

**«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
( Н И У « Б е л Г У » )**

ИНСТИТУТ ИНЖЕНЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК  
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКОГО И ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ  
ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ

**РАЗРАБОТКА ТЕХНОЛОГИИ ФОРМИРОВАНИЯ СИГНАЛОВ,  
УСТОЙЧИВЫХ К ВОЗДЕЙСТВИЮ КОРОТКОДВИЖУЩИХ ИЛИ  
СОСРЕДОТОЧЕННЫХ ПО СПЕКТРУ ПОМЕХ**

Выпускная квалификационная работа  
обучающегося по направлению подготовки 02.04.01 Математика и  
компьютерные науки, группы 07001631  
Киселёва Юрия Игоревича

Научный руководитель  
к.т.н., доцент  
Муромцев В.В.

Рецензент  
д.т.н., доцент  
Жиляков Е.Г.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ.....</b>	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>ГЛАВА 1 ПОНЯТИЕ ШУМА И ПОМЕХИ СИГНАЛА. СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ СИНХРОНИЗАЦИИ СИГНАЛОВ.....</b>	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
1.1 Виды шумов и помех сигнала.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
1.2 Кратковременные помехи .....	9
1.3 Типы синхронизации .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
1.4 Роль синхронизации в современных сетях	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
1.5 Тактовая синхронизация .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
1.6 Символьная синхронизация.....	20
<b>ГЛАВА 2 ФОРМИРОВАНИЕ СИГНАЛОВ, УСТОЙЧИВЫХ К ВОЗДЕЙСТВИЯМ КОРОТКОЖИВУЩИХ ИЛИ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ ПО СПЕКТРУ ПОМЕХ.....</b>	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
2.1 О классе сигналов, допускающих восстановление одних фрагментов по остальным .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>ГЛАВА 3 РАЗРАБОТКА ТЕХНОЛОГИИ ФОРМИРОВАНИЯ СИГНАЛОВ НА БАЗИСЕ СОБСТВЕННЫХ ВЕКТОРОВ СУБПОЛОСНОЙ МАТРИЦЫ УСТОЙЧИВЫХ К ВОЗДЕЙСТВИЮ КОРОТКОЖИВУЩИХ ИЛИ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ ПО СПЕКТРУ ПОМЕХ .....</b>	<b>37</b>
3.1 Исследование разработанной технологии.....	37
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....</b>	<b>63</b>

## **ВВЕДЕНИЕ**

С увеличением потребления цифрового контента каждый день в мире увеличивается потребность в качественном обеспечении передачи информационных сигналов. В связи с этим данная система должна обладать определенными критериями, одним из которых является корректная работа всей системы в целом.

Под сигналом понимается некоторая функция времени, в параметрах которой закодирована информация, предназначенная определенным пользователям (коммуникационные сигналы). Сигналы нашли широкое применение в телекоммуникациях, телемеханике, дистанционном управлении объектами и т.д. Наблюдающаяся тенденция возрастания интенсивности информационного обмена между различными пользователями привела к необходимости решения проблемы искажений одних сигналов другими, которые в таком контексте называются помехами.

Достаточно часто искажениям подвергаются либо отдельные временные фрагменты сигналов либо фрагменты их спектров. В первом случае речь идет о воздействиях короткоживущих помех, тогда как во втором- о сосредоточенных по спектру Фурье помехах. Короткоживущие по сравнению с длительностью сигнала помехи достаточно часто возникают при замираниях в каналах их передачи, например при многолучевом распространении радиоволн или переотражениях в условиях городской постройки. Возникновение узкополосных помех также может быть обусловлено различными причинами, среди которых основное место занимают источники электромагнитного излучения. Важно то, что искажения из- за воздействий других сигналов возникают непредсказуемо, хотя их можно фиксировать в процессе передачи/приема собственных сигналов. Таким образом, борьба с этими помехами приобретает все большую актуальность

Актуальностью выпускной квалификационной работы выступает спрос в постоянной и качественной работе беспроводной сети. Для этого необходима согласованная работа всей беспроводной системы связи, что обеспечивается благодаря борьбе с помехами.

Целью работы является разработка технологии формирования сигналов, устойчивых к воздействию короткодвигущих или сосредоточенных по спектру помех. Для достижения поставленной цели необходимо выполнить следующие задачи:

1. Провести анализ современных методов формирования информационного сигнала устойчивого к воздействию короткодвигущих или сосредоточенных по спектру помех;

2. Изучить информацию о классе сигналов, допускающих восстановление одних фрагментов по остальным;

3. Исследовать возможность использования собственных векторов субполосных ядер в поставленной задаче;

4. Разработать программный код, реализующих технологию формирования сигналов, устойчивых к воздействию короткодвигущих или сосредоточенных по спектру помех на основе базиса собственных векторов субполосных ядер;

5. Провести анализ полученных результатов реализации и выполненной работы, сделать выводы;

Предметом исследования является процесс передачи информационного сигнала в современных системах связи.

Объектом исследования являются методы формирования сигналов устойчивых к воздействию помех.

В главе 1 рассмотрено понятие шума и помехи сигнала, последствия их воздействия на информационный сигнал, методы борьбы с ними, а также современные методы синхронизации сигналов в системах связи.

В главе 2 исследованы классы сигналов, допускающих восстановление одних фрагментов по остальным на основе базиса собственных векторов субполосной матрицы.

Глава 3 рассматривает программную реализацию технологии формирования сигналов, устойчивых к воздействию короткодвигущих или сосредоточенных по спектру помех на основе базиса собственных векторов субполосных ядер, а также вывод по полученным результатам программной реализации

## ГЛАВА I

# ПОНЯТИЕ ШУМА И ПОМЕХИ СИГНАЛА. СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ синхронизации СИГНАЛОВ

### 1.1 Виды шумов и помех сигнала

Шум и помехи одинаково влияют на прием удаленных сигналов, наслаждаться высококачественной музыкой, просматривать фотографии и видео. Шум формируется внутри радиоэлектронного устройства (телевизор, радио, сотовый телефон или камера). Шум отличается от шума тем, что они входят в электронное устройство снаружи. На рисунке 1.1 показаны основные схемы, на которые воздействуют помехи.

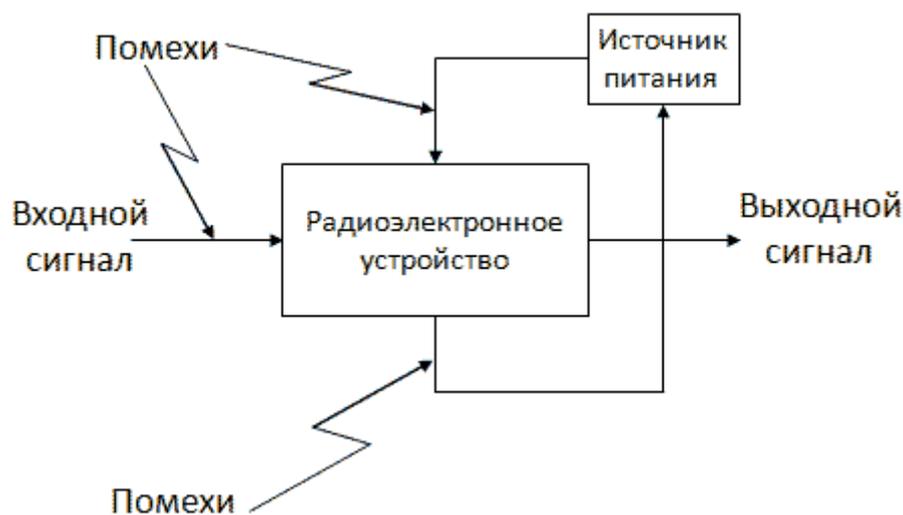


Рис. 1.1 Основные электрические цепи, на которые воздействует электрические помехи

Конечно, основным приемником помех является вход усилителя. Именно отсюда усиливается сигнал. И если помеха направлена на вход усилителя, он будет усилен, и в будущем будет очень сложно отделить полезный сигнал.

Не менее опасно с точки зрения. В этом случае помехи могут быть сформированы в источниках вторичного источника питания. В этом смысле, как приемник помех, могут служить схемы с общими проводами. Когда токи протекают через них из разных блоков, образуется падение напряжения, которое может влиять на высокочувствительные компоненты устройства.

Основные источники помех:

- Магнитное поле;
- Электрическое поле;
- Радиоволны;
- Совместное падение напряжения на одном проводнике;
- Микрофонный эффект;

Магнитное поле действует в основном на индуктивные элементы, такие как индукторы, дроссели или электродинамические микрофоны. При высоких интенсивностях магнитного поля он будет вызывать заклинивающие токи на соединительных проводах, в том числе на силовых цепях транзисторов и микросхем.

Электрическое поле похоже на характер его воздействия на элементы радиоэлектронного оборудования, такие как магнитное поле, но в отличие от магнитного поля электрическое поле индуцирует напряжение или потенциал помех.

Радиоволны представляют собой электромагнитное поле по своей природе, поэтому они могут направлять на элементы радиоэлектронной схемы, как токи, так и напряжения. Борьба с этим типом помех является наиболее сложной задачей, поскольку высокочастотные токи могут проникать глубоко в экранирующие материалы.

Когда ток протекает через омическое или индуктивное сопротивление, на нем происходит падение напряжения. В радиоэлектронных устройствах одновременно присутствуют мощные блоки или блоки с повышенным уровнем помех и высокочувствительные блоки. Обычно они питаются от

одного и того же источника тока. Однако сопротивление проводника невелика, но все же имеет сопротивление, при котором происходит падение напряжения.

Поскольку один и тот же проводник подключен к блоку с высокой чувствительностью, помеха может проникать на выход этого устройства. Это означает, что повышенные требования обычно устанавливаются на схему силовых цепей.

Учитывая огромное разнообразие помех в радиоэлектронном устройстве, существует огромное количество способов борьбы с помехами. Это и технические, и организационные методы борьбы с помехами. Вмешательство может быть подавлено в месте их возникновения и предотвратить их проникновение в электрические цепи радиоэлектронного устройства. Обычно при рассмотрении вопроса об управлении помехами рассматриваются технические методы снижения уровня помех на выходе устройства.

Технические методы снижения шума:

- Экранирование;
- Заземление;
- Балансировка;
- Фильтрация;
- Разнесение и ориентация;
- Регулировка величины полного сопротивления схемы;
- Выбор кабеля;
- Подавление (в частотной или временной области);

Шум отличается от помех тем, что появляется внутри радиоэлектронного устройства. В качестве источника шума используются радиоэлементы, из которых он собирается. Основными источниками шума являются следующие элементы:

- Резисторы (тепловой шум);
- Транзисторы;

- Диоды;

## 1.2 Кратковременные помехи

В каналах связи, помимо флуктуационных помех, хорошо аппроксимированных гауссовским шумом, часто встречается аддитивная интерференция различной природы. В радиоканалах, особенно средневолновых и коротковолновых, доминирующую роль играют сосредоточенные и импульсные шумы, которые являются предметом этой главы.

Концентрированная интерференция называется такой аддитивной интерференцией, в которой основная часть мощности сосредоточена в отдельных полосах частот, меньших или сравнимых с, где - длительность сигнального элемента. Они чаще всего встречаются в радиоканалах в результате воздействия на принимающее устройство сигналов, принадлежащих посторонним каналам связи. В этом случае концентрированный шум также называется взаимной помехой.

Импульсивная интерференция называется такой аддитивной интерференцией, которая отличается от нуля только на отдельные интервалы времени, значительно меньшие, чем те, которые разделены гораздо более длинными интервалами, без помех. Импульсный шум является регулярной или случайной последовательностью мешающих импульсов. Источники импульсного шума в радиоканалах очень разнообразны. К ним относятся атмосферные выбросы, промышленные установки, в частности система зажигания в двигателях внутреннего сгорания, медицинские и бытовые электроприборы и т. Д.

Концентрированный и импульсный шум наблюдается также в других каналах связи, например, кабельных, гидроакустических и т. Д.

Идеализированным предельным случаем концентрированного шума является сумма монохроматического заклинивания со случайными (но не

изменяющимися во времени) амплитудами, частотами и фазами. Суммарная ширина полосы, занимаемая такой интерференцией, имеет меру нуля и, следовательно, не уменьшает пропускную способность канала. Из этого следует, что в принципе должны быть методы получения сигнала, в котором идеализированные концентрированные помехи могут быть полностью подавлены, т. е. не вызывать ошибок.

Идеализированным предельным случаем импульсного шума является последовательность дельта-функций, возникающих в случайные моменты времени со случайными интенсивностями. Энергетический спектр такого возмущения неограничен, но общее время его существования имеет меру нуля. Следовательно, он также не уменьшает пропускную способность канала, и должны быть методы приема, которые могут полностью подавлять идеализированный импульсный шум.

Реальные компоненты концентрированного шума не являются точно монохроматическими, так же как фактические импульсы не являются дельта-функциями. Поэтому полное подавление таких помех невозможно, но их можно частично подавить. Мы объясним, что мы имеем в виду под этим.

Предположим, что на выходе канала имеется сигнал и некоторый аддитивный негауссовский шум, который мы будем характеризовать средней спектральной плотностью мощности. Предположим, что решающая схема выбрана оптимальной для гауссовской интерференции. Вероятность ошибок в этом случае может быть, в зависимости от характера помехи, больше или меньше, чем в случае гауссовской интерференции с той же спектральной плотностью. Однако во многих случаях, как будет показано ниже, он мало чем отличается от вероятности ошибки для гауссовских помех. Если можно выбрать сигналы и построить такую схему принятия решений, вероятность того, что вероятность ошибочного приема сигнального элемента с конечной длительностью для данной интерференции будет сколь угодно мала, то мы говорим, что помехи полностью подавлены. Если, однако, вероятность ошибки остается конечной, но существенно меньше, чем для гауссовской

интерференции с той же спектральной плотностью, интерференция частично подавляется.

К сожалению, в настоящее время практически нет общей теории оптимального приема негауссовского шума. Его конструкция связана с большими трудностями, поскольку такое препятствие не может быть полностью охарактеризовано первыми двумя моментами. Кроме того, даже одномерное распределение вероятности негауссовского шума не является инвариантным относительно линейных преобразований.

Выбор оптимальной системы сигналов и схемы решения для данной структуры помех теоретически рассматривается только для некоторых частных случаев с дополнительными упрощающими предположениями. Такие особые случаи включают идеализированные концентрированные или импульсные шумы. Огромные трудности возникают при изучении каналов, в которых одновременно происходят концентрированные, импульсные и флуктуационные помехи.

На основе интуитивных соображений разработаны многие методы подавления концентрированного и импульсного шума. В настоящее время теория этого вопроса в лучшем случае объясняет суть используемых методов и способна прояснить некоторые из их деталей.

Следует отметить, что методы, позволяющие подавлять хорошо сфокусированные помехи, обычно ухудшают условия подавления импульсных шумов и наоборот. Это будет показано ниже в ряде примеров. Кроме того, оба метода приводят к тому, что схема принятия решений не является оптимальной для флуктуационных помех.

Радиоканалы в диапазонах длинной, средней и короткой волн всегда подвержены большому количеству концентрированных шумов. Это является следствием условий распространения радиоволн этих диапазонов, что приводит к тому, что любое излучение создает значительную напряженность поля на значительных расстояниях от передатчика. Большинство из этих нарушений имеют относительно небольшую интенсивность.

Складывающиеся, они образуют общий шумный фон, который по своим характеристикам мало чем отличается от обычного белого шума. Для такого типа помех все результаты, полученные в предыдущих главах при изучении флуктуационных помех, действительны, но они не являются основным предметом этой главы. Здесь нас будет интересовать отдельный концентрированный шум, который выделяется на общем фоновом шуме и соизмерим по мощности с полезным сигналом. Такое вмешательство встречается во всех диапазонах, а при проектировании систем и оборудования радиосвязи их возможность всегда учитывается.

