(\omega) - \frac{i\rho(1+\varepsilon)}{2} + K - \left(\xi^{(s)}(\omega) - \frac{i\rho(1+\varepsilon)}{2} - K\right) \exp\left(-i \frac{L_f^T}{L_{ext}^{(s)}} \varepsilon K\right)} \right|^2 \exp\left(-\frac{\rho}{L_{ext}^{(s)}} L_f^T\right)$$

$$(21)$$

где  $L_f^T = \frac{L}{\sin(\theta_B + \delta)}$  - длина пути рентгеновской волны, проходящей через

мишень,  $L_f^R = \frac{L}{\sin(\theta_B - \delta)}$  - длина пути дифрагированной волны,

распространяющейся от задней границы мишени к передней (максимальный путь отраженной волны в мишени).

В случае тонкой непоглощающей мишени коэффициент отражения (20) и прохождения (21) принимают вид соответственно

$$R = \frac{\varepsilon}{\xi^{(s)2}(\omega) - \left(\xi^{(s)2}(\omega) - \varepsilon\right) \coth^2 \left( \frac{L_f^R \sqrt{\varepsilon - \xi^{(s)2}(\omega)}}{2L_{ext}} \right)} \quad (22)$$

и

$$T = \frac{|\xi^{(s)2}(\omega) - \varepsilon|}{\left| \sin \left( \frac{L_f^T \sqrt{\xi^{(s)2}(\omega) - \varepsilon}}{2L_{ext} \varepsilon} \right) \right|^2} \frac{1}{\xi^{(s)2}(\omega) - \left(\xi^{(s)2}(\omega) - \varepsilon\right) \coth^2 \left( \frac{L_f^T \sqrt{\varepsilon - \xi^{(s)2}(\omega)}}{2L_{ext} \varepsilon} \right)}. \quad (23)$$

## 2.2 Эффекты динамической дифракции в рассеянии рентгеновских волн

Для демонстрации свойств коэффициента отражения, нами проведены численные расчеты согласно полученному выражению (20).

На Рисунке 2 представлены кривые, описывающие согласно (20) зависимость коэффициента отражения  $R^{(s)}$  от спектральной функции  $\xi^{(s)}(\omega)$ . Кривые

построены при разных значениях параметра  $\frac{L_f^R}{L_{ext}^{(s)}}$ , представляющего собой

длину пути, пройденного волной в периодической слоистой среде, выраженную в длинах экстинкции. Из рисунка следует, что при увеличении этого параметра, максимум функции  $R^{(s)}$  растет и при определенной толщине мишени достигает значения близкого к единице в области полного внешнего отражения (аномальной дисперсии). Эта область аналогична

области полного внешнего отражения в физике рассеяния свободных рентгеновских волн в монокристаллах [10].

В этой частотной области волновой вектор падающей волны в периодической слоистой среде принимает комплексные значение даже в отсутствие поглощения рентгеновских волн материалом среды.

Длины волновых векторов падающих рентгеновских волн в периодической слоистой среде без учета поглощения определяются выражениями

