Татьяна Анатольевна Ерина
Белгородский государственный национальный исследовательский университет,
к. пед .н., доцент кафедры общей математики,
г. Белгород,
erina@bsu.edu.ru
Татьяна Георгиевна Кузьмичева
Белгородский государственный национальный исследовательский университет,
к.ф.-м.н., доцент кафедры прикладной информатики и информационных технологий,
г. Белгород,
kuzmicheva@bsu.edu.ru

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОСНОВНЫХ ТЕНДЕНЦИЙ РАЗВИТИЯ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

Tatiana Anatolievna Erina
Belgorod National Research University,
Candidate of pedagogical sciences,
Associate Professor of the Department of General Mathematics,
Belgorod,
erina@bsu.edu.ru
Tatyana Georgievna Kuzmichova
Belgorod National Research University,
Candidate of physico-mathematical sciences,
Associate Professor of the Department of Applied Informatics and Information Technologies,
Belgorod,
kuzmicheva@bsu.edu.ru

MODELING OF THE BASIC TENDENCIES OF DEVELOPMENT OF SOCIAL AND ECONOMIC INDICATORS

Основной задачей экономико-математического исследования является изучение изменений анализируемых показателей во времени. Анализируя данные по определенному ряду показателей в тот или иной момент времени или за ряд промежутков времени, следующих друг за другом, можно изучать и прогнозировать изменения показателей [1, с. 133] .

Использование регрессионных моделей временных рядов для прогнозирования является актуальным для социально-экономических исследований. Моделирование экономических объектов с привлечением математического аппарата представляет собой довольно сложную работу, так как построенная модель должна удовлетворять важным требованиям: быть адекватной, быть изоморфной, быть достаточно простой для пользователя и допускать решения на современных вычислительных средствах.

Проводимая нами работа по моделированию основных тенденций различных экономических показателей, совместно со студентами, занимающимися научно-исследовательской деятельностью, дала определенные результаты: создан программный продукт «Автоматизация построения экономико-математических моделей» (свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2016619354); разработано учебно-методическое пособие по анализу временных рядов; построены и исследованы экономикоматематические модели развития тенденций некоторых экономических показателей по Белгородской области.

Представим основные выводы по решению задачи о прогнозировании уровня безработицы (по Белгородской области) на 2017-18 годы. Исходными данными являются результаты статистических исследований 2008-2016 гг.

	1(2008)	2(2009)	3(2010)	4(2011)	5(2012)	6(2013)	7(2014)	8(2015)	9(2016)
y(t)	68,7	71,6	87,8	42,4	48,2	58,5	58,8	43	42,5

1. Для построения модели и прогноза была проведена оценка данных. Они сопоставимы, однородны, устойчивы и обладают полнотой.

2. Далее необходимо выявить тренд в развитии исследуемого показателя. (Под трендом понимается устойчивое систематическое изменение процесса в течение длительного периода времени). Наиболее важными из тенденций в наличии тренда являются тенденции среднего значения и дисперсии. Выявим тренд по методу Фостера - Стюарда. Расчетные значения найдем по формулам: $t_s = \frac{|S_t-\mu|}{\sigma_1}$, $t_d = \frac{|d|}{\sigma_2}$. Где S=8, d=2, μ=3,858, $\boldsymbol{\sigma}_1$ =1,288, $\boldsymbol{\sigma}_2$ =1,964 ($\boldsymbol{\sigma}_1$, $\boldsymbol{\sigma}_2$- выбираются из таблиц, в зависимости от длины временного ряда), $t_{критич.}$=2,306.

$$t_s = \frac{|8-3{,}858|}{1{,}288} = 3{,}2 \; t_d = \frac{|2|}{1.964} = 1{,}02$$

Расчетные значения сравнивают с табличными. Если $t_{расч}$> $t_{критич.}$, то значит, что тренд существует. У нас он имеется только в средней: 3,2>2,306, но не в дисперсии, т.к. 1, 02<2,306.

3. Проведем сглаживание ряда с помощью метода скользящей средней. Это необходимо для выявления более четкой тенденции развития статистического показателя (используем метод скользящей простой средней, интервал сглаживания m=3). Получили «сглаженный» ряд.

