

прикладная математика, управление, 2007, № 7(38), вып 4, с. 207-213

6. Левин Б.Р., Шварц В. Вероятностные модели и методы в системах связи и управления. М., Радио и связь, 1985.-312 с.

*Работа выполнена в результате поисковой НИР в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009 – 2013 годы г к П1260*

*Статья поступила 09.12.2011*

**Д.т.н., проф. Е.Г. Жилияков, к.т.н., проф. С.П. Белов,  
И.А. Старовойт (НИУ «БелГУ»)**

**E.G. Zhilyakov, S.P. Belov, I.A. Starovoyt**

**ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ ФОРМИРОВАНИЯ СИГНАЛОВ  
С КОДОВЫМ РАЗДЕЛЕНИЕМ АДРЕСОВ**

**AN ALGORITHM OF A SIGNAL GENERATION  
WITH CODE DIVISION ADDRESSES**

*В статье рассматривается возможность применения в системах связи с кодовым разделением адресов нового класса широкополосных сигналов, сформированных с использованием собственных векторов субполосных матриц, собственные числа которых близки к нулю*

*This article discusses the possibility of application in communication systems with code division addresses a new class of broadband signals generated using the eigenvectors subband matrices whose eigenvalues are close to zero*

*Ключевые слова: вектор, собственный, числа субполосных, матрица, широкополосный*

*Key words: eigenvector, eigenvalue, matrix subband, broadband eigenvector*

## **Введение**

Одной из основных причин, ухудшающих помехоустойчивость при приеме широкополосных сигналов в каналах связи с кодовым разделением адресов, является наличие в них сосредоточенных по спектру помех [1]. Для компенсации влияния данного вида помех применяются фильтры различного рода [2], которые подавляют их энергетические составляющие в требуемом диапазоне частот. Недостатком такого метода борьбы с помехами является подав-

## ПРИКЛАДНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

ление полезного сигнала в полосе частот, сосредоточенной по спектру помехи, что уменьшает помехоустойчивость системы связи. Альтернативой рассмотренному методу борьбы с помехами является применение сигнала, сформированного из собственных векторов субполосной матрицы, собственные числа которых близки к нулю [3].

Однако в [3] не производилась оценка характеристик этого класса сигнала с точки зрения возможности его применения в системах связи с кодовым разделением адресов. Таким образом, целью статьи является определение объема ансамбля канальных сигналов, сформированного с применением собственных векторов субполосных матриц с малыми собственными числами и оценка уровня сосредоточенности их энергии в требуемой полосе частот

### **Математические основы формирования широкополосного сигнала**

Предлагаемый метод формирования широкополосных сигналов, устойчивых к сосредоточенным по спектру помехам, основан на решении вариационной задачи минимизации энергии сигнала в выбранном частотном интервале:

$$\|\bar{x}\|^2 - P_r = \bar{x}'(\mathbf{I} - \mathbf{A}_r) \cdot \bar{x} = \max, \quad (1)$$

где:  $P_r$  - энергия в заданном частотном интервале, ширина которого равна  $(v_{r+1} - v_r)$ ;

$\mathbf{I} = \text{diag}(1, \dots, 1)$  - единичная матрица;

$\|x\|^2$  - полная энергия сигнала;

$x$  - сигнальный вектор;

$x'$  - транспонированный сигнальный вектор;

$\mathbf{A}_r = \{a_{ik}\}$  - субполосная матрица, соответствующая  $r$ -ому частотному интервалу с элементами вида:

$$a'_{ik} = \begin{cases} \frac{\sin[v_r(i-k)] - \sin[v_{r-1}(i-k)]}{\pi(i-k)}, & i \neq k \\ \frac{v_r - v_{r-1}}{\pi}, & i = k \end{cases}, \quad (2)$$

Здесь предполагается выполнение неравенства

$$0 \leq v_r < v_{r+1} \leq \pi$$

Для формирования канальных сигналов необходимо вычислить собственные векторы и собственные числа матрицы  $\mathbf{A}_r$ .

## ПРИКЛАДНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Для формирования широкополосных сигналов необходимо воспользоваться следующим набором собственных векторов:

$Q=(q_k, q_{k-1}, \dots, q_N)$   $q_i$  - собственные векторы субполосных матриц,  
 $\lambda_i$  - собственные числа векторов  $q_i, \lambda_k \approx \lambda_{k+1} \approx \dots \approx \lambda_N \approx 0$ , где  $i=k, \dots, N$ .