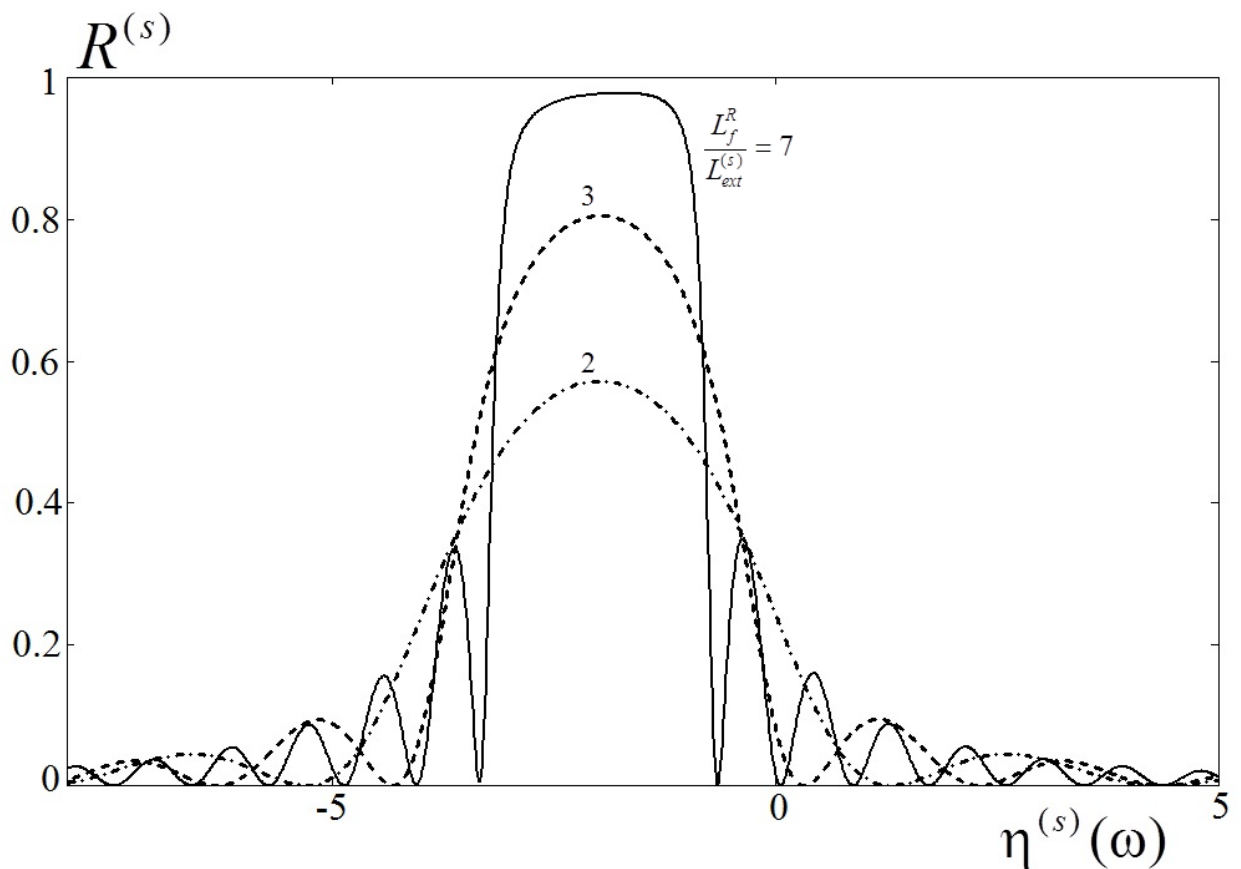
$$k^{(1,2)} = \omega\sqrt{1 + \chi'_0} + \omega \frac{C^{(s)} |\chi'_b - \chi'_a| \left| \sin\left(\frac{\pi n}{1 + b/a}\right) \right|}{2\pi n \varepsilon} \left( \xi^{(s)}(\omega) \mp \sqrt{\xi^{(s)}(\omega)^2 - \varepsilon} \right). \quad (24)$$

Частотная область полного внешнего отражения для периодической слоистой среды определяется неравенством:

$$-\sqrt{\varepsilon} < \xi^{(s)}(\omega) < \sqrt{\varepsilon} \quad \text{или} \quad -\sqrt{\varepsilon} - \frac{1 + \varepsilon}{2\nu^{(s)}} < \eta^{(s)}(\omega) < \sqrt{\varepsilon} + \frac{1 + \varepsilon}{2\nu^{(s)}}, \quad (25)$$

определяющим область отрицательных значений подкоренного выражения в (37).

Смещение точки максимума  $R^{(s)}$  влево относительно нуля частотный функции, который соответствует частоте Брэгга  $\eta^{(s)}(\omega_B) = 0$ , возникает из-за преломления рентгеновской волны на границах мишени, которое описывается слагаемым  $\frac{1 + \varepsilon}{2\nu^{(s)}}$ .

