СБОРНИКЪ ЗАДАЧЪ

ПО

ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКѢ.

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ.

СЪ 193 ЧЕРТЕЖАМИ ВЪ ТЕКСТѢ.

РЕДАКТИРОВАЛЪ И ИЗДАЛЪ

И. В. МЕЩЕРСКІЙ,

Профессоръ СПБ. Политехническаго Института
Императора Петра Великаго.

С.-ПЕТЕРБУРГЪ.
1911.

98

Типографія А. С. Суворина. Эртелевъ, 13

ПРЕДИСЛОВІЕ.

Настоящему печатному изданію первой части «Сборника задачъ по Теоретической Механикѣ» предшествовали два литографированныхъ изданія, предназначавшихся для студентовъ СПБ. Политехническаго Института: первое было выпущено въ 1907-мъ, второе—въ 1909-мъ году.

Первая часть «Сборника» содержитъ задачи изъ числа тѣхъ, которыя предлагались студентамъ второго семестра техническихъ отдѣленій СПБ. Политехническаго Института на упражненіяхъ по Теоретической Механикѣ.

Идеи нѣкоторыхъ изъ этихъ задачъ заимствованы изъ изданныхъ ранѣе сборниковъ: Walton, Zech и др., но многія задачи появляются здѣсь впервые въ печати.

Раздѣленіе «Сборника» на отдѣлы, а также и объемъ каждаго изъ отдѣловъ соотвѣтствуютъ тому курсу Теоретической Механики, который читается на второмъ семестрѣ техническихъ отдѣленій СПБ. Политехническаго Института *): наибольшее мѣсто отведено задачамъ по Статикѣ, значительно меньшее—задачамъ по Кинематикѣ и Динамикѣ; это объясняется тѣмъ обстоятельствомъ, что Кинематика и Динамика въ болѣе полномъ видѣ излагаются на третьемъ и четвертомъ семестрахъ,—соотвѣтствующія задачи входятъ во вторую часть «Сборника задачъ по Теоретической Механикѣ», литографированныя изданія которой выпущены для студентовъ СПБ. Политехническаго Института въ 1908-мъ и 1910-мъ годахъ.

При выборѣ задачъ особенное вниманіе обращалось на то, чтобы онѣ имѣли конкретную форму: главная цѣль, которую преслѣдуютъ упражненія по Теоретической Механикѣ въ СПБ. Политехническомъ Институтѣ, состоитъ въ томъ, чтобы дать возможность студентамъ пріобрѣсти

---

*) На первомъ семестрѣ въ СПБ. Политехническомъ Институтѣ Теоретическая Механика не читается.

необходимое для нихъ умѣнье примѣнять теоремы и методы, излагаемые въ курсѣ, къ рѣшенію конкретныхъ вопросовъ прикладного знанія.

Всѣ задачи сопровождаются отвѣтами, а нѣкоторыя изъ нихъ и краткими указаніями, облегчающими рѣшеніе.

Въ составленіи «Сборника» принимали участіе, кромѣ меня, слѣдующія лица, которыя, въ качествѣ преподавателей, вели упражненія со студентами СПБ. Политехническаго Института по Теоретической Механикѣ: *Л. В. Ассуръ*, *Б. А. Бахметевъ*, *К. М. Дубяга*, *А. М. Ларіоновъ*, *В. Ѳ. Митькевичъ*, *Е. Л. Николаи*, *К. Е. Рерихъ*, *В. В. Таклинскій*, *А. И. Тудоровскій*, *А. П. Фанъ-деръ-Флитъ*, *А. К. Федерманъ* и *В. Д. Шатровъ*.

Первая часть «Сборника» проредактирована и издана мною при ближайшемъ участіи *К. Э. Рериха*.

Проф. *И. Мещерскій*.

ОГЛАВЛЕНІЕ.

СОКРАЩЕНІЯ ВЪ ТЕКСТѢ.

км. = километръ.	*тн.* = тонна.
м. = метръ.	*кгр.* = килограммъ.
дм. = дециметръ.	*гр.* = граммъ.
см. = сантиметръ.	*мгр.* = миллиграммъ.

≅ знакъ приближеннаго равенства.

ПРИМѢЧАНІЯ.

1. Во всѣхъ задачахъ, при рѣшеніи которыхъ необходимо принять во вниманіе положеніе центра тяжести какихъ либо тѣлъ (стержней, балокъ, пластинокъ и пр.), слѣдуетъ имѣть въ виду, что эти тѣла **однородной плотности**,— если не дано особыхъ указаній.

2. Для того, чтобы указать, что реакція, давленіе или ихъ проекціи относятся къ опредѣленной опорѣ, обозначенія этихъ величинъ сопровождаются соотвѣтствующими индексами, напр., для опоры A: R_a, N_a, X_a, Y_a, Z_a.

Статика въ плоскости.

I. Силы, линіи дѣйствія которыхъ пересѣкаются въ одной точкѣ.

1.— Буксирный пароходъ тянетъ три баржи различныхъ размѣровъ, слѣдующія одна за другою. Сила тяги пароходнаго винта въ данный моментъ равна 1800 кгр. Сопротивленіе воды движенію парохода равно 600 кгр., первой баржи—тоже 600 кгр., второй баржи 400 кгр. и третьей 200 кгр. Имѣющійся въ распоряженіи канатъ выдерживаетъ безопасно силу растяженія въ 200 кгр. Сколько канатовъ надо протянуть отъ парохода къ первой баржѣ, отъ первой ко второй и отъ второй къ третьей?

Отв. 6 канатовъ, 3 и 1 канатъ.

2.— На днѣ шахты находится человѣкъ вѣсомъ 4 пуда; онъ поднимаетъ съ помощью каната, перекинутаго черезъ неподвижный блокъ, грузъ 3 пуда; какое давленіе оказываетъ человѣкъ на дно шахты? какой наибольшій грузъ онъ можетъ поднять съ помощью этого каната?

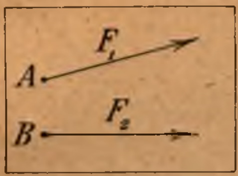
Отв. 1 пудъ; 4 пуда.

3.— Поѣздъ идетъ по прямолинейному горизонтальному пути съ постоянной скоростью; вѣсъ поѣзда, не считая паровоза, 180 тоннъ. Какова сила тяги паровоза, если сопротивленіе тренія равно 0,005 давленія поѣзда на рельсы?

Отв. 900 кгр.

4.— Двѣ лошади, идущія по берегамъ канала съ постоянною скоростью, тянутъ барку при помощи двухъ канатовъ. Силы натяженія канатовъ равны 5 пуд. и 6 пуд.; уголъ между ними равенъ 60°. Найти сопротивленіе воды P, испытываемое баркою при ея движеніи, и углы α и β, которые должны составлять канаты съ берегами канала, если барка движется параллельно берегамъ.

Отв. $P=\sqrt{91}\cong 9{,}54$ пуд.; $\alpha\cong 33°$; $\beta\cong 27°$.



5. — Найти построеніемъ равнодѣйствующую силъ F_1 и F_2 по величинѣ и направленію, если точка пересѣченія линій дѣйствія этихъ силъ не помѣщается на чертежѣ.

6. — Кольца A, B и C трехъ пружинныхъ вѣсовъ укрѣплены неподвижно на горизонтальной доскѣ. Къ крючкамъ вѣсовъ привязаны три веревки, которыя натянуты и связаны въ одинъ узелъ D. Показанія вѣсовъ: 16, 14 и 26 фунтовъ. Опредѣлить углы α и β, образуемые направленіями веревокъ, какъ указано на чертежѣ.

Отв. $\alpha \cong 28^\circ$; $\beta \cong 32^\circ 20'$.

7. — Негладкой наклонной плоскости приданъ такой уголъ α наклона къ горизонту, что тяжелое тѣло, помѣщенное на эту плоскость, спускается съ тою постоянною скоростью, которая ему сообщена въ началѣ движенія. Опредѣлить коефиціентъ динамическаго тренія k.

Отв. $k = \operatorname{tg}\alpha$.

8. — Вагонъ, спускающійся съ уклона въ 0,008, достигнувъ нѣкоторой опредѣленной скорости, движется затѣмъ равномѣрно. Опредѣлить сопротивленіе R, которое испытываетъ вагонъ при этой скорости, если вѣсъ вагона равенъ 10 тоннамъ.

Уклономъ пути называется тангенсъ угла наклоненія пути къ горизонту; вслѣдствіе малости уклона синусъ можетъ быть принятъ равнымъ тангенсу этого угла.

Отв. $R \cong 80$ кгр.

9. — Поѣздъ поднимается по прямолинейному пути, имѣющему уклонъ 0,008, съ постоянной скоростью; вѣсъ поѣзда, не считая паровоза, 180 тоннъ. Какова сила тяги паровоза P, если сопротивленіе тренія равно 0,005 давленія поѣзда на рельсы?

Отв. $P \cong 2340$ кгр.

10. — Найти уголъ естественнаго откоса земляного грунта, если коефиціентъ тренія для этого грунта $k = 0{,}8$.

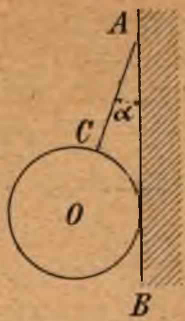
Угломъ естественнаго откоса называется тотъ наибольшій уголъ наклона откоса къ горизонту, при которомъ частица грунта, находящаяся на откосѣ, остается въ равновѣсіи.

Отв. $38^\circ 40'$.

11. — Шаръ вѣсомъ 20 фунт. удерживается на наклонной плоскости веревкой, привязанной къ пружиннымъ вѣсамъ; показаніе пружинныхъ вѣсовъ 10 фунт. Уголъ, образуемый наклонной плоскостью съ горизонтомъ, равенъ 30°. Опредѣлить уголъ α, составляемый направленіемъ веревки съ вертикалью, и давленіе Q шара на плоскость.

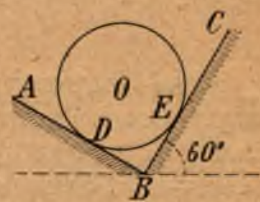
Отв. $\alpha = 60^\circ$; $Q = 10\sqrt{3}$ фунт.

12.— Къ вертикальной гладкой стѣнѣ AB подвѣшенъ шаръ O на веревкѣ AC. Веревка составляетъ со стѣной уголъ α, вѣсъ шара P. Опредѣлить натяженіе веревки T и давленіе Q шара на стѣну.



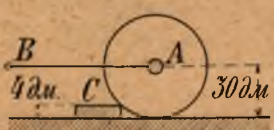
Отв. $T = \dfrac{P}{\cos\alpha}$; $Q = P\operatorname{tg}\alpha$.

13.— На двухъ взаимно перпендикулярныхъ наклонныхъ плоскостяхъ AB и BC лежитъ шаръ O вѣсомъ 6 кгр. Опредѣлить давленіе шара на каждую плоскость, зная, что плоскость BC составляетъ съ горизонтомъ уголъ 60°.



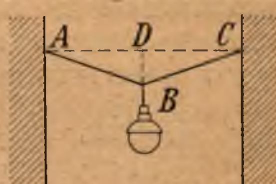
Отв. $N_d = 3\sqrt{3}$ кгр.; $N_e = 3$ кгр.;

14.— Вѣсъ трамбовочнаго катка равенъ 2 тн., радіусъ его 30 дюйм. Опредѣлить наименьшее горизонтальное усиліе P, необходимое для перетаскиванія трамбовки черезъ камень въ 4 дюйма высотою въ положеніи, указанномъ на чертежѣ.



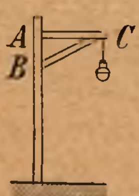
Отв. $P \cong 1{,}15$ тн.

15.— Дуговая лампа подвѣшена въ точкѣ B къ срединѣ троса ABC, прикрѣпленнаго концами къ крюкамъ A и C, находящимся на одной горизонтали. Опредѣлить натяженія T_1 и T_2 въ частяхъ троса AB и BC, если вѣсъ лампы 15 кгр., длина всего троса $ABC = 20$ м. и стрѣлка его провисанія $BD = 0{,}1$ м.



Отв. $T_1 = T_2 = 750$ кгр.

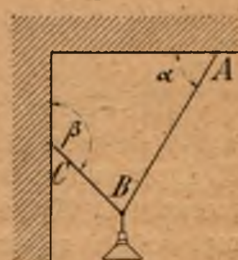
16.— Дуговая лампа вѣсомъ 30 кгр. подвѣшена къ вертикальному столбу помощью горизонтальной поперечины $AC = 4$ фут. и подкоса $BC = 5$ фут. Найти усилія S_1 и S_2 въ брускахъ AC и BC.



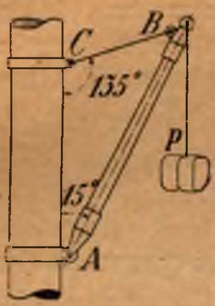
Усиліемъ въ брускѣ называемъ силу, дѣйствующую вдоль бруска: или растягивающую, или сжимающую брусокъ. Для отличія величину сжимающей силы выражаемъ отрицательнымъ числомъ.

Отв. $S_1 = 40$ кгр.; $S_2 = -50$ кгр.

17.— Электрическая лампа вѣсомъ 4 фунта подвѣшена къ потолку на шнурѣ AB и затѣмъ оттянута къ стѣнѣ съ помощью веревки BC. Опредѣлить натяженія T_a шнура AB и T_c веревки BC, если извѣстно, что уголъ $\alpha = 60°$, а $\beta = 135°$.



Отв. $T_a = 4(\sqrt{3} - 1)$ фунт.; $T_c = 2\sqrt{2}(\sqrt{3} - 1)$ фунт.

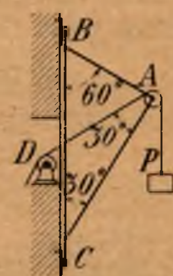


18.— Мачтовый кранъ состоитъ изъ стрѣлы AB, прикрѣпленной шарниромъ A къ мачтѣ, и цѣпи CB. Къ концу B стрѣлы подвѣшенъ грузъ $P = 10$ пуд.; углы: $BAC = 15°$, $ACB = 135°$. Опредѣлить натяженіе T цѣпи CB и напряженіе Q въ стрѣлѣ AB.

Отв. $T = 5(\sqrt{3} - 1).\sqrt{2}$ пуд.;

$Q = 10(\sqrt{3} + 1)\sqrt{2 - \sqrt{3}} = 10\sqrt{2}$ пуд.

19.— Съ помощью магазиннаго крана BAC грузъ 2 тн. поднимается посредствомъ цѣпи, перекинутой черезъ блокъ A и черезъ блокъ D, который укрѣпленъ на стѣнѣ такъ, что уголъ $CAD = 30°$. Углы между стержнями крана: $ABC = 60°$, $ACB = 30°$. Опредѣлить усилія P и Q въ стержняхъ AB и AC.

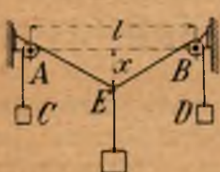


Отв. $P = 0$; $Q = 2\sqrt{3}$ тн.

20.— Однородная прямоугольная пластинка вѣсомъ 10 фунт. подвѣшена такъ, что можетъ вращаться около горизонтальной оси, проходящей вдоль одной изъ ея сторонъ. Равномѣрно дующій вѣтеръ удерживаетъ ее въ наклонномъ положеніи подъ угломъ 18° къ вертикальной плоскости. Опредѣлить давленіе, производимое вѣтромъ на пластинку перпендикулярно къ ея плоскости.

Отв. $10 \sin 18° \cong 3{,}09$ фунта.

21.— Черезъ два ничтожно малыхъ блока A и B, находящихся на одной горизонтальной прямой $AB = l$, перекинута веревка $CAEBD$. Къ концамъ C и D веревки подвѣшены гири одинаковаго вѣса p, а къ точкѣ E гиря вѣса P. Опредѣлить разстояніе x точки E отъ прямой AB въ положеніи равновѣсія.

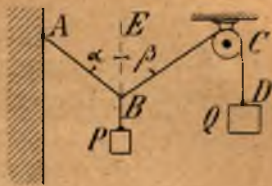


Отв. $x = \dfrac{Pl}{2\sqrt{4p^2 - P^2}}$.

22.— Грузъ 25 фунт. удерживается двумя веревками, перекинутыми черезъ блоки и натягиваемыми грузами. Одинъ изъ этихъ грузовъ вѣситъ 20 фунт.; синусъ угла, образуемаго соотвѣтственной веревкой съ вертикалью, равенъ 0,6. Найти величину p второго груза и уголъ α, образуемый второй веревкой съ вертикальной линіей.

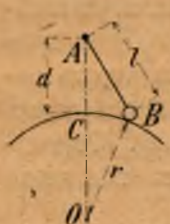
Отв. $p = 15$ фунт.; $\sin\alpha = 0{,}8$.

23.— На веревкѣ AB, одинъ конецъ которой закрѣпленъ въ точкѣ A, привязаны въ точкѣ B грузъ P и веревка BCD, перекинутая черезъ блокъ; къ концу ея D привязана гиря $Q = 20$ фунт. Опредѣлить натяженіе T веревки AB и величину груза P, если въ положеніи равновѣсія углы, образуемые веревками съ вертикалью BE, равны: $\alpha = 45°$, $\beta = 60°$.



Отв. $T = 10\sqrt{6}$ фунт.; $P = 10\sqrt{4+2\sqrt{3}} = 10(1+\sqrt{3})$ фунт.

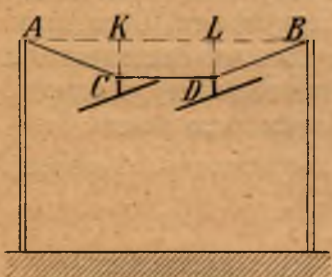
24.— Шарикъ B вѣса P подвѣшенъ къ неподвижной точкѣ A посредствомъ нити AB и лежитъ на поверхности гладкой сферы радіуса r; разстояніе точки A отъ поверхности сферы $AC = d$, длина нити $AB = l$, прямая AO вертикальна. Опредѣлить натяженіе T нити и реакцію Q сферы.



Для рѣшенія задачи можно воспользоваться подобіемъ треугольника силъ и $\triangle$-ка AOB.

Отв. $T = P\dfrac{l}{d+r}$; $Q = P\dfrac{r}{d+r}$.