Таким образом, формирование широкополосных сигналов происходит следующим образом:

$$\bar{x} = Q \cdot \bar{e}; \quad (3)$$

где:  $x$  - широкополосный сигнал;

$e=(e_1, e_2, \dots, e_j)$  - информационный вектор;

$e_j$  - передаваемый символ.

Необходимо отметить, что энергия сигнала в заданном частотном интервале вычисляется согласно выражению вида:

$$E_{PP} = \sum_{i=1}^j e_i^2 \lambda_i \quad (4)$$

Так как субполосные векторы ортогональны, для восстановления информационного вектора необходимо воспользоваться следующим соотношением:

$$\bar{e}' = Q^T \cdot \bar{x} \quad (5)$$

Согласно выражению (4) предлагаемый метод позволяет сформировать широкополосный сигнал  $x$  с минимальной энергией в заданном частотном интервале, что, в свою очередь, позволяет избежать влияния сосредоточенной по спектру помехи при совпадении частотного диапазона помехи и интервала с минимумом энергии сформированного сигнала.

### **Вычислительные эксперименты**

Из рассмотренного выше описания математического аппарата следует, что для формирования сигнала, устойчивого к сосредоточенным по спектру помехам, необходимо использовать собственные векторы с малыми собственными числами, т.к. локализация энергии сигнала в заданном частотном интервале, согласно выражению (4), напрямую зависит от величины собственных чисел (рис. 1) Таким образом, необходимо определить зависимость энергии собственного вектора в требуемом частотном интервале от значения собственного числа и установить максимальное значение собственного

## ПРИКЛАДНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

числа, при котором количество собственных векторов с собственными числами меньше максимального будет наибольшим. При этом каждый собственный вектор из совокупности, удовлетворяющей этому условию, должен сохранять достаточно малую концентрацию энергии в требуемом частотном интервале.

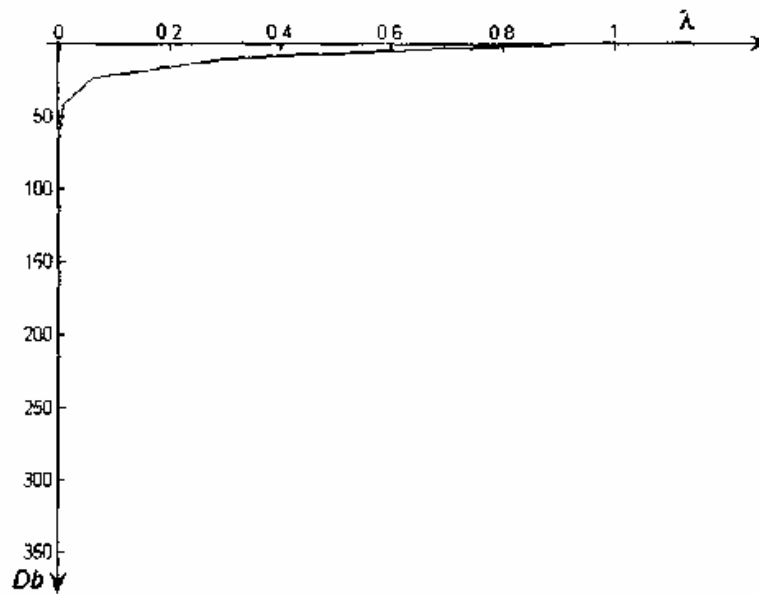


Рис. 1

Зависимость отношения энергии собственного вектора в требуемом частотном интервале к энергии собственного вектора от значения собственного числа

В табл. 1 представлены результаты компьютерного моделирования в среде MATLAB. Исходя из того, что в большинстве многоканальных систем внеполосное излучение сигнала должно быть меньше -30дБ - -40дБ [4], для формирования сигнала с минимумом энергии в требуемой полосе частот необходимо выбрать собственные векторы с концентрацией энергии в выбранном частотном интервале также менее -40дБ. Таким образом, опираясь на результаты, представленные в таблице, можно сделать вывод, что значение собственных чисел для собственных векторов должно быть менее 0.008.