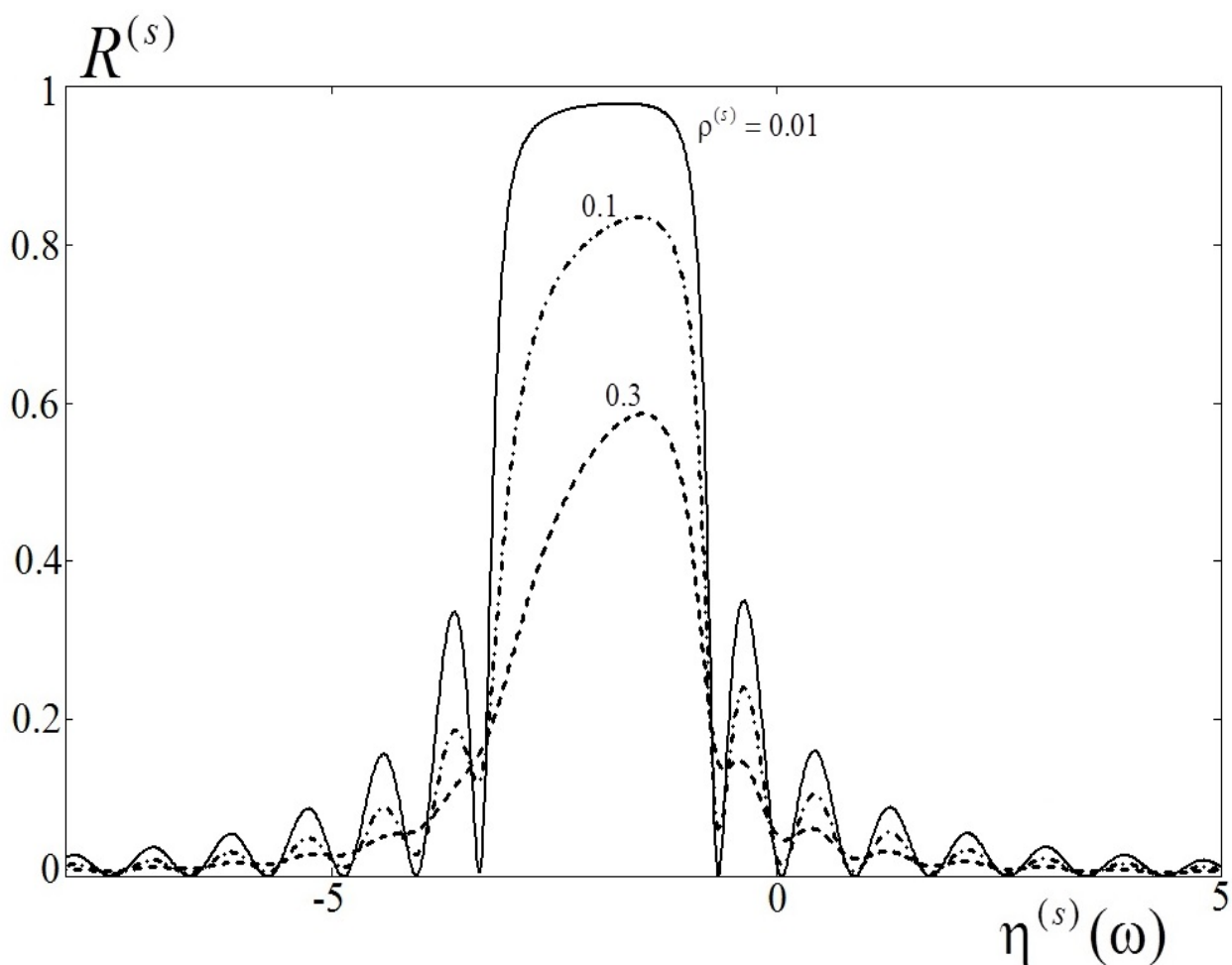


**Рисунок 2.** Зависимости коэффициента отражения рентгеновской волны от частотной функции для различных значений длины пройденного ею пути в мишени (параметр  $\frac{L_f^R}{L_{ext}^{(s)}}$ ).

Значение других параметров:  $\rho^{(s)} = 0.01$ ,  $\nu^{(s)} = 0.5$ ,  $\kappa^{(s)} = 0.5$ ,  $\varepsilon = 1$ .

На Рисунке 3 представлены кривые зависимости коэффициента отражения рентгеновской волны от частотной функции при различных значениях параметра поглощения  $\rho^{(s)}$ .

Из рисунка видно, как уменьшается коэффициент отражения при увеличении этого параметра.