С точки зрения механизма влияния концентрированных помех на прием сигналов их можно разделить на три типа:

1. помехи, спектр которых сосредоточен в полосе частот, полностью или частично совпадающей с полосой частот, занимаемой сигналом;

2. помехи, спектр которых лежит вне полосы частот сигнала, их часто называют помехами «по соседним каналам»;

3. помехи, которые на входе приемного устройства имеют спектр, лежащий вне полосы частот сигнала, но в результате нелинейных преобразований в приемном устройстве образуют составляющие, попадающие в ту же полосу частот, что и сигнал;

Уменьшение потенциала таких нелинейных эффектов помех от каналов приема боковых частот является одной из основных задач при разработке радиоприемников. Это подробно обсуждается во всех руководствах по радиоприемникам, поэтому здесь мы рассмотрим его только в той мере, в какой это связано с введением в канал приемника специальных нелинейных элементов для защиты от других типов помех.

Быстрое развитие радиосвязи, а также других применений радиоэлектроники привело к тому, что освоенные диапазоны радиочастот были перегружены различными излучениями. В результате вмешательство во многих случаях преобладает над всеми остальными факторами, ограничивающими точность и реальную полосу пропускания радиоканалов.

Основные методы защиты от концентрированных помех, применяемые с самого начала развития радиосвязи до настоящего времени, основаны на использовании частотной селективности. Широко используется пространственная избирательность, обеспечиваемая направленными передающими и приемными антеннами. Хотя еще в 1930-х годах было показано, что частотная и пространственная избирательность отнюдь не являются единственными методами выделения полезного сигнала от помех, однако первые попытки реализовать другие возможности относятся только к самому последнему времени.

Использование частотной избирательности для устранения взаимных помех подразумевает наличие хорошо известной регулировки частот, назначенных различным каналам связи. В «идеальном» случае казалось бы, что можно полностью решить проблему взаимных помех, если каждый канал связи снабжен определенной полосой частот, запрещая любое другое излучение в этой полосе. Однако такое решение невозможно по ряду причин. Основными препятствиями для идеального регулирования являются следующие

1. Существующие международные соглашения по регулированию использования радиочастотных полос часто и по разным причинам нарушаются;

2. Строгое регулирование, при котором каждому радиоканалу назначается собственный диапазон частот, свободный от других выбросов, невозможно, поскольку количество существующих каналов во многих полосах частот намного больше, чем количество полос, которые можно выделить в наиболее экономичном распределении, с учетом возможной пространственной селективности. Кроме того, необходимое количество каналов постоянно растет, и скорость передачи информации в этих каналах также увеличивается, что обычно приводит к необходимости расширения выделенных полос частот;

3. Полоса частот, в которой сосредоточена основная часть энергии сигнала, существенно шире, чем условная полоса частот. Это необходимо учитывать при распределении полос частот, обеспечивая наличие известного запаса или «защитных» полос частот, которые не используются эффективно для передачи информации. Эти защитные полосы должны быть дополнительно расширены из-за возможных неточностей и нестабильности частот сигнала;

Во многих случаях помехи не генерируются первичным излучением передатчика, а различными побочными излучениями, такими как гармоники или комбинационные частоты, которые происходят в пути генерации сигнала.

Фактически, для любого радиочастотного распределения одни и те же полосы распределяются по нескольким каналам. Это учитывает взаимное расположение приемников и передатчиков, так что на входе каждого приемника рассчитанные напряженности поля помех существенно меньше, чем напряженность поля полезного сигнала. Однако условия распространения радиоволн широко варьируются, особенно с радиосвязью ионосферы, и не могут быть точно предсказаны. Поэтому никогда нельзя быть уверенным, что уровень помех не будет увеличиваться до такой степени, когда точность приема ниже приемлемой. Значительно более надежными в этом отношении являются радиоканалы, использующие распространение радиоволн в свободном пространстве или вдоль земли (например, микроволновые каналы) и, конечно же, каналы проводной связи.

В тех случаях, когда помехи мешают работе канала, часто необходимо изменить используемый диапазон частот, что часто приводит к помехам в других рабочих каналах.

В связи с концентрированным шумом возникают различные проблемы, которые важны для дальнейшего развития коммуникационных технологий. Среди них следует отметить проблему снижения эффекта концентрации помех в текущей ситуации в отношении регулирования радиочастот и используемых в настоящее время сигналов. Эта проблема включает в себя вопросы

построения схемы принятия решений, применения приема разнообразия и т. Д. Это также включает вопросы, связанные с устранением побочных излучений и ложных каналов приема, а также вопросы применения пространственной избирательности, которые не рассматриваются Вот.

Второй круг задач - изучение возможностей снижения взаимного вмешательства в строительство новых систем связи.

Многие из этих задач еще не были удовлетворительно решены. Существенным препятствием на пути развития теории в этой области является отсутствие достаточных статистических данных по концентрированному шуму. Получение этих данных осложняется тем, что характер концентрированного шума различен в разных диапазонах радиочастот, в разное время суток и даже в разное время года. Очевидно, что распределение концентрированных помех также зависит от наличия и степени соответствия регулированию использования радиочастот. Поэтому мы должны использовать грубые приближенные представления, которые не всегда приводят к достоверным результатам.

### **1.3 Типы синхронизации**

Трудности, связанные с синхронизацией, начались сразу с появлением цифровых методов передачи информации. Буквально каждая процедура оцифровки, передачи и приема информации в виде двоичного сигнала или закодированного двоичного сигнала требует согласованности частот передачи и приема, в противном случае передаваемая информация будет приниматься некорректно. Сложность синхронизации не ограничивается только цифровой первичной сетью, но она важна при изучении сетей ISDN, передачи данных (SPD), цифровой телефонии, сетей специального назначения и других вторичных сетей. В технологии современной коммуникации существуют три основные концепции синхронизации:

1. Частотная;

2. Фазовая;
3. Временная;

Наиболее важным типом синхронизации для первичной сети является частотная синхронизация или синхронизация частоты (ES), которая определяет согласованность генераторов цифровых устройств в сети по частоте. В идеальных условиях в этом случае все сетевые генераторы работают на одной и той же частоте, скорость передачи цифровой информации с высокой степенью точности равна скорости приема, в результате отсутствует потеря информации из-за проскальзывания в системы связи, то есть ошибок, связанных с нарушениями синхронизации, нет. Конечно, это основная цель эксплуатации - добиться наименьшего уровня ошибок в сети. Поэтому частотная синхронизация является основным интересом операторов связи.

Согласование фаз (PS) относится к соответствию фаз принимающих и передающих сигналов. Эта синхронизация приобрела большое значение в различных электронных устройствах. Достижение использует различные компоненты (фазовращатели), фазовые детекторы и т. Д. В современной практике систем связи FS часто используется в схемах приемника сигналов, где достигается фазовая синхронизация между линейным сигналом и схемой приемника.

Синхронизация времени (BPS) или синхронизация по времени подразумевают, что все устройства в сети имеют единовременный набор времени. Это время соответствует универсальному скоординированному времени (UTC - скоординированное универсальное время). Чаще всего задача синхронизации времени связана с различными вторичными сетями и системами SPD (сети специального назначения, биллинговые системы и т. Д.). Например, вы можете рассмотреть довольно известный метод защиты электронных банковских сетей, когда каждому документу присваивается точная метка времени. На принимающей стороне эта метка сравнивается с текущим временем и анализируется основная возможность преобразования

электронного документа при его передаче по сети. Если задержка передачи превышает установленный порог, документ считается недействительным. Эта схема защиты является сильной, но необходимо, чтобы все рабочие станции в сети синхронизировались во времени. Следует отметить, что BPS - это задача, полностью независимая от частотной синхронизации. В современной практике построения корпоративных сетей существует всего несколько методов для комплексного решения обеих проблем.

#### **1.4 Роль синхронизации в современных сетях**

Основной задачей синхронизации частот является достижение совпадающих или множественных частот генераторов (тактовых частот) всех цифровых устройств, поступающих в систему цифровой связи. Чтобы добиться синхронизации в сети, вы должны:

1. установить единую тактовую частоту для всей системы связи, чтобы система работала с одинаковой скоростью, обеспечить, чтобы все цифровые устройства в сети работали синхронно;

2. Сетевая синхронизация должна поддерживаться в любое время независимо от изменений в структуре сети, вызванных такими факторами, как сбой в каналах и узлах, перестройка сети, расширение и т. Д .

3. Система синхронизации (СС) также должна быть достаточно стабильной в отношении таких нарушений, как изменение частоты или фазы в узле, изменение времени передачи на линии и т. Д.;

Из вышесказанного определяется интегральный смысл синхронизации - для систем синхронизации нет абсолютно никакого деления на первичные и вторичные сети, синхронизация должна охватывать все цифровые устройства сети. В любом случае, современные методы проектирования и построения телекоммуникационной системы определяют установленный приоритет при проектировании систем синхронизации. Поскольку в телекоммуникационной системе первичная сеть является ядром сети и создает каналы для вторичных

сетей, SS наиболее правильно построен в следующем порядке: сначала создается первичная сеть СС, а затем вторичная сеть синхронизируется с первичной сети. Таким образом, SS начинается с первичной сети.

На данный момент наиболее актуальными проблемами являются синхронизация первичной сети. Современная первичная сеть ориентирована на использование технологии SDH. В отличие от технологии PDH, где предусматривался режим, плезиохронная («почти синхронная») работа различных устройств систем передачи данных, технология SDH обеспечивает синхронную работу всей сети и всех устройств, входящих в сеть.

Вторым фактором, влияющим на рост роли синхронизации в современных системах цифровой связи, является развитие последних. В общем случае для синхронизации нет первичной и вторичной сетей для синхронизации, все цифровые устройства в телекоммуникационной системе должны использоваться в системе синхронизации. В результате уровень проблем, возникающих при синхронизации, определяется в зависимости от количества цифровых устройств в сети. С небольшим количеством цифровых устройств трудности с синхронизацией могут быть решены конфиденциально, и СС не обрабатывается операторами как отдельная система внутри сети. Однако, с увеличением числа цифровых устройств, проблемы синхронизации больше не могут рассматриваться частично и должны рассматриваться систематически. С этим связана определенная локальная революция в подходе: появление определенной «критической массы» цифровых устройств в сети приводит к необходимости рассматривать систему синхронизации как отдельный компонент телекоммуникационной системы. При дальнейшем увеличении числа цифровых устройств концепции построения систем синхронизации начинают меняться.

## **1.5 Тактовая синхронизация**

Широкая доступность устройств, обеспечивающих синхронную работу приемных и передающих станций цифровых систем передачи, а также высококачественную работу ретрансляторов станций и линий, называется тактовыми синхронизаторами (ТСВ). Реализация ТСВ во многом зависит от методов создания тактового сигнала и его использования для синхронизации терминальных станций. Для этого вы можете использовать:

1. Передача синхронизирующего сигнала (или периодической последовательности импульсов с тактовой частотой) по специальной паре сердечников кабеля или по отдельному каналу. Этот метод является неэкономичным и, кроме того, связан со значительными трудностями, связанными с точной коррекцией фазовых соотношений для получения того же группового времени прохождения (GWP) для частотных компонентов, несущих оперативную и синхронизирующую информацию;

2. Выбор тактовой частоты сигнала из группового сигнала ИКМ на принимающей станции. Операция фильтрации или извлечения тактовой частоты из группового сигнала основана на том факте, что в спектре случайной однополярной последовательности импульсов, длительность которых  $t$  короче, чем продолжительность их времени  $T$ , регулярная (периодическая) составляющая, тактовая частота. Часть ТСВ, которая обеспечивает фильтрацию тактовой частоты, называется распределителем тактовой частоты (WTCH);

Сигнал групповой РСМ подается на узкополосный фильтр тактовой частоты (UPFTCH), который извлекает тактовую частоту из регулярного компонента сигнала группы РСМ. В простейшем случае UPFT представляет собой параллельный резонансный контур. Под воздействием импульсов сигнала ИКМ на выходе схемы формируются затухающие гармонические колебания с тактовой частотой. Кроме того, эти гармонические колебания усиливаются и ограничены по амплитуде усилителю-ограничителю (VO). На выходе VO мы имеем гармонический сигнал, ограниченный по амплитуде (с достаточно крутыми фронтами). После прохождения этого сигнала через

дифференцирующую схему (DC) мы получаем биполярную последовательность стробирующих импульсов, которая преобразуется в последовательность однополярных импульсов, которые следуют за тактовой частотой  $f_m$ .

После этого эта последовательность отправляется генератору периодической последовательности прямоугольных импульсов (PFTR), заданной амплитуды и следующей с тактовой частотой  $f_m$ . FPPI, в простейшем случае, представляет собой ожидающий мультивибратор, который генерирует импульсы заданной формы, длительности и амплитуды, частота которых определяется частотой возбуждающего сигнала.

Для настройки фаз тактовой частоты тактового сигнала и тактовой частоты синхронизированного сигнала используется регулируемая линия задержки (RLZ).

Рассматриваемая схема TCB использует так называемый резонансный метод выделения тактовой частоты, преимуществами которой являются простота реализации и улучшение экономических показателей системы, что важно для систем передачи локальных или зональных первичных сетей. Минусы резонансного типа UTS включают:

1. быстрая потеря тактовой частоты во время разрывов связи или при появлении длинной серии нулей в принятом групповом сигнале ИКМ;
2. зависимость стабильности выведенной тактовой частоты от характера кодовых комбинаций или структуры и скорости передачи линейного цифрового сигнала.

## **1.6 Символьная синхронизация**

При синхронизации символов, для оптимальной демодуляции, все цифровые приемники должны быть синхронизированы с переходами входящих цифровых символов.

Класс синхронизаторов, используемых в этом случае, называется синхронизаторами без данных (NDA). Существует еще один класс символьных синхронизаторов, которые используют известную информацию об информационном потоке. Эта информация может быть извлечена из решений обратной связи относительно полученных данных или из известной последовательности, введенной в информационный поток.

В настоящее время методы, использующие данные (DA), становятся более важными и доминируют в выборе модуляции, которые эффективно используют полосу.

Рассматриваемые синхронизирующие символы можно разделить на две основные группы. Первая группа состоит из открытых синхронизаторов. Эти схемы обращают внимание на копию выходного сигнала передатчика непосредственно из входящего информационного потока. Вторая группа - закрытые синхронизаторы; они синхронизируют локальный генератор тактовых импульсов с входящим сигналом путем сравнения локального и поступающего сигналов. Закрытые синхронизаторы, как правило, более точные, но в то же время более сложные и дорогие.

Открытые символьные синхронизаторы также иногда называются нелинейными синхронизаторами на фильтрах; это имя говорит само за себя. Синхронизаторы этого класса генерируют частотную составляющую со скоростью символа, пропускают входящий узкополосный сигнал через последовательность фильтров и нелинейное устройство. Работа этого устройства аналогична восстановлению носителя в схеме поддержки с подавленной несущей. В этом случае желаемый частотный компонент, передаваемый со скоростью символа, выделяется полосовым фильтром, после чего насыщающий усилитель с высоким коэффициентом насыщения дает желаемую форму. В результате восстанавливается прямоугольный сигнал генератора тактовых импульсов.

Основным недостатком открытых синхронизирующих символов является наличие неизбежной ошибки обслуживания с ненулевым средним

значением. Эта ошибка может быть уменьшена при высоких соотношениях сигнал-шум, но поскольку форма сигнала синхронизации напрямую зависит от входящего сигнала, никогда не удастся исправить ошибку.

Замкнутые символьные синхронизаторы сравнивают входной сигнал с локально генерируемым сигналом и последующей синхронизацией локального сигнала с переходами во входном сигнале. Фактически, эта процедура ничем не отличается от процедуры, используемой в открытых синхронизаторах.

