

К.т.н. Е.В. Бурданова (НИУ «БелГУ»)

E.V. Burdanova

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ ГРАНИЦ
КРИТИЧЕСКОЙ ОБЛАСТИ ПРИ ОБРАБОТКЕ
РАДИОЛОКАЦИОННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ**

**MATHEMATICAL BASES OF CALCULATION OF BORDERS
OF CRITICAL AREA AT PROCESSING
OF RADAR-TRACKING IMAGES**

Рассматриваются вопросы обработки радиолокационных изображений при принятии решений о наличии на земной поверхности объектов. Показано что для аппроксимации функции плотности вероятности решающей функции может быть использована гауссиана с параметрами в виде оценок ее математического ожидания и дисперсии. Это позволяет адекватно вычислить границу критической области для проверки основной гипотезы.

Questions of processing of radar-tracking images are considered at decision-making on presence on a terrestrial surface of objects. In article it is shown that for approximation of function of density of probability of decision function, the normal, with parameters in the form of estimations of Expected value and a dispersion can be used. It allows to calculate adequately border of critical area for check of the basic hypothesis.

Ключевые слова: порог принятия решения, функция плотности вероятности, поляризационный вектор рассеивания, радиолокационное изображение.

Key words: decision-making threshold, polarization radar system, expectation of polarization. covariance matrix

Объективные возможности для решения задачи обнаружения объектов на земной поверхности в условиях априорной неопределенности, в системах с поляризационной обработки информации, могут быть определены на основе анализа статистических свойств отраженных сигналов. При этом, для радиолокационных систем зондирующих на двух ортогональных поляризациях и производящих прием на двух ортогональных поляризациях по каждому излученному сигналу (например, вертикальная и горизонтальная), входной сигнал можно представить в виде поляризационного вектора

ПРИКЛАДНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

рассеяния (ПВР), образованного из поляризационной матрицы рассеяния [1]:

$$\vec{U}(t_i) = \left(U_{11}(t_i)e^{j\varphi_{11}} \quad U_{21}(t_i)e^{j\varphi_{21}} \quad U_{12}(t_i)e^{j\varphi_{12}} \quad U_{22}(t_i)e^{j\varphi_{22}} \right)^T, \quad (1)$$

где: $U_{11}(t_i)$, $U_{21}(t_i)$, $U_{12}(t_i)$, $U_{22}(t_i)$, - амплитуды сигналов в момент времени t_i ; φ_{11} , φ_{21} , φ_{12} , φ_{22} , - фазы сигналов; индексы 1,2 обозначают вид поляризации (первый на прием, второй на излучение).

В дальнейшем рассматривается случай однопозиционной локации, когда кроссовые компоненты отраженного сигнала равны $U_{21}(t_i) = U_{12}(t_i)$, поэтому модель принимаемого сигнала можно представить в виде поляризационного вектора рассеивания (ПВР), состоящего из трех линейно независимых компонент:

$$\vec{U}_i = \left(U_{11}(t_i)e^{j\varphi_{11}} \quad U_{21}(t_i)e^{j\varphi_{21}} \quad U_{22}(t_i)e^{j\varphi_{22}} \right)^T \quad (2)$$

Получаемый, в результате измерений ПВР вектор является случайным вследствие непредсказуемого влияния на результаты измерений множества неконтролируемых факторов (шумы приемных каналов, ошибки измерителя и т.д.).

Поэтому в качестве модели многомерной функции плотности вероятности (ФПВ) предлагается использовать гауссиану:

$$W_k(\vec{U}_i) = \frac{1}{(2\pi)^N (\det \mathbf{R})^N} \exp \left[-\frac{1}{2} (\vec{U}_i - \vec{m})^T \mathbf{R}^{-1} (\vec{U}_i - \vec{m}) \right] \quad (3)$$

где \vec{m} - вектор столбец математических ожиданий (МО) компонент ПВР; \mathbf{R} - ковариационная поляризационная матрица (КПМ); T - операция транспонирования; \vec{U}_i -ПВР.

Принцип принятия решения о наличии неподвижных объектов на земной поверхности в условиях полной априорной неопределенности основан на установлении различий в вероятностных характеристиках отраженного сигнала от однородного участка земной поверхности и от аналогичного участка земной поверхности, однородность которого нарушается за счет присутствия на нем какого-либо объекта. Процедура принятия решения [2,3] об отсутствии неподвижных объектов на земной поверхности в условиях полной априорной неопределенности состоит в проверке справедливости гипотезы:

H_0 : отражения на участке анализа и на сопоставляемой окружающей его земной поверхности однородны.