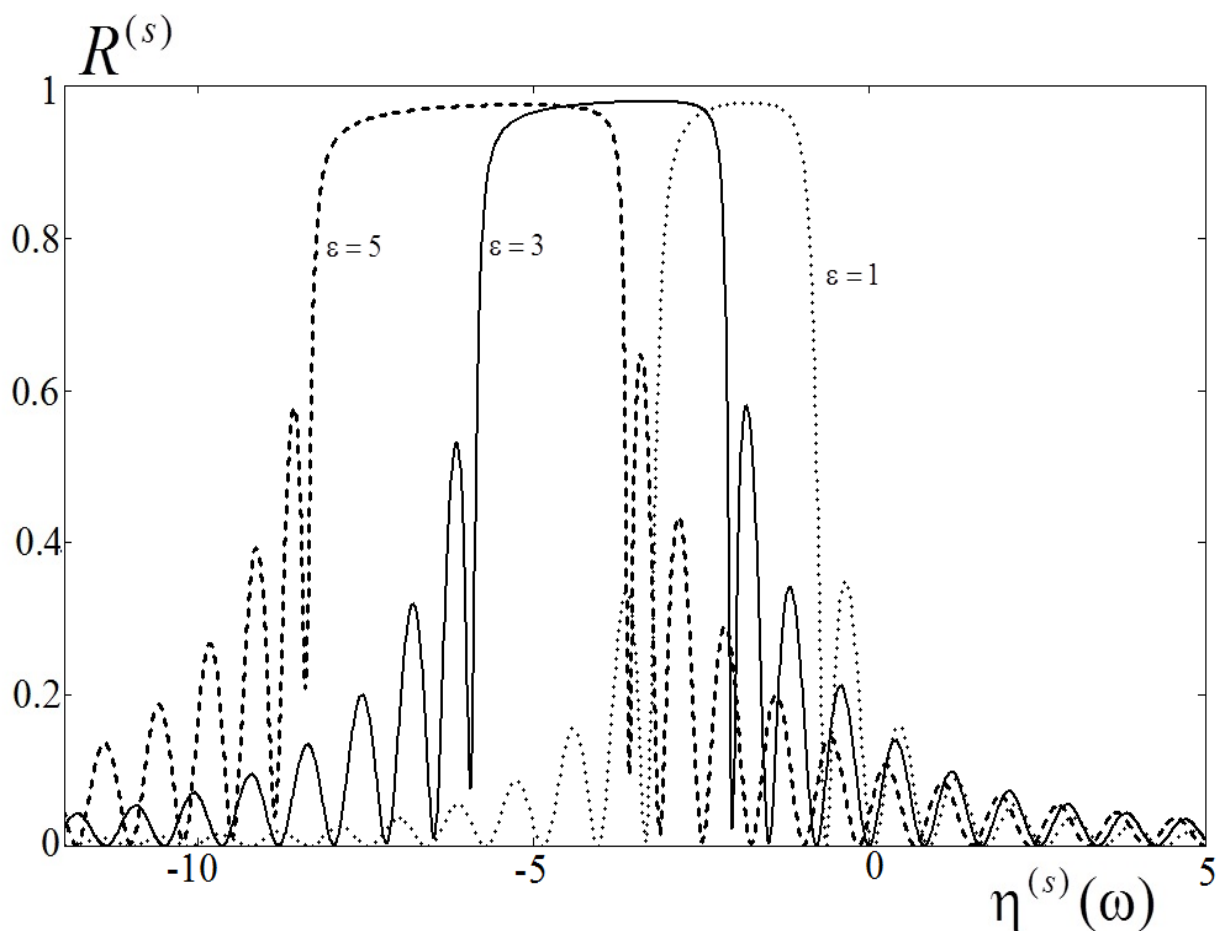


**Рисунок 3.** Зависимости коэффициента отражения рентгеновской волны от частотной функции для различных значений параметра поглощения  $\rho^{(s)}$ .

Значение параметров:  $v^{(s)} = 0.5$ ,  $\kappa^{(s)} = 0.5$ ,  $\varepsilon = 1$ ,  $\frac{L_f^R}{L_{ext}^{(s)}} = 7$ .

На Рисунке 4 представлены кривые, демонстрирующие влияние параметра асимметрии отражения  $\varepsilon$  на характер зависимости коэффициента отражения рентгеновской волны от частотной функции. Увеличение параметра  $\varepsilon$  при фиксированном  $\theta_B$ , соответствует уменьшению угла падения фотона на мишень  $(\theta_B + \delta)$ . Из Рис. 4 следует, что при увеличении  $\varepsilon$  происходит смещение точки максимума функции  $R^{(s)}$  в сторону меньших частот из-за усиливающегося при увеличении  $\varepsilon$  преломления волны. Рис. 4 демонстрирует также рост области полного внешнего отражения в согласии с неравенством (25). Таким образом, увеличивая значение параметра асимметрии можно увеличить интегральный коэффициент отражения

рентгеновских волн от периодической слоистой среды. Данный эффект является следствием динамической дифракции рентгеновской волны на слоях мишени.