Среди наиболее популярных синхронных синхронизаторов с замкнутым циклом вы можете выбрать синхронизатор раннего / позднего затвора, который состоит в выполнении двух отдельных интеграций энергии входного сигнала в течение двух разных интервалов интервала символов с длительностью  $(T-d)$  секунд. интеграция (расширенная) начинается с момента, указанного в начале периода передачи символа (условно - время 0), и заканчивается на  $(Td)$  секунд. Вторая итерация (отставание) начинается с момента задержки  $d$  секунд и заканчивается в конце символа передачи (shareware - время  $T$ ). Разница между абсолютными значениями, описанными в выводах итератора  $y_1$  и  $y_2$ , является мерой ошибки синхронизации символа приемника, которая может быть возвращена для последующей коррекции приема.

## ГЛАВА II

### ФОРМИРОВАНИЕ СИГНАЛОВ, УСТОЙЧИВЫХ К ВОЗДЕЙСТВИЯМ КОРОТКОЖИВУЩИХ ИЛИ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ ПО СПЕКТРУ ПОМЕХ

#### 2.1 О классе сигналов, допускающих восстановление одних фрагментов по остальным

Пусть далее  $x(t)$ ,  $0 \leq t \leq T$ , вещественнозначная непрерывная функция времени (сигнал) с ограниченной евклидовой нормой

$$\|x\|^2 = \int_0^T x^2(t) dt < \infty. \quad (2.1)$$

Положим

$$x_1(t) = x(t), \quad 0 \leq t < T_1; \quad x_2(t) = x(t + T_1), \quad 0 \leq t \leq T_2 = T - T_1. \quad (2.2)$$

Задача заключается в разработке достаточно общего подхода к построению класса сигналов, позволяющих вычислить один из определенных в (2.2) фрагментов при наличии другого. Такие вычисления должны осуществляться на основе некоторых функционалов, которые ниже представлены в общем виде

$$x_1(t) = F_1(t, x_2(\tau)), \quad 0 \leq \tau \leq T_2, \quad 0 \leq t < T_1. \quad (2.3)$$

$$x_2(t) = F_2(t, x_1(\tau)), \quad 0 \leq \tau \leq T_1, \quad 0 \leq t < T_2. \quad (2.4)$$

*Утверждение 1. Сигналы, допускающих восстановление одних фрагментов по остальным, могут быть сформированы на основе собственных функций симметричных операторов.*

Доказательство. Без потери общности рассмотрим построение таких сигналов и функционалов для восстановления начальных из их фрагментов (2.3).

Пусть  $A(s,u)$ ,  $0 \leq s,u \leq T$  - симметричное ядро

$$A(s,u) = A(u,s), \quad 0 \leq s,u \leq T. \quad (2.5)$$

Некоторого интегрального оператора, удовлетворяющее условиям равномерного разложения в ряд [3]

$$A(s,u) = \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k g_k(s) g_k(u). \quad (2.6)$$

По ортонормальным собственным функциям

$$\lambda_k g_k(s) = \int_0^T A(s,u) g_k(u) du, \quad 0 \leq s \leq T; \quad k = 1, 2, \dots \quad (2.7)$$

$$(g_k, g_i) = \int_0^T g_k(t) g_i(t) dt = 0, \quad i \neq k. \quad (2.8)$$

$$\|g_k\|^2 = (g_k, g_k) = 1. \quad (2.9)$$

Для дальнейшего изложения существенным является то, что собственные функции симметричного ядра составляют полный ортонормированный базис пространства  $L_2$  [3].

Положим для определенности

$$x(t) \equiv c g_1(t), \quad 0 \leq t \leq T. \quad (2.10)$$

Здесь  $c$  - некоторая постоянная.

Тогда в соответствии с определением (2.7) нетрудно получить следующее соотношение

$$\lambda_1 x_1(t) - \int_0^{T_1} A_{11}(t, u) x_1(u) du = y_1(t). \quad (2.11)$$

где

$$y_1(t) = \int_0^{T_2} A_{12}(t, u) x_2(u) du. \quad (2.12)$$

$$A_{11}(s, u) = A(s, u), \quad 0 \leq s, u \leq T_1. \quad (2.13)$$

$$A_{12}(s, u) = A(s, u + T_1), \quad 0 \leq s \leq T_1; \quad 0 \leq u \leq T_2. \quad (2.13)$$

Ясно, что соотношение (2.11) представляет собой интегральное уравнение Фредгольма второго рода [4] относительно фрагмента (2.3). Возможность вычисления его решения определяется свойствами ядра интеграла в (2.11) и величиной  $\lambda_1$ .

Для завершения доказательства утверждения построим представление для искомого фрагмента сигнала, которое при выполнении некоторых условий позволяет осуществить соответствующие вычисления.

Очевидно, что ядро в (2.11) также является симметричным. Это позволяет воспользоваться представлением вида (2.6)

$$A_{11}(s,u) = \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_{1k} g_{1k}(s) g_{1k}(u), 0 \leq s, u \leq T_1. \quad (2.15)$$

$$\lambda_{1k} g_{1k}(s) = \int_0^{T_1} A_{11}(s,u) g_{1k}(u) du, 0 \leq s \leq T_1; k = 1, 2, \dots \quad (2.16)$$

$$(g_{1k}, g_{1i}) = \int_0^{T_1} g_{1k}(t) g_{1i}(t) dt = 0, i \neq k. \quad (2.17)$$

$$\|g_{1k}\|^2 = 1. \quad (2.18)$$

Ясно, что рассматриваемые сигналы в рамках теории пространств  $L_2$  являются элементами линеалов [5]. Поэтому в виду полноты базиса собственных функций ядра (2.13) справедливы представления

$$x_1(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_{1k} g_{1k}(t). \quad (2.19)$$

$$y_1(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \beta_{1k} g_{1k}(t). \quad (2.20)$$

коэффициенты которых являются скалярными произведениями вида

$$\alpha_{1k} = (x_1, g_{1k}); \beta_{1k} = (y_1, g_{1k}). \quad (2.21)$$

Подстановка представлений (2.15), (2.19) и (2.20) в уравнение (2.11) дает тождество

$$\sum_{k=1}^{\infty} [\alpha_{1k}(\lambda_1 - \lambda_{1k}) - \beta_{1k}] g_{1k}(t) \equiv 0, 0 \leq t \leq T_1 \quad (2.22)$$

Необходимым и достаточным условием достижения которого является выполнение равенств

$$\alpha_{1k}(\lambda_1 - \lambda_{1k}) = \beta_{1k}, k = 1, 2, \dots \quad (2.23)$$

Предположим, что ни одно из собственных чисел ядра (2.13) не совпадает с  $\lambda_1$

$$\lambda_{1k} \neq \lambda_1, \forall k = 1, 2, \dots \quad (2.24)$$

Тогда с учетом равенств (2.23) представление (2.19) для искомого фрагмента сигнала принимает вид

$$x_1(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \beta_{1k} g_{1k}(t) / (\lambda_1 - \lambda_{1k}) \quad (2.25)$$

Таким образом, полученное соотношение, определяющее при выполнении условий (2.24) один из фрагментов сигнала вида (2.10) через другой. Доказательство закончено.

Справедливо следующее.

*Утверждение 2. Пусть ядро (2.6) является положительно определенным [4] и его собственные числа упорядочены по убыванию*

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots > 0 \quad (2.26)$$

*причем максимальное из них  $\lambda_1$  является единственным. Тогда для собственных чисел ядра (2.15) выполняются неравенства*

$$\lambda_{1k} > 0; \lambda_1 \geq \lambda_{1k}, k = 1, \dots \quad (2.27)$$

Причем знак равенства в последнем неравенстве соответствует случаю совпадения собственных функций ядер (2.6) и (2.15).

Доказательство. Нетрудно показать, что при любом  $T_1 < T$  ядро (2.13) является положительно определенным.

В самом деле, положим

$$z(t) = g_{1k}(t), 0 \leq t \leq T_1; z(t) \equiv 0, T_1 < t \leq T \quad (2.28)$$

Тогда в виду положительной определенности исходного ядра нетрудно получить неравенство

$$d(T_1) = \int_0^T \int_0^T A(t_1, t_2) z(t_1) z(t_2) dt_1 dt_2 = \int_0^{T_1} \int_0^{T_1} A_{11}(t_1, t_2) g_{1k}(t_1) g_{1k}(t_2) dt_1 dt_2 > 0 \quad (2.28.1)$$

В соответствии с соотношениями (2.16) и (2.18) отсюда получаем неравенства

$$d(T_1) = \lambda_{1k} > 0, \forall k \geq 1 \quad (2.29)$$

что является необходимым и достаточным условием положительной определенности ядра (2.13). С другой стороны для любого нормированного сигнала  $y(t), 0 \leq t \leq T; \|y\| = 1$  выполняется вариационное неравенство

$$\lambda_1 = \int_0^T \int_0^T A(t_1, t_2) g_1(t_1) g_1(t_2) dt_1 dt_2 = \max \int_0^T \int_0^T A(t_1, t_2) y(t_1) y(t_2) dt_1 dt_2 \quad (2.30)$$

Сопоставление (2.30) и (2.29) показывает, что неравенства (2.27) выполняются. Это и завершает доказательство последнего утверждения.

*Следствие.* Если собственные функции ядер (2.6) и (2.15), соответствующие максимальным собственным числам не совпадают, то соотношение (2.25) является корректным математическим представлением фрагмента сигнала вида (2.10) любой длительности, удовлетворяющей неравенству  $T_1 < T$ .

Таким образом, представление (2.25) может служить теоретической основой для вычислений фрагментов сигналов вида (2.10) по оставшемуся фрагменту. Ясно, что реализация таких вычислений требует дискретизации области определения ядра.

В соответствие с этим ядра аппроксимируются с помощью следующих матриц

$$A = \{a_{ik}\} = (\Delta t)^2 \{A(i\Delta t, k\Delta t)\}, \quad i, k = 1, \dots, N \quad (2.31)$$

$$A_{11} = \{a_{ik}\}, \quad i, k = 1, \dots, M < N \quad (2.32)$$

$$A_{12} = (\Delta t)^2 \{A(i\Delta t, (M+n)\Delta t)\}, \quad i = 1, \dots, M; \quad n = 1, \dots, N - M \quad (2.33)$$

В соответствии с этим целесообразно рассматривать дискретизированные сигналы

$$x_k = x(k\Delta t), \quad k = 1, \dots, N; \quad N\Delta t = T \quad (2.34)$$

$$\vec{x} = (x_1, \dots, x_M, x_{M+1}, \dots, x_N)' = (\vec{x}_1', \vec{x}_2)'; \quad M\Delta t = T_1 \quad (2.35)$$

- где штрих означает транспонирование.

Выбор шага дискретизации осуществляется на основе анализа конкретных ядер, с обеспечением, например, свойства положительной определенности получаемых матриц. Важно, то, что матрицы (2.31) получаются симметричными, наборы собственных векторов которых образуют полные в смысле пространства  $N$ -мерных вещественных векторов ортонормальные базисы[6,7].

Собственные числа матриц (2.31) и (2.32) ниже для простоты обозначаются теми же символами, что и у аппроксимируемых ими ядер, если это не вызывает затруднений в их интерпретации.

Если отсчеты сигнала выбираются на основе собственного вектора матрицы (2.31), соответствующего максимальному собственному числу

$$\vec{x} = c\vec{q}_1 \quad (2.36)$$

то нетрудно показать, что уравнение (2.11) переходит в матричное соотношение

$$(\lambda_1 I - A_{11})\vec{x}_1 = A_{12}\vec{x}_2 \quad (2.37)$$

Если соответствующие максимальным собственным числам собственные векторы матриц (2.31) и (2.32) не совпадают, то представление решения уравнения (2.37) имеет вид

$$\vec{x}_1 = (\lambda_1 I - A_{11})^{-1} A_{12}\vec{x}_2 \quad (2.38)$$

Полученные соотношения можно обобщить на случай, когда среди собственных чисел матрицы (2.31) имеются кратные. Не нарушая общности, предположим, что выполняются равенства

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_M = \lambda \quad (2.39)$$

При этом, как известно [6], каждому из этих собственных чисел будет соответствовать ортогональные собственные векторы. Поэтому их любая линейная комбинация вида

$$\bar{x} = \sum_{m=1}^M c_m \vec{q}_m \quad (2.40)$$

будет также собственным вектором матрицы (2.31), соответствующим собственному числу (2.39), так что соотношение (2.37) принимает вид

$$(\lambda I - A_{11})\vec{x}_1 = A_{12}\vec{x}_2 \quad (2.41)$$

Входящие сюда переменные определены выше. В свою очередь, если соответствующие максимальным собственным числам собственные векторы матриц (2.31) и (2.32) не совпадают, то представление решения уравнения (2.41) имеет вид

$$\vec{x}_1 = (\lambda I - A_{11})^{-1} A_{12}\vec{x}_2 \quad (2.42)$$

Отметим, что по аналогии нетрудно также получить соотношения для восстановления любого из фрагментов, занимающего сплошную подобласть внутри области определения исходного сигнала. При этом очевидным образом должны быть изменены определения ядра (2.13) и функции (2.12) и их дискретизованные аналоги.

Следует только иметь в виду, что определить условия выполнения неравенств типа (2.24) по аналогии с Утверждением 2 при наличии нескольких одинаковых собственных чисел затруднительно.

Для иллюстрации предлагаемого подхода к формированию сигналов с восстанавливаемыми фрагментами воспользуемся вычислительными экспериментами. В качестве элементов симметричных матриц дискретной аппроксимации рассматриваемой задачи восстановления используем следующие:

$$a_{ik} = \exp(-4ik / N^2); \quad (2.43)$$

$$a_{ik} = \cos(4\pi(i - k) / N); \quad (2.44)$$

$$a_{ik} = \sin(4\pi(i - k) / N) / (\pi(i - k)) \quad (2.45)$$

$$a_{ik} = \sin(32\pi(i - k) / N) / (\pi(i - k)) \quad (2.46)$$

В качестве важной конкретизации предлагаемого подхода к формированию сигналов, позволяющих восстановить одни фрагменты по остальным рассмотрим применение введенных в работе [8] субполосных ядер. Целесообразность их использования обусловлена в частности тем, что они построены на основе оптимизации процедур субполосного анализа и синтеза сигналов и, как будет показано ниже, позволяют построить процедуры восстановления одних фрагментов спектров Фурье по остальным.

Для сохранения цельности изложения представляется необходимым привести здесь некоторые сведения из теории субполосных ядер.

Согласно [8] субполосное ядро определяется для частотного интервала (полосы)

$$\Omega = [-\Omega_2, -\Omega_1) \cup [\Omega_1, \Omega_2), \quad \Omega_2 > \Omega_1 \geq 0 \quad (2.47)$$

на основе преобразования Фурье

$$A_{\Omega}(t) = \int_{z \in \Omega} \exp(-jzt) dz / 2\pi \quad (2.48)$$

что дает

$$A_{\Omega}(t - \tau) = 2A_0(t - \tau) \cos(\omega_s(t - \tau)), \quad A_{\Omega}(0) = A_0(0) = 2D / \pi \quad (2.49)$$

где

$$A_0(t - \tau) = \sin(D(t - \tau)) / \pi(t - \tau) \quad (2.50)$$

$$D = (\Omega_2 - \Omega_1) / 2; \quad \omega_s = (\Omega_2 + \Omega_1) / 2. \quad (2.51)$$

Отметим, что ядра вида (2.50) рассматривались ранее в связи с исследованием класса функций с двойной ортогональностью (см. например[9]).

Из определения (2.48) следует, что субполосное ядро (2.49) является симметричным и положительно определенным. Поэтому для него справедливы все выводы, изложенные в предыдущем разделе.

Рассмотрим теперь проблему восстановления пораженных воздействиями узкополосных помех участков спектров сигнала вида (2.10).