Если радиолокационные данные противоречат этой гипотезе-

зе - она отвергается, т.е. принимается решение о наличии объекта, нарушающего однородность отражений

В рамках теории статистических решений показано [4,5], что все виды решающих правил основаны на формировании отношения правдоподобия L и сравнении его с определенным порогом h_α , значение которого определяется выбранным критерием качества.

$$L = \frac{W_1(U_{1n})}{W_0(U_{0n})} \begin{cases} \geq h_\alpha & \text{если гипотеза } H_0 \text{ отвергается} \\ < h_\alpha & \text{при справедливости гипотезы } H_0 \end{cases} \quad (4)$$

где $W_0(U_{0n})$, $W_1(U_{1n})$ - плотности вероятностей выборочных значений случайных величин, соответствующих принятию и не принятию гипотезы H_0 , соответственно, h_α - порог принятия решения.

Принятие решения можно осуществлять с применением критерия Неймана - Пирсона [6]. Применение этого критерия обусловлено тем, что в данном случае отсутствует априорная информация о вероятностях состояний и потерях при принятии решений. В случае применения этого критерия критическая область является односторонней (нижняя граница равна нулю), верхняя граница h_α (порог) которой должна удовлетворять

$$\int_{h_\alpha}^{\infty} W_L(Z / H_0) dZ \leq \alpha, \quad (5)$$

где $W_L(Z / H_0)$ - условная плотность вероятности решающей функции (РФ), α - выбранный уровень вероятности ошибок первого рода (вероятность отвергнуть гипотезу H_0 когда она верна).

В случае выполнения неравенства

$$L > h_\alpha \quad (6)$$

сформулированная выше гипотеза об однородности отражений от анализируемого участка и фона отвергается на уровне значимости α

Получить на основе аналитических исследований вид ФГВ РФ, в представление которой входят оценки векторов МО и КПМ, не представляется возможным. Поэтому проблема вычисления границы критической области была исследована на основе вычислительных экспериментов с натурными данными

При проведении вычислительных экспериментов сначала вычислялись оценки векторов МО и КПМ данных радиолокационных измерений, которые затем подставлялись в представление РФ,

ПРИКЛАДНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

что позволяло вычислять её значения в различных пикселях радио-изображений, получаемого в результате регистрации отражений при поляризационных зондированиях. Исследования проводились на примере неподвижных объектов типа: ангар, уголкового отражатель (УО) и роща. Эти объекты, а также участки поверхности для оценивания вероятностных характеристик отражений от фона, располагались на разных участках земной поверхности, отличающихся дальностью и азимутом. Полученные значения представлены в таблицах (табл. 1 и 2).

Таблица 1

Результаты экспериментов при отсутствии объектов
и наличии объекта типа УО

Отсутствие объектов			Наличие объекта типа УО		
Проме- жутки значений решающей функции	Част- ность попада- ния значений РФ в про- межуток	Значение гауссиа- ны	Проме- жутки значений решаю- щей функции	Частость попада- ния зна- чений РФ в проме- жуток	Значение гауссиа- ны
2,38-2,86	0,00061	0,002722	17,7-17,9	0,002083	0,005358
2,86-3,34	0,003049	0,005264	17,9-18,1	0,002083	0,010346
3,34-3,82	0,004878	0,009634	18,1-18,3	0,004167	0,01895
3,82-4,3	0,006707	0,016682	18,3-18,5	0,008333	0,032932
4,3-4,78	0,008537	0,027334	18,5-18,7	0,016667	0,054296
4,78-5,26	0,018293	0,042381	18,7-18,9	0,020833	0,08493
5,26-5,74	0,021341	0,062178	18,9-19,1	0,022917	0,126035
5,74-6,22	0,033537	0,08632	19,1-19,3	0,029167	0,177446
6,22-6,7	0,043293	0,113394	19,3-19,5	0,039583	0,237019
6,7-7,18	0,053049	0,140952	19,5-19,7	0,054167	0,30036
7,18-7,66	0,077439	0,16579	19,7-19,9	0,075	0,361114
7,66-8,14	0,082317	0,184523	19,9-20,1	0,079167	0,411896
8,14-8,62	0,089634	0,194333	20,1-20,3	0,091667	0,445733
8,62-9,1	0,09878	0,193663	20,3-20,5	0,114583	0,457618
9,1-9,58	0,095732	0,182621	20,5-20,7	0,102083	0,445733
9,58-10,06	0,088415	0,162952	20,7-20,9	0,083333	0,411896
10,06-10,54	0,079878	0,137586	20,9-21,1	0,070833	0,361114
10,54-11,02	0,060366	0,109924	21,1-21,3	0,05625	0,30036

ПРИКЛАДНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Отсутствие объектов			Наличие объекта типа УО		
Промежутки значений решающей функции	Частота попадания значений РФ в промежутки	Значение гауссианы	Промежутки значений решающей функции	Частота попадания значений РФ в промежутки	Значение гауссианы
11,02-11,5	0,042683	0,083102	21,3-21,5	0,039583	0,237019
11,5-11,98	0,02622	0,059449	21,5-21,7	0,03125	0,177446
11,98-12,46	0,02439	0,040241	21,7-21,9	0,016667	0,126035
12,46-12,94	0,017073	0,025776	21,9-22,1	0,020833	0,08493
12,94-13,42	0,006707	0,015622	22,1-22,3	0,008333	0,054296
13,42-13,9	0,010976	0,00896	22,3-22,5	0,00625	0,032932
13,9-14,38	0,004268	0,004862	22,5-22,7	0	0,01895
14,38-14,86	0,00122	0,002497	22,7-22,9	0	0,010346
14,86-15,34	0,00061	0,001213	22,9-23,1	0,002083	0,005358
15,34-15,82	0	0,000558	23,1-23,3	0	0,002633
15,82-16,3	0	0,000243	23,3-23,5	0	0,001228
16,3-16,78	0,00061	9,99E-05	23,5-23,7	0,002083	0,000543

Таблица 2

Результаты экспериментов при наличии неоднородностей

Наличие объекта типа роша			Наличие объекта типа ангар		
Промежутки значений решающей функции	Частота попадания значений РФ в промежутки	Значение гауссианы	Промежутки значений решающей функции	Частота попадания значений РФ в промежутки	Значение гауссианы
16,7-16,9	0,000886	0,003507	15,92-16,14	0,00198	0,023495
16,9-17,1	0,002657	0,00683	16,14-16,36	0,00396	0,03941
17,1-17,3	0,005314	0,012662	16,36-16,58	0,005941	0,062787
17,3-17,5	0,007086	0,022343	16,58-16,8	0,009901	0,095013
17,5-17,7	0,014172	0,037526	16,8-17,02	0,015842	0,136562
17,7-17,9	0,019486	0,05999	17,02-17,24	0,019802	0,186429

ПРИКЛАДНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Наличие объекта типа рошча			Наличие объекта типа ангар		
Промежутки значений решающей функции	Частота попадания значений РФ в промежуток	Значение гауссианы	Промежутки значений решающей функции	Частота попадания значений РФ в промежуток	Значение гауссианы
17,9-18,1	0,016829	0,09128	17,24-17,46	0,027723	0,241734
18,1-18,3	0,025686	0,132198	17,46-17,68	0,045545	0,297715
18,3-18,5	0,046058	0,182233	17,68-17,9	0,057426	0,348259
18,5-18,7	0,053144	0,239103	17,9-18,12	0,081188	0,386938
18,7-18,9	0,061116	0,298603	18,12-18,34	0,085149	0,408338
18,9-19,1	0,081488	0,354942	18,34-18,56	0,091089	0,409295
19,1-19,3	0,090345	0,401582	18,56-18,78	0,10297	0,389665
19,3-19,5	0,094774	0,432458	18,78-19	0,09505	0,352358
19,5-19,7	0,106289	0,443269	19-19,22	0,087129	0,302633
19,7-19,9	0,084145	0,432458	19,22-19,44	0,069307	0,24688
19,9-20,1	0,074402	0,401582	19,44-19,66	0,061386	0,191291
20,1-20,3	0,062002	0,354942	19,66-19,88	0,039604	0,14078
20,3-20,5	0,044287	0,298603	19,88-20,1	0,035644	0,098407
20,5-20,7	0,036315	0,239103	20,1-20,32	0,029703	0,065336
20,7-20,9	0,031887	0,182233	20,32-20,54	0,019802	0,041202
20,9-21,1	0,015943	0,132198	20,54-20,76	0,00396	0,024678
21,1-21,3	0,007972	0,09128	20,76-20,98	0,00198	0,01404
21,3-21,5	0,007086	0,05999	20,98-21,2	0,005941	0,007586
21,5-21,7	0,007972	0,037526	21,2-21,42	0,00198	0,003894
21,7-21,9	0,002657	0,022343	21,42-21,64	0	0,001898
21,9-22,1	0	0,012662	21,64-21,86	0,00198	0,000879
22,1-22,3	0,000886	0,00683	21,86-22,08	0	0,000386
22,3-22,5	0	0,003507	22,08-22,3	0	0,000161
22,5-22,8	0,000886	0,001714	22,3-22,8	0,00198	6,4E-05