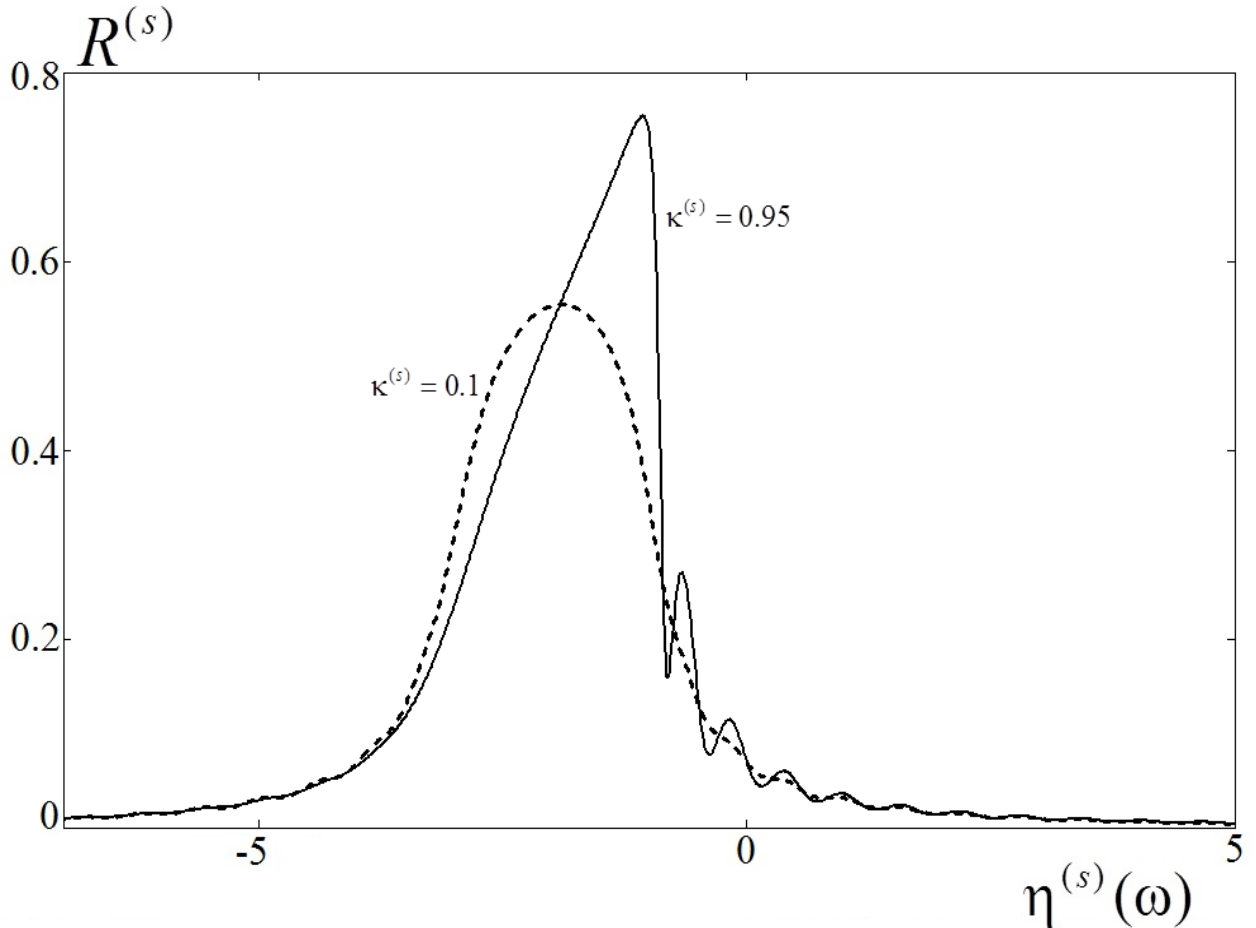


**Рисунок 4.** Влияние параметра асимметрии отражения  $\varepsilon$  на характер зависимости коэффициента отражения рентгеновской волны от частотной

функции. Значение параметров:  $\rho^{(s)} = 0.01$ ,  $v^{(s)} = 0.5$ ,  $\kappa^{(s)} = 0.5$ ,  $\frac{L_f^R}{L_{ext}^{(s)}} = 7$ .

На Рисунке 5 представлена зависимость коэффициента отражения рентгеновской волны от частотной функции для двух различных значений параметра  $\kappa^{(s)}$ . Рис. 5 демонстрирует деформацию формы зависимости коэффициента отражения от частотной функции при значении параметра  $\kappa^{(s)} \approx 0.95$  характерную для проявления эффекта Бормана, в то время как для значения  $\kappa^{(s)} \approx 0.1$  зависимость коэффициента отражения остается симметричной, т.е. эффект Бормана не проявляется. Данный эффект аналогичен эффекту аномального низкого фотопоглощения (эффект

Бормана) для рентгеновских волн, пересекающих монокристалл в геометрии рассеяния Лауэ [2]. Данный эффект возникает вследствие уменьшения влияния коэффициента поглощения  $\rho^{(s)}$  на степень отражения рентгеновской волны в слоистой мишени (см. (19) выражении для  $K^{(s)}$ ) при увеличении параметра  $\kappa^{(s)}$  (см.  $K^{(s)}$  в (19)).



**Рисунок 5.** Зависимости коэффициента отражения рентгеновской волны от частотной функции для различных значений параметра  $\kappa^{(s)}$ .  $\kappa^{(s)} \approx 0.95$  - эффект аномального низкого фотопоглощения,  $\kappa^{(s)} \approx 0.1$  - эффект аномального низкого фотопоглощения не проявляется.

Значение параметров:  $\rho^{(s)} = 0.3$ ,  $\nu^{(s)} = 0.5$ ,  $\varepsilon = 1$ ,  $\frac{L_f^R}{L_{ext}^{(s)}} = 10$ .