На основе определений (2.7) и (2.48) нетрудно получить следующее представление для собственных функций субполосного ядра

$$\lambda_k g_k(t) = \int_{z \in \Omega} G_k(z) \exp(jzt) dz / 2\pi \quad (2.52)$$

через отрезок их преобразований (трансформанта, спектр) Фурье

$$G_k(z) = \int_0^T g_k(t) \exp(-jzt) dt \quad (2.53)$$

Справедливы следующие соотношения [8]

$$\lambda_k = \int_{z \in \Omega} |G(z)|^2 dz / 2\pi \leq 1, k = 1, \dots \quad (2.54)$$

причем с высокой точностью выполняются равенства

$$\lambda_k \approx 0, k > J \quad (2.55)$$

где

$$J = 2[TD / \pi] + 4 \quad (2.56)$$

Справедливо следующее.

*Утверждение 3. Фрагменты спектров собственных функций ядра (2.49), соответствующих ненулевым собственным числам, вне частотного интервала (2.47) можно вычислить по фрагментам внутри него на основе следующего соотношения*

$$\lambda_k G_k(y) = \int_{z \in \Omega} G_k(z) (1 - \exp(-jT(y-z))) / j2\pi(y-z) dz \quad (2.57)$$

Доказательство. Соотношение (2.56) получается в результате умножения слева и справа представления (2.52) на  $\exp(-jyt)$  и интегрирования в соответствии с определением (2.53) по переменной  $t$  в пределах  $0 \leq t \leq T$ . Очевидно, что соотношение (2.56) определяет способ

аналитического продолжения спектров собственных функций из выбранного интервала (2.47) на всю частотную ось.

Иными словами оказывается возможным вычислять фрагменты спектров собственных векторов вне выбранного частотного интервала по фрагменту внутри него, что и завершает доказательство Утверждения 3.

Более сложно решается задача восстановления фрагментов спектра внутри выбранного частотного интервала (2.47).

Положим

$$\widehat{G}_k(y) = \exp(jTy/2)G_k(y) \quad (2.58)$$

$$Ty/2 = u - T\Omega_1/2 = u - \bar{\Omega}_1 \quad (2.59)$$

$$Tz/2 = v - T\Omega_1/2 = v - \bar{\Omega}_1 \quad (2.60)$$

$$F_k(u) = \widehat{G}_k(2u/T + \Omega_1), \quad \bar{D} = TD \quad (2.61)$$

Отметим, что представление (2.57) соответствует в (2.53) замене (простому сдвигу на  $-T/2$ ) переменной интегрирования. При этом из (2.56) получаем соотношение

$$\lambda_k F_k(u) = \int_{-\bar{D}}^{\bar{D}} F_k(v) \sin(u-v) / (\pi(u-v)) dv \quad (2.62)$$

показывающее, что функции (2.60) являются собственными функциями его подынтегрального ядра.

Как было показано в предыдущем разделе, возможность восстановления одних фрагментов функций (2.60) по другим фрагментам определяется свойствами собственных чисел ядра в уравнении (2.61).

Дискретизация области определения по обоим переменным с шагом

$$\Delta\bar{D} = \bar{D} / N \quad (2.63)$$

позволяет получить аппроксимирующую ядро матрицу

$$S = \{s_{ik}\}, \quad i, k = 1, \dots, 2N \quad (2.64)$$

с элементами

$$s_{ik} = \sin(\Delta\bar{D}(i-k)) / \pi(i-k) \quad (2.65)$$

С учетом (2.62) легко заметить, что представления (2.64), (2.45), (2.46) идентичны. Отметим, что возможности этого определяются величиной произведения вида  $\bar{D} = TD$ .

# ГЛАВА III

## РАЗРАБОТКА ТЕХНОЛОГИИ ФОРМИРОВАНИЯ СИГНАЛОВ НА БАЗИСЕ СОБСТВЕННЫХ ВЕКТОРОВ СУБПОЛОСНОЙ МАТРИЦЫ УСТОЙЧИВЫХ К ВОЗДЕЙСТВИЮ КОРОТКОЖИВУЩИХ ИЛИ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ ПО СПЕКТРУ ПОМЕХ

### 3.1 Исследование разработанной технологии

После формирования собственных векторов субполосной матрицы, описанных в главе 2, было проведено исследование зависимости относительной погрешности восстановления от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора при добавление белого гауссовского шума с различных соотношениях шум/сигнал:

$$q = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^N x_i^2}} \quad (3.1)$$

где  $\varepsilon$  - белый шум,  $x$  - неиспорченный фрагмент исходного вектора.

Относительная погрешность восстановления рассчитывается следующим образом:

$$r = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - \hat{x}_i)^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^N x_i^2}} \quad (3.2)$$

где  $x$  - исходный собственный вектор,  $\hat{x}$  - восстановленный собственный вектор.

В качестве исследуемых собственных векторов были выбраны первые 3 позиции собственных векторов субполосного ядра, описанного во главе 2.

В качестве соотношения шум/сигнал в исследовании были выбраны следующие соотношения:

Таблица 3.1

Соотношения сигнал/шум, используемые в исследовании

Соотношение шум/сигнал ( $q$ )	0	0.1	0.3	0.5
--------------------------------	---	-----	-----	-----

### Номер собственного вектора – 1 ( $K_i = 1$ )

В первую очередь было рассчитана зависимость относительной погрешности восстановления от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума:

Таблица 3.2

Зависимость относительной погрешности восстановления ( $M$ ) от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума ( $R$ ) ( $K_i = 1, q = 0$ )

<b>M</b>	511	501	491	481	471	461	451	441	431	421	411	401	391
<b>R</b>	2,74 E-14	1,89 E-14	1,21 E-14	8,00 E-15	5,73 E-15	4,16 E-15	3,28 E-15	2,55 E-15	2,12 E-15	1,81 E-15	1,65 E-15	1,53 E-15	1,52 E-15
<b>M</b>	381	371	361	351	341	331	321	311	301	291	281	271	261
<b>R</b>	1,32 E-15	1,25 E-15	1,27 E-15	1,81 E-15	2,04 E-15	2,84 E-15	2,97 E-15	3,39 E-15	3,49 E-15	4,66 E-15	5,62 E-15	7,23 E-15	7,89 E-15
<b>M</b>	251	241	231	221	211	201	191	181	171	161	151	141	131
<b>R</b>	8,90 E-15	1,16 E-14	1,44 E-14	1,71 E-14	2,13 E-14	2,51 E-14	3,03 E-14	3,82 E-14	4,81 E-14	6,02 E-14	7,76 E-14	9,86 E-14	1,23 E-13
<b>M</b>	121	111	101	91	81	71	61	51	41	31	21	11	1

<b>R</b>	1,60	2,05	2,65	3,45	4,53	6,01	8,10	1,11	1,58	2,39	3,99	8,56	1,05
	E-13	E-12	E-12	E-12	E-12	E-12	E-10						

На рис.3.1 представлен график относительной погрешности восстановления от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума ( $K_i = 1$ ,  $q = 0$ ):

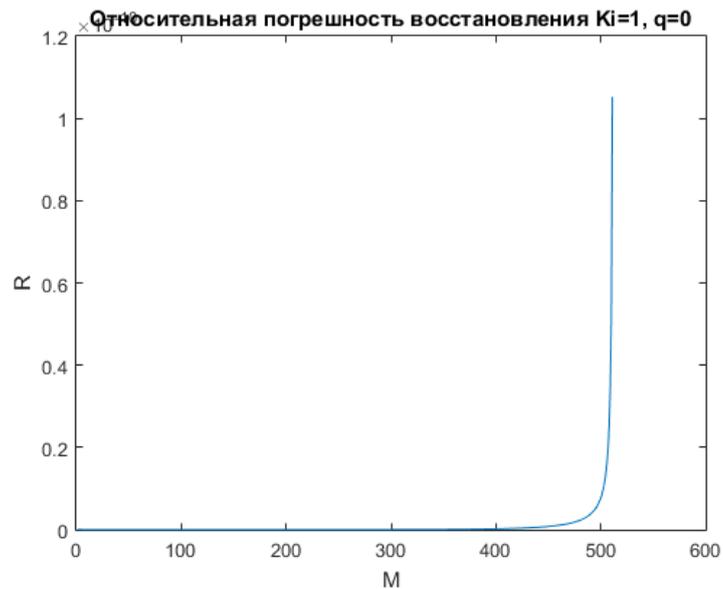


Рис.3.1 График зависимости относительной погрешности восстановления ( $R$ ) от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума ( $M$ ) ( $K_i = 1$ ,  $q = 0$ )

На рис.3.2 представлен график исходного и восстановленного собственного вектора без добавления шума при  $M=511$  ( $K_i = 1$ ,  $q = 0$ ):

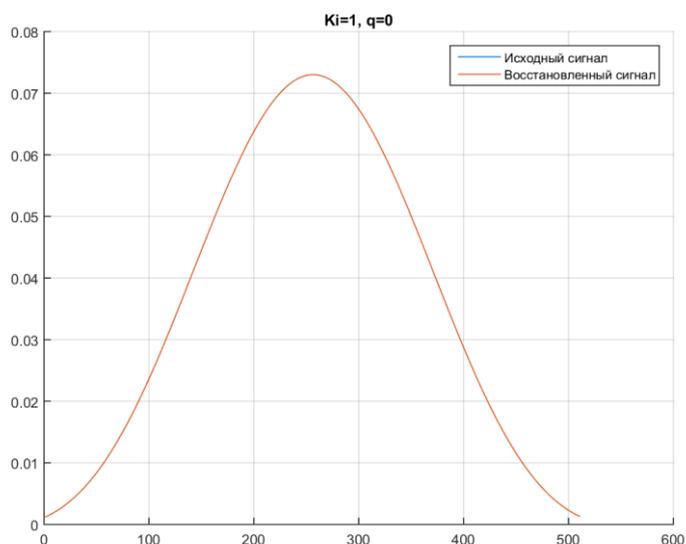


Рис.3.2 График исходного и восстановленного собственного вектора без добавления шума при  $M=511$  ( $K_i = 1$ ,  $q = 0$ )

Как видно по графику 3.1 и по результатам из таблицы 3.2 погрешность восстановления сигнала минимальна вплоть до использования минимального количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора.

Далее к неиспорченному фрагменту исходного вектора было добавлен белый шум с соотношением шум/сигнал –  $q = 0.1$

Таблица 3.3

Зависимость относительной погрешности восстановления ( $M$ ) от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума ( $R$ ) ( $K_i = 1$ ,  $q = 0.1$ )

<b>M</b>	511	501	491	481	471	461	451	441	431	421	411	401	391
<b>R</b>	0,38 88	0,03 24	0,16 27	0,06 78	0,02 68	0,02 70	0,01 69	0,08 42	0,06 55	0,06 33	0,03 12	0,01 48	0,01 64
<b>M</b>	381	371	361	351	341	331	321	311	301	291	281	271	261
<b>R</b>	0,06 67	0,05 04	0,02 00	0,02 93	0,03 54	0,03 30	0,02 32	0,01 92	0,08 31	0,00 94	0,03 12	0,02 64	0,02 28
<b>M</b>	251	241	231	221	211	201	191	181	171	161	151	141	131
<b>R</b>	0,00 32	0,02 07	0,00 38	0,02 35	0,00 33	0,02 70	0,01 39	0,04 87	0,02 34	0,01 30	0,01 69	0,01 83	0,05 51

<b>M</b>	121	111	101	91	81	71	61	51	41	31	21	11	1
<b>R</b>	0,00 32	0,02 07	0,00 38	0,02 35	0,00 33	0,02 70	0,01 39	0,04 87	0,02 34	0,01 30	0,01 69	0,01 83	0,05 51

На рис.3.3 представлен график относительной погрешности восстановления от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума ( $K_i = 1$ ,  $q = 0.1$ ):

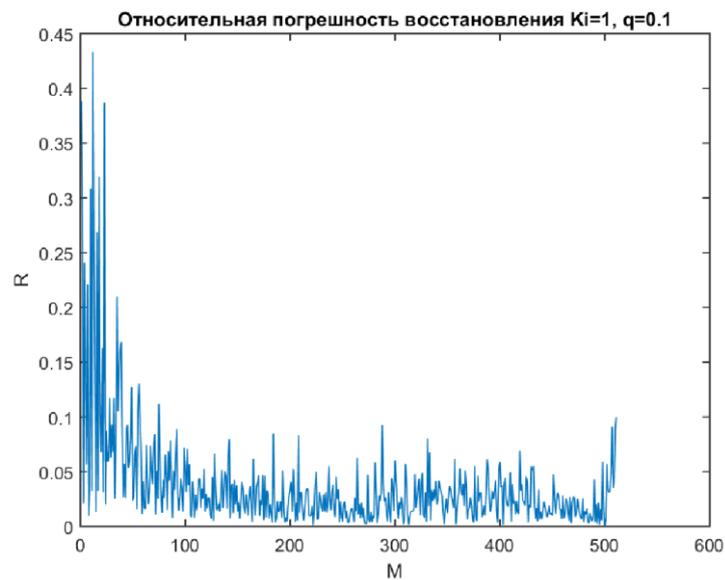


Рис.3.3 График зависимости относительной погрешности восстановления ( $R$ ) от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума ( $M$ ) ( $K_i = 1$ ,  $q = 0.1$ )

На рис.3.4 представлен график исходного и восстановленного собственного вектора без добавления шума при  $M=511$  ( $K_i = 1$ ,  $q = 0.1$ ):

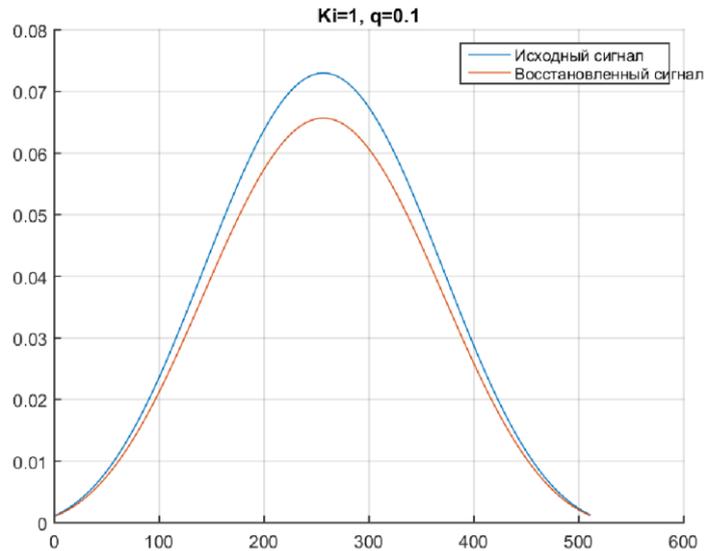


Рис.3.4 График исходного и восстановленного собственного вектора без добавления шума при  $M=511$  ( $K_i = 1, q = 0.1$ )

Далее к неиспорченному фрагменту исходного вектора было добавлен белый шум с соотношением шум/сигнал –  $q = 0.5$

Таблица 3.4

Зависимость относительной погрешности восстановления ( $M$ ) от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума ( $R$ ) ( $K_i = 1, q = 0.5$ )

<b>M</b>	511	501	491	481	471	461	451	441	431	421	411	401	391
<b>R</b>	1,05 87	1,20 80	0,35 55	0,70 63	0,61 35	0,07 38	0,11 07	0,21 37	0,33 43	0,04 12	0,24 65	0,07 56	0,07 61
<b>M</b>	381	371	361	351	341	331	321	311	301	291	281	271	261
<b>R</b>	0,06 26	0,06 03	0,17 52	0,09 73	0,08 27	0,18 03	0,02 55	0,07 83	0,10 04	0,02 09	0,00 86	0,40 56	0,13 57
<b>M</b>	251	241	231	221	211	201	191	181	171	161	151	141	131
<b>R</b>	0,08 21	0,13 21	0,03 67	0,19 31	0,09 95	0,22 55	0,03 95	0,13 74	0,15 23	0,30 03	0,20 50	0,12 77	0,19 10
<b>M</b>	121	111	101	91	81	71	61	51	41	31	21	11	1
<b>R</b>	0,14 69	0,01 55	0,03 21	0,14 59	0,27 32	0,14 87	0,23 42	0,25 23	0,04 76	0,01 61	0,07 93	0,13 07	0,25 96