25.— Два трамвайныхъ провода подвѣшены къ поперечнымъ проволочнымъ канатамъ, изъ коихъ каждый прикрѣпленъ къ двумъ столбамъ. Столбы разставлены на разстояніи 40 м. другъ отъ друга. Для каждаго поперечнаго каната разстоянія $AK = KL = LB = 5$ м.; $KC = LD = 0{,}5$ м. Пренебрегая вѣсомъ проволочнаго каната, найти натяженія T_1, T_2 и T_3 въ частяхъ его AC, CD и DB, если вѣсъ 1 м. провода равенъ 0,75 кгр.



Отв. $T_1 = T_3 \cong 301{,}5$ кг.; $T_2 = 300$ кгр.

26.—Блокъ C съ грузомъ $P = 18$ кгр. можетъ скользить вдоль гибкаго троса ACB, концы котораго A и B прикрѣплены къ стѣнамъ. Разстояніе между стѣнами 4 м.; длина троса 5 м. Опредѣлить натяженіе троса.

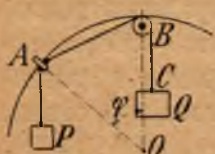
Натяженія частей AC и CB одинаковы; ихъ величина опредѣляется изъ подобія треугольника силъ и равнобедреннаго треугольника, одна сторона котораго есть прямая BCE, а основаніе лежитъ на вертикали BD.

Отв. 15 кгр., независимо отъ высоты BF.

27.—На кругломъ гладкомъ цилиндрѣ съ горизонтальной осью, радіуса $OA=0{,}1$ м., лежатъ два шарика A и B; вѣсъ перваго 0,1 кгр., второго 0,2 кгр. Шарики соединены веревкой AB длины 0,2 м. Опредѣлить углы φ_1 и φ_2, составляемые радіусами OA и OB съ вертикальной прямой OC въ положеніи равновѣсія, и давленія N_1 и N_2 шариковъ на цилиндръ въ точкахъ A и B.

Отв. $\varphi_1=2-\varphi_2$ радіан.; $\operatorname{tg}\varphi_2=\dfrac{\sin 2}{2+\cos 2}$; $N_1=0{,}1\cos\varphi_1$; $N_2=0{,}2\cos\varphi_2$.

28.— Гладкое кольцо A можетъ скользить безъ тренія по проволокѣ, согнутой по окружности, заключающейся въ вертикальной плоскости. Къ кольцу подвѣшена гиря P и привязана веревка ABC, которая перекинута черезъ неподвижный блокъ B, находящійся въ высшей точкѣ окружности; въ точкѣ C подвѣшена гиря Q. Опредѣлить центральный уголъ φ дуги AB въ положеніи равновѣсія, пренебрегая вѣсомъ кольца.

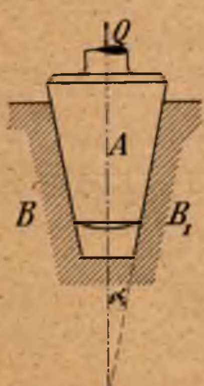


Отв. $\sin\dfrac{\varphi_1}{2}=\dfrac{Q}{2P}$; $\varphi_2=\pi$.

29.—На проволочномъ кругѣ ABC радіуса R, расположенномъ въ вертикальной плоскости, помѣщено гладкое кольцо B, вѣсъ котораго p. Кольцо при помощи упругой нити AB соединено съ наивысшей точкой A окружности. Опредѣлить уголъ φ въ положеніи равновѣсія, зная, что сила натяженія нити T пропорціональна ея относительному удлиненію, причемъ коефиціентъ пропорціональности равенъ k.

Если черезъ L и l обозначимъ длину нити соотвѣтственно въ состояніи растянутомъ и нерастянутомъ, то величина $T=k\frac{L-l}{l}$.

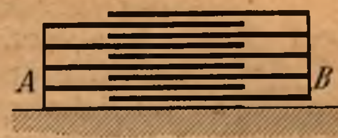
Отв. $\cos\varphi=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{kl}{kR-pl}$, если $k>\dfrac{2pl}{2R-l}$; въ противномъ случаѣ $\varphi=0$.



30.—Клинъ A, уклонъ котораго $\operatorname{tg}\alpha=0{,}05$, загоняется въ углубленіе BB_1 усиліемъ $Q=6$ тн. Опредѣлить нормальное давленіе N на щеки клина, а также усиліе P, необходимое для того, чтобы вытащить клинъ, если коефиціентъ тренія $k=0{,}1$.

Отв. $N\cong 20$ тн.; $P=2$ тн.

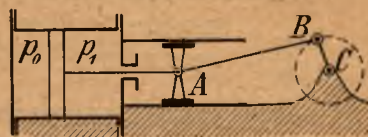
31.—Листы бумаги, сложенные, какъ показано на чертежѣ, склеиваются свободными концами черезъ одинъ такимъ образомъ, что получаются двѣ самостоятельныхъ кипы A и B. Вѣсъ каждаго листа 6 грм., число всѣхъ листовъ 200, коефиціентъ тренія бумаги о бумагу, а также о столъ, на которомъ бумага лежитъ, равенъ 0,2. Предполагая, что одна изъ кипъ удерживается неподвижно, опредѣлить наименьшее горизонтальное усиліе P, необходимое для того, чтобы вытащить вторую кипу.



Цѣль задачи — уяснить идею, на которой основано устройство пластинчатыхъ фрикціонныхъ муфтъ.

Отв. При вытаскиваніи: A изъ B, $P = 24{,}12$ кгр.; B изъ A, $P = 23{,}88$ кгр.

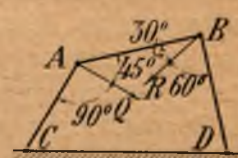
32. — Въ паровой машинѣ площадь поршня равна 0,1 кв. метр.; длина шатуна $AB = 2$ м.; длина кривошипа $BC = 0{,}4$ м.; давленіе пара въ цилиндрѣ за поршнемъ $p_0 = 6$ атм., передъ поршнемъ $p_1 = 1$ атм. Найти силу P, вращающую кривошипъ, и давленіе N крейцкопфа A на направляющія параллели при томъ положеніи поршня, когда уголъ $ABC = 90°$.



1 атм. = 1 кгр. на кв. см. Треніемъ между крейцкопфомъ и параллелями пренебрегаемъ.

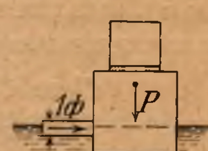
Отв. $P \cong 5{,}1$ тн.; $N = 1$ тн.

33. — Къ шарниру A стержневого шарнирнаго четыреугольника $ABCD$, сторона CD котораго закрѣплена, приложена сила $Q = 10$ кгр. подъ угломъ $BAQ = 45°$. Опредѣлить величину силы R, приложенной въ шарнирѣ B подъ угломъ $ABR = 30°$, такимъ образомъ, чтобы четыреугольникъ $ABCD$ былъ въ равновѣсіи, если углы: $CAQ = 90°$, $DBR = 60°$.



Отв. $R = 20\sqrt{\frac{2}{3}}$ кгр.

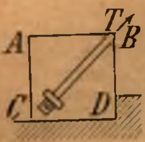
34. — Быки Канзасскаго моста на рѣкѣ Миссури были расчитаны на ледоходъ въ томъ предположеніи, что усиліе, раздробляющее льдину по всей ширинѣ быка, равной 11 футамъ, уравновѣшивается треніемъ каменной кладки части быка, находящейся выше уровня воды, по нижней части быка. Опредѣлить коефиціентъ k запаса сопротивляемости быка ледоходу, если: толщина льда 1 фут.; усиліе, раздробляющее ледъ, 11,25 пуда на 1 кв. дюймъ; вѣсъ части быка надъ уровнемъ воды вмѣстѣ съ приходящеюся на него нагрузкою отъ верхняго строенія моста $P = 43790$ пуд., и коефиціентъ тренія камня о камень 0,61.



Коеф. k равенъ отношенію наименьшей силы, необходимой для того, чтобы сдвинуть верхнюю часть быка, къ силѣ, раздробляющей ледъ.

Отв. $k \cong 1{,}5$.

35. — Концевая цѣпь цѣпного моста заложена въ каменное основаніе, имѣющее форму прямоугольнаго параллелепипеда, среднее сѣченіе котораго $ABCD$. Стороны $AB = AC = 5$ м., удѣльный вѣсъ кладки 2,5; цѣпь расположена по діагонали BC. Найти необходимую длину a третьей стороны параллелепипеда, если натяженіе цѣпи $T = 100$ тн.



Основаніе должно быть расчитано противъ опрокидыванія вокругъ ребра D; при расчетѣ пренебрегаемъ сопротивленіемъ окружающаго основаніе грунта.

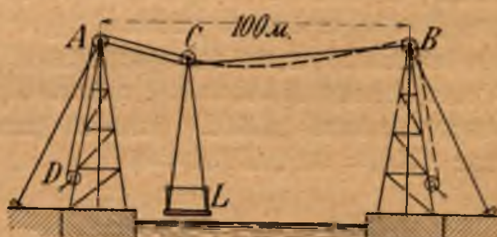
Отв. $a \geqq 2{,}3$ м.

36. — Земляная насыпь высотой $h = 5$ м. подпирается вертикальной каменной стѣной AB. Найти необходимую толщину стѣны a, предполагая, что давленіе земли на каждый метръ длины стѣны направлено горизонтально, приложено на $\frac{1}{3}$ ея высоты и равно 6 тн.; уд. вѣсъ кладки 2.

Стѣнка должна быть расчитана противъ опрокидыванія вокругъ ребра A.

Отв. $a \geqq 1{,}4$ м.

37. — Для переправы черезъ рѣку устроена люлька L, которая посредствомъ ролика C подвѣшена къ стальному тросу AB, закрѣпленному въ вершинахъ башенъ A и B. Для передвиженія ролика C къ лѣвому берегу служитъ канатъ CAD, перекинутый черезъ блокъ A и наматываемый на воротъ D; такой же канатъ имѣется для подтягиванія люльки къ правому берегу. Точки A и B находятся на одномъ горизонтѣ въ разстояніи $AB = 100$ м. другъ отъ друга; длина троса $ACB = 102$ м.; вѣсъ люльки 5 тн. Пренебрегая вѣсомъ канатовъ и троса, опредѣлить графически натяженіе каната CAD и натяженіе троса ACB въ тотъ моментъ, когда длина вѣтви $AC = 20$ м.

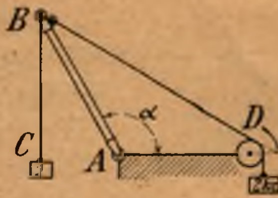


Точка C движется по дугѣ эллипса съ фокусами въ точкахъ A и B. Нормаль къ эллипсу въ точкѣ C дѣлитъ уголъ ACB пополамъ.

38. — Точка M притягивается тремя неподвижными точками $M_1(x_1, y_1)$, $M_2(x_2, y_2)$ и $M_3(x_3, y_3)$ силами, пропорціональными разстоянію: $F_1 = k_1 r_1$, $F_2 = k_2 r_2$, $F_3 = k_3 r_3$, гдѣ $r_1 = MM_1$, $r_2 = MM_2$, $r_3 = MM_3$, а k_1, k_2, k_3 — коефиціенты пропорціональности. Опредѣлить координаты x, y точки M въ положеніи равновѣсія.

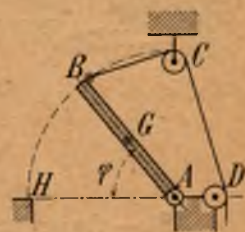
Отв. $x = \dfrac{k_1 x_1 + k_2 x_2 + k_3 x_3}{k_1 + k_2 + k_3}$; $y = \dfrac{k_1 y_1 + k_2 y_2 + k_3 y_3}{k_1 + k_2 + k_3}$.

39.—Къ стержню AB, вращающемуся около шарнира A, подвѣшена въ точкѣ B на веревкѣ гиря C въ 1 кгр. Отъ конца стержня B идетъ веревка, перекинутая черезъ блокъ D и поддерживающая гирю 2 кгр. Найти величину угла $BAD = \alpha$, при которой стержень будетъ находиться въ положенiи равновѣсiя, зная, что $AB = AD = 1$ м. и вѣсъ стержня 2 кгр.



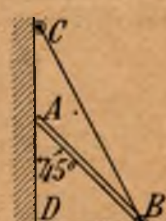
Отв. $\alpha = 120°$.

40.—Оконная рама AB, изображенная на чертежѣ въ разрѣзѣ, вѣсомъ 100 кгр., можетъ открываться, вращаясь около горизонтальной оси A. Открыванiе производится натяженiемъ шнура BCD, огибающаго блоки C и D. Блокъ C и точка A лежатъ на одной вертикали; вѣсъ рамы приложенъ въ ея срединѣ G; тренiемъ пренебрегаемъ. Найти измѣненiе натяженiя T шнура въ зависимости отъ угла φ, образуемаго рамой AB съ горизонталью AH, предполагая $AB = AC$, а также *maximum* и *minimum* этого натяженiя.



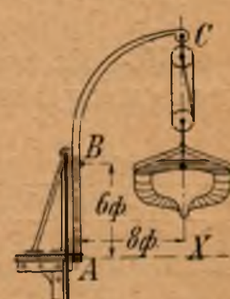
Отв. $T = 100 \sin\left(45° - \frac{\varphi}{2}\right)$; $T_{max} = 50\sqrt{2}$ кгр. при $\varphi = 0$; $T_{min} = 0$ при $\varphi = 90°$.

41.—Верхнiй конецъ A однороднаго бруса AB, длина котораго 6 фут., а вѣсъ 5 фунт., упирается въ гладкую вертикальную стѣну. Къ нижнему концу B привязана веревка BC. Найти, на какомъ разстоянiи AC нужно прикрѣпить веревку къ стѣнѣ для того, чтобы брусъ находился въ равновѣсiи, образуя уголъ $BAD = 45°$. Найти натяженiе T нити и реакцiю стѣны R.



Отв. $AC = AD$; $T = 2{,}5\sqrt{5}$ фунт.; $R = 2{,}5$ фунт.

42.—Шлюпка виситъ на двухъ шлюпбалкахъ, при чемъ вѣсъ ея 60 пуд. распредѣляется между ними поровну. Шлюпбалка ABC нижнимъ полушаровымъ концомъ опирается на подпятникъ A и на высотѣ 6 фут. надъ нимъ свободно проходитъ черезъ подшипникъ B; вылетъ шлюпбалки равенъ 8 фут. Пренебрегая вѣсомъ шлюпбалки, опредѣлить давленiя ея на опоры A и B.



Отв. Проекцiи давленiй: $X_a = -40$ пуд.; $Y_a = -30$ пуд.; $X_b = 40$ пуд.; $Y_b = 0$.

43. — Стержень AB прикрѣпленъ къ вертикальной стѣнѣ при помощи шарнира A и удерживается подъ угломъ 60° къ вертикали при помощи веревки BC, образующей съ нимъ уголъ 30°. Опредѣлить величину и направленіе реакціи R шарнира, если извѣстно, что вѣсъ стержня равенъ 2 кгр.

Отв. $R=1$ кгр.; $\angle(R,AC)=60°$.

44. — Оконная рама AB, изображенная на чертежѣ въ разрѣзѣ, можетъ вращаться вокругъ шарнира A и свободно опирается въ точкѣ B. Найти реакціи опоръ, если дано: вѣсъ рамы, равный 89 кгр., приложенъ въ срединѣ рамы C и $AD=BD$.

Отв. $R_a \cong 70{,}7$ кгр.; $R_b \cong 31{,}6$ кгр.

II. Силы параллельныя.

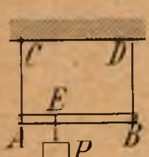
45. — Опредѣлить вертикальныя реакціи опоръ, на которыхъ лежитъ своими концами горизонтальная балка длины l, нагруженная равномѣрно по p кгр. на единицу длины.

Отв. $R_1=R_2=\frac{1}{2}pl$ кгр.

46. — Опредѣлить вертикальныя реакціи опоръ горизонтальной балки пролета l, если грузъ P кгр. помѣщенъ на ней въ разстояніи x отъ первой опоры.

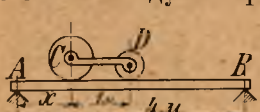
Отв. $R_1=P\frac{l-x}{l}$ кгр.; $R_2=P\frac{x}{l}$ кгр.

47. — Однородный стержень AB, длина котораго 1 м., а вѣсъ 2 кгр., подвѣшенъ горизонтально на двухъ параллельныхъ веревкахъ AC и BD. Къ стержню въ точкѣ E на разстояніи $AE=\frac{1}{4}$ м. подвѣшенъ грузъ $P=12$ кгр. Опредѣлить натяженія веревокъ T_c и T_d.



Отв. $T_c=10$ кгр.; $T_d=4$ кгр.

48. — На горизонтальную балку, лежащую на двухъ опорахъ, разстояніе между которыми равно 4 м., надо положить два груза, одинъ C въ 200 кгр., другой D въ 100 кгр., такъ, чтобы реакція опоры A была въ два раза больше реакціи опоры B, если пренебречь вѣсомъ балки. Разстояніе CD между грузами должно быть равно 1 м. Каково должно быть разстояніе x груза C отъ опоры A?

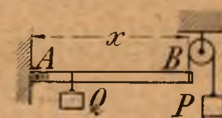


Отв. $x=1$ м.

49. — Предохранительный клапанъ A парового котла соединенъ стержнемъ AB съ однороднымъ рычагомъ CD длины 50 см. и вѣса 1 кгр., вращающимся вокругъ неподвижной точки C; діаметръ клапана $d = 6$ см., $BC = 7$ см. Какой грузъ Q нужно подвѣсить къ концу D рычага для того, чтобы клапанъ самъ открывался при давленіи въ котлѣ 11 атмосферъ, при чемъ слѣдуетъ считать 1 атм. $=$ 1 кгр. на кв. см.?

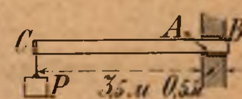
Отв. $Q \cong 43$ кгр.

50. — Горизонтальный стержень AB вѣсомъ 100 гр. можетъ вращаться вокругъ неподвижной точки A. Конецъ B оттягивается кверху вертикальною силою $P = 150$ гр. при помощи гири и веревки, перекинутой черезъ блокъ. Въ точкѣ, находящейся на разстояніи 20 см. отъ конца B, подвѣшенъ грузъ $Q = 500$ гр. Какъ велика длина x стержня AB, если онъ находится въ равновѣсіи?



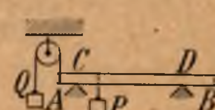
Отв. $x = 25$ см.

51. — Желѣзная балка, длиною въ 4 м. и вѣсомъ $^1/_2$ тн., заложена въ стѣну, толщина которой равна $^1/_2$ м. такъ, что опирается на нее въ точкахъ A и B. Опредѣлить реакціи въ этихъ точкахъ, если къ свободному концу балки подвѣшенъ грузъ $P = 4$ тн.



