

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ОКЕАНОЛОГИЯ

Том XXIX

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

МОСКВА · 1989

УДК 551.468.1

В. М. МОСКОВКИН, Н. В. ЕСИН, Е. А. КОВТУН

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ МОРСКИХ БЕРЕГОВ
МЕТОДАМИ ТЕОРИИ КАТАСТРОФ

Для анализа устойчивости развития берегов применена теория катастроф. Найдены критерии деградации пляжей в условиях антропогенного регулирования поступления обломочного материала в береговую зону. Результаты исследований могут быть применены при проектировании различных сооружений в береговой зоне, нарушающих естественное течение береговых процессов.

В последние годы для исследования устойчивости природных процессов стали широко применяться методы теории катастроф [1, 3, 7, 8]. Катастрофы, возникающие при функционировании различных систем, связывают с большими изменениями («катастрофическими скачками») в значениях переменных состояния системы, происходящих при малых изменениях в значениях управляющих параметров по мере того как система перескакивает из одного локального минимума (устойчивого равновесного состояния) потенциальной функции в другой [3]. Такие скачки происходят при вырождении локальных минимумов потенциальной функции рассматриваемой системы. В целом элементарная теория катастроф — это наука о том, каким образом состояния равновесия потенциальной функции изменяются при изменении управляющих параметров [3].

В области динамики морских берегов, развивающихся при непрерывном воздействии человека, примерами скачкообразного развития могут служить быстрые превращения аккумулятивных берегов в абразионные. Возможны и обратные переходы.

Для прогноза катастрофических ситуаций береговых процессов исследуем уравнение, примененное ранее авторами для решения задачи оптимального управления абразией [5, 6]. Уравнение баланса обломочного материала возьмем в виде

$$\frac{dW}{dt} = aHf(W) - \varphi(W) + u, \quad (1)$$

где W — объем пляжеобразующего материала на единицу длины береговой линии, $\text{м}^3/\text{м}$; a — доля пляжеобразующего материала в породах, слагающих берег ($0 \leq a \leq 1$); H — высота клифа, м ; $f(W)$ — скорость отступления клифа, $\text{м}/\text{год}$; $\varphi(W)$ — интенсивность потерь пляжеобразующего материала при его истирании в результате волнового воздействия, $\text{м}^3/\text{м} \cdot \text{год}$; u — управляющий фактор, представляющий собой интенсивность подсыпки ($u > 0$) или изъятия ($u < 0$) материала, $\text{м}^3/\text{м} \cdot \text{год}$ (под ним также может подразумеваться естественное поступление или унос материала за счет вдольберегового транспорта наносов, разрывных или компенсационных течений); t — время, год .

Для условий прочных пород будем использовать следующие аппроксимирующие функции [4]:

$$f(W) = \begin{cases} V_{\max} \frac{W}{W_{\text{opt}}} \left(2 - \frac{W}{W_{\text{opt}}}\right) & \text{при } 0 \leq W \leq 2W_{\text{opt}} \\ 0 & \text{при } W > 2W_{\text{opt}} \end{cases}$$

$$\varphi(W) = kW,$$

где W_{opt} — некоторый объем пляжеобразующего материала, при кото-

ром скорость отступления клифа достигает максимальной величины V_{\max} ; k — коэффициент истираемости материала, год^{-1} . Все эти параметры определяются по результатам натуральных наблюдений. Уравнение (1) при этих функциях с помощью замен $W' = W/W_{\text{opt}}$, $t' = kt$ приводится к безразмерному виду:

$$\frac{dW'}{dt'} = -K_1(W')^2 + (2K_1 - 1)W' + K_2, \quad (2)$$

где $K_1 = aHV_{\max}/kW_{\text{opt}}$, $K_2 = u/kW_{\text{opt}}$ — безразмерные параметры, $0 \leq W' \leq 2$.

Стационарные точки этого уравнения ($dW'/dt' = 0$) определяются с помощью решения соответствующего квадратного уравнения

$$W'_{1,2} = 1 - \frac{1}{2K_1} \pm \frac{\sqrt{(2K_1 - 1)^2 + 4K_1K_2}}{2K_1}. \quad (3)$$

При более наглядном графическом решении этого уравнения они могут быть найдены как пересечение параболы $z = K_1W'(2 - W')$ (интенсивность поступления пляжеобразующего материала в береговую зону моря с клифа) с прямой $z = W' - K_2$ (алгебраическая сумма интенсивности потерь материала при истирании и его подсыпки ($K_2 > 0$) или изъятия ($K_2 < 0$)).

При подсыпке материала ($K_2 \geq 0$) катастрофических ситуаций не возникает (объем материала, описываемый уравнением (2), устойчиво стремится к своему равновесному положительному состоянию в интервале $0 \leq W' \leq 2$).