На рис.3.5 представлен график относительной погрешности восстановления от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума при  $M=511$  ( $K_i = 1$ ,  $q = 0.5$ ):

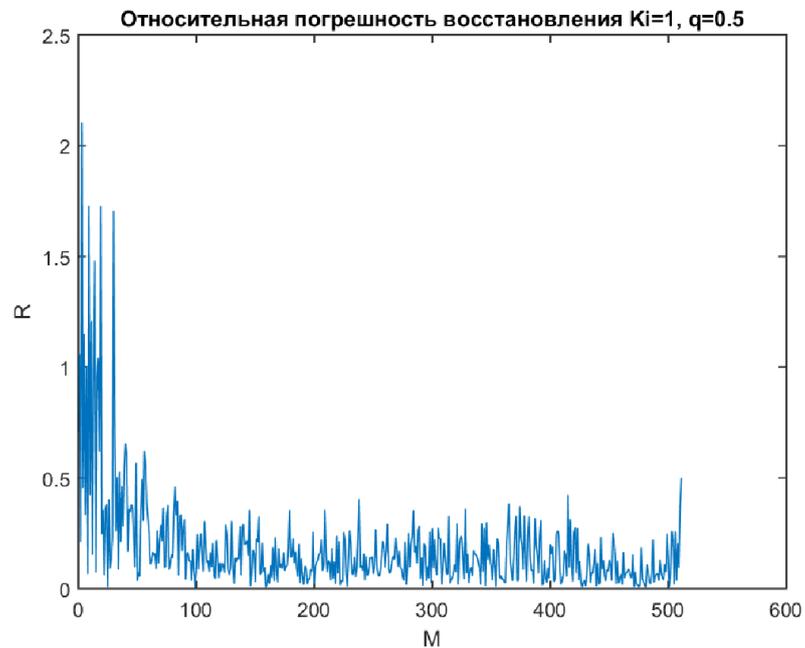


Рис.3.4 График зависимости относительной погрешности восстановления ( $R$ ) от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума ( $M$ ) ( $K_i = 1$ ,  $q = 0.5$ )

На рис.3.5 представлен график исходного и восстановленного собственного вектора без добавления шума при  $M=511$  ( $K_i = 1$ ,  $q = 0.5$ ):

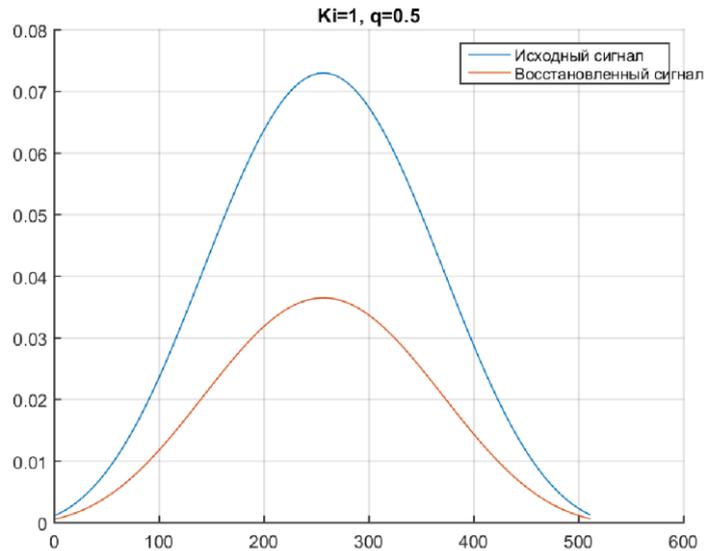


Рис.3.5 График исходного и восстановленного собственного вектора без добавления шума при  $M=511$  ( $K_i = 1, q = 0.5$ )

Далее к неиспорченному фрагменту исходного вектора было добавлен белый шум с соотношением шум/сигнал –  $q = 0.8$

Таблица 3.5

Зависимость относительной погрешности восстановления ( $M$ ) от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума ( $R$ ) ( $K_i = 1, q = 0.8$ )

<b>M</b>	511	501	491	481	471	461	451	441	431	421	411	401	391
<b>R</b>	3,14 43	0,73 41	1,31 63	0,96 76	0,90 36	0,23 43	0,12 19	0,02 97	0,89 42	0,30 06	0,27 45	0,15 73	0,13 94
<b>M</b>	381	371	361	351	341	331	321	311	301	291	281	271	261
<b>R</b>	0,19 52	0,06 96	0,22 87	0,38 62	0,32 81	0,08 61	0,28 44	0,27 41	0,33 05	0,48 54	0,31 08	0,06 41	0,14 89
<b>M</b>	251	241	231	221	211	201	191	181	171	161	151	141	131
<b>R</b>	0,06 03	0,08 03	0,16 37	0,20 93	0,02 06	0,02 78	0,31 26	0,30 83	0,27 32	0,28 68	0,16 28	0,18 25	0,29 28
<b>M</b>	121	111	101	91	81	71	61	51	41	31	21	11	1
<b>R</b>	0,16 37	0,46 15	0,40 23	0,07 93	0,11 02	0,25 12	0,05 30	0,17 08	0,04 52	0,09 02	0,30 78	0,28 84	0,48 82

На рис.3.6 представлен график относительной погрешности восстановления от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума при  $M=511$  ( $K_i = 1$ ,  $q = 0.8$ ):

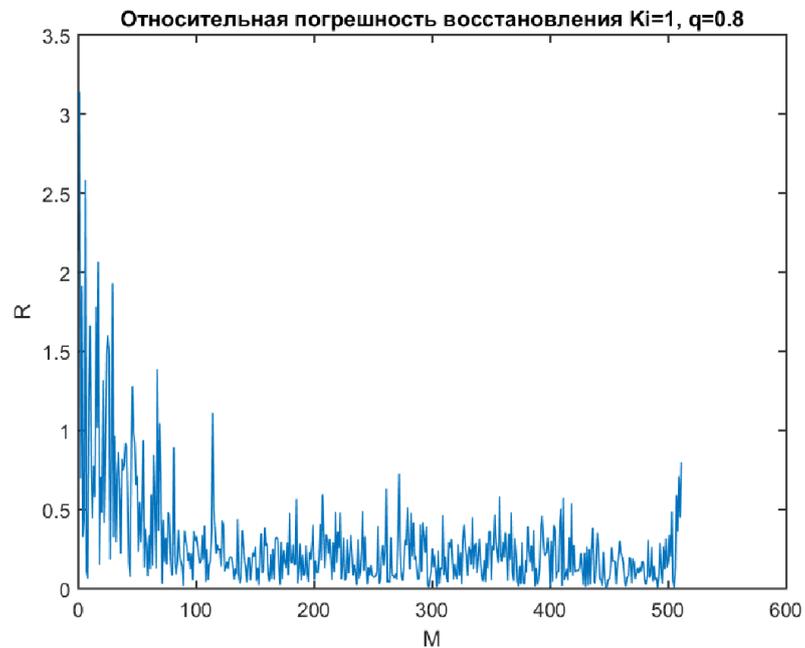


Рис.3.6 График зависимости относительной погрешности восстановления ( $R$ ) от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума ( $M$ ) ( $K_i = 1$ ,  $q = 0.8$ )

На рис.3.7 представлен график исходного и восстановленного собственного вектора без добавления шума при  $M=511$  ( $K_i = 1$ ,  $q = 0.8$ ):

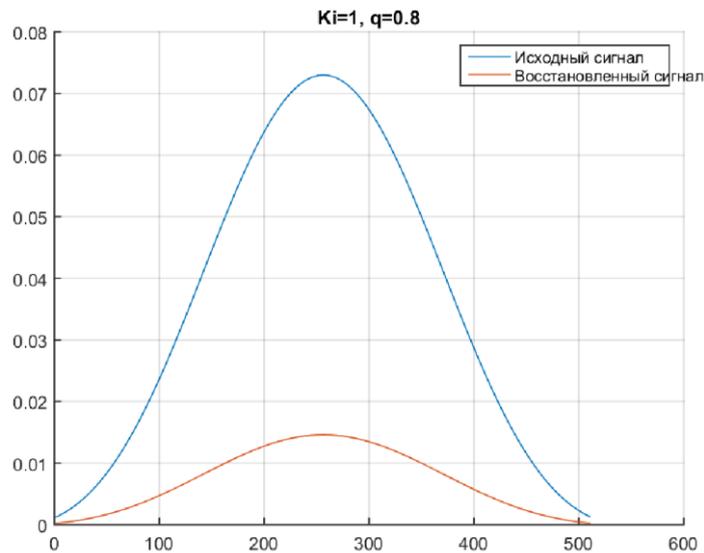


Рис.3.7 График исходного и восстановленного собственного вектора без добавления шума при  $M=511$  ( $K_i = 1, q = 0.8$ )

### Номер собственного вектора – 2 ( $K_i = 2$ )

В первую очередь была рассчитана зависимость относительной погрешности восстановления от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума:

Таблица 3.6

Зависимость относительной погрешности восстановления ( $M$ ) от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума ( $R$ ) ( $K_i = 2, q = 0$ )

<b>M</b>	511	501	491	481	471	461	451	441	431	421	411	401	391
<b>R</b>	3,44 E-15	1,56 E-15	2,33 E-15	2,56 E-15	2,20 E-15	2,28 E-15	2,68 E-15	2,80 E-15	2,86 E-15	3,43 E-15	3,78 E-15	4,11 E-15	4,44 E-15
<b>M</b>	381	371	361	351	341	331	321	311	301	291	281	271	261
<b>R</b>	4,78 E-15	5,28 E-15	5,79 E-15	6,43 E-15	7,26 E-15	8,25 E-15	9,70 E-15	1,14 E-14	1,33 E-14	1,57 E-14	1,86 E-14	2,26 E-14	2,70 E-14
<b>M</b>	251	241	231	221	211	201	191	181	171	161	151	141	131
<b>R</b>	3,17 E-14	3,91 E-14	4,80 E-14	5,93 E-14	7,58 E-14	9,80 E-14	1,34 E-13	1,97 E-13	3,52 E-13	1,43 E-12	6,96 E-13	2,79 E-13	1,64 E-13

<b>M</b>	121	111	101	91	81	71	61	51	41	31	21	11	1
<b>R</b>	1,35 E-13	1,06 E-13	8,93 E-14	7,21 E-14	6,59 E-14	6,19 E-14	6,75 E-14	7,90 E-14	9,86 E-14	1,31 E-13	1,93 E-13	3,39 E-13	7,62 E-13

На рис.3.8 представлен график относительной погрешности восстановления от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума ( $K_i = 2, q = 0$ ):

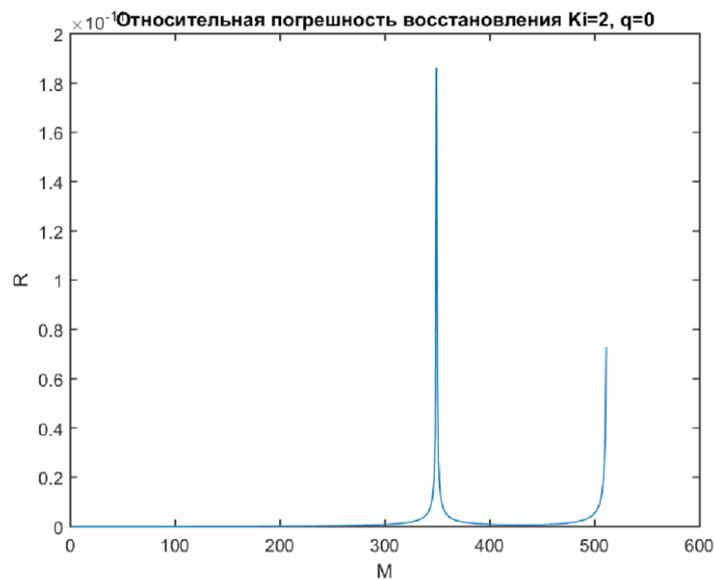


Рис.3.8 График зависимости относительной погрешности восстановления ( $R$ ) от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума ( $M$ ) ( $K_i = 2, q = 0$ )

На рис.3.9 представлен график исходного и восстановленного собственного вектора без добавления шума при  $M=511$  ( $K_i = 2, q = 0$ ):

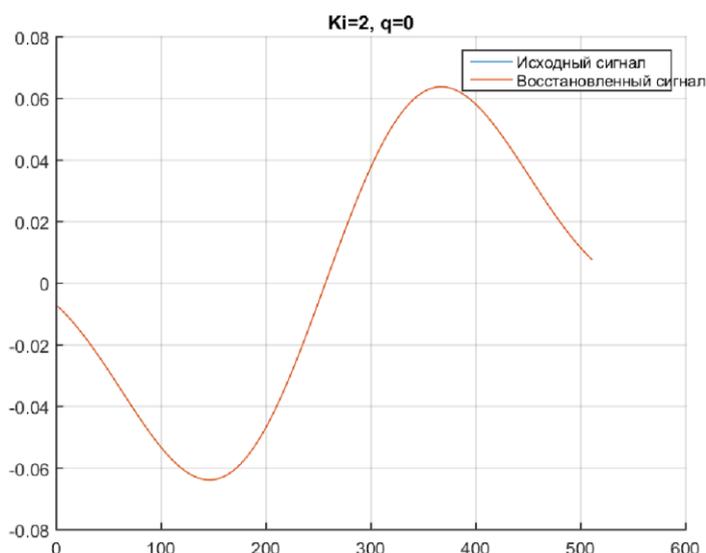


Рис.3.9 График исходного и восстановленного собственного вектора без добавления шума при  $M=511$  ( $K_i = 2, q = 0$ )

Как видно по графику 3.8 и по результатам из таблицы 3.6 погрешность восстановления сигнала минимальна вплоть до использования минимального количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора.