Отв. $R_a = 34$ тн.—вверхъ; $R_b = 29{,}5$ тн.—внизъ.

52. — Балка AB, длиною 10 м. и вѣсомъ 200 кгр., лежитъ на двухъ опорахъ C и D. Опора C отстоитъ отъ конца A на 2 м., опора D отъ конца B на 3 м. Конецъ балки A оттягивается вертикально вверхъ при посредствѣ груза $Q = 300$ кгр. и веревки, перекинутой черезъ блокъ. На разстояніи 3 м. отъ конца A къ балкѣ подвѣшенъ грузъ $P = 800$ кгр. Опредѣлить реакціи опоръ.



Отв. $R_c = 300$ кгр.; $R_d = 400$ кгр.

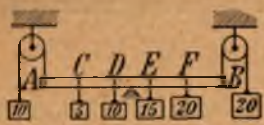
53. — Однородная горизонтальная балка соединена со стѣной шарниромъ и подперта въ точкѣ, лежащей на разстояніи 8 фут. отъ стѣны. Длина балки 20 фут., ея вѣсъ 16 пудовъ. На разстояніяхъ 6 фут. и 14 фут. отъ стѣны на балкѣ лежатъ два груза 8 пуд. и 12 пуд. Опредѣлить опорныя реакціи.

Отв. 47 пуд.—вверхъ; 11 пуд.—внизъ.

54. — Къ однородному стержню, длина котораго 12 фут., а вѣсъ 6 кгр., подвѣшены 4 груза на равныхъ разстояніяхъ другъ отъ друга, два крайніе на концахъ. Первый грузъ слѣва вѣситъ 2 кгр., каждый послѣдующій тяжелѣе предыдущаго на 1 кгр. На какомъ разстояніи x отъ лѣваго конца нужно подвѣсить стержень, чтобы онъ оставался горизонтальнымъ.

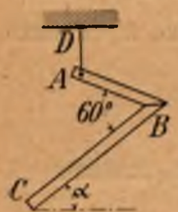
Отв. $x = 7$ фут.

55. — Конецъ A горизонтальнаго стержня AB вѣсомъ 20 кгр. и длиною 5 м. оттягивается кверху силою 10 кгр. при помощи груза и веревки, перекинутой черезъ блокъ. Конецъ B такимъ же образомъ оттягивается кверху силою 20 кгр. Въ точкахъ C, D, E и F, отстоящихъ одна отъ другой и отъ точекъ A и B на 1 м., подвѣшены грузы 5, 10, 15 и 20 кгр. Въ какомъ мѣстѣ надо подпереть стержень, чтобы онъ оставался въ равновѣсіи?



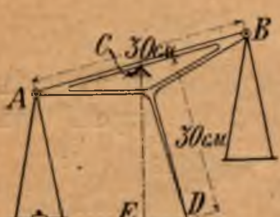
Отв. Въ срединѣ.

56. — Два однородныхъ стержня AB и BC одинаковаго сѣченія, изъ которыхъ AB вдвое короче BC, соединенные своими концами подъ угломъ $60°$, образуютъ ломанный рычагъ ABC. Конецъ A рычага подвѣшенъ на нити AD. Опредѣлить уголъ α, образуемый плечомъ BC съ горизонтомъ.



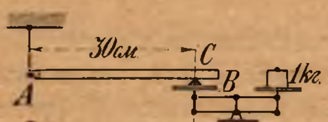
Отв. $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{5}\sqrt{3}$.

57. — Длина коромысла вѣсовъ $AB = 30$ см.; вѣсъ коромысла съ чашками 300 гр.; длина стрѣлки $CD = 30$ см. Перегрузка въ 0,01 гр. одной изъ чашекъ отклоняетъ конецъ D стрѣлки отъ вертикальнаго ея положенія на разстояніе $DE = 3$ мм. Опредѣлить разстояніе центра тяжести коромысла отъ ребра призмы C.



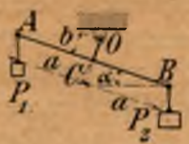
Отв. 0,05 см.

58. — Для опредѣленія разстоянія x отъ точки A до центра тяжести неоднороднаго бруска AB конецъ его A подвѣсили къ неподвижной точкѣ и затѣмъ брусокъ положили горизонтально на чашку вѣсовъ, на которую онъ опирается въ точкѣ C. Разстояніе AC равно 30 см., вѣсъ бруска 1,5 кгр., а вѣсъ гири, уравновѣшивающей давленіе бруска на чашку вѣсовъ, равенъ 1 кгр. Опредѣлить разстояніе x.



Отв. $x = 20$ см.

59. — Два стержня AB и OC, вѣсъ единицы длины которыхъ равенъ $2p$, скрѣплены подъ прямымъ угломъ въ точкѣ C. Стержень OC можетъ вращаться вокругъ горизонтальной оси O; $AC = CB = a$, $OC = b$.



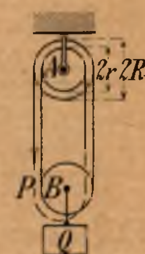
Къ точкамъ A и B подвѣшены гири, вѣса которыхъ P_1 и P_2; $P_2 > P_1$. Какой уголъ α съ горизонтомъ образуетъ стержень AB въ положеніи равновѣсія?

Отв. $tg\alpha = \frac{a}{b} \cdot \frac{P_2 - P_1}{P_2 + P_1 + p(4a + b)}$.

60.—Магнитная стрѣлка подвѣшена на тонкой проволокѣ и установлена горизонтально въ магнитномъ меридіанѣ. Горизонтальныя составляющія силы земного магнитнаго поля, дѣйствующія на полюсы стрѣлки въ противоположныхъ направленіяхъ, равны каждая 2 мгр.; разстояніе между полюсами 10 см. На какой уголъ нужно закрутить проволоку, чтобы стрѣлка составила уголъ 30° съ магнитнымъ меридіаномъ, если извѣстно, что для закручиванія проволоки на уголъ 1° нужно приложить пару, моментъ которой равенъ 5 мгр. см.

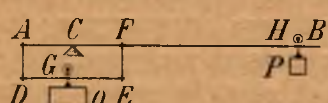
Отв. 32°.

61.—Главную часть дифференціальнаго блока Вестона составляютъ два неизмѣнно связанныхъ между собою шкива A, ось которыхъ подвѣшена къ неподвижному крюку. Желоба ихъ снабжены зубцами, захватывающими безконечную цѣпь, образующую двѣ петли, въ одну изъ которыхъ помѣщенъ подвижной блокъ B. Къ подвижному блоку подвѣшивается поднимаемый грузъ Q, а къ свисающей съ большаго блока вѣтви свободной петли приложено движущее усиліе P. Радіусы шкивовъ A суть R и r, причемъ $r < R$. Требуется найти, пренебрегая треніемъ, зависимость усилія P отъ величины поднимаемаго груза Q и опредѣлить это усиліе въ случаѣ: $Q = 500$ кгр., $R = 25$ см., $r = 24$ см.



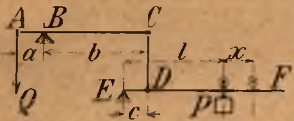
Отв. $P = \frac{Q}{2}\left(1 - \frac{r}{R}\right) = 10$ кгр.

62.—Дифференціальный рычагъ состоитъ изъ стержня AB, имѣющаго неподвижную опорную призму въ точкѣ C, и перекладины DE, соединенной съ рычагомъ AB посредствомъ шарнирныхъ серегъ AD и EF. Грузъ $Q = 1$ тн. подвѣшенъ къ перекладинѣ въ точкѣ G посредствомъ призмы. Разстояніе между вертикалями, проведенными черезъ точки C и G, равно 1 мм.; $AC = CF = 25$ см.; $DG = 24{,}9$ см.; $GE = 25{,}1$ см. Опредѣлить вѣсъ гири P, которую нужно подвѣсить къ рычагу AB въ точкѣ H на разстояніи $CH = 1$ м. для того, чтобы уравновѣсить грузъ Q.



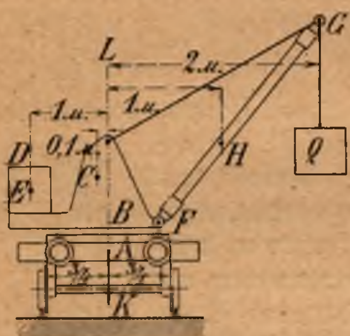
Отв. $P = 1$ кгр.

63. — Для измѣренія большихъ усилій Q устроена система двухъ неравноплечныхъ рычаговъ ABC и EDF, соединенныхъ между собою тяжемъ CD. Въ точкахъ B и E имѣются неподвижныя опоры. По рычагу EDF можетъ передвигаться грузъ P вѣсомъ 12,5 кгр. Сила Q, приложенная въ точкѣ A, уравновѣшивается грузомъ P, помѣщеннымъ на разстояніи l отъ точки E. На какую длину x надо передвинуть для сохраненія равновѣсія грузъ P при увеличеніи силы Q на 1000 кгр.? Указанные на чертежѣ размѣры: $a = 3{,}3$ мм.; $b = 660$ мм.; $c = 50$ мм.



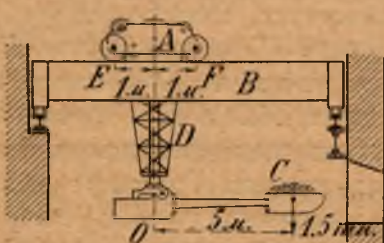
Отв. $x = 2$ см.

64. — Желѣзнодорожный кранъ опирается на рельсы, разстояніе между которыми равно 1,5 м. Вѣсъ телѣжки крана равенъ 3 тоннамъ, центръ тяжести ея находится въ точкѣ A, лежащей на линіи KL пересѣченія плоскости симметріи телѣжки съ плоскостью чертежа. Вѣсъ лебедки B крана равенъ 1 тн., и центръ тяжести ея лежитъ въ точкѣ C на разстояніи 0,1 м. отъ прямой KL. Вѣсъ противовѣса D равенъ 2 тн., и центръ тяжести его лежитъ въ точкѣ E на разстояніи 1 м. отъ прямой KL. Вѣсъ укосины FG равенъ 0,5 тн., и центръ тяжести ея находится въ точкѣ H на разстояніи 1 м. отъ прямой KL. Вылетъ крана $LG = 2$ м. Опредѣлить, при какомъ грузѣ Q кранъ начнетъ опрокидываться.



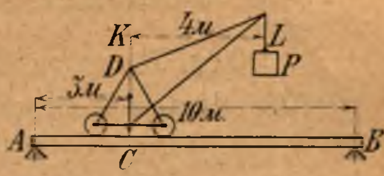
Отв. $Q = 5{,}28$ тн.

65. — Кранъ для загрузки матеріаловъ въ Мартеновскую печь состоитъ изъ лебедки A, ходящей на колесахъ по рельсамъ, уложеннымъ на балкахъ передвижного моста B. Къ нижней части лебедки прикрѣплена опрокинутая колонна D, служащая для укрѣпленія лопаты C. Какой вѣсъ P должна имѣть лебедка съ колонной, чтобы грузъ 1,5 тн., помѣщенный на лопатѣ въ разстояніи 5 м. отъ вертикальной оси OA лебедки, не опрокидывалъ ея. Вѣсъ лебедки предполагается дѣйствующимъ по оси OA; разстояніе каждаго изъ колесъ отъ оси OA равно 1 м.



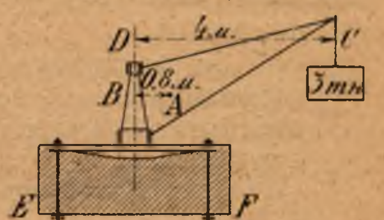
Отв. $P \geqq 6$ тн.

66. — На балкѣ AB длины 10 м. уложенъ путь для подъемнаго крана. Вѣсъ крана равенъ 5 тн., и центръ тяжести его находится на оси CD; вѣсъ груза P равенъ 1 тн.; вѣсъ балки AB равенъ 3 тн.; вылетъ крана $KL = 4$ м. Найти опорныя реакціи въ точкахъ A и B при томъ положеніи крана, когда онъ находится въ одной вертикальной плоскости съ балкой AB и разстояніе $AC = 3$ м.



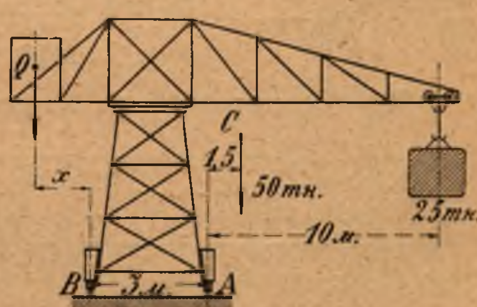
Отв. $R_a = 5{,}3$ тн.; $R_b = 3{,}7$ тн.

67. — Подъемный кранъ установленъ на каменномъ фундаментѣ. Вѣсъ крана равенъ $Q = 2{,}5$ тн. и приложенъ въ центрѣ тяжести A на разстояніи $AB = 0{,}8$ м. отъ оси крана; вылетъ крана $CD = 4$ м. Фундаментъ имѣетъ квадратное основаніе, сторона котораго $EF = 2$ м.; удѣльный вѣсъ кладки 2. Вычислить необходимую глубину фундамента, если кранъ предназначенъ для подъема тяжестей до 3 тн., при чемъ фундаментъ долженъ быть расчитанъ противъ опрокидыванія вокругъ ребра F.



Отв. 1,1 м.

68. — Вѣсъ травеллера безъ противовѣса равенъ 50 тн. и дѣйствуетъ по прямой, разстояніе которой отъ вертикали праваго рельса A равно 1,5 м. Подъемная сила крановой телѣжки 25 тн. и вылетъ 10 м. отъ вертикали праваго рельса. Опредѣлить наименьшій вѣсъ Q и наибольшее разстояніе x противовѣса отъ вертикали лѣваго рельса B такъ, чтобы кранъ не опрокинулся при всѣхъ положеніяхъ телѣжки, какъ нагруженной, такъ и ненагруженной, пренебрегая ея собственнымъ вѣсомъ.



Отв. $Q = 33^1/_3$ тн.; $x = 6{,}75$ м.

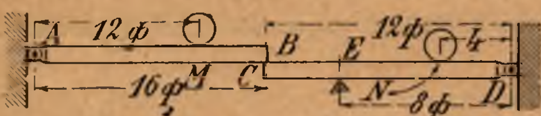
69. — На балкѣ, свободно лежащей на опорахъ A и B, настланъ горизонтальный полъ шириною 1 м. и длиною равный длинѣ балки. На полъ насыпанъ однородный песокъ, куб. м. котораго вѣситъ 1,2 тн.; слой песку ограниченъ сверху наклонной плоскостью, высота которой надъ опорой A нуль, а надъ опорой B равна 2 м. Опредѣлить реакціи опоръ A и B, если пролетъ между ними равенъ 10 м.

Рѣшеніе. Возьмемъ на разстояніи x отъ A элементъ dx; сила давленія на него песку равна $1{,}2\cdot\frac{2x}{10}\cdot dx = 0{,}24x\,dx$; ея моментъ относительно опоры

A равенъ $0{,}24x^2dx$. Интегрируя отъ $x=0$ до $x=10$ и приравнивая моменту реакціи опоры B относительно точки A, найдемъ R_b; затѣмъ, зная вѣсъ песку, найдемъ R_a.

Отв. $R_a=4$ тн.; $R_b=8$ тн.

70.— Балка AB, длиною 16 фут., вѣсомъ 10 пуд., могущая вращаться около оси A, опирается концомъ B на другую балку CD, длиною 12 фут., вѣсомъ 8 пуд., которая подперта въ точкѣ E и соединена со стѣной шарниромъ D. Въ точкахъ M и N помѣщены грузы по 4 пуда каждый.

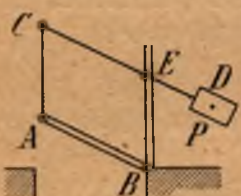


Разстоянія: $AM=12$ фут.; $ED=8$ фут.; $ND=4$ фут. Опредѣлить опорныя реакціи.

При рѣшеніи задачи составляемъ условія равновѣсія балки AB, принимая во вниманіе реакцію R_b со стороны балки CD. Затѣмъ составляемъ условія равновѣсія балки CD, принимая во вниманіе давленіе въ точкѣ C, равное и противоположное R_b.

Отв. $R_a=6$ пуд.; $R_b=8$ пуд.; $R_e=20$ пуд.; $R_d=0$.

71.— Подъемный мостъ AB поднимается съ помощью двухъ брусьевъ CD, длиною 8 м., вѣсомъ 400 кгр., по одному съ каждой стороны моста; длина моста $AB=CE=5$ м.; вѣсъ его 3 тн. и можетъ считаться приложеннымъ въ срединѣ AB. Расчитать противовѣсы P, уравновѣшивающіе мостъ.



Отв. $P=1383$ кгр.

72.— Консольный мостъ состоитъ изъ трехъ частей AC, CD и DE, изъ которыхъ крайнія опираются каждая на двѣ опоры. Размѣры: $AC=DE=40$ м.; $CD=15$ м.; $AB=EF=15$ м. Нагрузка на погонный метръ длины моста равна 6 тн. Найти давленія на опоры A и B, производимыя этой нагрузкой.

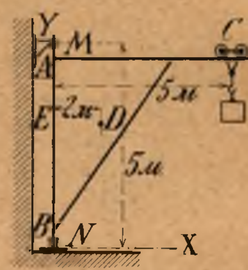
Отв. $N_a=155$ тн.—вверхъ; $N_b=440$ тн.—внизъ.

73.— Консольный мостъ состоитъ изъ главной фермы AB и двухъ боковыхъ фермъ AC и BD. Собственный вѣсъ, приходящійся на погонный метръ, фермы AB равенъ 1,5 тн., а фермъ AC и BD равенъ 1 тн. Опредѣлить реакціи всѣхъ опоръ въ тотъ моментъ, когда весь правый пролетъ FD загруженъ поѣздомъ вѣса 3 тн. на погонный метръ. Размѣры: $AC=BD=20$ м.; $AE=FB=15$ м.; $EF=50$ м.

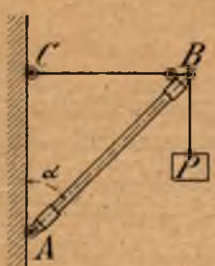
Отв. $R_c=10$ тн.; $R_d=40$ тн.; $R_e=54{,}25$ тн.; $R_f=160{,}75$ тн.