Необходимо отметить, что эффект Бормана в физике рассеяния свободных рентгеновских волн в кристалле [10] проявляется только в геометрии рассеяния Лауэ, так как он описывает аномальное прохождение рентгеновской волны через монокристаллическую пластинку большой

толщины. В процессе рассеяния рентгеновских волн в монокристалле возникают две стоячие волны. Когда пучности одной из волн находятся на атомных плоскостях, ответственных за рассеяния волн данной частоты Брэгга, происходит аномально большое фотопоглощение волны, а если пучности находятся в пространстве между атомными плоскостями, где электронная плотность минимальная, то происходит аномально-малое поглощение рентгеновской волны. Когда возникает выше описанная ситуация, то это называется эффектом Бормана.

Для периодической слоистой среды впервые возможность проявления эффекта подобного эффекту Бормана рассматривалось для дифрагированного переходного излучения (ДПИ) в работе [11], ДПИ является следствием динамического рассеяния свободных фотонов переходного излучения, генерируемого на передней границы мишени при прохождении через нее релятивистского электрона.

След пересечения плоскости рассеяния и дисперсионной поверхности в обратном пространстве в двухволновом приближении рассеяния рентгеновских волн в периодической слоистой среде, как и в монокристалле (см. [10], Рис.40) является гиперболой. Нормаль к поверхности пересекает каждую ветвь гиперболы в двух точках, при этом в нашем подходе и обозначениях передвижение нормали вдоль поверхности мишени соответствует изменению частоты рентгеновской волны. Область полного внешнего отражения (25), соответствует частоте, при которой нормаль к поверхности не пересекает гиперболу, такая область называется областью полного внешнего отражения.

В периодической слоистой среде, как и в монокристалле, существуют три частотные зоны, в каждой из которых возбуждается только одна стоячая волна, в отличие от геометрии рассеяния Лауэ, где на всем интервале частот возбуждаются две стоячие волны, так как нормаль к поверхности в геометрии Лауэ пересекает две дисперсионные поверхности (см. [10], рис.6). Максимумы и минимумы стоячей волны в периодической слоистой среде



могут располагаться на слое с большей или на слое с меньшей электронной плотностью, при этом возможны смещения волны относительно слоев. Эти смещения определяются параметром  $\kappa^{(s)}$ .

Трем различным частотным областям в геометрии рассеяния Брэгга соответствуют неравенства

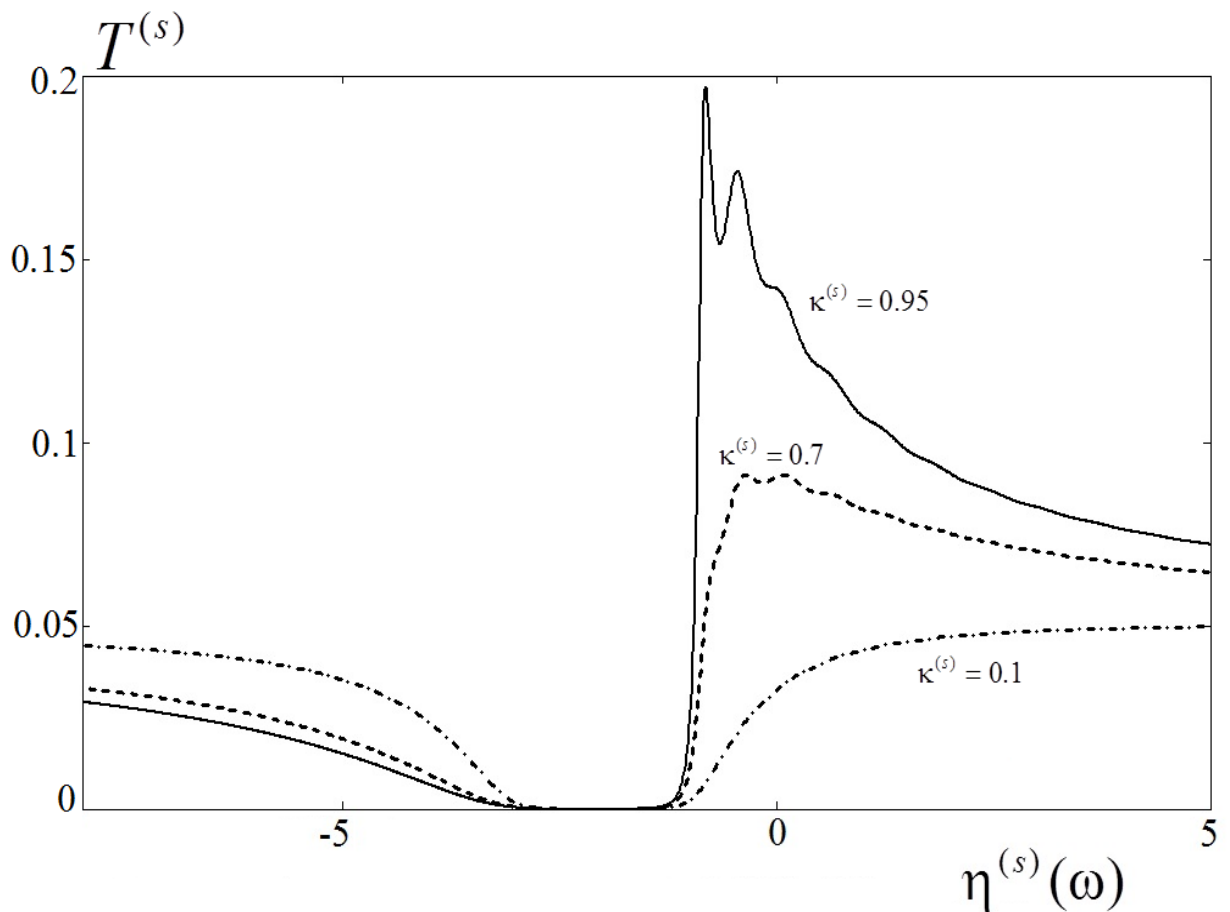
$$\text{I: } \eta^{(s)}(\omega) < -\sqrt{\varepsilon} - \frac{1+\varepsilon}{2\nu^{(s)}};$$