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$Y^*(t)$	68,7	76	67,3	59,5	49,7	55,2	53,4	48,1	42,5

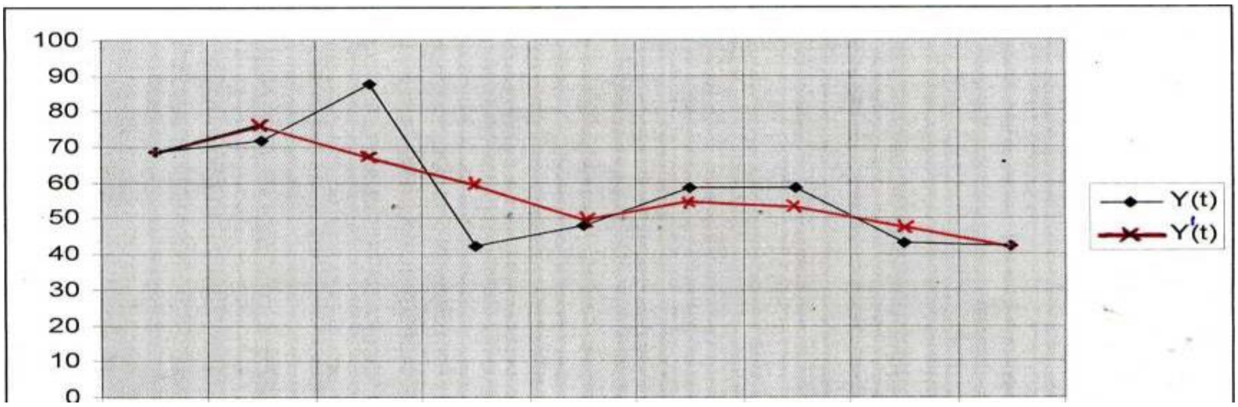

График по исходным и сглаженным данным.

График подтверждает наличие тренда и имеет вид возрастающей ломанной.

4. Проведем расчет параметров модели. Нечувствительные параметры кривых роста обычно определяются МНК. Для полиномиальной модели:

$Y(t) = a_0 + a_1 \times t$, где $a_1 = (\sum(t - t_{ср}) \times (Y - Y_{ср})) \div \sum(t - t_{ср})^2$, $a_0 = Y_{ср} - a_1 \times t_{ср}$, $t_{ср} = \frac{\sum t}{n}$, $Y_{ср} = \frac{\sum Y}{n}$, вычислив параметры a_1=-220,6:60=-3,7; a_0=57,8+3,7×5=76,3, получаем:

Y_n= 76,3 - 3,7 × t – уравнение линейной модели.

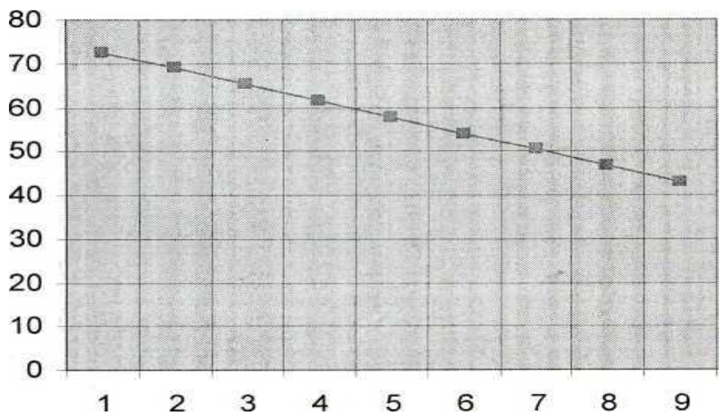

График уравнения линейной модели Y_n= 76,3 - 3,7 × t.

5. Проведем оценку адекватности построенной модели. Будем использовать вспомогательную таблицу расчетных характеристик:

Факт $Y(t)$	$p(t)$	Отклонение $E(t)$	Точки поворота	$E^2(t)$	$E(t+1)$	$E(t)$-$E(t+1)$	$(E(t)$-$E(t+1))^2$	$\|E(t)\|:Y(t)$
68,7	72,6	-3,9		15,21	7,1	-11	121	0,06
76	68,9	7,1	1	50,41	2,1	5	25	0,09
67,3	65,2	2,1	0	4,41	-2	4,1	16,81	0,03
59,5	61,5	-2	0	4	-8,1	6,1	37,21	0,03
49,7	57,8	-8,1	1	65,61	1,1	-9,2	84,64	0,16
55,2	54,1	1,1	0	1,21	3	-1,9	3,61	0,02
53,4	50,4	3	1	9	1,4	1,6	2,56	0,06
48,1	46,7	1,4	0	1,96	-0,5	1,9	3,61	0,03
42,5	43	-0,5		0,25				0,01
			3	152,06			294,44	0,49

а) Оценка по свойству случайности остаточной компоненты E(t). Проверка случайности рядов остатков проводится по критерию пиков (по числу поворотных точек).

$$P_{расч} = 3;\ P_{kp} = [2 \times (n-2) \div 3 - 2 \times \sqrt{(16 \times n - 29) \div 90}] = 2.$$

Так как $P_{расч} > P_{kp}$, то свойство случайности выполняется.