III. Какія угодно силы въ плоскости.

74.—Литейный кранъ ABC имѣетъ ось вращенія MN; разстоянія: $MN = 5$ м.; $AC = 5$ м.; вѣсъ крана 2 тн.; центръ тяжести его D находится на разстояніи $ED = 2$ м. отъ оси вращенія; вѣсъ груза, подвѣшеннаго въ точкѣ C, равенъ 3 тн. Найти реакціи подшипника M и подпятника N.



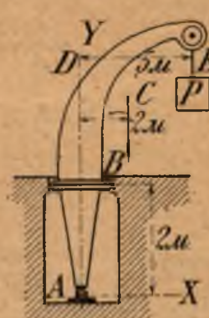
Отв. $X_m = -3{,}8$ тн.; $Y_m = 0$;
$X_n = 3{,}8$ тн.; $Y_n = 5$ тн.



75.—Кранъ для подъема тяжестей состоитъ изъ балки AB, нижній конецъ которой соединенъ со стѣной шарниромъ A, а верхній оттягивается горизонтальной веревкой BC. Опредѣлить натяженіе T веревки BC и вертикальную составляющую Y_a давленія на опору A, если извѣстно, что вѣсъ груза $P = 200$ кгр., вѣсъ балки AB равенъ 100 кгр., а уголъ $\alpha = 45°$.

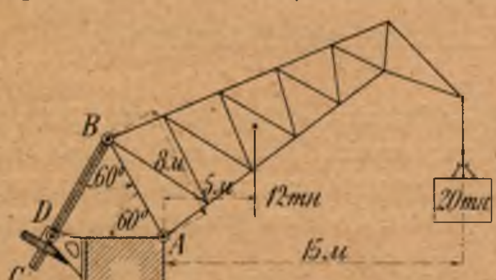
Отв. $T = 250$ кгр.; $Y_a = 300$ кгр.

76.—Кранъ въ шахтѣ, поднимающій грузъ $P = 4$ тн., имѣетъ подпятникъ A и въ точкѣ B опирается на вертикальную гладкую плоскость. Длина хвоста $AB = 2$ м. Вылетъ крана $DE = 5$ м. Вѣсъ крана равенъ 2 тн. и дѣйствуетъ по прямой, разстояніе которой отъ вертикали AY равенъ 2 м. Опредѣлить реакціи опоръ A и B.

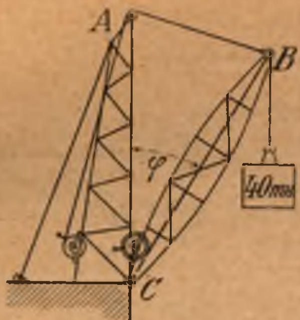


Отв. $X_a = 12$ тн.; $Y_a = 6$ тн.;
$X_b = -12$ тн.; $Y_b = 0$.

77.—Кранъ имѣетъ шарниръ въ точкѣ A и можетъ наклоняться посредствомъ винта BC, соединеннаго съ фермой крана шарниромъ B и проходящаго черезъ гайку D, при чемъ $AB = AD = 8$ м. Вѣсъ фермы равенъ 12 тн. и въ тотъ моментъ, когда треугольникъ ABD равносторонній, направленъ по вертикали, разстояніе которой отъ точки A равно 5 м. Вылетъ крана, считая отъ точки A, при этомъ равенъ 15 м. Поднимаемый грузъ вѣситъ 20 тн. Опредѣлить опорныя реакціи и напряженіе T винта.



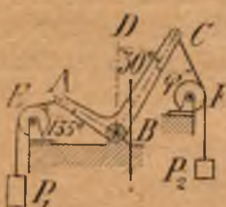
Отв. $X_a = 15\sqrt{3}$ тн.; $Y_a = 77$ тн.; $T = 30\sqrt{3}$ тн.



78. — Кранъ состоитъ изъ неподвижной башни AC и подвижной фермы BC, которая имѣетъ шарниръ C и удерживается тросомъ AB. Грузъ 40 тн. виситъ на цѣпи, перекинутой черезъ блокъ въ точкѣ B и идущей къ вороту по прямой BC. Длина $AC = BC = 15$ м. Опредѣлить, пренебрегая вѣсомъ фермы, натяженіе T троса AB и силу P, сжимающую ферму по прямой BC, какъ функціи угла $ACB = \varphi$.

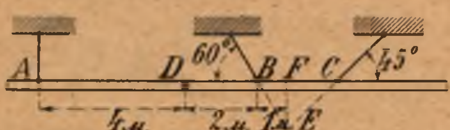
Отв. $T = 80 \sin\frac{\varphi}{2}$; $P = 80$ тн., независимо отъ угла φ.

79. — Ломанный рычагъ ABC, имѣющій неподвижную ось B, вѣситъ 8 кгр.; разстояніе $AB = 4$ дециметрамъ, плечо $BC = 1$ м. и составляетъ съ вертикалью BD уголъ $CBD = 30°$; центръ тяжести рычага находится на разстояніи $1{,}5\sqrt{2}$ см. отъ прямой BD. Въ точкахъ A и C привязаны веревки, перекинутыя черезъ блоки E и F и натягиваемыя гирями $P_1 = 31$ кгр. и $P_2 = 10$ кгр. Опредѣлить уголъ $BCF = \varphi$ въ положеніи равновѣсія, если уголъ $BAE = 135°$.

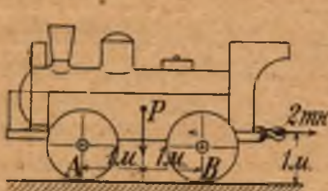


Отв. $\varphi = 45°$; $\varphi = 135°$.

80. — При сборкѣ моста пришлось поднимать часть мостовой фермы ABC тремя канатами, расположенными, какъ указано на чертежѣ. Вѣсъ этой части фермы 4200 кгр. и приложенъ въ точкѣ D. Разстоянія: $AD = 4$ м.; $DB = 2$ м.; $BF = 1$ м. Найти натяженія канатовъ, если прямая AC горизонтальна.



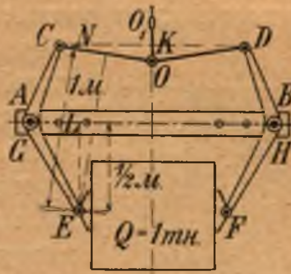
Отв. $T_a = 1800$ кгр.; $T_b \cong 1757$ кгр.; $T_c \cong 1244$ кгр.



81. — Паровозъ на двухъ осяхъ, вѣсомъ $P = 20$ тн., тянетъ поѣздъ съ силою 2 тн. Опредѣлить вертикальное давленіе колесъ паровоза на рельсы. Размѣры указаны на чертежѣ.

Отв. $N_a = 9$ тн.; $N_b = 11$ тн.

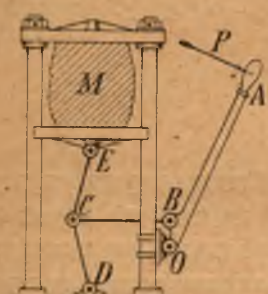
82. — Цѣпь OO_1 самозахватывающаго грузы приспособленія соединена шарниромъ O съ стержнями $OC = OD = 60$ см., которые соединены шарнирами же съ двумя равными ломанными рычагами CAE и DBF, могущими вращаться вокругъ точекъ A и B соединительнаго стержня GH. Въ шарнирахъ E и F особыя колодки удерживаютъ грузъ $Q = 1$ тн. треніемъ. Разстояніе точки E отъ стержня GH равно $EL = 50$ см., а разстояніе ея отъ стержня OC равно $EN = 1$ м. Высота треугольника COD равна $OK = 10$ см. Найти силу, растягивающую соединительный стержень GH, пренебрегая вѣсомъ частей механизма.



Натяженіе цѣпи OO_1, очевидно, равно 1 тн.

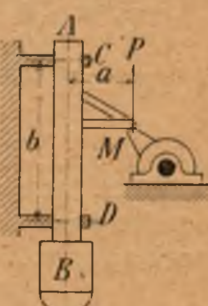
Отв. 6 тн.

83. — Найти величину усилія, сжимающаго предметъ M въ прессѣ, при слѣдующихъ условіяхъ: усиліе рабочаго $P = 20$ кгр. и направлено перпендикулярно къ рычагу OA, имѣющему неподвижную ось O; въ разсматриваемомъ положеніи пресса тяжъ BC перпендикуляренъ къ OB и дѣлитъ уголъ ECD пополамъ, при чемъ $\angle CED = \operatorname{arc\,tg} 0{,}2 = 11°20'$; длина $OA = 1$ м.; $OB = 10$ см.



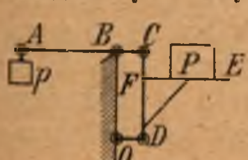
Отв. 500 кгр.

84. — Пестъ AB приводится въ движеніе пальцами M, насаженными на валу. Вѣсъ песта 180 кгр. Разстояніе между направляющими C и D равно $b = 1{,}5$ м. Разстояніе точки прикосновенія пальца къ выступу отъ оси песта $a = 0{,}15$ см. Найти силу P, необходимую для подъема песта, если принять во вниманіе силу тренія между направляющими C и D и пестомъ, равную 0,15 давленія между трущимися частями.



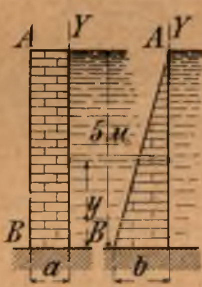
Отв. $P = 186$ кгр.

85. — Къ неравноплечному рычагу перваго рода ABC, имѣющему неподвижную точку B, подвѣшена на шарнирѣ C платформа CDE, соединенная посредствомъ шарнира D со стержнемъ OD, который свободно вращается вокругъ неподвижной точки O. Какую гирю p надо привѣсить въ точкѣ A, чтобы уравновѣсить грузъ $P = 100$ кгр., лежащій на платформѣ EF, если прямая CD вертикальна, OD равна и параллельна BC, а $BC = 0{,}1\ AB$.



Отв. $p = 10$ кгр.

86.— Давленіе воды на маленькую площадку плотины возрастаетъ пропорціонально разстоянію ея отъ свободной поверхности воды и равно вѣсу столба воды, высота котораго равна этому разстоянію, а площадь основанія равна взятой площадкѣ. Опредѣлить толщину плотины въ ея основаніи въ двухъ случаяхъ: 1) когда поперечное сѣченіе плотины прямоугольное; 2) когда это сѣченіе треугольное. Плотина должна быть расчитана противъ опрокидыванія вокругъ ребра B давленіемъ воды, при чемъ коефиціентъ устойчивости долженъ быть равенъ 2. Высота плотины такая же, какъ глубина воды, и равна 5 м. Вѣсъ 1 куб. см. воды 1 гр., а 1 куб. см. матеріала плотины вѣситъ 2,2 гр.



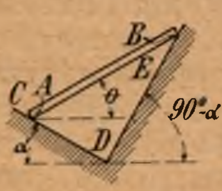
Коефиціентомъ устойчивости называется отношеніе момента вѣса массива къ моменту опрокидывающей силы. Давленіе воды на площадку плотины длины 1 м. и высоты dy, гдѣ y разстояніе площадки отъ дна, равно въ тоннахъ $(5-y)\,dy$. Моментъ этого давленія относительно точки B равенъ $(5-y)\,y\,dy$. Опрокидывающій моментъ будетъ $\int_0^5 (5-y)\,ydy = 20\frac{5}{6}$ тн. м.

Отв. $a = 2{,}75$ м.; $b = 3{,}37$ м.

87.— Для опусканія грузовъ въ шахту употребляется воротъ съ тормазомъ, изображенный на чертежѣ. Съ барабаномъ, на который намотана цѣпь, скрѣплено концентрическое деревянное колесо, которое тормазятъ, надавливая на конецъ A рычага AB, соединеннаго цѣпью CD съ концомъ D тормазного рычага ED. Діаметръ колеса $a = 50$ см.; діаметръ барабана $b = 20$ см.; $ED = 120$ см.; $FE = 60$ см.; $AB = 1$ м.; $BC = 10$ см. Опредѣлить силу P, уравновѣшивающую грузъ $Q = 800$ кгр., подвѣшенный къ подвижному блоку, если коефиціентъ тренія дерева о желѣзо $k = 0{,}4$.

Отв. $P = 20$ кгр.

88.— Однородная балка AB, вѣсъ которой P, опирается на двѣ гладкія наклонныя прямыя CD и DE, заключающіяся въ вертикальной плоскости; первая изъ нихъ составляетъ съ горизонтомъ уголъ α, вторая уголъ $90^\circ-\alpha$. Найти уголъ θ, составляемый балкой съ горизонтомъ въ положеніи равновѣсія, и давленія ея на опорныя прямыя.



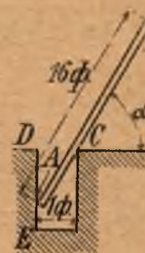
Отв. $N_a = P\cos\alpha$; $N_b = P\sin\alpha$; $\operatorname{tg}\theta = \operatorname{cotg}2\alpha$, откуда $\theta = 90^\circ - 2\alpha$ при $\alpha \leqslant 45^\circ$.

89. — Однородная балка, вѣсомъ 60 кгр. и длиною 4 м., опирается однимъ концомъ на гладкій полъ, а промежуточной точкой B на столбъ высотою 3 м., образуя съ вертикалью уголъ 30°. Балка удерживается въ таком положеніи веревкою AC, протянутой по полу. Опредѣлить натяженіе веревки T и реакціи столба R_b и пола R_c, пренебрегая треніемъ.

Отв. $T = 15$ кгр.; $R_b = 10\sqrt{3}$ кгр.;

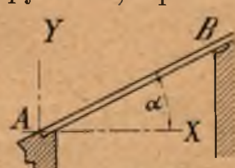
$R_c = 60 - 5\sqrt{3}$ кгр.

90. — Однородный стержень AB, длина котораго 16 фут., а вѣсъ 1 пуд., упирается въ вертикальную стѣнку DE и имѣетъ точку опоры въ C на разстояніи 1 фут. отъ DE. Опредѣлить уголъ α, образуемый стержнемъ въ положеніи равновѣсія съ горизонтальною плоскостью, и реакціи стѣнки DE и точки C, пренебрегая треніемъ.



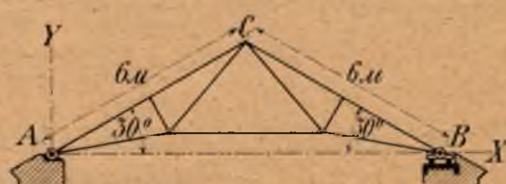
Отв. $\alpha = 60°$; $R_a = 2$ пуд.; $R_c = \sqrt{3}$ пуд.

91. — Стропила односкатной крыши состоятъ изъ бруса AB, верхнимъ концомъ B свободно лежащаго на гладкой опорѣ, а нижнимъ A упирающагося въ стѣну. Наклонъ крыши $\operatorname{tg}\alpha = 0{,}5$; на брусъ AB приходится вертикальная нагрузка 900 кгр., приложенная въ срединѣ бруса. Опредѣлить реакціи опоръ въ точкахъ A и B.



Отв. $X_a = 180$ кгр.; $Y_a = 540$ кгр.; $R_b = \dfrac{900}{\sqrt{5}}$ кгр.

92. — Симметричная стропильная ферма ACB однимъ концомъ укрѣплена въ неподвижной точкѣ A, а другимъ концомъ B опирается на гладкую горизонтальную плоскость катками. Вѣсъ фермы 10 тн. Сторона AC находится подъ равномѣрно распредѣленнымъ давленіемъ вѣтра, нормальнымъ къ поверхности AC и равнымъ 0,8 тн. Длина $AC = 6$ м.; уголъ $CAB = 30°$. Опредѣлить опорныя реакціи.



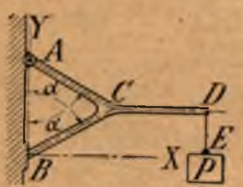
Отв. $X_a = -0{,}4$ тн.; $Y_a = 5 + \dfrac{4}{15}\sqrt{3}$ тн.;

$X_b = 0$; $Y_b = 5 + \dfrac{2}{15}\sqrt{3}$ тн.

93.— Арочная ферма имѣетъ неподвижный опорный шарниръ въ точкѣ A, а въ точкѣ B подвижную гладкую опору, плоскость которой составляетъ уголъ 30° съ горизонтомъ. Пролетъ $AB=20$ м. Собственный вѣсъ фермы со снѣгомъ 10 тн. Горизонтальное давленіе вѣтра 2 тн. направлено параллельно AB, и точка приложенія его отстоитъ отъ AB на 4 м. Опредѣлить опорныя реакціи.

Отв. $X_a=2-1{,}8\sqrt{3}$ тн.; $Y_a=4{,}6$ тн.; $R_b=3{,}6\sqrt{3}$ тн.

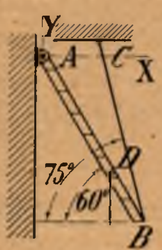
94.— Вѣшалка, состоящая изъ трехъ равныхъ стержней AC, BC и CD вѣса p, неизмѣнно соединенныхъ другъ съ другомъ, виситъ на шарнирѣ A, а концомъ B упирается въ гладкую вертикальную стѣну AB. Къ концу D вѣшалки подвѣшенъ на веревкѣ DE грузъ, вѣсъ котораго P. Опредѣлить реакціи стѣны въ точкахъ A и B.



Отв. $-X_a=+X_b=\dfrac{2\,(P+2p)\,\sin\alpha+p+2P}{4\,\cos\alpha}$;

$$Y_a=3p+P;\quad Y_b=0.$$

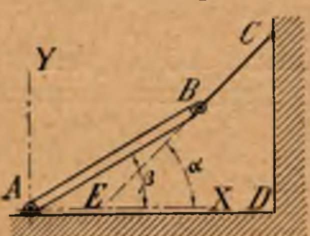
95.— На подъемной лѣстницѣ длины 6 арш. и вѣса 15 пуд., вращающейся около горизонтальной оси A и составляющей уголъ 60° съ горизонтомъ, стоитъ человѣкъ вѣсомъ 5 пудовъ на разстояніи 2 арш. отъ конца B. Конецъ B поддерживается веревкой BC, составляющей уголъ 75° съ горизонтомъ. Опредѣлить натяженіе веревки T и реакцію оси A.