Далее к неиспорченному фрагменту исходного вектора было добавлен белый шум с соотношением шум/сигнал –  $q = 0.1$

Таблица 3.7

Зависимость относительной погрешности восстановления ( $M$ ) от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума ( $R$ ) ( $K_i = 2, q = 0.1$ )

<b>M</b>	511	501	491	481	471	461	451	441	431	421	411	401	391
<b>R</b>	0,00 69	0,02 24	0,04 07	0,02 44	0,00 70	0,05 25	0,02 32	0,00 42	0,00 57	0,02 02	0,01 42	0,00 74	0,00 81
<b>M</b>	381	371	361	351	341	331	321	311	301	291	281	271	261
<b>R</b>	0,01 17	0,02 50	0,01 34	0,03 70	0,01 43	0,00 74	0,02 61	0,00 39	0,01 91	0,01 59	0,00 54	0,01 36	0,01 67
<b>M</b>	251	241	231	221	211	201	191	181	171	161	151	141	131
<b>R</b>	0,01 39	0,01 83	0,06 28	0,06 81	0,16 11	0,14 79	0,11 49	0,09 80	0,15 39	0,26 61	0,32 97	0,21 87	0,04 47

<b>M</b>	121	111	101	91	81	71	61	51	41	31	21	11	1
<b>R</b>	0,08 88	0,00 23	0,02 94	0,02 97	0,06 84	0,03 22	0,02 95	0,01 97	0,01 84	0,00 88	0,01 07	0,04 07	0,01 56

На рис.3.8 представлен график относительной погрешности восстановления от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума ( $K_i = 2$ ,  $q = 0.1$ ):

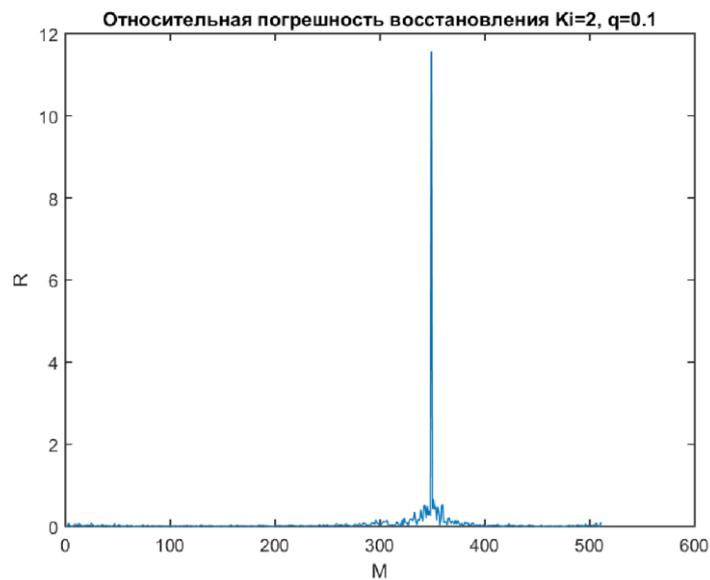


Рис.3.8 График зависимости относительной погрешности восстановления ( $R$ ) от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума ( $M$ ) ( $K_i = 2$ ,  $q = 0.1$ )

На рис.3.9 представлен график исходного и восстановленного собственного вектора без добавления шума при  $M=511$  ( $K_i = 2$ ,  $q = 0.1$ ):

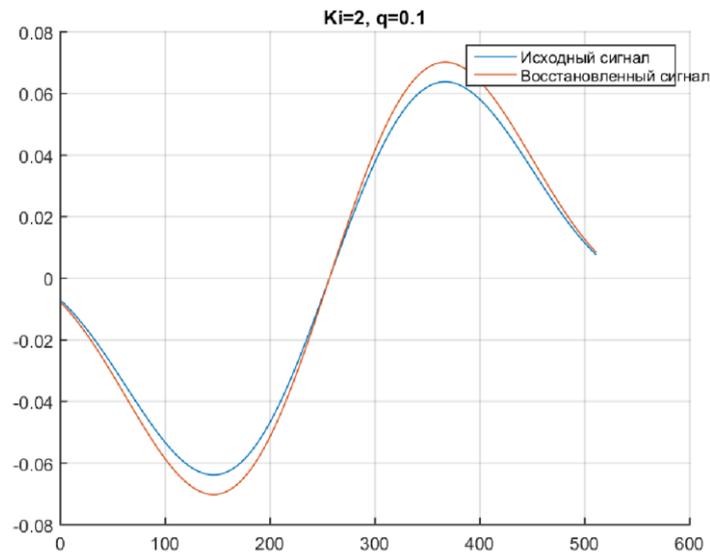


Рис.3.9 График исходного и восстановленного собственного вектора без добавления шума при  $M=511$  ( $K_i = 2, q = 0.1$ )

Далее к неиспорченному фрагменту исходного вектора было добавлен белый шум с соотношением шум/сигнал –  $q = 0.5$

Таблица 3.7

Зависимость относительной погрешности восстановления ( $M$ ) от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума ( $R$ ) ( $K_i = 2, q = 0.5$ )

<b>M</b>	511	501	491	481	471	461	451	441	431	421	411	401	391
<b>R</b>	0,02 23	0,02 63	0,16 77	0,04 17	0,00 46	0,09 49	0,04 37	0,07 52	0,11 94	0,07 78	0,01 94	0,06 30	0,04 65
<b>M</b>	381	371	361	351	341	331	321	311	301	291	281	271	261
<b>R</b>	0,00 56	0,03 05	0,01 98	0,01 53	0,09 12	0,08 46	0,05 65	0,07 11	0,06 63	0,08 46	0,11 05	0,07 65	0,01 51
<b>M</b>	251	241	231	221	211	201	191	181	171	161	151	141	131
<b>R</b>	0,03 40	0,07 94	0,27 48	0,26 50	0,05 53	0,33 52	0,63 14	0,71 23	1,07 52	3,99 72	0,11 67	0,41 76	0,40 13
<b>M</b>	121	111	101	91	81	71	61	51	41	31	21	11	1
<b>R</b>	0,13 17	0,38 51	0,18 01	0,19 62	0,08 97	0,01 88	0,05 05	0,00 84	0,05 44	0,10 19	0,08 76	0,15 34	0,18 76

На рис.3.10 представлен график относительной погрешности восстановления от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума при  $M=511$  ( $K_i = 2$ ,  $q = 0.5$ ):

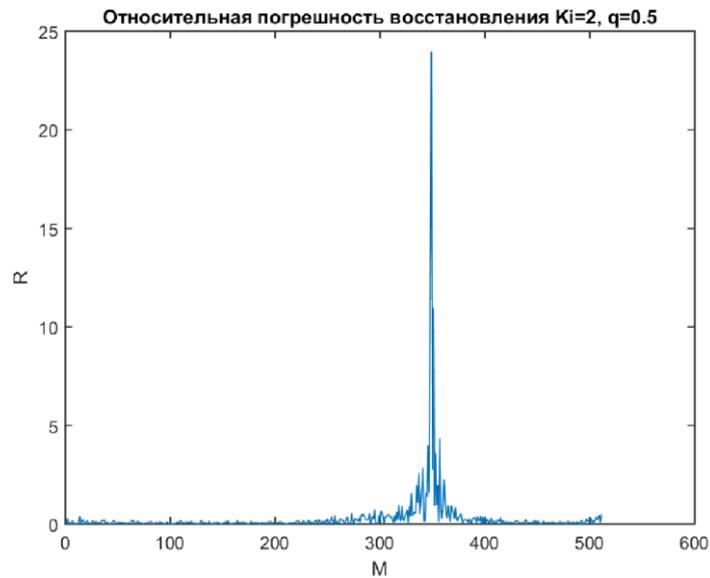


Рис.3.10 График зависимости относительной погрешности восстановления ( $R$ ) от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума ( $M$ ) ( $K_i = 2$ ,  $q = 0.5$ )

На рис.3.11 представлен график исходного и восстановленного собственного вектора без добавления шума при  $M=511$  ( $K_i = 2$ ,  $q = 0.5$ ):

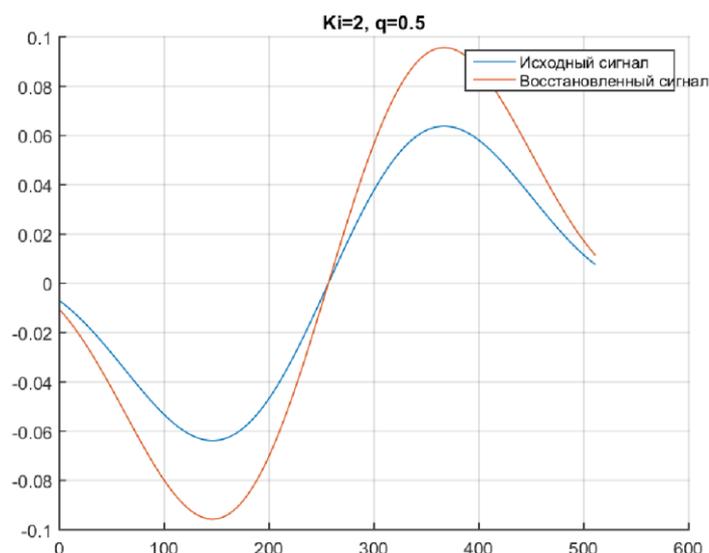


Рис.3.11 График исходного и восстановленного собственного вектора без добавления шума при  $M=511$  ( $K_i = 2, q = 0.5$ )

Далее к неиспорченному фрагменту исходного вектора было добавлен белый шум с соотношением шум/сигнал –  $q = 0.8$

Таблица 3.8

Зависимость относительной погрешности восстановления ( $M$ ) от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума ( $R$ ) ( $K_i = 2, q = 0.8$ )

<b>M</b>	511	501	491	481	471	461	451	441	431	421	411	401	391
<b>R</b>	0,52 85	0,03 00	0,46 88	0,07 64	0,04 31	0,12 41	0,14 77	0,02 32	0,04 86	0,14 93	0,08 39	0,15 01	0,06 65
<b>M</b>	381	371	361	351	341	331	321	311	301	291	281	271	261
<b>R</b>	0,05 98	0,11 62	0,03 21	0,19 25	0,08 85	0,10 89	0,16 09	0,22 35	0,08 47	0,10 77	0,08 57	0,03 27	0,27 27
<b>M</b>	251	241	231	221	211	201	191	181	171	161	151	141	131
<b>R</b>	0,36 83	0,08 18	0,01 33	0,57 61	0,57 16	1,17 49	0,68 29	1,24 58	0,34 93	9,22 27	2,70 42	0,97 15	0,37 09
<b>M</b>	121	111	101	91	81	71	61	51	41	31	21	11	1
<b>R</b>	0,77 62	0,19 54	0,07 96	0,15 67	0,05 36	0,06 75	0,17 84	0,19 06	0,02 27	0,05 09	0,17 51	0,23 36	0,32 77

На рис.3.12 представлен график относительной погрешности восстановления от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума при  $M=511$  ( $K_i = 2$ ,  $q = 0.8$ ):

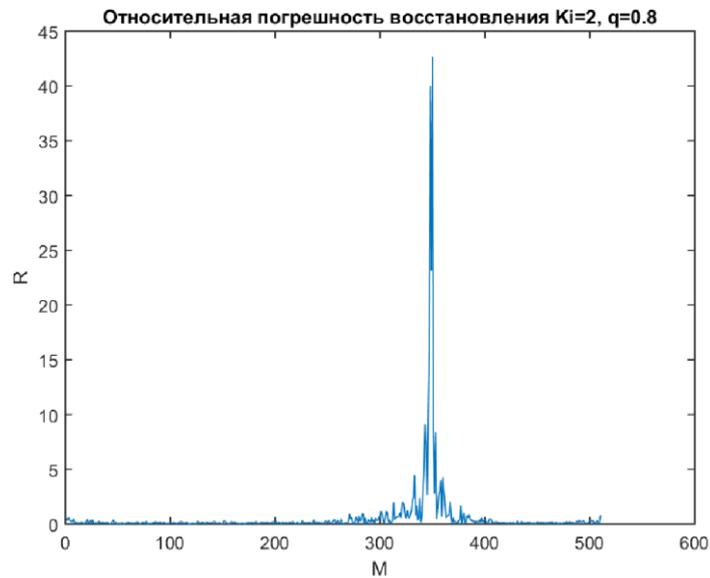


Рис.3.12 График зависимости относительной погрешности восстановления ( $R$ ) от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума ( $M$ ) ( $K_i = 2$ ,  $q = 0.8$ )

На рис.3.13 представлен график исходного и восстановленного собственного вектора без добавления шума при  $M=511$  ( $K_i = 2$ ,  $q = 0.8$ ):

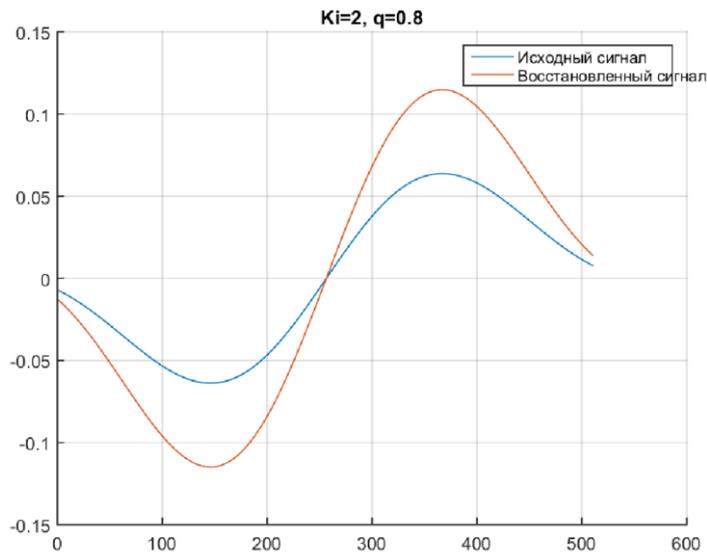


Рис.3.13 График исходного и восстановленного собственного вектора без добавления шума при  $M=511$  ( $K_i = 2, q = 0.8$ )

### Номер собственного вектора – 3 ( $K_i = 3$ )

В первую очередь была рассчитана зависимость относительной погрешности восстановления от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума:

Таблица 3.9

Зависимость относительной погрешности восстановления ( $M$ ) от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума ( $R$ ) ( $K_i = 3, q = 0$ )

<b>M</b>	511	501	491	481	471	461	451	441	431	421	411	401	391
<b>R</b>	3,56 E-15	2,15 E-15	2,09 E-15	2,02 E-15	2,10 E-15	2,21 E-15	2,17 E-15	2,26 E-15	2,57 E-15	2,70 E-15	2,68 E-15	2,94 E-15	3,20 E-15
<b>M</b>	381	371	361	351	341	331	321	311	301	291	281	271	261
<b>R</b>	3,49 E-15	3,76 E-15	4,04 E-15	4,50 E-15	4,80 E-15	5,21 E-15	5,46 E-15	6,03 E-15	7,15 E-15	2,98 E-14	8,02 E-15	7,12 E-15	6,38 E-15
<b>M</b>	251	241	231	221	211	201	191	181	171	161	151	141	131
<b>R</b>	7,97 E-15	6,43 E-15	6,83 E-15	6,74 E-15	5,78 E-15	6,87 E-15	5,44 E-15	7,85 E-15	9,17 E-15	1,01 E-14	1,88 E-14	9,72 E-14	7,18 E-14

<b>M</b>	121	111	101	91	81	71	61	51	41	31	21	11	1
<b>R</b>	4,42 E-14	2,49 E-14	2,95 E-14	1,69 E-14	1,43 E-14	1,32 E-14	9,03 E-15	6,98 E-15	6,37 E-15	7,70 E-15	9,22 E-15	1,47 E-14	2,70 E-14

На рис.3.14 представлен график относительной погрешности восстановления от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума ( $K_i = 3, q = 0$ ):

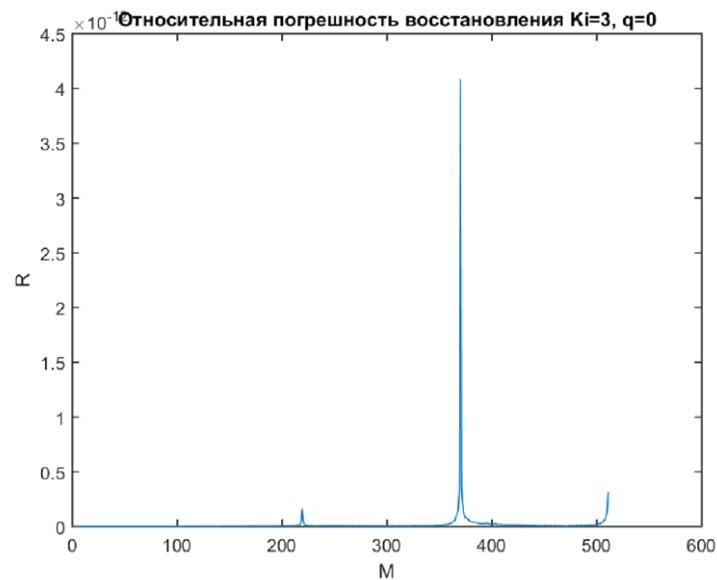


Рис.3.14 График зависимости относительной погрешности восстановления ( $R$ ) от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума ( $M$ ) ( $K_i = 3, q = 0$ )

На рис.3.15 представлен график исходного и восстановленного собственного вектора без добавления шума при  $M=511$  ( $K_i = 3, q = 0$ ):

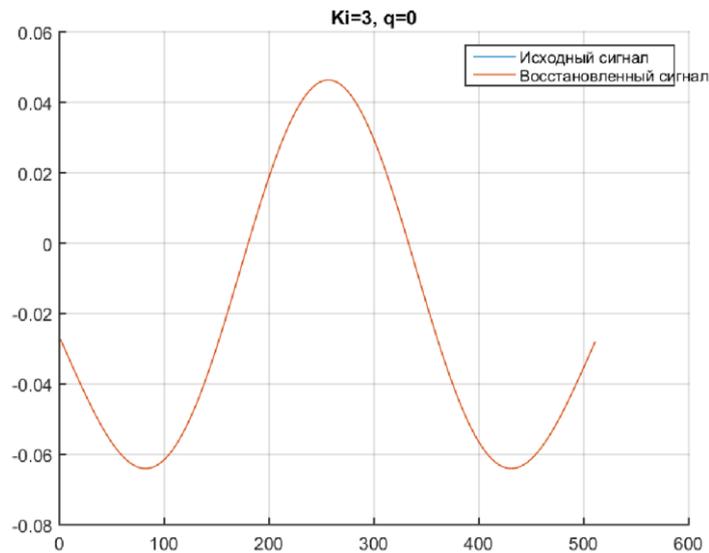


Рис.3.15 График исходного и восстановленного собственного вектора без добавления шума при  $M=511$  ( $K_i = 3, q = 0$ )

Как видно по графику 3.14 и по результатам из таблицы 3.9 погрешность восстановления сигнала минимальна вплоть до использования минимального количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора.