В табл. 2 представлены результаты компьютерного моделирования определения количества собственных векторов, энергия которых в требуемом частотном интервале меньше определенной величины. Всего выбиралось четыре значения от -20 дБ до -80 дБ.

Таблица I

Зависимость энергии собственного вектора  
в требуемом частотном интервале от значения собственного числа

Количество отсчетов в собственном векторе	128	$\lambda$	0,274	0,043	0,0424	0,00348	0,00335	0,000187	0,00017
		$E_p/E$	-11,25	-27,32	-27,46	-49,16	-49,5	-74,55	-75,16
256		$\lambda$	0,299	0,064	0,064	0,0082	0,008	0,00076	0,000723
		$E_p/E$	-10,49	-23,84	-23,93	-41,72	-41,93	-62,38	-62,74
384		$\lambda$	0,311	0,0772	0,0765	0,0121	0,01187	0,0014	0,00138
		$E_p/E$	-10,15	-22,25	-22,33	-38,34	-38,51	-56,86	-57,14
512		$\lambda$	0,319	0,0864	0,0857	0,0154	0,0151	0,00211	0,00206
		$E_p/E$	-9,93	-21,27	-21,34	-36,27	-36,42	-53,5	-53,74

## ПРИКЛАДНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Согласно полученным результатам отличие количества собственных векторов, удовлетворяющим каждому условию минимума энергии в заданном частотном интервале, незначительно и составляет 2 вектора. Таким образом, число каналов в системе связи с кодовым разделением адресов с применением совокупности собственных векторов с энергией в выбранной полосе частот меньше -40 дБ и количеством отсчетов в каждом векторе 512 составит 474. Данное значение является достаточным для формирования каналов в системах связи с кодовым уплотнением, если сравнивать, например, с системой связи стандарта IS-95, количество каналов в которой составляет 64 [5].

Таблица 2

Количество собственных векторов, отношение энергии которых в заданном частотном интервале к энергии всего собственного вектора меньше определенной величины

Максимальное отношение энергии в требуемой полосе частот к энергии всего собственного вектора	Количество отсчетов в собственном векторе			
	128	256	384	512
-20	118	238	358	478
-40	116	236	354	474
-60	114	234	352	472
-80	112	232	350	470

Однако, если рассмотреть энергетические спектры собственных векторов с собственными числами меньше 0,008, представленных на рисунках (рис. 2 и 3), можно сделать вывод о том, что свойства у них различны, хотя оба собственных вектора обладают близкими к нулю собственными числами. Энергия первого собственного вектора локализована в узкой полосе частот по сравнению со вторым (около 20% от второго). Если учесть, что при одинаковых отношениях мощности сигнала к мощности помех, присутствующих в канале связи, вероятность ошибки при приеме сигнала будет меньше у сигнала с собственным вектором, база у которого больше, т.е. с более широким энергетическим спектром при одинаковой длительности сигнала [6].

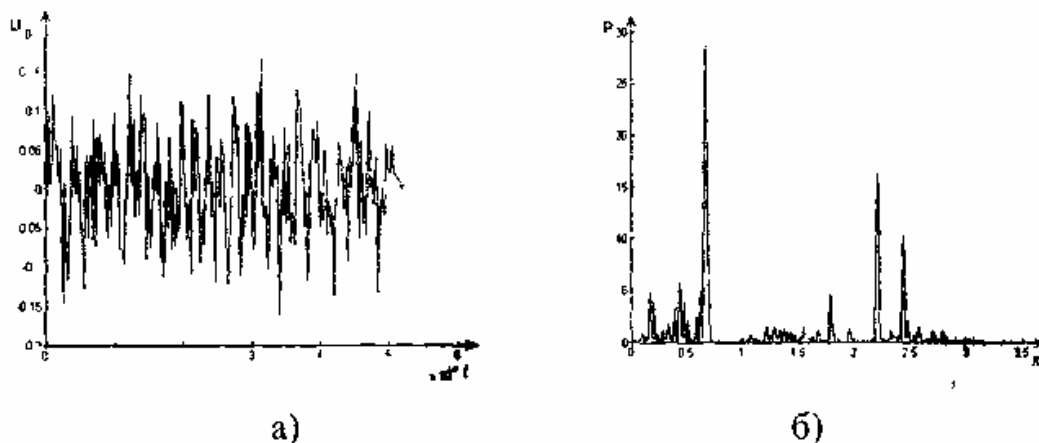


Рис. 2

Собственного векторы с минимумом энергии в пятом частотном интервале с локализацией энергии в узкой полосе частот (а – временная диаграмма, б – энергетический спектр)