Отв. $T=\dfrac{65}{12\sin 15^\circ}$ пуд.; $X_a=\dfrac{65}{12}$ пуд.;

$$Y_a=20-\frac{56}{12}\,\mathrm{ctg}\,15^\circ \text{ пуд.}$$

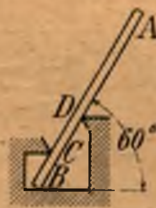
96.— Однородный стержень AB, длина котораго $2l$, а вѣсъ P, прикрѣпленъ къ горизонтальному полу AD концомъ A при помощи шарнира; другой конецъ его B привязанъ къ стѣнѣ CD веревкой BC. Опредѣлить реакцію шарнира и натяженіе веревки T, если даны углы: $CED=\alpha$, $BAD=\beta$.



Отв. $X_a=-P\dfrac{\cos\alpha\,\cos\beta}{2\,\sin(\alpha-\beta)}$,

$$Y_a=P\left[1-\frac{\sin\alpha\,\cos\beta}{2\,\sin(\alpha-\beta)}\right];\quad T=P\frac{\cos\beta}{2\,\sin(\alpha-\beta)}.$$

97. — Однородная балка AB вѣсомъ 20 кгр. опирается на гладкій горизонтальный полъ въ точкѣ B подъ угломъ 60° и кромѣ того поддерживается двумя опорами C и D. Опредѣлить реакціи опоръ въ точкахъ B, C и D, если длина $AB = 3$ м.; $BC = 0{,}5$ м.; $BD = 1$ м.



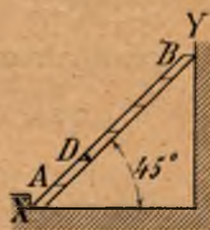
Отв. $R_b = 20$ кгр.; $R_c = 30$ кгр.; $R_d = 30$ кгр.

98. — Доска AB, длина которой $2l$, а вѣсъ p, подвѣшена на двухъ веревкахъ AC и CB равной длины. Веревки составляютъ съ доской уголъ β. Въ точкѣ D на разстояніи $AD = m$ стоитъ человѣкъ, вѣсъ котораго P. Опредѣлить уголъ α, составляемый доской съ горизонтомъ въ положеніи равновѣсія, и натяженія веревокъ T_a и T_b.

Отв. $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{(l-m)\,P}{l\,(p+P)}\operatorname{ctg}\beta;$

$$T_a = \frac{\cos(\alpha-\beta)}{\sin 2\beta}(P+p);\; T_b = \frac{\cos(\alpha+\beta)}{\sin 2\beta}(P+p).$$

99. — Къ гладкой стѣнѣ прислонена лѣстница AB подъ угломъ 45° къ горизонту; вѣсъ лѣстницы 20 кгр.; въ точкѣ D на разстояніи, равномъ $1/3$ длины лѣстницы отъ нижняго конца, находится человѣкъ вѣсомъ 60 кгр. Найти давленія лѣстницы на опору A и на стѣну.



Отв. $X_a = 30$ кгр.; $Y_a = -80$ кгр.;
$X_b = -30$ кгр.; $Y_b = 0$.

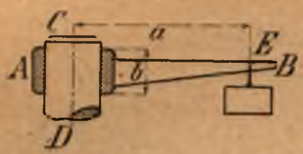
100. — Однородный брусъ AB, вѣсомъ 100 кгр., опирается однимъ концомъ на гладкій полъ, другимъ на гладкую плоскость, наклоненную подъ угломъ 30° къ горизонту. Конецъ B стержня поддерживается кромѣ того веревкой, перекинутой черезъ блокъ C и несущей грузъ P. Въ положеніи равновѣсія брусъ составляетъ съ поломъ уголъ 15°. Опредѣлить грузъ P и давленія N_a и N_b на полъ и на наклонную плоскость.

Отв. $P = 25$ кгр.; $N_a = 50$ кгр.; $N_b = 23\sqrt{3}$ кгр.

101. — Тяжелый стержень AB лежитъ на двухъ опорахъ C и D, разстояніе между которыми $CD = a$; $AC = b$. Коефиціентъ тренія стержня объ опоры равенъ k. Уголъ, образуемый стержнемъ съ горизонтомъ, равенъ α. Какому условію должна удовлетворять длина стержня $2l$ для того, чтобы стержень находился въ равновѣсіи, если толщиной его можно пренебречь?

Отв. $2l = 2b + a + \dfrac{a}{k}\operatorname{tg}\alpha.$

102. — Горизонтальный стержень AB имѣетъ на концѣ A отверстіе, которымъ надѣтъ на вертикальную круглую стойку CD; длина втулки $b=2$ см.; въ точкѣ E на разстояніи a отъ оси стойки къ стержню привѣшенъ грузъ P. Опредѣлить, пренебрегая вѣсомъ стержня AB, разстояніе a такъ, чтобы подъ дѣйствіемъ груза P стержень оставался въ равновѣсіи, если коефиціентъ тренія между стержнемъ и стойкой $k=0{,}1$.



Отв. $a \geqslant 10$ см.

103. — Прокатный станъ состоитъ изъ двухъ валовъ, діаметра $d=50$ см., вращающихся въ противоположныя стороны, указанныя стрѣлками на чертежѣ; разстояніе между валами $a=0{,}5$ см. Какой толщины b листы можно прокатывать на этомъ станѣ, если коефиціентъ тренія для раскаленнаго желѣза и чугунныхъ валовъ $k=0{,}1$?

Для работы стана необходимо, чтобы листъ захватывался вращающимися валами, т. е. чтобы равнодѣйствующая приложенныхъ къ листу реакцій и силъ тренія въ точкахъ A и B была направлена по горизонтали вправо.

Отв. $b \leqslant 0{,}75$ см.

104. — Блокъ радіуса R снабженъ двумя шипами радіуса r, симметрично расположенными относительно его средней плоскости. Шипы опираются на двѣ цилиндрическихъ поверхности AB съ горизонтальными образующими. На блокъ намотана нить, къ которой подвѣшены грузы P и P_1, при чемъ $P > P_1$. Опредѣлить наименьшую величину груза P_1, при которой блокъ будетъ находиться въ равновѣсіи, предполагая, что коефиціентъ тренія шиповъ о цилиндрическую поверхность AB равенъ k, а вѣсъ блока съ шипами Q.

Указанное на чертежѣ положеніе системы не можетъ быть положеніемъ равновѣсія; послѣднее требуется предварительно найти.

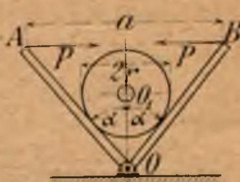
Отв. Въ положеніи равновѣсія плоскость, проходящая черезъ оси цилиндра AB и блока, образуетъ съ вертикалью уголъ, равный углу тренія.

$$P_1 = \frac{P\,(R\sqrt{1+k^2} - kr) - krQ}{R\sqrt{1+k^2} + kr}.$$

105.— Брусокъ AB, могущій вращаться около горизонтальной оси A, опирается на поверхность гладкаго цилиндра радіуса r, удерживаемаго нитью AC и лежащаго на горизонтальной плоскости. Вѣсъ бруска 16 кгр.; длина $AB=3r$; $AC=2r$. Опредѣлить натяженіе нити T и давленіе бруска на шарниръ A.

Отв. $T=4\sqrt{3}$ кгр.; $X_a=-6$ кгр.; $Y_a=16+2\sqrt{3}$ кгр.

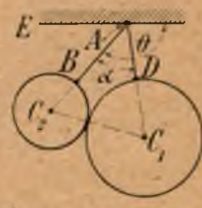
106.— Между двумя пластинами AO и BO, соединенными шарниромъ O, помѣщенъ цилиндръ, ось котораго O_1 параллельна оси шарнира; обѣ оси горизонтальны и лежатъ въ одной вертикальной плоскости. Пластины сжимаютъ цилиндръ подъ дѣйствіемъ двухъ горизонтальныхъ равныхъ и взаимно противоположныхъ силъ P, приложенныхъ въ точкахъ A и B. Вѣсъ цилиндра Q, его радіусъ r, коефиціентъ тренія цилиндра о пластины равенъ k, уголъ $AOB=2\alpha$, разстояніе $AB=a$. Какому условію должна удовлетворять величина силъ P для того, чтобы цилиндръ находился въ равновѣсіи?



Отв. 1) $\operatorname{tg}\alpha \geqslant k$; $\frac{r}{a}\,\frac{Q}{\sin\alpha+k\cos\alpha} \leqslant P \leqslant \frac{r}{a}\,\frac{Q}{\sin\alpha-k\cos\alpha}$.

2) $\operatorname{tg}\alpha < k$; $P \geqslant \frac{r}{a}\,\frac{Q}{\sin\alpha+k\cos\alpha}$.

107.— Два шара C_1 и C_2, радіусы которыхъ R_1 и R_2, а вѣса P_1 и P_2, подвѣшены на веревкахъ AB и AD въ точкѣ A; $AD=l_1$; $AB=l_2$; $l_1+R_1=l_2+R_2$. Опредѣлить уголъ θ, образуемый веревкою AB съ горизонтальной плоскостью AE, натяженія веревокъ T_1 и T_2 и давленіе N одного шара на другой.



Отв. $\operatorname{tg}\theta=\frac{P_2+P_1\cos\alpha}{P_1\sin\alpha}$; $T_1=P_1\frac{\sin\left(\theta-\frac{\alpha}{2}\right)}{\cos\frac{\alpha}{2}}$;

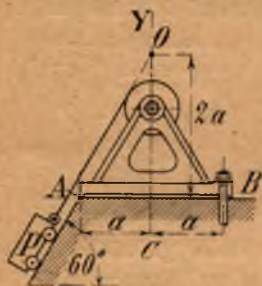
$$T_2=P_2\frac{\sin\left(\theta+\frac{\alpha}{2}\right)}{\cos\frac{\alpha}{2}};\quad N=P_2\frac{\cos\theta}{\cos\frac{\alpha}{2}}.$$

108.— Между двумя гладкими наклонными плоскостями OA и OB положены два соприкасающихся шара: шаръ съ центромъ C_1, вѣса

$P_1 = 10$ кгр. и радіуса $r_1 = 1$ дм., и шаръ, имѣющій центръ C_2, вѣса $P_2 = 30$ кгр. и радіуса $r_2 = 2$ дм. Опредѣлить уголъ φ, составляемый прямой C_1C_2 съ горизонтальною осью XOX_1, давленія N_1 и N_2 шаровъ на плоскости, а также величину N взаимнаго давленія шаровъ, если $\angle AOX_1 = 60°$, а $\angle BOX = 30°$.

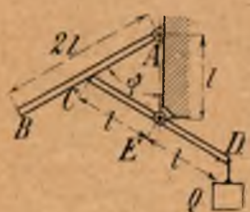
Отв. $\operatorname{tg}\varphi = 0$; $N_1 = 20$ кгр.; $N_2 = 20\sqrt{3}$ кгр.; $N = 10\sqrt{3}$ кгр.

109.— Грузъ $P = 24$ пуд. удерживается на наклонной плоскости, составляющей уголъ $60°$ съ горизонтомъ, посредствомъ веревки, намотанной на неподвижный валъ лебедки OAB. Вѣсъ лебедки $Q = 12$ пуд. и направленъ по прямой OC; лебедка опирается въ точкѣ A на гладкій полъ, а въ точкѣ B прикрѣплена къ полу болтомъ. Разстояніе отъ точки O до пола равно разстоянію между точками опоры. Найти опорныя реакціи, пренебрегая размѣрами вала.



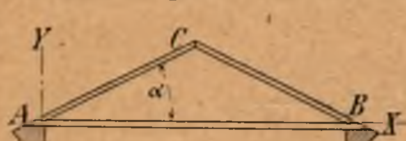
Отв. $X_a = 0$; $Y_a = 15 + 6\sqrt{3}$ пуд.; $X_b = 6\sqrt{3}$ пуд.; $Y_b = 15 - 6\sqrt{3}$ пуд.

110.— Стержень AB, длины $2l$ и вѣса P, можетъ вращаться вокругъ конца A. Онъ опирается на стержень CD той же длины $2l$, могущій вращаться вокругъ своей средины E. Точки A и E лежатъ на одной вертикали въ разстояніи $AE = l$. Къ концу D подвѣшенъ грузъ $Q = 2P$. Опредѣлить величину угла φ въ положеніи равновѣсія.



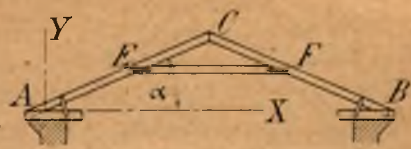
Отв. $\varphi_1 = \arccos\frac{1}{8}$; $\varphi_2 = 0$.

111.— Стропила состоятъ изъ двухъ брусьевъ AC и BC одинаковой длины 5 м., скрѣпленныхъ въ точкѣ C и врубленныхъ нижними концами въ горизонтальную затяжку AB. Наклонъ крыши $\operatorname{tg}\alpha = 0{,}5$; нагрузка на каждый изъ брусьевъ равна 900 кгр. и приложена въ срединѣ бруса. Опредѣлить давленіе между брусьями въ точкѣ C и давленіе на затяжку въ точкѣ A.



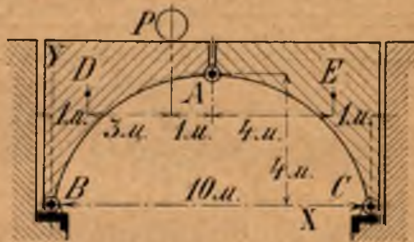
Отв. $X_a = -900$ кгр.; $Y_a = -900$ кгр.; $X_c = 900$ кгр.; $Y_c = 0$.

112. — Стропила состоятъ изъ двухъ брусьевъ AC и BC одинаковой длины 4 м., свободно лежащихъ нижними концами на стѣнахъ и связанныхъ горизонтальной затяжкой EF. Наклонъ крыши $\operatorname{tg}\alpha = 0{,}5$; $AC = 3CE$; нагрузка на каждый изъ брусьевъ AC и BC равна 800 кгр. и приложена въ срединѣ бруса. Опредѣлить давленіе на стѣну въ точкѣ A и распоръ S въ затяжкѣ EF.



Отв. $X_a = 0$; $Y_a = -800$ кгр.; $S = 2400$ кгр.

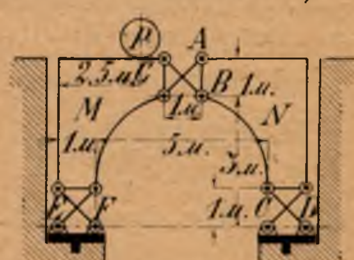
113. — Мостъ состоитъ изъ двухъ частей, связанныхъ между собою шарниромъ A и прикрѣпленныхъ къ береговымъ устоямъ шарнирами B и C. Вѣсъ каждой части моста 4 тн.; ихъ центры тяжести D и E; на мосту находится грузъ $P = 2$ тн.; размѣры указаны на чертежѣ. Опредѣлить давленіе въ шарнирѣ A и реакціи въ точкахъ B и C.



Для рѣшенія задачи можно написать три условія равновѣсія каждой части моста AB и AC отдѣльно, имѣя въ виду, что дѣйствія частей другъ на друга равны и прямо противоположны; такимъ образомъ получимъ шесть уравненій для опредѣленія шести неизвѣстныхъ.

Отв. $X_a = 2$ тн.; $X_b = -X_c = 2$ тн.; $Y_a = 0{,}8$ тн.;
$Y_b = 5{,}2$ тн.; $Y_c = 4{,}8$ тн.

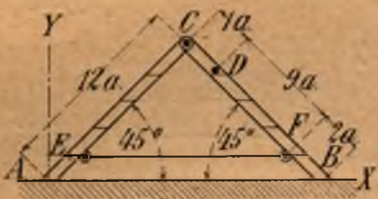
114. — Мостъ состоитъ изъ двухъ одинаковыхъ частей M и N, соединенныхъ между собою и съ неподвижными опорами посредствомъ шести стержней, наклоненныхъ къ горизонту подъ угломъ 45° и снабженныхъ на концахъ шарнирами. Размѣры указаны на чертежѣ. Въ точкѣ G помѣщенъ грузъ вѣса P. Опредѣлить тѣ усилія въ стержняхъ, которыя вызваны дѣйствіемъ этого груза.



Отв. $R_a = 0$; $R_b = P\frac{\sqrt{2}}{3}$; $R_c = 0$; $R_d = P\frac{\sqrt{2}}{3}$; $R_e = P\frac{\sqrt{2}}{3}$;

$$R_f = P\frac{\sqrt{2}}{6}.$$

115. — На гладкомъ горизонтальномъ полу стоитъ переносная лѣстница, состоящая изъ двухъ частей AC и BC, длиной по 12 арш., вѣсомъ

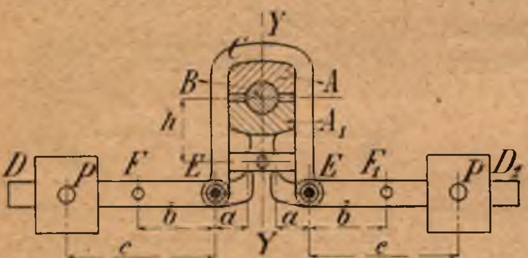


по 1 пуду каждая, соединенныхъ шарниромъ C и веревкой EF; разстояніе $BF = AE = 2$ арш. Въ точкѣ D на разстояніи $CD = 1$ арш. стоитъ человѣкъ, вѣсящій 4 пуда. Опредѣлить реакціи пола и шарнира и натяженіе T веревки EF, если углы: $BAC = CAB = 45°$.

Отв. $R_a = 2\frac{5}{6}$ пуд.; $R_b = 3\frac{1}{6}$ пуд.; $X_c = 2\frac{4}{5}$ пуд.;

$Y_c = 1\frac{5}{6}$ пуд.; $T = 2\frac{4}{5}$ пуд.

116.— Для опредѣленія коефиціента тренія употребляется приборъ, состоящій изъ подшипника AA_1, надѣтаго на вращающійся около горизонтальной оси шипъ B. Обѣ половины подшипника прижимаются къ шипу при помощи скобы C и двухъ рычаговъ D, D_1, короткія плеча которыхъ, длиной $a = 30$ мм.. производятъ на нижнюю половину подшипника A_1 давленіе, вызываемое грузами P. Вѣсъ всего прибора $Q = 40$ кгр.; центръ тяжести лежитъ ниже оси шипа на разстояніи $h = 120$ мм.; вѣсъ каждаго изъ рычаговъ $p = 7$ кгр. приложенъ въ точкѣ F на разстояніи $b = 510$ мм. отъ оси рычага E; грузы же P, каждый по 8 кгр., дѣйствуютъ въ точкахъ на разстояніи $c = 900$ мм. отъ оси E. Вѣсъ q нижней половины подшипника равенъ 6 кгр. При вращеніи шипа ось YY прибора отклоняется отъ вертикали на уголъ $\alpha = 5°$. Опредѣлить коефиціентъ тренія k между шипомъ и подшипникомъ, если діаметръ шипа $d = 100$ мм.