Далее к неиспорченному фрагменту исходного вектора было добавлен белый шум с соотношением шум/сигнал –  $q = 0.1$

Таблица 3.10

Зависимость относительной погрешности восстановления ( $M$ ) от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума ( $R$ ) ( $K_i = 3, q = 0.1$ )

<b>M</b>	511	501	491	481	471	461	451	441	431	421	411	401	391
<b>R</b>	0,00 59	0,00 05	0,00 12	0,01 47	0,00 33	0,01 29	0,00 17	0,00 48	0,00 03	0,00 95	0,00 16	0,02 55	0,00 59
<b>M</b>	381	371	361	351	341	331	321	311	301	291	281	271	261
<b>R</b>	0,00 29	0,00 77	0,02 37	0,01 57	0,01 37	0,02 50	0,00 40	0,06 76	0,11 39	0,44 74	0,04 97	0,02 59	0,04 53
<b>M</b>	251	241	231	221	211	201	191	181	171	161	151	141	131
<b>R</b>	0,05 31	0,01 19	0,01 93	0,00 63	0,01 00	0,03 98	0,01 23	0,01 25	0,05 13	0,01 54	0,04 76	0,06 50	0,29 81

<b>M</b>	121	111	101	91	81	71	61	51	41	31	21	11	1
<b>R</b>	0,01 11	0,03 00	0,01 12	0,01 07	0,00 33	0,01 62	0,01 31	0,00 76	0,00 18	0,00 42	0,00 65	0,00 84	0,02 73

На рис.3.16 представлен график относительной погрешности восстановления от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума ( $K_i = 3$ ,  $q = 0.1$ ):

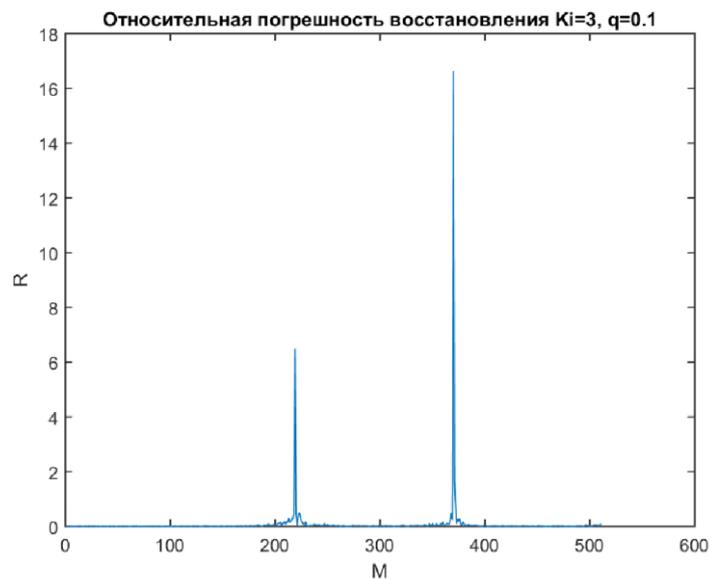


Рис.3.16 График зависимости относительной погрешности восстановления ( $R$ ) от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума ( $M$ ) ( $K_i = 3$ ,  $q = 0.1$ )

На рис.3.17 представлен график исходного и восстановленного собственного вектора без добавления шума при  $M=511$  ( $K_i = 3$ ,  $q = 0.1$ ):

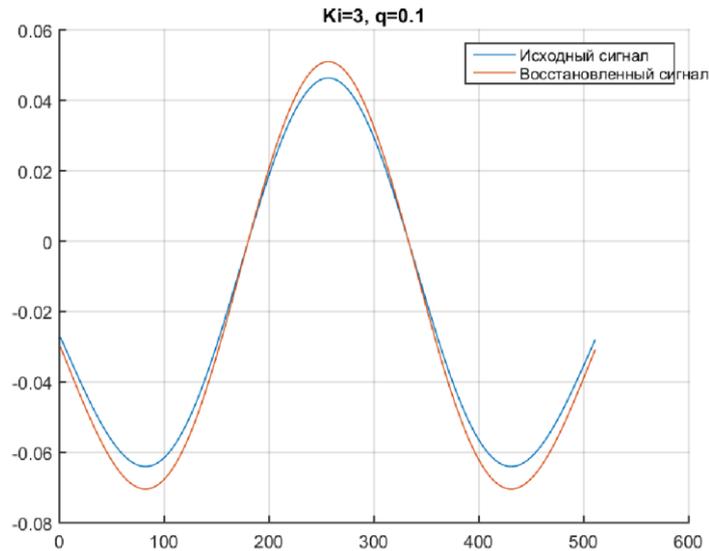


Рис.3.17 График исходного и восстановленного собственного вектора без добавления шума при  $M=511$  ( $K_i = 3, q = 0.1$ )

Далее к неиспорченному фрагменту исходного вектора было добавлен белый шум с соотношением шум/сигнал –  $q = 0.5$

Таблица 3.11

Зависимость относительной погрешности восстановления ( $M$ ) от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума ( $R$ ) ( $K_i = 3, q = 0.5$ )

<b>M</b>	511	501	491	481	471	461	451	441	431	421	411	401	391
<b>R</b>	0,02 45	0,04 68	0,01 33	0,03 25	0,07 25	0,02 83	0,00 74	0,01 91	0,00 86	0,03 68	0,02 72	0,02 45	0,04 68
<b>M</b>	381	371	361	351	341	331	321	311	301	291	281	271	261
<b>R</b>	0,06 11	0,10 56	0,17 04	0,24 19	0,23 72	0,16 06	0,21 14	4,05 12	0,12 56	0,10 60	0,45 41	0,06 11	0,10 56
<b>M</b>	251	241	231	221	211	201	191	181	171	161	151	141	131
<b>R</b>	0,06 42	0,03 90	0,05 88	0,06 15	0,09 31	0,23 32	0,02 43	0,16 00	0,28 27	0,90 95	0,66 16	0,06 42	0,03 90
<b>M</b>	121	111	101	91	81	71	61	51	41	31	21	11	1
<b>R</b>	0,22 90	0,02 49	0,08 42	0,10 62	0,02 58	0,02 18	0,11 98	0,03 45	0,07 75	0,04 03	0,07 26	0,22 90	0,02 49

На рис.3.18 представлен график относительной погрешности восстановления от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума ( $K_i = 3$ ,  $q = 0.5$ ):

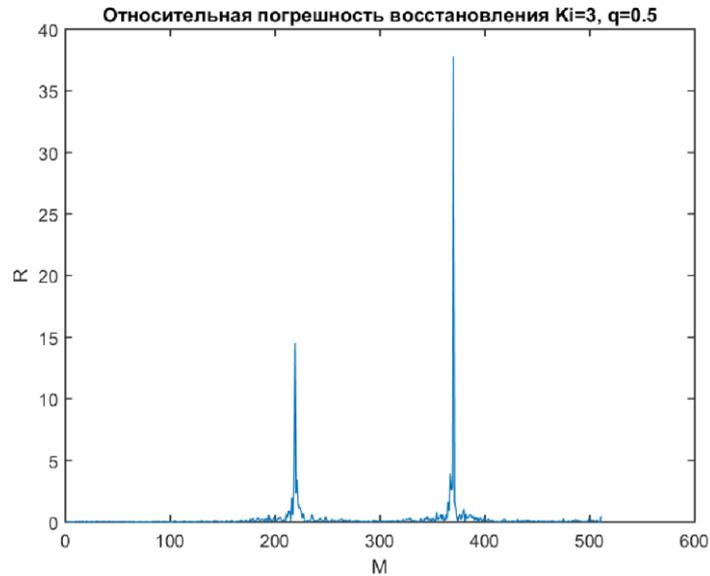


Рис.3.18 График зависимости относительной погрешности восстановления ( $R$ ) от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума ( $M$ ) ( $K_i = 3$ ,  $q = 0.5$ )

На рис.3.19 представлен график исходного и восстановленного собственного вектора без добавления шума при  $M=511$  ( $K_i = 3$ ,  $q = 0.5$ ):

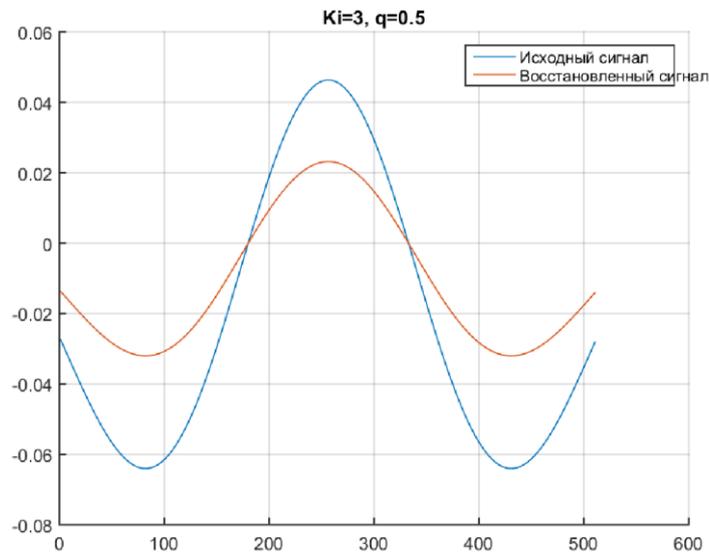


Рис.3.19 График исходного и восстановленного собственного вектора без добавления шума при  $M=511$  ( $K_i = 3$ ,  $q = 0.5$ )

Далее к неиспорченному фрагменту исходного вектора было добавлен белый шум с соотношением шум/сигнал –  $q = 0.8$

Таблица 3.12

Зависимость относительной погрешности восстановления ( $M$ ) от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума ( $R$ ) ( $K_i = 3$ ,  $q = 0.8$ )

<b>M</b>	511	501	491	481	471	461	451	441	431	421	411	401	391
<b>R</b>	0,16 09	0,00 98	0,04 05	0,09 02	0,02 54	0,08 28	0,05 95	0,07 20	0,05 67	0,04 74	0,02 96	0,16 09	0,00 98
<b>M</b>	381	371	361	351	341	331	321	311	301	291	281	271	261
<b>R</b>	0,03 13	0,13 67	0,14 31	0,09 86	0,04 67	0,19 60	0,28 36	7,43 40	0,24 85	0,23 94	0,36 39	0,03 13	0,13 67
<b>M</b>	251	241	231	221	211	201	191	181	171	161	151	141	131
<b>R</b>	0,07 75	0,20 42	0,11 18	0,09 32	0,10 20	0,04 94	0,28 83	0,16 78	0,55 44	2,05 01	1,15 71	0,07 75	0,20 42
<b>M</b>	121	111	101	91	81	71	61	51	41	31	21	11	1
<b>R</b>	0,42 44	0,10 33	0,16 05	0,20 09	0,15 74	0,15 20	0,23 77	0,13 32	0,01 56	0,13 39	0,26 82	0,42 44	0,10 33

На рис.3.20 представлен график относительной погрешности восстановления от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума при  $M=511$  ( $K_i = 3$ ,  $q = 0.8$ ):

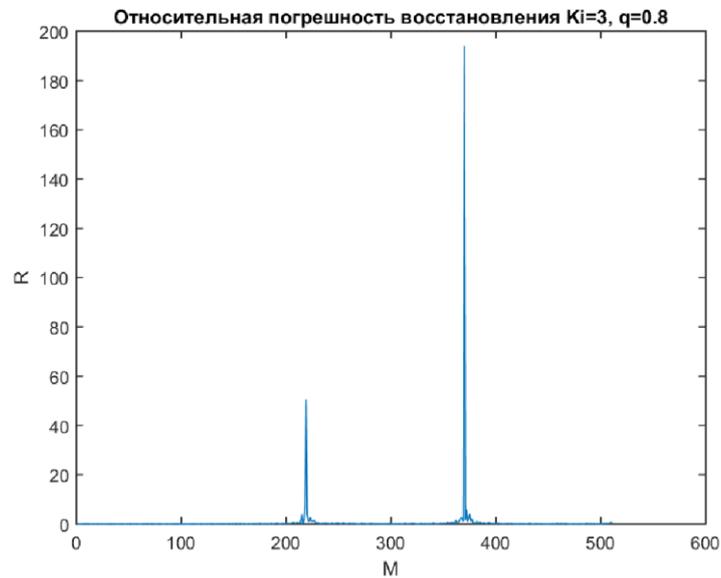


Рис.3.20 График зависимости относительной погрешности восстановления ( $R$ ) от количества отчетов неиспорченного фрагмента исходного вектора без добавления шума ( $M$ ) ( $K_i = 3$ ,  $q = 0.8$ )

На рис.3.21 представлен график исходного и восстановленного собственного вектора без добавления шума при  $M=511$  ( $K_i = 3$ ,  $q = 0.8$ ):

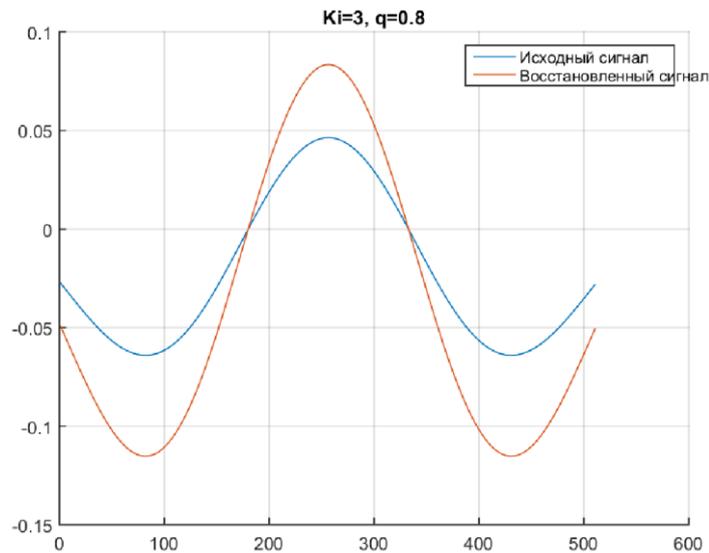


Рис.3.21 График исходного и восстановленного собственного вектора без добавления шума при  $M=511$  ( $K_i = 3$ ,  $q = 0.8$ )

По полученным результатам можно сделать следующие выводы:

1. Погрешность восстановления собственного вектора при отсутствии добавления белого шума к отчетам неиспорченного фрагмента исходного вектора дает полное восстановления вектора
2. При увеличении соотношения шум/сигнал относительная погрешность восстановления увеличивается
3. Чем более ортогонален собственный вектор субполосного ядра, тем менее значимо на него влияет соотношение шум/сигнал, соответственно использование данных векторов наиболее приемлемо в поставленной задаче

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения выпускной работы была достигнута установленная цель, а именно: была разработана технология формирования сигналов, устойчивых к воздействию короткодвигущих или сосредоточенных по спектру помех.