Интерес представляют катастрофы, возникающие при изъятии материала ($u < 0$, $K_2 < 0$). Здесь прямая $W' - K_2$ может иметь две точки пересечения, одно касание или ни одного пересечения с параболой $K_1W'(2 - W')$, что соответствует наличию двух, одной стационарной точки в положительной области ($W' \geq 0$) и отсутствию такой точки. Легко показать, что точка $W'_1 > W'_2$ является устойчивой, а W'_2 — неустойчивой. Вырождение устойчивой стационарной точки $W'_1 = W'_2 = 1 - 1/2K_1$ произойдет при

$$K_2 = -\frac{(2K_1 - 1)^2}{4K_1}. \quad (4)$$

Эта катастрофическая ситуация соответствует исчезновению пляжа. Отметим, что стационарные точки уравнения (2) соответствуют экстремумам потенциальной функции $U(W')$ ($dW'/dt' = -dU(W')/dW'$) и вырождение стационарных точек (сближение и совпадение устойчивой и неустойчивой стационарных точек) соответствует вырождению минимума потенциальной функции. Анализ этой функции представляет интерес при более сложных исходных функциях $f(W)$, $\varphi(W)$.

Все стационарные точки уравнения (2) лежат на трехмерной поверхности в пространстве переменных K_1 , K_2 , W' , задаваемой уравнением

$$-K_1(W')^2 + (2K_1 - 1)W' + K_2 = 0, \quad (5)$$

и называемой многообразием катастрофы или поверхностью равновесия [3, 7]. Ниже это многообразие будем называть поверхностью равновесия или просто поверхностью (5).

Уравнение (5) с помощью линейного преобразования сводится к канонической катастрофе складки $\tilde{y}^2 + \tilde{a} = 0$, являющейся первой из элементарных катастроф, хорошо изученных в литературе [1, 3, 7]. Параметры K_1 и K_2 называются управляющими. Отображение особых точек (крутизна поверхности в этих точках равняется бесконечности) поверхности (5) на пространство (в данном случае плоскость) управляющих параметров называется бифуркационным множеством. Оно описывается уравнением (4), и на нем происходят вырождения стационарных точек (катастрофические ситуации). В нашем случае при изъятии материала ($K_2 < 0$) возникают (при переходе через бифуркационное множество) катастрофические скачки с кривой складки $W' = 1 - 1/2K_1$ на лист $W' =$

$=0$. Отметим, что ввиду ограничения, накладываемого на W' и $f(W')$, поверхность равновесия состоит из нескольких листов: поверхность (5), $W'=0$, $W'=K_2$. При подсыпке материала ($K_2 > 0$) и перехода через множество $K_2=2$ происходит непрерывный (но не гладкий) переход единственного равновесного состояния с поверхности (5) на лист (наклонная плоскость) $W'=K_2$. Сама поверхность (5) является двужанной, причем на верхнем ее листе лежат устойчивые равновесные точки, а на нижнем — неустойчивые, в соответствии с выражением (3).

Рассмотрим сечения поверхности равновесия (5) плоскостями $K_2 = \text{const}$; $K_1 = (K_2 - W') / (W'(W' - 2))$. Представляет интерес минимум функции $K_1(W')$ в интервале $0 \leq W' \leq 2$ при $K_2 < 0$:

$$(K_1)_{\min} = -[2(\sqrt{K_2^2 - 2K_2} + K_2 - 1)]^{-1}, \quad (6)$$

достигаемый при $W' = K_2 + \sqrt{K_2^2 - 2K_2}$. Можно показать, что выражение (6) является другой формой записи бифуркационного множества (4).

Анализ показывает, что, при заданном уровне интенсивности изъятия материала существует область $0 < K_1 < (K_1)_{\min}$, в которой отсутствуют стационарные точки, и в этой области при изменении параметра K_1 пляж не формируется. Увеличение K_1 от нуля до критического значения (6) может быть связано с увеличением высоты клифа или с уменьшением интенсивности истирания материала. При критической высоте клифа $H_{кр}$, соответствующей $(K_1)_{\min}$, начинает формироваться устойчивый пляж. В природе часто при абразии клифов их высота увеличивается и при достижении $H = H_{кр}$ начинает формироваться, как было отмечено выше, пляж.

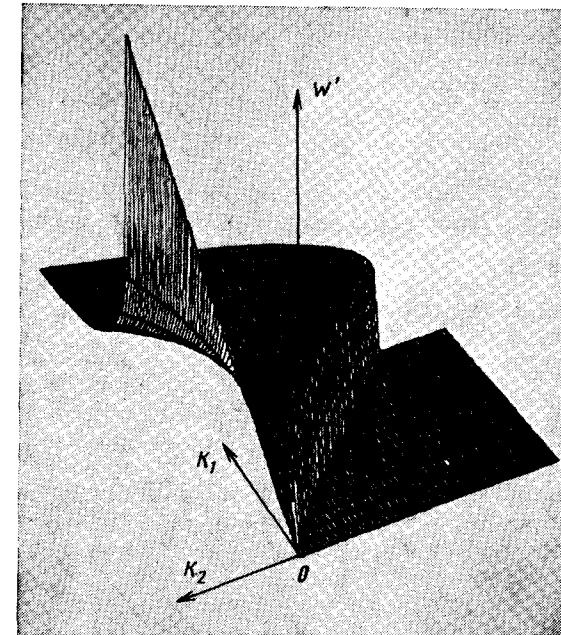
Таким образом, стабильные пляжи в целом должны соответствовать высоким клифам, что согласуется с выводами работы [4], причем чем больше высота клифа, тем более обширный пляж формируется.