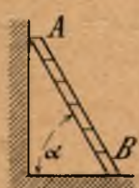


Коефиціентъ k находимъ изъ уравненія:

$$\left\{\left(2\frac{pb+Pc}{a}-q\right)+\left[2\frac{pb+Pc}{a}+(Q-q)\right]\right\}k\frac{d}{2}=Qh\sin\alpha.$$

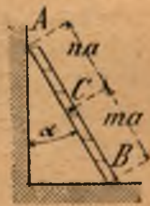
Отв. $k = 0,0051$.

117.— Лѣстница AB вѣса P упирается въ гладкую стѣну и опирается на горизонтальный негладкій полъ. Сила тренія въ точкѣ B не болѣе kR, гдѣ k коефиціентъ тренія, а R нормальная реакція пола. Подъ какимъ угломъ α къ полу надо поставить лѣстницу, чтобы по ней могъ подняться до верху человѣкъ, вѣсъ котораго p.



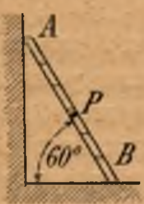
Отв. $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{P+2p}{2k(P+p)}$.

118. — Къ вертикальной стѣнѣ приставлена лѣстница AB, опирающаяся своимъ нижнимъ концомъ на горизонтальный полъ. Коефиціентъ тренія лѣстницы о стѣну k_1, — о полъ k_2. Вѣсъ лѣстницы вмѣстѣ съ находящимся на ней человѣкомъ равенъ p и приложенъ въ точкѣ C, которая дѣлитъ длину лѣстницы въ отношеніи $m:n$. Опредѣлить наибольшій уголъ α, составляемый лѣстницей со стѣной въ положеніи равновѣсія, а также реакціи стѣны R_a и пола R_b для этого значенія α.



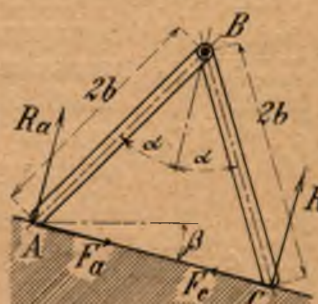
Отв. $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{(m+n)\,k_2}{m - nk_1k_2}$; $R_a = \dfrac{pk_2}{1+k_1k_2}$; $R_b = \dfrac{p}{1+k_1k_2}$.

119. — Лѣстница AB опирается на негладкую стѣну и негладкій полъ, составляя съ послѣднимъ уголъ 60°. На лѣстницѣ помѣщается грузъ P. Пренебрегая вѣсомъ лѣстницы, опредѣлить графически наибольшее разстояніе BP, при которомъ лѣстница остается въ покоѣ. Уголъ тренія, тангенсъ котораго называется коефиціентомъ тренія, для стѣны и пола равенъ 15°.



Отв. $BP = \dfrac{1}{2} AB$.

120. — Стремянка, въ которой двѣ одинаковыхъ лѣстницы AB и BC соединены шарниромъ въ B, поставлена на наклонную плоскость, образующую съ горизонтомъ уголъ β. Пренебрегая треніемъ въ шарнирѣ, опредѣлить: 1) наибольшій и наименьшій уголъ растворенія стремянки 2α, при которомъ возможно равновѣсіе; 2) условія, при которыхъ сила тренія въ точкѣ A при равновѣсіи равна нулю. Коефиціентъ тренія между стремянкой и плоскостью равенъ k, при чемъ $k > \operatorname{tg}\beta$.



Принимая во вниманіе, что при малыхъ значеніяхъ α возможно опрокидываніе стремянки вокругъ точки C вправо, находимъ: $\operatorname{tg}\alpha \geqq 0{,}5 \operatorname{tg}\beta$. Затѣмъ изъ уравненій моментовъ относительно точекъ A и C получаемъ: $R_a = P(\cos\beta - 0{,}5 \sin\beta \operatorname{ctg}\alpha)$; $R_c = P(\cos\beta + 0{,}5 \sin\beta \operatorname{ctg}\alpha)$, гдѣ P — вѣсъ какъ той, такъ и другой лѣстницы. Далѣе, разсматривая равновѣсіе каждой лѣстницы отдѣльно, изъ уравненій моментовъ относительно точки B находимъ: $F_a = -P(\sin\beta - 0{,}5\cos\beta \operatorname{tg}\alpha)$; $F_c = P(\sin\beta + 0{,}5 \cos\beta \operatorname{tg}\alpha)$. Равновѣсіе возможно только при такихъ значеніяхъ α, при которыхъ $kR_a > F_a > -kR_a$ и $kR_c > F_c > -kR_c$, откуда получаемъ четыре неравенства, содержащихъ $\operatorname{tg}\alpha$ во второй степени, вида $mx^2 + nx + p \gtreqless 0$, если черезъ x обозначимъ $\operatorname{tg}\alpha$, причемъ $m > 0$.

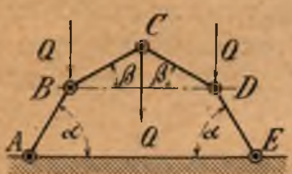
Пусть x_1 и x_2 будутъ корни уравненія: $mx^2 + nx + p = 0$, гдѣ $x_1 > x_2$, тогда найденныя неравенства могутъ быть представлены въ видѣ:

$m\,(x - x_1)\,(x - x_2) \gtreqless 0$. Верхнее неравенство удовлетворяется при значеніяхъ $x > x_1$ и $x < x_2$, нижнее — при значеніяхъ $x_1 > x > x_2$. Такимъ образомъ получимъ восемь неравенствъ, опредѣляющихъ предѣлы для $\operatorname{tg}\alpha$; при изслѣдованіи ихъ удобно положить $\operatorname{tg}\beta = \mu k$, гдѣ, согласно условію, $1 > \mu > 0$. Отрицательные предѣлы не имѣютъ значенія въ настоящей задачѣ. Наибольшій изъ положительныхъ нижнихъ предѣловъ представляетъ искомое значеніе $\operatorname{tg}\alpha_{\text{min.}}$, а наименьшій изъ верхнихъ предѣловъ — искомое значеніе $\operatorname{tg}\alpha_{\text{max.}}$

Отв. 1) $\frac{1}{2}\operatorname{tg}\beta \leqslant \operatorname{tg}\alpha \leqslant k - \operatorname{tg}\beta + \sqrt{(k - \operatorname{tg}\beta)^2 + k\operatorname{tg}\beta}$;

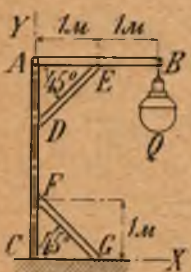
2) при $R_a = 0$, когда $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{2}\operatorname{tg}\beta$, или при $\operatorname{tg}\alpha = 2\operatorname{tg}\beta$, если только это значеніе не выходитъ за предѣлы перваго отвѣта.

121. — Стержневой многоугольникъ состоитъ изъ четырехъ равныхъ стержней; концы A и E закрѣплены; узлы B, C и D загружены одинаковой нагрузкой Q. Въ положеніи равновѣсія уголъ наклоненія крайнихъ стержней $\alpha = 60^\circ$. Опредѣлить уголъ наклоненія среднихъ стержней β.



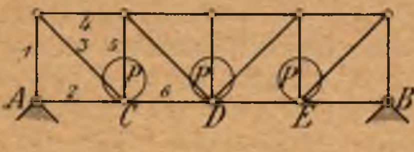
Отв. $\beta = 30^\circ$.

122. — Горизонтальная балка AB длиной 2 м., прикрѣпленная къ вертикальному столбу AC въ точкѣ A и подпертая подкосомъ DE, несетъ на концѣ грузъ $Q = 500$ кгр.; столбъ AC укрѣпленъ подкосомъ FG; $AE = CF = 1$ м.; подкосы DE и FG наклонены подъ угломъ 45° къ горизонту. Найти усилія S_e и S_f въ подкосахъ DE и FG и реакцію грунта въ точкѣ C.



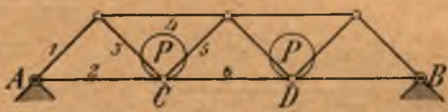
Отв. $S_e \cong 1400$ кгр.; $S_f \cong 1400$ кгр.;
$X_c = 1000$ кгр.; $Y_c \cong 500$ кгр.

123. — Въ мостовой фермѣ, изображенной на чертежѣ, узлы C, D и E загружены одинаковой нагрузкой $P = 10$ тн. Наклонные стержни составляютъ углы 45° съ горизонтомъ. Найти аналитически усилія въ стержняхъ 1, 2, 3, 4, 5 и 6, вызываемыя данной нагрузкой.



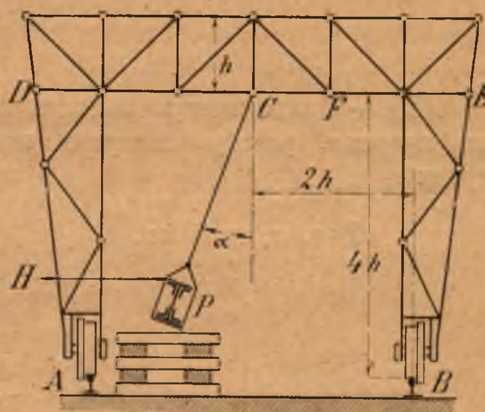
Отв. $S_1 = -15$ тн. — сжатіе; $S_2 = 0$; $S_3 \cong +21$ тн. — растяженіе; $S_4 = -15$ тн.; $S_5 = -5$ тн.; $S_6 = +15$ тн.

124. — Въ мостовой фермѣ, изображенной на чертежѣ, на узлы C и D приходится одинаковая нагрузка $P=10$ тн.; наклонные стержни составляютъ углы 45° съ горизонтомъ. Найти аналитически усилія въ стержняхъ 1, 2, 3, 4, 5 и 6, вызываемыя данной нагрузкой.



Отв. $S_1 \cong -14$ тн.; $S_2 = +10$ тн.; $S_3 \cong +14$ тн.; $S_4 = -20$ тн.; $S_5 = 0$; $S_6 = +20$ тн.

125. — Для сборки моста устроенъ временный деревянный кранъ, перемѣщающійся по рельсамъ A и B на колесахъ. Къ среднему узлу C нижняго пояса DE крана подвѣшенъ блокъ, служащій для поднятія тяжестей съ помощью цѣпи. Вѣсъ поднимаемаго съ подмостей груза P=300 пуд., при чемъ въ моментъ отдѣленія его отъ подмостей направленіе цѣпи составляетъ съ вертикалью уголъ $\alpha = 20° \cong \text{arc tg } 0{,}364$; во избѣжаніе колебаній груза, онъ оттягивается горизонтальнымъ канатомъ PH. Предполагая, что горизонтальная слагающая натяженія цѣпи воспринимается однимъ правымъ рельсомъ B, опредѣлить усиліе S_1 въ горизонтальномъ стержнѣ CF въ моментъ отдѣленія груза отъ подмостей и сравнить его съ тѣмъ усиліемъ S_2, которое получилось бы при углѣ $\alpha = 0$. Размѣры указаны на чертежѣ.

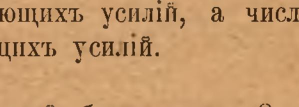


Отв. $S_1 = 846$ пуд.; $S_2 = 300$ пуд.

IV. Графическая статика.

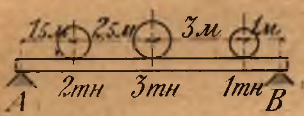
Въ отвѣтахъ при задачахъ по графической статикѣ числа со знакомъ + выражаютъ величины (приближенныя) растягивающихъ усилій, а числа со знакомъ — величины (приближенныя) сжимающихъ усилій.

126. — Опредѣлить опорныя реакціи консольной балки длины 8 м. съ пролетомъ 5 м., вызываемыя грузами 2 тн. и 3 тн., которые помѣщены на концахъ, какъ указано на чертежѣ.



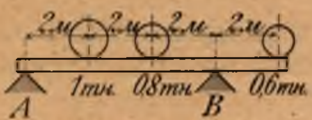
Отв. $R_a = 2{,}2$ тн.; $R_b = 2{,}8$ тн.

127. — Опредѣлить опорныя реакціи балки съ пролетомъ 8 м., вызываемыя тремя грузами 2 тн., 3 тн. и 1 тн., которые расположены, какъ указано на чертежѣ.



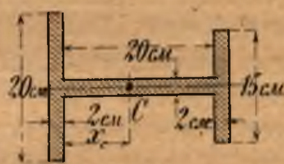
Отв. $R_a = 3{,}25$ тн.; $R_b = 2{,}75$ тн.

128. — Опредѣлить опорныя реакціи консольной балки длины 8 м. съ пролетомъ 6 м., вызываемыя тремя грузами 1 тн., 0,8 тн. и 0,6 тн., которые расположены, какъ указано на чертежѣ.



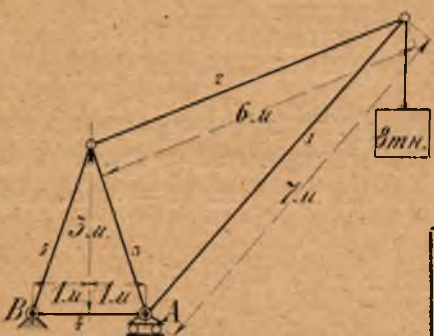
Отв. $R_a = 0{,}73$ тн.; $R_b = 1{,}67$ тн.

129. — Найти центръ тяжести двутавроваго профиля, размѣры котораго указаны на чертежѣ.



Отв. $x_c = 11$ см.

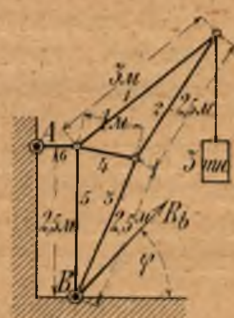
130. — Опредѣлить опорныя реакціи и усилія въ стержняхъ крана, изображеннаго на чертежѣ, при нагрузкѣ въ 8 тн.



Отв. $R_a = 26$ тн.;
$R_b = 18$ тн. внизъ.

Номеръ	1	2	3	4	5
Усиліе	—16,4	+11,4	—14,4	— 6	+19

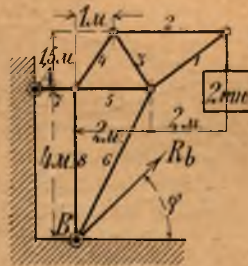
131. — Опредѣлить опорныя реакціи и усилія въ стержняхъ крана, изображеннаго на чертежѣ, при нагрузкѣ въ 3 тн.



Отв. $R_a = 2{,}8$ тн.; $R_b = 4{,}1$ тн.; $\varphi = 47°$.

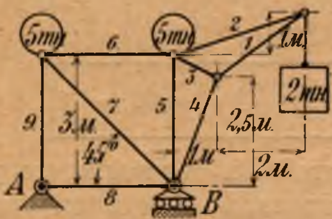
Номеръ.	1	2	3	4	5	6
Усиліе.	+ 5,3	— 7,5	— 7,2	— 1,3	+ 3,6	+ 2,8

132. — Опредѣлить опорныя реакціи и усилія въ стержняхъ крана, изображеннаго на чертежѣ, при нагрузкѣ въ 2 тн.



Отв. $R_a = 2$ тн.; $R_b = 2{,}8$ тн.; $\varphi = 45°$.

Номеръ	1	2	3	4	5	6	7	8
Усиліе	— 3,3	+ 2,7	— 2,3	+ 2,4	+ 0,6	— 4,5	+ 2	+ 2

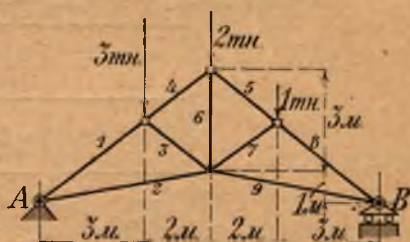


133. — Опредѣлить опорныя реакціи и усилія въ стержняхъ крана, изображеннаго вмѣстѣ съ приложенными къ нему силами на чертежѣ.

Отв. $R_a = 3$ тн.; $R_b = 9$ тн.

Номеръ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Усиліе	— 6,2	+ 5,2	— 3,4	— 5,4	— 2	+ 2	— 2,8	0	— 3

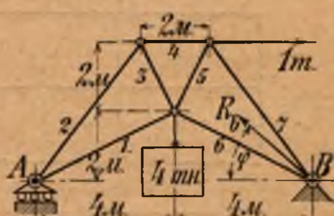
134. — Опредѣлить опорныя реакціи и усилія въ стержняхъ стропильной фермы, изображенной вмѣстѣ съ приложенными къ ней силами на чертежѣ.



Отв. $R_a = 3{,}4$ тн.;
$R_b = 2{,}6$ тн.

Номеръ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Усиліе	— 7,2	+ 5,7	— 2,5	— 4,6	— 4,6	+ 3,9	— 0,8	— 5,6	+ 4,5

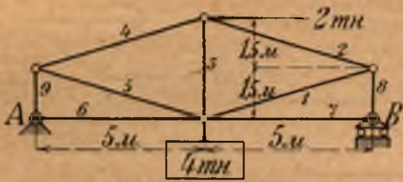
135. — Опредѣлить опорныя реакціи и усилія въ стержняхъ сооруженія, изображеннаго вмѣстѣ съ дѣйствующими на него силами на чертежѣ.



Отв. $R_a = 1{,}5$ тн.;
$R_b = 2{,}8$ тн.; $\varphi = 68°$.

Номеръ	1	2	3	4	5	6	7
Усиліе	+ 2	— 2,9	+ 2,6	— 2,9	+ 3,5	+ 1,5	— 4

136. — Опредѣлить опорныя реакціи и усилія въ стержняхъ сооруженія, изображеннаго вмѣстѣ съ дѣйствующими на него силами на чертежѣ.

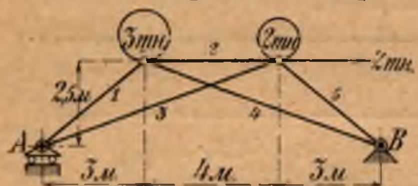


Какъ въ этой, такъ и въ двухъ слѣдующихъ задачахъ, ось OX направлена по горизонтальной прямой AB, а ось OY по вертикали вверхъ.

Отв. $X_a = -2$ тн.; $Y_a = 1{,}4$ тн.; $X_b = 0$; $Y_b = 2{,}6$ тн.