В результате вычислений были построены гистограммы РФ, как при заведомом отсутствии неоднородностей (рис. 1а), так и при их наличии из-за присутствия перечисленных выше объектов (рис 1б-г).

Данные гистограмм были использованы для вычисления по-

ПРИКЛАДНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

рога (границы критической области), который пересекается при справедливости гипотезы однородности отражений в 0,001 случаях (оценка вероятности ошибок первого рода)

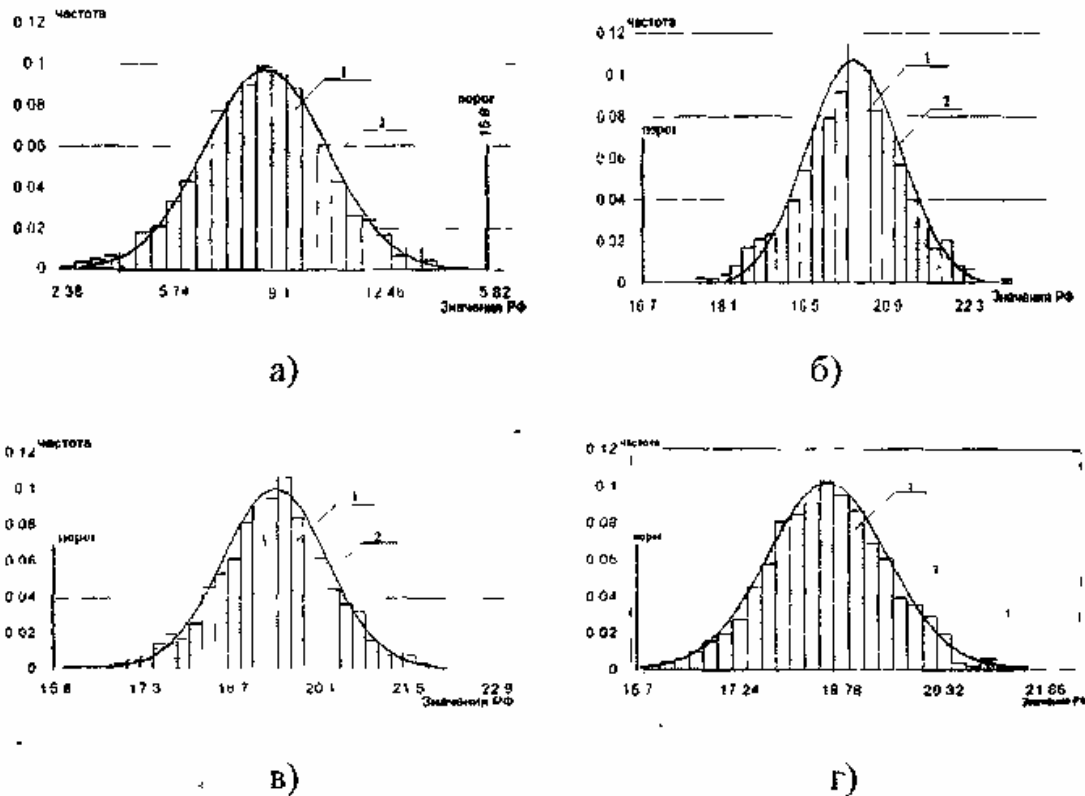


Рис. 1

Гистограмма значений РФ

- (а) при справедливости основной гипотезы. Значение порога 15,8.
- б) при наличии неоднородности в виде уголкового отражателя.
- в) при наличии неоднородности в виде роши.
- г) при наличии неоднородности в виде ангара)

Во всех случаях при наличии неоднородностей оценка вероятности отвергнуть основную гипотезу была не менее 0,99, что свидетельствует о высокой реакции рекомендуемой РФ.