б) Оценка независимости уровней ряда остатков по d-критерию (отсутствие автокорреляции). Наличие автокорреляции в ряду устанавливается при помощи d- критерия Дабрина-Уотсона. Найдем по формуле:

$\mathrm{d} = \frac{\sum_{t=2}^{N}[E(t)-E(t-1)]^2}{\sum_{t=2}^{N} E(t)^2}$ расчетное значение критерия: $d_{расч}$=294,44:152,06=1,94.

Его сравниваем с 2-мя табличными уровнями: d_1= 1,08 и d_2= 1,36 для (n≤10).

Из того что $d_{расч} > d_2$ следует вывод об отсутствии автокорреляции.

в) Проверка соответствия уровней ряда остатков нормальному закону распределения осуществляется при помощи RS-критерия: $RS = (E_{max}$-$E_{min})\div S$.

E_{max}=7,1 и E_{min}=-8,l, а размах 15,2. $S = \sqrt{\frac{\sum E(t)^2}{n-1}}$; $S = \sqrt{\frac{152,06}{8}} = 4,36$. RS = (7,1 + 8,1) ÷4,36 = 3,49.

Значение этого критерия попадает между табулированными границами (2,7- 3,7), значит, свойство нормальности распределения выполняется. Это позволяет строить доверительный интервал прогноза.

г) Проверка модели на точность. Для характеристики точности воспользуемся средней относительной ошибкой: $E_{отн} = \frac{1}{n} \times \sum_{i=1}^{n} \frac{|E(t)|}{Y(t)} \times 100\%$; $E_{отн} = \frac{1}{9} \times 0,49 \times 100\% =$ 5,4%. Так как точность составляет 5,4%, то можно сказать об удовлетворительном уровне точности.

Вывод: построенная модель адекватна и достаточно точна, это позволяет нам сделать на ее основе прогноз.

1. *Точечный прогноз* – на k шагов вперед получается путем подстановки в уравнение модель параметра $t = n + k$.

1шаг: (k= 1), t = 9 +1 =10, Y_p(10) = 76,3-3,7×10 = 39,3.

2 шага: (k = 2), t = 9 + 2 = 11, Y_p(11) = 76,3-3,7×11 = 35,6.

2. *Интервальный прогноз* – на к шагов устанавливается и доверительные границы прогноза: верхняя и нижняя. Доверительный интервал прогноза будет иметь следующие границы: верхняя граница: $Y_p\ (N + k) + U(k)$; нижняя граница $Y_p\ (N + k) - U\ (k)$.

$U(k) = S \times K_p \times \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \left(n + k + t_{ср}\right)^2 \div \sum_{t=1}^{N} \left(t - t_{ср}\right)^2}$, где K_p – табличное значением t-статистики Стьюдента, K_p=l,05 , S=4,36.

1шаг: $U(1) = 4,36 \times 1,05 \times \sqrt{(1 + \frac{1}{9} + (9 + 1 - 5)^2 \div 60} = 4,36 \times 1,05 \times 1,24 = 5,7$

Верхняя граница Y_p(10) +U(1) =3 9,3+5,7=4 5

Нижняя граница Y_p(10) - U(1) =39,3-5,7=33,6. *Интервал:* (45 ;33,6).

2шаг: $U(2) = 4,36 \times 1,05 \times \sqrt{(1 + \frac{1}{9} + (9 + 2 - 5)^2 \div 60} = 4,36 \times 1,05 \times 1,31 = 6$

Верхняя граница Y_p(11) +U(2) =35,6+6=41,6

Нижняя граница Y_p(11) -U(2) =3 5,6-6=29,6. *Интервал*: (41,6;29,6) .

Таким образом, анализ построенной нами модели показал, что она адекватна и достаточно точна. Это позволило сделать на ее основе точечный и интервальный прогнозы на 2 года вперед (на 2016 и 2017 годы). Точечный прогноз показал, что в 2016 году уровень безработицы составит примерно 39,3 тысяч человек, а в 2017 снизится предположительно до 35,6 тысяч человек. Проведенное исследование дает основание сделать вывод о тенденции к постепенному снижению уровня безработицы в Белгородской области.

Список литературы

1. Кремер, Н.Ш., Путко, Б.А. Эконометрика: Учебник/ Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2010. – 328 с.
2. Кремер, Н.Ш. Математическая статистика: Учебное пособие / Н.Ш. Кремер. - М.: Экономическое образование, 1992. -112 с.
3. Карасев, А.И., Кремер, Н.Ш., Савельева, Т.И. Математические методы и модели в планировании/ А.И.Карасев, Н.Ш. Кремер, Т.И. Савельева. – М.: Экономика, 1987. – 198 с.