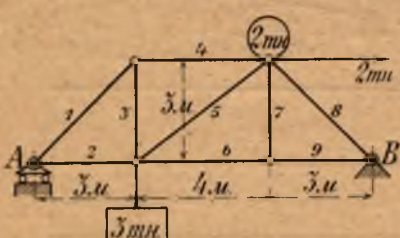
Номеръ.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Усиліе.	+ 4,5	— 4,5	+ 2,0	— 2,4	+ 2,4	+ 2,0	0	— 2,6	— 1,4

137. — Опредѣлить опорныя реакціи и усилія въ стержняхъ сооруженія, изображеннаго вмѣстѣ съ приложенными къ нему силами на чертежѣ. Стержни 3-й и 4-й не соединены шарниромъ въ точкѣ ихъ пересѣченія.



Отв. $X_a = 0$; $Y_a = 2{,}2$ тн.; $X_b = -2$ тн.; $Y_b = 2{,}8$ тн.

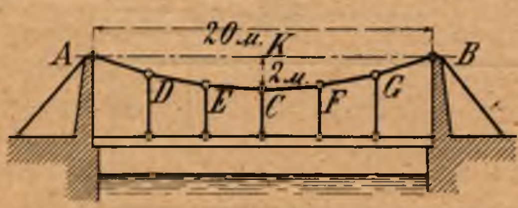
Номеръ	1	2	3	4	5
Усиліе	— 6,0	— 6,8	+ 4,9	+ 2,5	— 5,7



138. Опредѣлить опорныя реакціи и усилія въ стержняхъ мостовой фермы, которая вмѣстѣ съ приложенными къ ней силами изображена на чертежѣ.

Отв. $X_a = 0$; $Y_a = 2{,}1$ тн.; $X_b = -2$ тн.; $Y_b = 2{,}9$ тн.

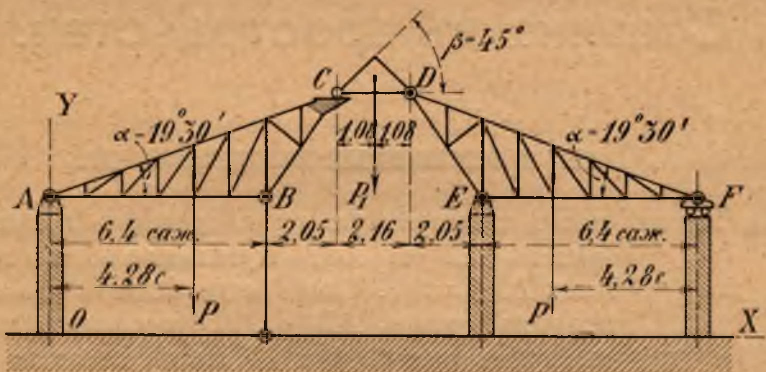
Номеръ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Усиліе	— 3,0	+ 2,1	+ 2,1	— 2,1	+ 1,5	+ 0,9	0	— 4,1	+ 0,9



139. — Цѣпной мостъ, длины $AB = 20$ м., поддерживаются двумя цѣпями; стрѣла провисанія цѣпей $CK =$ $= 2$ м.; нагрузка моста составляетъ 1,6 тн. на погонный метръ. Опредѣлить натяженіе цѣпи въ средней точкѣ C, если кривая, на которой лежатъ вершины веревочнаго многоугольника $ADECFGB$, парабола.

Отв. 20 тн.

140. — Покрытіе паровозной мастерской Александровскаго завода Николаевской ж. д. сдѣлано по схемѣ, указанной на чертежѣ. Размѣры даны въ саженяхъ. Опоры A, D и E — шарнирныя неподвижныя, C и F — шарнирныя скользящія, B — качающаяся. Разстояніе между смежными фермами равно 1,45 саж. **I.** Опредѣлить опорныя реакціи подъ дѣйствіемъ: 1) вѣса фермы съ кровлей $P = 420$ пуд. и вѣса фонаря $P_1 = 134$ пуд.; 2) снѣга, вѣсъ котораго составляетъ 28 пуд. на 1 кв. саж.



горизонтальной проекціи кровли; на фонарѣ, уголъ наклона котораго 45°, снѣгъ не держится; 3) вѣтра, направленнаго подъ угломъ 10° къ горизонту; вѣтеръ можетъ дѣйствовать и справа и слѣва; давленіе вѣтра равно 50 пуд. на 1 кв. саж. плоскости, перпендикулярной къ его направленію.—**II.** Опредѣлить наибольшую добавочную нагрузку на фермы отъ тренія въ скользящихъ опорахъ при измѣненіи длины фермъ подъ вліяніемъ колебаній температуры; коефиціентъ тренія стали о чугунъ $k = 0{,}3$.

Имѣемъ: $\alpha = 19°30$; $\sin\alpha = 0{,}334$; $\cos\alpha = 0{,}943$; $\beta = 45°$; $\sin\beta = \cos\beta = 0{,}707$; $\sin(\alpha + 10°) = 0{,}492$; $\sin(\beta + 10°) = 0{,}819$.

Отв. I. 1) $Y_a = Y_f = 117{,}86$ пуд.; $Y_b = Y_e = 369{,}14$ пуд.; $Y_c = Y_d = 67$ пуд.

2) $Y_a = Y_f = 116{,}25$ пуд.; $Y_b = Y_e = 225{,}82$ пуд.

3а) Вѣтеръ слѣва: $Y_c = Y_d = 26{,}25$ пуд.; $X_d = -52{,}5$ пуд.; $Y_a = 29{,}82$ пуд.; $X_a = -52{,}59$ пуд.; $Y_b = 144{,}95$ пуд.; $Y_e = 10{,}1$ пуд.; $X_e = -52{,}5$ пуд.; $Y_f = 16{,}15$ пуд.

3б) Вѣтеръ справа: $Y_c = Y_d = 26{,}25$ пуд.; $X_d = 52{,}5$ пуд.; $Y_a = -8{,}41$ пуд.; $Y_b = 34{,}66$ пуд.; $X_e = 105{,}18$ пуд.; $Y_e = 120{,}39$ пуд.; $Y_f = 22{,}08$ пуд.

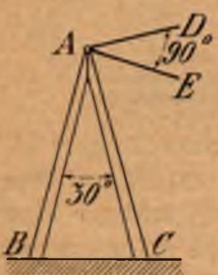
II. Max. $X_c = 28$ пуд.; Max. $X_f = 76{,}85$ пуд.

Проекціи реакцій, въ отвѣтѣ не указанныя, равны нулю.

Статика въ пространствѣ.

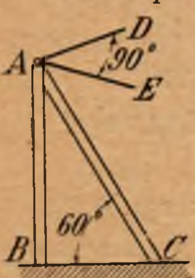
V. Силы, приложенныя въ одной точкѣ.

141. Угловой столбъ составленъ изъ двухъ одинаково наклоненныхъ брусьевъ AB и AC, скрѣпленныхъ въ вершинѣ. Уголъ $BAC = 30°$. Столбъ поддерживаетъ два горизонтальныхъ провода AD и AE, составляющихъ другъ съ другомъ прямой уголъ. Натяженіе каждаго провода равно 100 кгр. Опредѣлить усилія въ брусьяхъ, предполагая, что плоскость BAC дѣлитъ пополамъ уголъ DAE, и пренеберегая вѣсами столбовъ.



Отв. $S_b = - S_c = 100\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$ кгр.

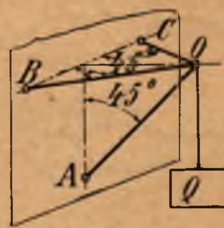
142. Горизонтальные провода телеграфной линіи подвѣшены къ вертикальному столбу AB съ подкосомъ AC и составляютъ уголъ $DAE = 90°$. Натяженія проводовъ AD и AE соотвѣтственно равны 12 и 16 кгр. Найти уголъ α между плоскостями BAC и BAE, при которомъ столбъ не испытываетъ бокового изгиба, и опредѣлить усиліе S въ подкосѣ, если онъ поставленъ подъ угломъ 60° къ горизонту.



Отв. $\alpha = \arcsin\frac{3}{5}$; $S = 40$ кгр.

143. Воздушный шаръ, удерживаемый двумя веревками, находится подъ дѣйствіемъ вѣтра. Веревки образуютъ между собою прямой уголъ; плоскость, въ которой онѣ находятся, составляетъ съ горизонтомъ уголъ 60°. Направленіе вѣтра перпендикулярно къ линіи пересѣченія этихъ плоскостей и само заключается въ горизонтальной плоскости. Вѣсъ шара и заключеннаго въ немъ газа 250 кгр.; объемъ шара 215,4 куб. м.; вѣсъ куб. метра воздуха 1,3 кгр. Опредѣлить натяженія T_1 и T_2 веревокъ и давленіе P вѣтра на шаръ.

Отв. $T_1 = T_2 = 10\sqrt{6}$ кгр.; $P = 10\sqrt{3}$ кгр.



144. Грузъ $Q = 100$ кгр. поддерживается брусомъ AO, наклоненнымъ подъ угломъ 45° къ горизонту, и двумя горизонтальными цѣпями BO и CO одинаковой длины; $\angle CBO = \angle BCO = 45°$. Найти усиліе S въ брусѣ и натяженіе T цѣпей.

Отв. $S = 141$ кгр.; $T = 71$ кгр.

145. Мачта AB удерживается въ вертикальномъ положеніи посредствомъ четырехъ симметрично расположеныхъ оттяжекъ. Уголъ между каждыми двумя смежными оттяжками равенъ 60°. Опредѣлить давленіе мачты на землю, если натяженіе каждой изъ оттяжекъ равно 100 кгр., а вѣсъ мачты 200 кгр.

Отв. $200(1 + \sqrt{2}) \cong 482$ кгр.

146.—Четыре ребра AB, AC, AD и AE правильной пятиугольной пирамиды изображаютъ по величинѣ и направленію четыре силы въ масштабѣ 1 м. = 1 кгр. Зная высоту пирамиды $AO = 10$ м. и радіусъ круга, описаннаго около основанія, $OC = 4{,}5$ м., найти равнодѣйствующую R и разстояніе x отъ точки O до точки пересѣченія равнодѣйствующей съ основаніемъ.

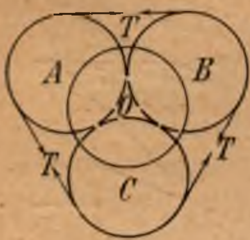
Отв. $R = 40{,}12$ кгр.; $x = 0{,}777$ м.

147.—Къ вершинѣ B треножника $ABCD$ подвѣшенъ грузъ E, вѣсъ котораго 10 кгр. Ножки имѣютъ равную длину, укрѣплены на горизонтальномъ полу и образуютъ между собой равные углы. Опредѣлить усиліе въ каждой изъ ножекъ, если извѣстно, что онѣ образуютъ съ веревкой BE углы 30°.

Отв. $\dfrac{20\sqrt{3}}{9}$ кгр.

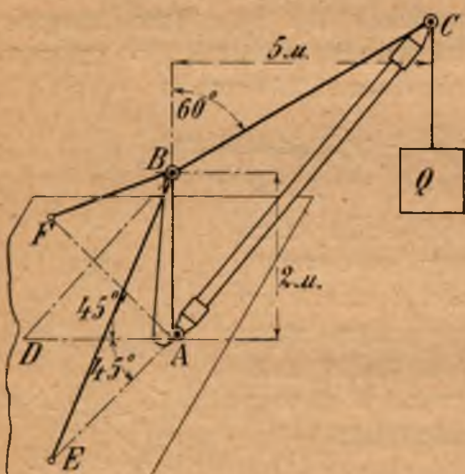
148.—На гладкомъ полу стоитъ трехногій штативъ; нижніе концы его ножекъ связаны веревками, такъ что ножки и веревки штатива образуютъ правильный тетраэдръ. Къ верхней точкѣ штатива подвѣшенъ грузъ P. Опредѣлить реакцію пола R въ точкахъ опоры и натяженіе веревокъ T, выразивъ искомыя величины въ частяхъ P.

Отв. $R = \frac{1}{3} P$; $T = \frac{P}{3\sqrt{6}}$.



149. — Четыре шара A, B, C и O одинаковаго вѣса 10 кгр. и одинаковаго радіуса 5 см., образуютъ пирамиду: три шара A, B, и C положены на гладкую горизонтальную плоскость, взаимно прикасаются и обвязаны шнуромъ, огибающимъ ихъ въ экваторіальной плоскости, а четвертый шаръ O лежитъ на трехъ нижнихъ. Опредѣлить натяженіе шнура T, вызываемое давленіемъ верхняго шара.

Отв. $T = \frac{10}{3\sqrt{6}}$ кгр.

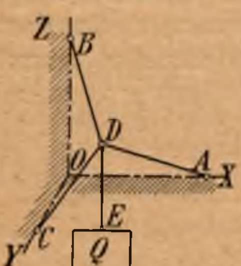


150.—Переносный кранъ, поднимающій грузъ $Q = 2$ тн,. устроенъ такъ, какъ указано на чертежѣ; $AB = AE = AF = 2$ м.; уголъ $EAF = 90°$; плоскость крана ABC дѣлитъ прямой двугранный уголъ $EABF$ пополамъ. Опредѣлить силу P_1, сжимающую вертикальную стойку AB, а также силы P_2, P_3 и P_4, растягивающія струну BC и тросы BE и BF, пренебрегая вѣсами частей крана.

Отв. $P_1 = \frac{10}{\sqrt{2}} - \frac{5}{\sqrt{3}}$ тн.;

$P_2 = \frac{10}{\sqrt{3}}$ тн.; $P_3 = P_4 = 5$ тн.

151.—Въ точкахъ A, B и C, лежащихъ на прямоугольныхъ координатныхъ осяхъ въ одинаковомъ разстояніи l отъ начала координатъ O, закрѣплены нити $AD = BD = CD = L$, связанныя въ точкѣ D; въ этой точкѣ подвѣшенъ грузъ Q. Опредѣлить натяженія нитей T_1, T_2 и T_3.



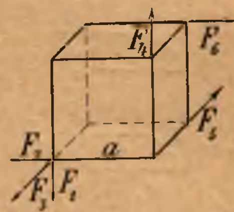
Координаты точки D суть:

$$x = y = z = \frac{1}{3}\left(l - \sqrt{3L^2 - 2l^2}\right).$$

Отв. $T_1 = T_2 = \frac{l - \sqrt{3L^2 - 2l^2}}{3l\sqrt{3L^2 - 2l^2}} \cdot LQ$; $T_3 = \frac{l + 2\sqrt{3L^2 - 2l^2}}{3l\sqrt{3L^2 - 2l^2}} \cdot LQ$.

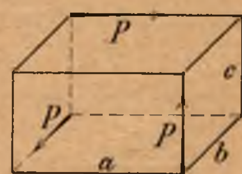
VI. Приведеніе системы силъ къ простѣйшему виду.

152.—Къ вершинамъ куба приложены силы такъ, какъ это указано на чертежѣ. Найти, какимъ условіямъ должны удовлетворять силы F_1, F_2, F_3, F_4, F_5 и F_6 для того, чтобы онѣ находились въ равновѣсіи.

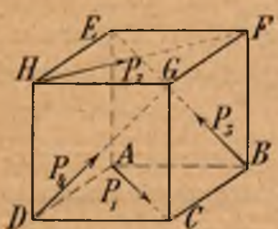


Отв. $F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = F_5 = F_6$.

153. — По тремъ непересѣкающимся и непараллельнымъ ребрамъ прямого прямоугольнаго параллелепипеда дѣйствуютъ три равныя силы P. Какое соотношеніе должно существовать между ребрами a, b и c, чтобы эта система силъ приводилась къ одной равнодѣйствующей?



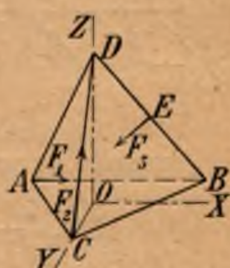
Отв. $b = a - c$.



154.— Къ четыремъ вершинамъ A, B, D и H куба приложены четыре равныя силы: $P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = P$, при чемъ сила P_1 направлена по AC, P_2 по HF, P_3 по BE и P_4 по DG. Привести эту систему къ простѣйшему виду.

Отв. Равнодѣйствующая равна $2P$ и направлена по діагонали DG.

155. — Къ правильному тетраэдру $ABCD$, ребра котораго равны a, приложены силы: F_1 по сторонѣ AB, F_2—по CD и F_3 въ точкѣ E, срединѣ стороны BD. Величины силъ F_1 и F_2 какія угодно, а проекціи силы F_3 на оси OX, OY и OZ суть: $-\frac{F_2}{2}$; $+F_2\frac{5\sqrt{3}}{6}$; $-F_2\sqrt{\frac{2}{3}}$. Приводится ли эта система силъ къ одной равнодѣйствующей, и если приводится, то найти координаты y и z точки пересѣченія равнодѣйствующей съ плоскостью YOZ.

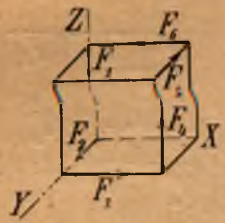


Отв. Приводится, такъ какъ проекціи главнаго вектора и главнаго момента равны: $V_x = F_1 - 0{,}5F_2$; $V_y = F_2\frac{\sqrt{3}}{2}$; $V_z = 0$; $M_x = 0$;

$$M_y = 0; \quad M_z = a\frac{\sqrt{3}}{6}(F_1 + F_2).$$

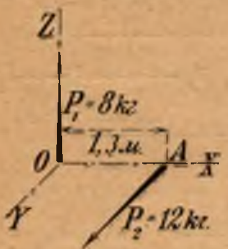
$$\text{Координаты: } y = -\frac{M_z}{V_x} = \frac{-a\sqrt{3}(F_1+F_2)}{6F_1 - 3F_2}; \quad z = 0.$$

156.—Къ вершинамъ куба, ребра котораго имѣютъ длину 5 см., приложены, какъ указано на чертежѣ, шесть равныхъ между собою силъ по 2 кгр. каждая. Привести эту систему силъ къ простѣйшему виду.