Плавные кривые на рис. 1 (а-г) представляют собой аппроксимации гистограмм на основе гауссовских ФПВ вида

$$W_L(Z/H_k) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2} D_k} \exp\left[-\frac{1}{2}(Z - a_k)^2 / D_k^2\right], \quad (7)$$

где H_k - гипотезы, соответствующие наличию исследуемых неоднород-

родностей (первая гипотеза соответствует отсутствию неоднородностей), а a_k , D_k^2 - оценки математических ожиданий и дисперсий РФ в этих условиях. На основе критерия согласия Пирсона было установлено, что в соответствующих условиях гипотеза о справедливости аппроксимации ФПВ кривыми вида (7) не опровергается с вероятностью ошибки первого рода менее 0,001.

Иными словами, моделью ФПВ предложенной РФ может служить гауссовская ФПВ вида (7). При этом, для вычисления порога (границы критической области), когда вероятность ошибок первого рода не более 0,05, можно воспользоваться табличными значениями интеграла вероятности. Имеется в виду вычисление корней уравнения

$$\int_{h_0}^{\infty} \frac{1}{D_0 \sqrt{2\pi}} \exp\{-(Z - a_k)^2 / 2D_k^2\} dZ = \alpha. \quad (8)$$

Таким образом, модель решающей функции представляет собой выражение, в котором используются соответствующие оценки векторов МО и КПМ. Показано, что аппроксимацией ФПВ такой РФ служит гауссиана вида (7), которая позволяет на основе уравнения (8) адекватно вычислить границу критической области при справедливости нулевой гипотезы.

Литература

1. Бурданова Е.В., Денисов А.П., Диккуль О.Д., Новоченко Ю.П., Олейник И.И. Использование моделей двухальтернативных и многоальтернативных решений для обнаружения и распознавания радиолокационных объектов системами с поляризационной обработкой информации. – "Вопросы радиоэлектроники", сер. РЛТ, 2008, вып. 2, с. 88-99.
2. Фомин Я.А., Тарловский Г.Р. Статистическая теория распознавания образов. М., Радио и связь, 1986.-264 с.
3. Фукунага К. Введение в статистическую теорию распознавания образов. М., Наука, 1979. 387 с.
4. Амиатов И.Н. Избранные вопросы статистической теории связи. М., Сов. радио, 1971. 416 с.
5. Бурданова Е.В. Использование двухальтернативных решений в задачах проверки гипотез о наличии радиолокационных объектов на фоне подстилающей поверхности в системах с поляризационной обработкой информации. – "Научные ведомости БелГУ", сер. информатика,

прикладная математика, управление, 2007, № 7(38), вып 4, с. 207-213

6. Левин Б.Р., Шварц В. Вероятностные модели и методы в системах связи и управления. М., Радио и связь, 1985.-312 с.

Работа выполнена в результате поисковой НИР в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009 – 2013 годы г к П1260

Статья поступила 09 12 2011

**Д.т.н., проф. Е.Г. Жилияков, к.т.н., проф. С.П. Белов,
И.А. Старовойт (НИУ «БелГУ»)**

E.G. Zhilyakov, S.P. Belov, I.A. Starovoyt

**ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ ФОРМИРОВАНИЯ СИГНАЛОВ
С КОДОВЫМ РАЗДЕЛЕНИЕМ АДРЕСОВ**

**AN ALGORITHM OF A SIGNAL GENERATION
WITH CODE DIVISION ADDRESSES**

В статье рассматривается возможность применения в системах связи с кодовым разделением адресов нового класса широкополосных сигналов, сформированных с использованием собственных векторов субполосных матриц, собственные числа которых близки к нулю

This article discusses the possibility of application in communication systems with code division addresses a new class of broadband signals generated using the eigenvectors subband matrices whose eigenvalues are close to zero

Ключевые слова вектор, собственный, числа субполосных, матрица, широкополосный

Key words eigenvector, eigenvalue, matrix subband, broadband eigenvector

Введение

Одной из основных причин, ухудшающих помехоустойчивость при приеме широкополосных сигналов в каналах связи с кодовым разделением адресов, является наличие в них сосредоточенных по спектру помех [1]. Для компенсации влияния данного вида помех применяются фильтры различного рода [2], которые подавляют их энергетические составляющие в требуемом диапазоне частот. Недостатком такого метода борьбы с помехами является подав-