Для достижения цели были реализованы все поставленные задачи. Была рассмотрена проблема формирования сигналов, одни из фрагментов которых могут быть восстановлены по остальным. Показано, что класс таких сигналов не пуст и может быть реализован на основе собственных функций симметричных интегральных операторов. Получены интегральные уравнения Фредгольма второго рода, которым удовлетворяют восстанавливаемые фрагменты и установлены условия существования их решений.

По итогам реализации были получены следующие выводы:

1. Погрешность восстановления собственного вектора при отсутствии добавления белого шума к отчетам неиспорченного фрагмента исходного вектора дает полное восстановления вектора

2. При увеличении соотношения шум/сигнал относительная погрешность восстановления увеличивается

3. Чем более ортогонален собственный вектор субполосного ядра, тем менее значимо на него влияет соотношение шум/сигнал, соответственно использование данных векторов наиболее приемлемо в поставленной задаче

Рассмотрены вычислительные аспекты восстановления. Приведены результаты вычислительных экспериментов, иллюстрирующие влияние на доступные к восстановлению длительности фрагментов свойств исходных ядер (аппроксимирующих матриц).

В качестве важной конкретизации предлагаемого подхода рассмотрен класс интегральных операторов на основе субполосных ядер [8]. Эти интегральные операторы являются обобщением операторов, рассмотренных в работе [9] Собственные функции этих ядер позволяют сформировать сигналы

не только с восстанавливаемыми фрагментами по другим фрагментам, но и восстанавливать фрагменты их спектров Фурье. Получены соотношения, позволяющие реализовать такие восстановления.

Актуальность полученных результатов обусловлена тем, что в настоящее время существенно возрастает количество источников электромагнитных излучений, которые оказывают искажающее воздействие друг на друга. В частности воздействиям электромагнитных излучений, которые генерируются посторонними источниками, подвержены управляющие и коммуникационные сигналы. Разработанный в статье подход к формированию сигналов является вкладом в решение проблемы электромагнитной совместимости при реализации взаимодействия на расстоянии

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жиляков, Е.Г. Оптимальные каналные сигналы при цифровой передаче с частотным уплотнением [Текст] / Е.Г. Жиляков, С.П. Белов, Д.В. Урсол // Научные ведомости БелГУ Серия: Информатика, 2009. – № 7(62). – С. 166-172.
2. Жиляков, Е.Г. Вариационные методы анализа и построения функций по эмпирическим данным [Текст] / Е.Г. Жиляков. Белгород: Изд-во БелГУ, 2007. – 160 с.
3. Эммануил, С.А. Цифровая обработка сигналов: Практический подход [Текст] / С. А. Эммануил, У. Барри. Москва: Вильямс, 2008. – 282 с.
4. Тихвинский, В.В. Сети мобильной связи LTE. Технологии и архитектура [Текст] / В.В. Тихвинский, С.А. Терентьев, А.А. Юрчук. Москва: Эко-Трендз, 2013. - 200 с.
5. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст]: Учебное пособие для вузов / В.Е. Гмурман. Москва: Высшая школа, 2004. – 479 с.
6. Берлин, А.В. Цифровые сотовые системы связи [Текст] / А.В. Берлин. Москва: Эко-Трендз, 2012. – 133 с.
7. Гордиенко, В. Н. Многоканальные телекоммуникационные системы. Учебник для вузов [Текст] / В.Н. Гордиенко М.С Тверецкий. Москва: Горячая линия-Телеком, 2007. – 88с.
8. Слепов, Н.Н. Синхронные цифровые сети SDH [Текст] / Н.Н. Слепов. Москва: Эко-трендз, 2012. – 122 с.
9. Соболев, Ю.В. Системы синхронизации в цифровых системах связи [Текст] / Ю.В. Соболев. Москва: Эко-трендз, 2002. – 101 с.
10. Курицын, С.А. Телекоммуникационные технологии и системы [Текст] / С.А. Курицын. Москва: Academia, 2008. – 155 с.
11. Берлин, А.В. Сотовые системы связи [Текст] / А.В. Берлин. Москва: Эко-Трендз, 2011. - 121 с.

12. Френкс, Л. Теория сигналов [Текст] / Френкс Л. М.: Сов. Радио, 1974. – 344 с.
13. Малла, С. Вейвлеты в обработке сигналов [Текст] / Малла С. М.: Мир, 2008. – 671 с.
14. Смирнов, В.И. Курс высшей математики [Текст] / В.И. Смирнов. М.:Наука, 1974. – 520 с.
15. Васильева, А.Б. Интегральные уравнения [Текст] / А.Б. Васильева, Н.А. Тихонов. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 501 с.
16. Ректорис, К. Вариационные методы в математической физике и технике [Текст] / Ректорис К. М.: Мир, 1984
17. Гантмахер, Ф.Р. Теория матриц [Текст] / Ф.Р. Гантмахер М.: Наука, 1967. – 370 с.
18. Хорн, Р. Матричный анализ [Текст] / Хорн Р., Джонсон Ч. М.: Мир, 1989. - 528 с.
19. Жилияков, Е. Г. Оптимальные субполосные методы анализа и синтеза сигналов конечной длительности [Текст] / Е.Г. Жилияков // Автомат. и телемех, 2015. – № 4. – С. 51–66.
20. Хургин, Я.И. Фinitные функции в физике и технике [Текст] / Я.И. Хургин, В.П. Яковлев. М.: Наука, 1971.
21. Rappaport, S. S. Spread-spectrum signal acquisition-Methods and technology [Текст] / S.S. Rappaport, D.M. Grieco // IEEE Communications Magazine. – 1984. – Т. 22. – С. 6-21.
22. Peterson, R. L. Introduction to spread-spectrum communications [Текст] / R. L. Peterson, R. E. Ziemer, D. E. Borth – New Jersey : Prentice hall, 1995. – Т. 995.
23. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст]: Учебное пособие для вузов / В.Е. Гмурман. Москва: Высшая школа, 2004. – 479 с.

24. Ozdemir E. A resampling-based markovian model for automated colon cancer diagnosis [Текст] / E. Ozdemir, C. Sokmensuer, C. Gunduz-Demir // IEEE Transactions on Biomedical Engineering. – 2012. – Vol. 59(1). P. 281–289.

25. Siegel, R. Cancer statistics [Текст] / R. Siegel, D. Naishadham, A. Jemal // CA: A Cancer Journal for Clinicians. – 2013. – Vol. 63. – P. 11–30.

26. Жилияков, Е.Г., Веселых Н.К. Сжатие изображений на основе субполосного анализа/синтеза [Текст] / Е.Г. Жилияков, Н.К. Веселых // Научные ведомости Белгородского государственного университета. Серия: Экономика. Информатика. 2014. №21-1 (192).

27. Жилияков, Е.Г. Вариационные алгоритмы анализа и обработки изображений на основе частотных представлений: моногр. [Текст] / Е.Г. Жилияков, А.А. Черноморец. – Белгород: Изд-во ГиК, 2009. – 146 с.

28. Жилияков, Е.Г. Методы анализа и построения функций по эмпирическим данным на основе частотных представлений [Текст] / Е.Г. Жилияков. – Белгород, изд-во БелГУ, 2007. – 160 с.

29. Жилияков, Е.Г. Метод определения точных значений долей энергии изображений в заданных частотных интервалах [Текст] / Е.Г. Жилияков, А.А. Черноморец, И.В. Лысенко // Вопросы радиоэлектроники. Сер. РЛТ. — 2007. — Вып. 4. — С. 115-123.

30. Жилияков, Е.Г. Частотный анализ речевых сигналов [Текст] / Е.Г. Жилияков, Е.И. Прохоренко // Научные ведомости Белгородского государственного университета. – Белгород, 2006. – №2 (3.118), выпуск 3. – С. 201-208. – (Серия: информатика и прикладная математика).

31. Черноморец, А.А. Оценка количества значимых долей энергии изображения, определяемых его проекциями на собственные векторы субполосных матриц [Текст] / Е.Г. Жилияков, А.А. Черноморец // Информационные системы и технологии. — № 3 (71). — 2012. — С. 51-58.

32. Синхронизация по уровню сигнала в триггерах [Электронный ресурс] / habrahabr.ru – Хабрахабр / URL: <https://habrahabr.ru/post/115690/htm> (дата обращения 25.05.2018)

33. Синхронизация в LTE [Электронный ресурс] / anisimoff.org / LTE, WiMax, WiFi / URL: [http://anisimoff.org/lte/lte\\_synch.html](http://anisimoff.org/lte/lte_synch.html) (дата обращения 25.05.2018)

34. Синхронизация цифровых систем связи по сигналам спутниковых радионавигационных систем [Электронный ресурс] / radio-systems.org/- Радиотехнические системы / URL: [http://radio-systems.org/synchronization\\_of\\_communication\\_systems](http://radio-systems.org/synchronization_of_communication_systems) (дата обращения 25.05.2018)

35. LTE [Электронный ресурс] / ru.wikipedia.org / Википедия – свободная энциклопедия / URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/LTE> (дата обращения 25.05.2018)

36. LTE Advanced [Электронный ресурс] / ru.wikipedia.org / Википедия – свободная энциклопедия / URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/LTE> (дата обращения 25.05.2018)

37. Корреляция [Электронный ресурс] / ru.wikipedia.org / Википедия – свободная энциклопедия / URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Корреляция> (дата обращения 25.05.2018)

38. QPSK and OFDM with MATLAB System Objects [Электронный ресурс] / mathworks.com / MathWork – Makers of Matlab and Simulink / URL: <http://www.mathworks.com/examples/matlab-communications/mw/comm-ex74651154-qpsk-and-ofdm-with-matlab-system-objects> (дата обращения 25.05.2018)

39. LTE System Toolbox [Электронный ресурс] / mathworks.com / MathWork – Makers of Matlab and Simulink / URL: <http://www.mathworks.com/products/lte-system/> (дата обращения 25.05.2018)

40. Downlink frame timing estimate [Электронный ресурс] / mathworks.com / MathWork – Makers of Matlab and Simulink / URL: <http://www.mathworks.com/help/lte/ref/ltdlframeoffset.html> (дата обращения 25.05.2018)

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

```

clc
clear
close all
N=512;
Om=4*pi/N;
sig=2;
sigq=sig^2;

qArray = [0.1];
rSredArrayQ = zeros(1,length(qArray));
rSredArif = zeros(length(qArray),N-1);

figureIndex = 1;
for qIndex= 1:length(qArray)
    q = qArray(qIndex);
    %Восстановление фрагментов
    A0 = zeros(N, N);
    Q = zeros(N, N);
    Q1 = zeros(N, N);
    for i=1:N
        for k=1:N
            if i==k A0(i,k)=Om/pi;else
                A0(i,k)=sin(Om*(i-k))/(pi*(i-k));end
            %A0(i,k)=exp(-4*(i*k)/N);
            %A0(i,k)=cos(4*pi*(i-k)/N);
        end
    end
    [Q,L]=eig(A0);
    for i=1:N
        Ni=N+1-i;
        Q1(:,i)=Q(:,Ni);
        L1(i)=L(Ni,Ni);
    end

    Ki=1; %номер собственного вектора (собственного числа)
    r = zeros(1,N-1);
    %    M = 300
    for M=1:N-1
        B=zeros(M,M);
        QQ1=zeros(M,M);
        LL1=zeros(1,M);
        Dv=zeros(M,N-M);
        z2=zeros(1,M);
        z1=zeros(1,M);
        c=zeros(1,M);
        for i=1:M
            z1(i)=Q1(i,Ki);%+Q1(i,Ki+2); восстанавливаемый фрагмент исходного вектора
            for k=1:M %формирование матрицы для восстановления
                if i==k

```

```

        B(i,k)=L1(Ki)-A0(i,k);
    else
        B(i,k)=-A0(i,k);
    end
end
% dd(M) = det(B);
z2 = zeros(1, M);
zzz = zeros(1, M);
v = zeros(1, M);
for k=1:M
    v(k) = randn;
    zzz(k)=Q1(k,Ki);%+Q1(k+M,Ki+2); неиспорченный фрагмент исходного вектора
end
for k=1:N-M
    Dv(i,k)=A0(i,k+M); %блок исходной матрицы
end
%      z2(1:sh) = zzz(1:sh) +cc*v(1:sh);
end

vv = norm(v);
zz2 = norm(zzz);
cc = q*zz2./vv; %z2
z2 = zzz;
if M < 100 uu = M; else uu = 100; end
z2(1:uu) = zzz(1:uu) +cc*v(1:uu);

QQ = zeros(M, M);
LL = zeros(M, M);
QQ1 = zeros(M, M);
LL1 = zeros(M, M);
[QQ,LL]=eig(B);
for k=1:M
    Mk=M+1-k;
    QQ1(:,Mk)=QQ(:,Mk);
    LL1(Mk)=LL(Mk,Mk);
end;
%псевдо решение СЛАУ восстановления
zv=Dv*z2';%правая часть системы слау
c1=QQ'*zv;
for k=1:M
    c(k)=c1(k)/LL1(k);
end
z1v=inv(B)*zv;%QQ*c'; прямое решение СЛАУ, восстановленная часть вектора
z1v=z1v.*1*10^-6;
% dB(M)=det(B);
% yv=inv(B)*Dv*z2';
dy=norm(z1v-z1');
zz=norm(z1);
r(M)=dy/zz;%относительная погрешность восстановления

% среднеквадр погрешность
sum1=0;

```

```

sum2=0;
for ind=1:M
    sum1=sum1+(z1(ind) - z1v(i))^2;
    sum2=sum2+(z1(i))^2;
end
rSredArif(qIndex, M) = sqrt(sum1/sum2);
end
%конец
zx=B*z1';
zy=Dv*z2';
cc=QQ'*zx;
ccv=QQ'*zy;
ccz1=QQ'*z1';
for k=1:M
    ccz1v(k)=ccz1(k)*LL1(k);
    cccv(k)=(ccv(k))/LL1(k)-ccz1(k);
end
zz1v=QQ*cccv';
zzzv=QQ*ccz1';
[QQ,LL]=eig(B);

%Среднеарифметическая погрешность
rSredQ = sum(rSredArif(qIndex,:))/length(rSredArif(qIndex,:));

%figure(1)
f1 = figure(figureIndex);
%
subplot(2,2,1);
plot(z1)
legend('Исходный сигнал')
grid on
title(['Ki=' num2str(Ki) ', q=' num2str(q)])
%
subplot(2,2,2);
plot(z1v)
legend('Восстановленный сигнал')
grid on
title(['Ki=' num2str(Ki) ', q=' num2str(q)])
%
path = ['Ki' num2str(Ki)];
mkdir(path)

subplot(2,2,[3,4]);
hold on
plot(z1)
plot(z1v)
hold off
grid on
legend('Исходный сигнал','Восстановленный сигнал')
title(['Ki=' num2str(Ki) ', q=' num2str(q)])
saveas(f1, [path '\signals_q' num2str(q) '.png']);
% close(f1)

```

```

%figure(2)
f2 = figure(figureIndex + 1);
plot(r)
legend('Относительная погрешность восстановления')
title(['Ki=' num2str(Ki) ', q=' num2str(q)])
saveas(f2, [path 'r_q' num2str(q) '.png']);
% close(f1)
% close all
figureIndex = figureIndex + 2;

rSredArrayQ(1,qIndex) = rSredQ;
end

% %figure(3)
% f3 = figure(figureIndex+1);
% plot(qArray, rSredArrayQ)
% legend('Значение отношения средней среднеквадратической ошибки от шум/сигнал')
% xlabel('Шум/Сигнал')
% ylabel('Среднее среднеквадратической погрешности')
% title(['Ki=' num2str(Ki)])
% saveas(f3, [path 'rArifSred_q' num2str(q) '.png']);
% % close(f1)
% close all

```