$$\text{II: } -\sqrt{\varepsilon} - \frac{1+\varepsilon}{2\nu^{(s)}} < \eta^{(s)}(\omega) < \sqrt{\varepsilon} + \frac{1+\varepsilon}{2\nu^{(s)}};$$

$$\text{III: } \eta^{(s)}(\omega) > \sqrt{\varepsilon} + \frac{1+\varepsilon}{2\nu^{(s)}}.$$

На Рис. 6 представлены зависимости коэффициента прохождения  $T^{(s)}$  рентгеновской волны от частотной функции для трех различных значений параметра  $\kappa^{(s)}$ . Кривые построены по формуле (21). Из Рис. 6 видно, что максимум коэффициента прохождения растет при увеличении параметра  $\kappa^{(s)}$ . Рост максимума  $T^{(s)}$  происходит вследствие эффекта аномального низкого фотопоглощения.

На Рис.6 в частотной области полного внешнего отражения II коэффициент прохождения равен нулю, что является очевидным. Однако в этой области может проявиться эффект аналогичный эффекту Бормана, только на отраженной от периодической слоистой среды волне, как показано на Рис. 5. Так как вблизи передней границы монокристалла, когда путь фотона равен несколько длинам экстинкции (на Рис.6  $-L_f^R / L_{ext}^{(s)} = 10$ ) может сформироваться стоячая волна даже в области полного внешнего отражения, при этом преломленная волна еще не затухнет. Она затухнет дальше по глубине, из-за интерференционного эффекта экстинкции (интерференционного поглощения).



**Рисунок 6.** Зависимости коэффициента прохождения рентгеновской волны от частотной функции для различных значений параметра поглощения  $\kappa^{(s)}$ .

На Рисунке 6 в области III, которая соответствует проходящей рентгеновской волне, максимумы которой лежат на слое с меньшей электронной плотностью. При увеличении параметра  $\kappa^{(s)}$  максимумы рентгеновской волны смещаются к центру слоя с наименьшей плотностью, что приводит к уменьшению ее поглощения и увеличению коэффициента прохождения.

При этом максимумы другой волны, лежащие на слое с большей электронной плотностью, частота которой соответствует области I, сместятся к центру слоя с наибольшей плотностью, что приведет к увеличению поглощения и уменьшению коэффициента прохождения, что и показано на Рисунке 6.

$\kappa^{(s)} \approx 0.95$  - эффект аномального низкого фотопоглощения проявляется,  
 $\kappa^{(s)} \approx 0.1$  - эффект аномального низкого фотопоглощения не проявляется.

Значение параметров:  $\rho^{(s)} = 0.3$ ,  $\nu^{(s)} = 0.5$ ,  $\varepsilon = 1$ ,  $\frac{L_f^T}{L_{ext}^{(s)}} = 10$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение приводятся основные результаты работы:

1. В двух-волновом приближении динамической теории дифракции развита динамическая теория прохождения и отражения свободных рентгеновских волн в периодической слоистой мишени в геометрии рассеяния Брэгга в общем случае асимметричного отражения рентгеновских волн относительно поверхности мишени.
2. В рамках двух-волнового приближения динамической теории дифракции получены зависимости коэффициентов отражения и прохождения рентгеновских волн через данную структуру от частоты.
3. Показана возможность проявления эффектов динамической дифракции рентгеновских волн в периодической слоистой среде. В частности, эффект уширения частотной области полного отражения при изменении асимметрии процесса отражения. Показана возможность проявления эффекта аналогичного эффекту Бормана в условиях геометрии рассеяния Брэгга. Ранее этот эффект был открыт и исследовался только в геометрии Лауэ и только на монокристаллических мишенях.
4. Развита теория позволяет проводить численные расчеты и на их основании прогнозировать результаты экспериментального исследования процессов взаимодействия рентгеновского излучения с периодическими слоистыми средами.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. W.H. Zachariasen, Theory of X-Rays Diffraction in Crystals. – New York: J. Wiley, Sons, 1945
2. G. Borrmann, Phys. Zschr. **42**, 157 (1941).
3. G. Borrmann, Phys. Zschr. **127**, 297 (1950).
4. V.M. Laue, Acta Crystallogr., **2**, 106 (1949).
5. А.В. Виноградов, Б.Я. Зельдович, Оптика и спектроскопия. **42**, 709 (1977).
6. А.В. Виноградов, И.В. Кожевников, Труды ФИАН, **196**, 62 (1989).
7. E.A. Spiller, Proc. SPIE, **1546**, 489 (1992).
8. М.М. Барышева, А.Е. Пестов, Н.Н. Салашенко, М.Н. Торопов, Н.И. Чхало, 2012, УФН, **182**, №7, 727 (2012).
9. А.С. Пирожков, Е. Н. Рагозин, УФН, **185**, №11, 1203 (2015).
10. Пинскер З.Г. Рентгеновская кристаллооптика. – М.: Наука, 1982, 392 с.
11. С. В. Блажевич, Ю. П. Гладких, А. В. Носков // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования, 2014, № 12, с. 91–99
12. Tarasov D.A., Dyshekov A.A., Kharachev Yu.P. The general quality peculiarities of X-Ray dynamical diffraction in superlattices: Abstracts. 5th Biennial Conference on High Resolution X-Ray Diffraction and Topography. X-TOP2000. Poland, 2000. P. 167.
13. Zaporozhchenko R. G. Оптика и спектроскопия, 94, №6, 2003 г., с. 906-909.
14. Агранович В.М., Гинзбург В.Л. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов.-Изд.2-е, перераб. и доп.- М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1979.
15. Андреева М.А., Борисова С. Ф., Степанов С. А. Исследования поверхности методом полного отражения излучения рентгеновского диапазона // Поверхность. 1985. №4. С. 5-26.

16. Базылев В.А., Жеваго Н.К. Излучение быстрых частиц в веществе и внешних полях / М.: Наука, 1987. 272с.
17. Колпаков А.В., Беляев Ю.Н. Формулировка динамической теории рентгеновской дифракции на основе рекуррентных соотношений // Вестник Моск.ун-та. Сер.3, физ.-астроном. 1985. Т. 26. № 3. С. 91-93.
18. Колпаков А.В., Прудников И.Р. Теория дифракции рентгеновских лучей в твердотельных сверхрешетках // Вестник Московского университета. Сер. 3. Физика. Астрономия. 1991. Т. 32. № 4. С. 3-29.
19. Ландау Л.Д, Е.М.Лифшиц - Теоретическая физика. Электродинамика сплошных сред.т.8. М., Наука, 1982
20. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Учеб.пособ.: Для вузов. В 10т. Т II. Теория поля-8-е изд., стереот.-М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001.-536с.
21. Наумова Д.Г. Рентгеновское излучение. [Электронный ресурс]: Bestreferat. Ru. URL: <http://www.bestreferat.ru/referat-169784.html> (Дата обращения 15.03.2016).
22. Неклюдов Иван Матвеевич, Камышанченко Николай Васильевич. Физические основы прочности и пластичности металлов. Учебное пособие. Часть 1.- Белгород: Изд. Белгородского государственного педагогического университета, 1995.-с.
23. Павлов П.В., Хохлов А. Ф. Физика твердого тела: Учебник для студентов, обучающихся по специальностям «Физика», «Физика и технология металлов и компонентов электронной техники», «Микроэлектроника и полупроводниковые приборы».- Нижний Новгород: изд-во Нижегородского ун-та, 1993. 491 с.
24. Пинскер З.Г.Динамическое рассеяние рентгеновских лучей в идеальных кристаллах. М., изд-во «Наука», 1974.
25. Рамазанова Г. М. Исследование структуры кристаллов рентгеновскими лучами. [Электронный ресурс]: Фестиваль педагогических

идей «Открытый урок». URL: <http://festival.1september.ru/articles/417892/>  
(Дата обращения 07.05.2016).

26. Тарасов Д.А. Динамическая рентгеновская дифракция в гетероэпитаксиальных сверхрешетках с различным градиентом деформации.: Дисс...канд. физ.-мат. наук. Нальчик, 2005. 52 с.

27. Трушин В.Н., Андреев П.В., Фаддеев М.А. Рентгеновский фазовый анализ поликристаллических материалов. [Электронный ресурс]. Электронное учебно-методическое пособие. URL: <http://www.unn.ru/pages/e-library/methodmaterial/files/andreev.pdf> (Дата обращения 12.10.2015).