В области отсутствия устойчивой стационарной точки $K_2 < -(2K_1 - 1)^2 / 4K_1$ было рассчитано время исчезновения пляжа для условий Новороссийского геологического района: $a = 0,3$; $W_{opt} = 0,5 \text{ м}^3/\text{м}$; $V_{max} = 0,01 \text{ м}/\text{год}$; $k = 0,1 \text{ год}^{-1}$ (расчетная формула, следующая из решения уравнения (2), ввиду ее громоздкости не приводится). Согласно этим расчетам, при варьировании параметров H , u , W_0 (начальный объем материала) в пределах $10 \leq H \leq 100 \text{ м}$; $-1,5 < u < -0,5 \text{ м}^3/\text{м} \cdot \text{год}$; $0,25 < W_0 < 0,5 \text{ м}^3/\text{м}$, время исчезновения пляжа не превышало пяти лет. Реально такие катастрофы произошли на многих участках побережья Черного моря. Они вызваны изъятием пляжевого материала или строительством бун, нарушивших естественное развитие берега.

Для графического построения поверхности равновесия (5) будем использовать функцию двух переменных (K_1, K_2) (3). На основе подпрограмм Графора [2] составлена программа графического построения центральной проекции верхнего листа поверхности равновесия (рисунок). Комплексные и отрицательные значения W' приравнялись нулю, что соответствует некоторой области горизонтальной плоскости, ограниченной одной (верхней) ветвью бифуркационного множества, положительной полуосью K_2 и отрезком оси K_1 ($0 < K_1 < 1/2$). Вертикальная плоскость на рисунке соответствует скачкам (катастрофе) с кривой складки, проекция которой на плоскость (K_1, K_2) является верхней ветвью бифуркационного множества, на горизонтальную плоскость (K_1, K_2) . Эти катастрофические скачки как раз и соответствуют критическим ситуациям исчезновения пляжа.

При графическом изображении поверхности (3) условие $W' = K_2$ при переходе в область $K_2 \geq 2$, $W' \geq 2$ не накладывалось. Эта область соответствует ярко выраженному лепестку на рисунке. Расчетная область параметров: $0 \leq K_1 \leq 8$; $-10 \leq K_2 \leq 6$; координаты точки зрения на изображаемый объект относительно центра этого прямоугольника $(K_1, K_2, W') = (-80, 40, 20)$; шаги по K_1 и K_2 : $\Delta K_1 = 0,5$; $\Delta K_2 = 0,1$.

Изложенные в данной работе подходы к изучению устойчивости береговых систем могут широко использоваться при проектировании раз-



Центральная проекция верхнего листа поверхности равновесия, задаваемой уравнением (5)

личных мероприятий, «преобразующих» береговую зону. Расчеты по предложенной теории покажут, при каких воздействиях преобразование превратится в катастрофу.

ЛИТЕРАТУРА

1. Арнольд В. И. Теория катастроф. М.: МГУ, 1983. 80 с.
2. Баяковский Ю. М., Галактионов В. А., Михайлова Т. Н. Графическое расширение фортрана. М.: Наука, 1985. 288 с.
3. Гилмор Р. Прикладная теория катастроф. Кн. 1, 2. М.: Мир, 1984. 350 с.
4. Есин Н. В., Савин М. Т., Жилев А. П. Абразивный процесс на морском берегу. Л.: Гидрометеиздат, 1980. 200 с.
5. Московкин В. М., Есин Н. В. Оптимальное управление абразивным процессом // Докл. АН СССР. 1985. Т. 284. № 3. С. 731—734.
6. Московкин В. М., Есин Н. В. К теории оптимального управления береговыми процессами // Водные ресурсы. 1986. № 4. С. 172—175.
7. Постон Т., Стюарт И. Теория катастроф и ее приложения. М.: Мир, 1980. 607 с.
8. Томпсон Дж. М. Т. Неустойчивости и катастрофы в науке и технике. М.: Мир, 1985. 254 с.

Всесоюзный научно-исследовательский институт по охране вод
Госкомприроды СССР, Харьков
Южное отделение Института океанологии
им. П. П. Ширшова АН СССР, Геленджик

Поступила в редакцию
10.IV.1987

После доработки
13.I.1988