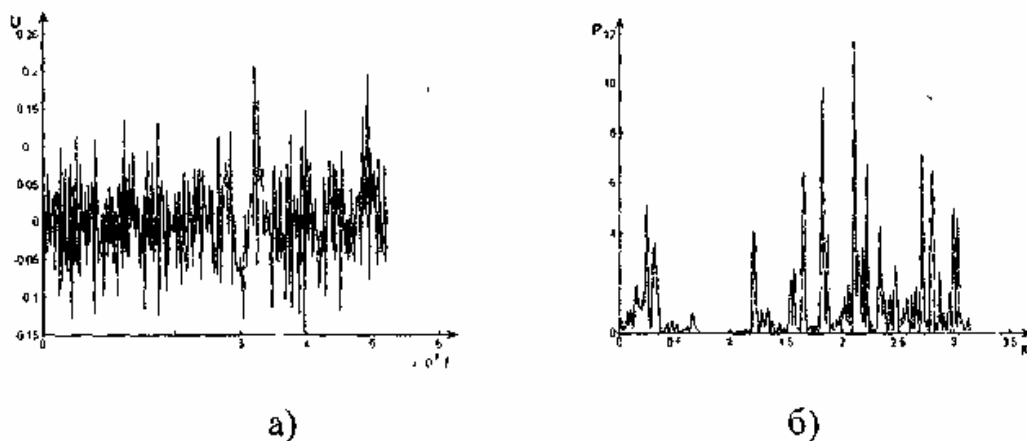


Рис. 3

Собственного вектора с минимумом энергии в пятом частотном интервале (а – временная диаграмма, б – энергетический спектр)

Таким образом можно сделать вывод, что из общей совокупности собственных векторов с собственными числами меньше 0.008 необходимо отобрать лишь те, у которых энергетический спектр распределен равномерно вне требуемого частотного интервала с минимальной концентрацией энергии.

Для того, чтобы определить какое количество собственных векторов с малыми собственными числами имеют равномерное спектральное распределение частотных составляющих необходимо проанализировать энергетические спектры каждого собственного

## ПРИКЛАДНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

вектора с малыми собственными числами для различного количества частотных интервалов. Для решения поставленной задачи было проведено компьютерное моделирование, результаты которого представлены в табл. 3.

Таблица 3

Количество широкополосных собственных векторов  
в различных частотных интервалах

Число интервалов в частотном диапазоне сигнала	Номер частотного интервала	Количество точек в собственном векторе				
		128	256	384	512	640
1	2	3	4	5	6	7
16	1	107	219	336	451	573
	2	82	194	327	419	551
	3	75	187	308	417	543
	4	82	179	318	426	536
	5	77	174	312	410	527
	6	64	169	287	418	527
	7	53	162	289	415	520
	8	59	140	266	375	467
	9	55	165	263	365	495
	10	53	142	245	353	477
	11	56	142	264	380	475
	12	49	143	248	360	462
	13	37	111	223	315	393
	14	34	102	198	279	380
	15	32	93	189	271	360
	16	29	91	156	234	321
32	1	83	194	303	415	530
	3	42	116	176	272	403
	5	34	76	126	184	322
	7	35	53	103	143	268
	9	22	41	64	97	168
	11	17	42	67	134	207
	13	10	22	49	83	150



**ПРИКЛАДНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**

Число интервалов в частотном диапазоне сигнала	Номер частотного интервала	Количество точек в собственном векторе				
		128	256	384	512	640
	15	4	16	30	68	129
	17	2	21	33	52	97
	19	3	9	29	67	103
	21	4	7	30	60	88
	23	12	17	35	60	101
	25	4	2	21	41	62
	27	1	4	23	28	58
	29	1	5	18	35	60
	31	1	8	16	21	51
64	1	39	118	232	349	465
	5	4	16	21	27	31
	9	5	7	13	15	21
	13	2	1	5	5	5
	17	0	1	1	1	2
	21	1	0	1	1	0
	25	0	2	0	0	1
	29	0	0	0	1	0
	33	0	0	1	1	2
	37	0	0	0	0	2
	41	0	0	0	0	0
	45	0	0	0	0	0
	49	0	0	0	0	1
	53	0	0	0	0	0
	57	0	0	0	0	0
61	0	0	0	0	0	

В связи с этим для определения подходящих собственных векторов с малыми собственными числами для каждого собственного вектора рассчитывался энергетический спектр. Энергетический спектр собственного вектора разбивался на частотные интервалы. Для каждого из частотных интервалов определялась энергия и сравнивалась с пороговым значением. В качестве порогового значения была взята величина, в четыре раза превосходящая среднее значение.

## ПРИКЛАДНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

ние энергии частотного интервала для собственного вектора.

$$E_i \leq 4 * \frac{\sum_{j=1}^N E_j}{N}, \quad (6)$$

где:  $j, i$  – порядковые номера частотных интервалов;

$E_i$  – энергия частотного интервала собственного вектора;

$N$  – количество частотных интервалов

Таким образом получается, что собственные векторы, отобранные по критерию 6, имеют распределение энергии по частотным интервалам, не превышающее в четыре раза среднее значение, т.е. энергия собственного вектора не сосредоточена в узкой полосе, а распределена во всем диапазоне

Результаты выборок собственных векторов приведены в табл. 3, из которой видно, что при увеличении количества частотных интервалов собственных векторов с равномерным распределением частотных составляющих вне заданного частотного интервала становится меньше. Следует отметить также, что увеличение количества отчетов собственного вектора приводит к увеличению количества собственных векторов, удовлетворяющих условию (6). Это связано с увеличением общего количества собственных векторов субполосных матриц.

### **Выводы**

Таким образом, с учетом результатов компьютерного моделирования можно сделать вывод о том, что предложенный класс сигналов, построенный на основе использования собственных векторов с малыми собственными числами, может эффективно применяться в системах связи с кодовым разделением адресов. Этот вывод сделан, исходя из того, что количество собственных векторов с концентрацией энергии в требуемом частотном диапазоне имеет довольно большое значение и составляет до 92% от общего числа (474 из 512). При этом количество собственных векторов с равномерным распределением энергетических составляющих вне требуемого интервала частот линейно зависит от количества частотных интервалов и количества дискретных отсчетов собственных векторов. Как показало компьютерное моделирование, для формирования широкополосного сигнала из совокупности собственных векторов выбираются только те векторы, значения собственных чисел для

которых должны быть менее 0.008. Также было установлено, что наибольшее количество собственных векторов с концентрацией энергии в требуемой полосе частот менее -40 дБ можно получить при формировании субполосных матриц для 16 частотных интервалов и размерностью 512 на 512 элементов. При этом количество собственных векторов, рассчитываемых для каждой матрицы, уменьшается от 450 до 234 в зависимости от порядкового номера требуемого частотного интервала с минимальной концентрацией энергии собственного вектора. Исходя из этого можно сказать, что вплоть до 234 каналов может быть реализовано в системе связи с кодовым разделением адресов при использовании данного класса сигналов.

### Литература

1. Сикарев А.А., Фалько А.И. Оптимальный прием дискретных сообщений. М., Связь, 1978. 328 с.
2. Пестряков В.Б., Афанасьев В.П., Гурвиц В.Л. Шумоподобные сигналы в системах передачи информации. М., Сов. радио, 1973. 424 с.
3. Старовойт И.А., Ушаков Д.И., Брус А.И. О методе формирования канальных сигналов на основе применения собственных векторов субполосных матриц. – В сб.: Труды Рос. НТОРЭС им. А.С. Попова. М, 2011, вып. XIII, с. 76-77.
4. Управление радиочастотным спектром и электромагнитная совместимость радиосистем. Учеб. пособ. Под ред. М.А. Быховского. М., Эко-Трендз, 2006. 376 с. с илл.
5. Yang, Samuel C. 3G CDMA2000 wireless system engineering. Boston - London: ARTECH HOUSE, INC, 2004. 621 p.
6. Ipatov V.P. Spread Spectrum and CDMA. San Francisco: «John Wiley & Sons. ltd», 2005. 400 p.
7. Жилияков, Е.Г. Вариационные методы анализа и построения функций по эмпирическим данным Белгород, БелГУ, 2007. 160 с.

*Статья поступила 09.12.2011*