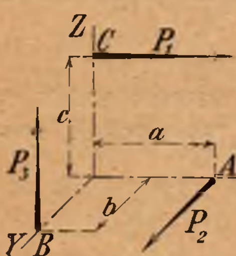
Отв. Система приводится къ парѣ, главный моментъ которой $M=20\sqrt{3}$ кгр. см. и составляетъ съ координатными осями углы: $\cos\alpha = -\cos\beta = -\cos\gamma = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

157.—Систему силъ: $P_1 = 8$ кгр., направленную по OZ, и $P_2 = 12$ кгр., направленную параллельно OY, какъ указано на чертежѣ, гдѣ $OA = 1{,}3$ м., привести къ каноническому виду, опредѣливъ главный векторъ этихъ силъ V и главный моментъ ихъ M относительно центральной винтовой оси. Найти углы α, β и γ, составляемые центральною винтовою осью съ координатными осями, а также координаты x и y точки встрѣчи ея съ плоскостью XOY.



Отв. $V=14{,}42$ кгр.; $M=8{,}65$ кгр. м.; $\alpha=90°$; $\beta=\operatorname{arctg}\frac{2}{3}$; $\gamma=\operatorname{arctg}\frac{3}{2}$; $x=0{,}9$ м.; $y=0$.

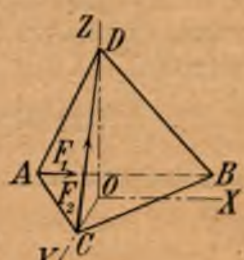
158. — Три силы P_1, P_2 и P_3 лежатъ въ координатныхъ плоскостяхъ и параллельны осямъ коорд., но могутъ быть направлены какъ въ ту, такъ и въ другую сторону. Точки ихъ приложенія A, B и C находятся на заданныхъ разстояніяхъ a, b и c отъ начала координатъ. Какому условію должны удовлетворять величины этихъ силъ, чтобы онѣ приводились къ одной равнодѣйствующей? Какому условію должны удовлетворять величины этихъ силъ, чтобы существовала центральная винтовая ось, проходящая черезъ начало координатъ?



При рѣшеніи второго вопроса можно обойтись безъ уравненія центральной винтовой оси, исходя только изъ ея опредѣленія.

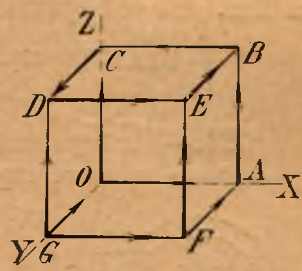
Отв. $\frac{a}{P_1}+\frac{b}{P_2}+\frac{c}{P_3}=0$; $\frac{P_1}{bP_3}=\frac{P_2}{cP_1}=\frac{P_3}{aP_2}$.

159. — Къ правильному тетраэдру $ABCD$ съ ребрами, равными a, приложена сила F_1 по сторонѣ AB и сила F_2 по сторонѣ CD. Найти координаты x и y точки пересѣченія центральной винтовой оси съ плоскостью XOY.



Отв. $x=-\frac{a}{2}\cdot\frac{F_1F_2}{F_1^2+F_2^2}$; $y=\frac{a\sqrt{3}}{6}\cdot\frac{2F_2^2-F_1^2}{F_1^2+F_2^2}$.

160. — По ребрамъ куба, сторона котораго равна a, дѣйствуютъ двѣнадцать равныхъ силъ P, какъ указано на чертежѣ. Привести эту систему силъ къ каноническому виду и опредѣлить координаты x и y точки пересѣченія центральной винтовой оси съ плоскостью XOY.

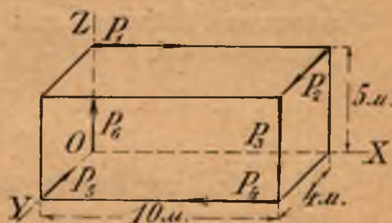


Отв. $V = 2P\sqrt{6}$; $M = -\frac{2}{3} Pa \sqrt{6}$;

$$\cos\alpha = \cos\beta = \frac{1}{2} \quad \cos\gamma = \frac{1}{6}\sqrt{6}.$$

$$x = y = \frac{2}{3} a.$$

161. — По ребрамъ прямого прямоугольнаго параллелепипеда, 10 м., 4 м. и 5 м. длиною, дѣйствуетъ шесть силъ, указанныхъ на чертежѣ: $P_1 = 4$ кгр.; $P_2 = 6$ кгр.; $P_3 = 3$ кгр.; $P_4 = 2$ кгр.; $P_5 = 6$ кгр.; $P_6 = 8$ кгр. Привести эту систему силъ къ каноническому виду и опредѣлить координаты x и y точки пересѣченія центральной винтовой оси съ плоскостью XOY.



Отв. $V \cong 5{,}4$ кгр.; $M \cong 47{,}5$ кгр. м.; $\cos\alpha \cong 0{,}37$; $\cos\beta = 0$; $\cos\gamma \cong 0{,}93$; $x = -10$ м.; $y = -8{,}4$ м.

VII. Равновѣсіе силъ, приложенныхъ къ твердому тѣлу. Опредѣленіе реакцій.

162. — Круглая наклонная площадка коннаго топчака, вращающаяся вокругъ оси CA, наклоненной къ вертикали подъ угломъ $\alpha = 20°$, приводится во вращеніе лошадью вѣса 400 кгр., остающеюся въ точкѣ B на концѣ горизонтальнаго радіуса $CB = 3$ м. Опредѣлить вращающій моментъ.

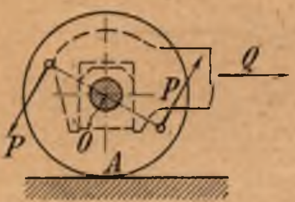
Вращающимъ моментомъ называется сумма моментовъ относительно оси вращенія силъ, приложенныхъ къ тѣлу; $\sin 20° = 0{,}342$.

Отв. 410 кгр. м.

163. — Вѣтряная мельница имѣетъ 4 крыла, наклоненныхъ подъ угломъ $\alpha = 15° = \arcsin\, 0{,}259$ къ плоскости, перпендикулярной къ оси вращенія; давленіе вѣтра на каждое крыло равно 100 кгр., направлено по перпендикуляру къ плоскости крыла и приложено въ точкѣ, отстоящей на 3 м. отъ оси вращенія. Найти вращающій моментъ.

Отв. 311 кгр. метр.

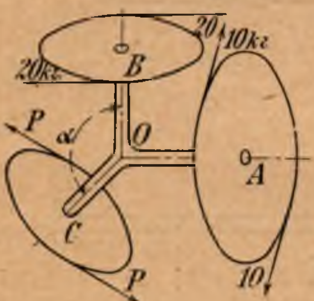
164. — Электродвигатель, помѣщенный на оси O колеснаго ската трамвайнаго вагона, стремится повернуть ось противъ часовой стрѣлки, причемъ величина момента вращающей пары силъ $(P, -P)$ равна 600 кгр.м., а радіусъ колесъ 60 см. Опредѣлить силу тяги Q колеснаго ската, предполагая, что онъ стоитъ на горизонтальныхъ рельсахъ.



Сначала находимъ сумму силъ тренія между колесами и рельсами, взявши моменты силъ относительно оси O. Затѣмъ проектируемъ всѣ силы, приложенныя къ колесному скату, на горизонтальное направленіе. Найденная сила Q представляетъ натяженіе цѣпи, удерживающей вагонъ въ покоѣ.

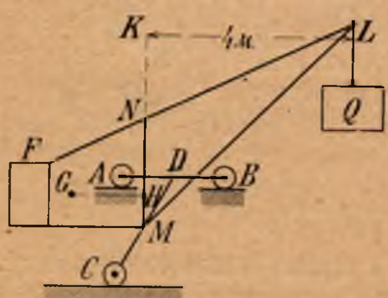
Отв. $Q = 1$ тн.

165. — Къ окружности колеса A радіуса 15 см. приложена пара силъ по 10 кгр. каждая, а къ окружности колеса B радіуса 10 см. приложена пара силъ по 20 кгр. Оси OA и OB взаимно перпендикулярны. Къ окружности третьяго колеса C радіуса 5 см. приложена пара силъ $P, -P$. Опредѣлить величину силы P и уголъ $BOC = \alpha$ такъ, чтобы система трехъ колесъ, будучи совершенно свободною, оставалась въ равновѣсіи.



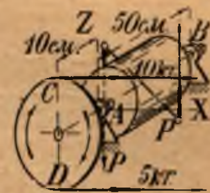
Отв. $P = 50$ кгр.; $\operatorname{tg}\alpha = -0{,}75$.

166. — Подъемный кранъ установленъ на трехколесной телѣжкѣ ABC. Размѣры: $AD = DB = 1$ м.; $CD = 1{,}5$ м.; $CM = 1$ м.; $KL = 4$ м. Кранъ уравновѣшивается противовѣсомъ F. Вѣсъ крана съ противовѣсомъ равенъ $P = 10$ тн. и приложенъ въ точкѣ G, лежащей въ плоскости $LMNF$ на разстояніи $GH = 0{,}5$ м. отъ оси крана MN; поднимаемый грузъ Q вѣситъ 3 тн. Найти давленія колесъ на рельсы, когда плоскость крана LMN параллельна AB.



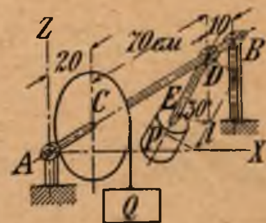
Отв. $N_a = {}^5/_6$ тн.; $N_b = 7\,{}^5/_6$ тн.; $N_c = 4\,{}^1/_3$ тн.

167. — Ременный шкивъ CD динамомашины имѣетъ радіусъ 10 см.; размѣры вала AB указаны на чертежѣ. Натяженіе верхней ведущей вѣтви ремня равно 10 кгр., нижней ведомой — 5 кгр. Опредѣлить вращающій моментъ M и реакціи подшипниковъ A и B въ случаѣ равномѣрнаго вращенія, пренебрегая вѣсами частей машины.



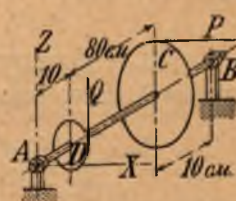
Отв.*). $M = 50$ см. кгр.; $X_a = -18$ кгр.; $X_b = 3$ кгр.

168. — На горизонтальный валъ, лежащій въ подшипникахъ A и B, дѣйствуютъ: съ одной стороны вѣсъ гири $Q = 25$ кгр., привязанной къ шкиву C радіуса 20 см. посредствомъ нити, а съ другой стороны вѣсъ гири P въ 100 кгр., надѣтой на стержень DE, неизмѣнно скрѣпленный съ валомъ AB. Разстоянія: $AC = 20$ см.; $CD = 70$ см.; $BD = 10$ см. Въ положеніи равновѣсія стержень DE отклоненъ отъ вертикали на $30°$. Опредѣлить разстояніе l центра тяжести гири P отъ оси вала AB и реакціи подшипниковъ A и B.



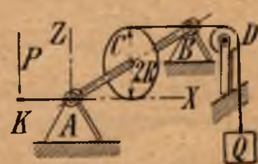
Отв. $l = 10$ см.; $Z_a = 30$ кгр.; $Z_b = 95$ кгр.

169. — На горизонтальномъ валу AB насажено зубчатое колесо C радіуса 1 м. и шестерня D радіуса 10 см. Другіе размѣры указаны на чертежѣ. Къ колесу C по направленію касательной приложена горизонтальная сила $P = 10$ кгр., а къ шестернѣ D, также по касательной, приложена вертикальная сила Q. Опредѣлить силу Q и реакціи подшипниковъ A и B въ положеніи равновѣсія.



Отв. $Q = 100$ кгр.; $X_a = -1$ кгр.; $Z_a = -90$ кгр.; $X_b = -9$ кгр.; $Z_b = -10$ кгр.

170. — Рабочій поднимаетъ грузъ $Q = 80$ кгр. съ помощью ворота, схематически изображеннаго на чертежѣ; радіусъ барабана $R = 5$ см.; длина рукоятки $AK = 40$ см.; $AC = CB = 50$ см. Опредѣлить давленіе P на рукоятку и давленія оси ворота на опоры A и B при томъ положеніи ворота, когда рукоятка AK горизонталана, а сила P вертикальна.

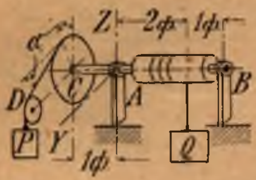


Отв. $P = 10$ кгр.; $X_a = -40$ кгр.; $Z_a = 10$ кгр.; $X_b = -40$ кгр.; $Z_b = 0$.

---

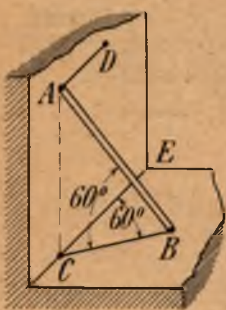
*) Проекціи искомыхъ реакцій, не указанныя въ отвѣтахъ, относящихся къ задачамъ этой главы, равны нулю.

171. — На валъ AB ворота навита веревка, поддерживающая грузъ Q. Радіусъ колеса C, насаженнаго на валъ, въ 6 разъ больше радіуса вала; другіе размѣры указаны на чертежѣ. Веревка, навитая на окружность колеса и натягиваемая грузомъ $P = 6$ кгр., сходитъ съ колеса по касательной CD, составляющей уголъ $\alpha = 30°$ съ горизонтомъ. Опредѣлить величину груза Q, при которой воротъ остается въ равновѣсіи, а также реакціи подшипниковъ A и B, пренебрегая вѣсомъ вала.



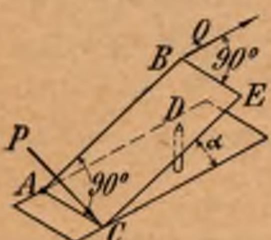
Отв. $Q = 36$ кгр.; $Y_a = -4\sqrt{3}$ кгр.; $Z_a = 16$ кгр.; $Y_b = \sqrt{3}$ кгр.; $Z_b = 23$ кгр.

172. — Стержень AB удерживается въ наклонномъ положеніи двумя горизонтальными веревками AD и BC. Приэтомъ въ точкѣ A стержень опирается о вертикальную стѣну, на которой находится и точка D, а въ точкѣ B—на горизонтальный полъ. Точки A и C лежатъ на одной вертикали. Вѣсъ стержня 8 кгр. Треніемъ въ точкахъ A и B пренебрегаемъ. Опредѣлить натяженія T_a и T_b веревокъ и реакціи опорныхъ плоскостей, если уголъ $ABC = BCE = 60°$.



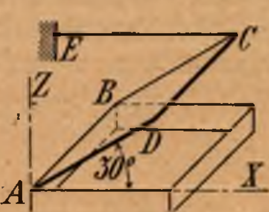
Отв. $T_a = {}^2/_3\sqrt{3}$ кгр.; $T_b = {}^4/_3\sqrt{3}$ кгр.; $R_a = 2$ кгр.; $R_b = 8$ кгр.

173. — Прямоугольная пластинка со сторонами $AB = 4$ м. и $AC = 2$ м. наклонена къ горизонту подъ угломъ $\alpha = 30°$. Въ точкѣ D она опирается на гвоздь, а въ точкѣ A закрѣплена неподвижно. Въ точкѣ B приложена горизонтальная сила $Q = 5$ кгр., составляющая со стороной BE прямой уголъ; въ точкѣ C дѣйствуетъ давленіе $P = 4$ кгр., перпендикулярное къ пластинкѣ. Зная, что $AD = 3$ м., и пренебрегая вѣсомъ пластинки, найти разстояніе h точки D отъ стороны AC и реакціи въ точкахъ A и D.



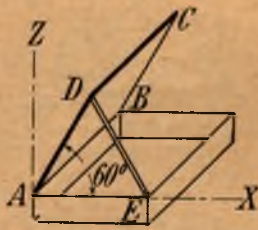
Отв. $h = 2{,}34$ м.; $R_a = 4{,}87$ кгр.; $R_d = 4{,}27$ кгр.

174. — Квадратная крышка $ABCD$ ящика можетъ вращаться вокругъ горизонтальной оси AB на петляхъ въ точкахъ A и B. Горизонтальная веревка CE, параллельная AX, удерживаетъ крышку подъ угломъ $DAX = 30°$. Опредѣлить реакціи въ петляхъ, если вѣсъ крышки 2 кгр.



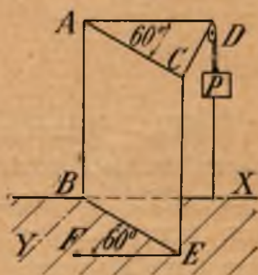
Отв. $X_a = 0$; $Z_a = 1$ кгр.; $X_b = \sqrt{3}$ кгр.; $Z_b = 1$ кгр.

175. — Крышка прямоугольнаго ящика $ABCD$ подперта съ одной стороны палочкой DE. Вѣсъ крышки 12 кгр.; длина ея $AB = 3$ фут.; ширина $AE = AD = 2$ фут.; уголъ $DAE = 60°$. Опредѣлить реакціи шарнировъ A и B, а также усиліе S въ палочкѣ, пренебрегая ея вѣсомъ.



Отв. $X = \sqrt{3}$ кгр.; $Z_a = 3$ кгр.; $X_b = 0$; $Z_b = 6$ кгр.; $S = 2\sqrt{3}$ кгр.

176. — Прямоугольная однородная дверь, вращающаяся около вертикальной оси AB, открыта на уголъ $CAD = 60°$ и удерживается въ этомъ положеніи двумя веревками, изъ которыхъ одна CD перекинута черезъ блокъ и натягивается грузомъ $P = 2$ пуд., другая EF привязана къ точкѣ F пола. Вѣсъ двери 4 пуда; ея ширина $AD = AC = 6$ фут.; высота $AB = 8$ фут. Опредѣлить натяженіе T веревки FE, а также реакціи цилиндрическаго шарнира въ точкѣ A и подпятника въ точкѣ B.



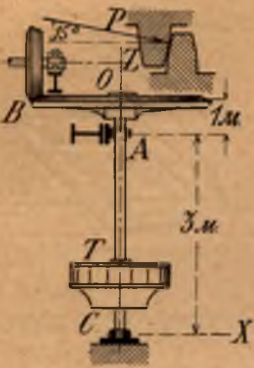
Отв. $T = 2$ пуд.; $X_a = 1{,}75$ пуд.; $Y_a = 0{,}25\sqrt{3}$ пуд.; $X_b = 275$ пуд.; $Y_c = 0{,}75\sqrt{3}$ пуд.; $Z_b = 4$ пуд.

177. — Вѣтряная мельница съ горизонтальной осью AC имѣетъ 4 симметрично расположенныхъ крыла, плоскости которыхъ составляютъ съ вертикальною плоскостью, перпендикулярною къ оси AC, равные углы 30°. На разстояніи 2 м. отъ оси къ каждому крылу приложена нормально къ его плоскости равнодѣйствующая силъ давленія вѣтра, равная 120 кгр. Ось мельницы опирается въ точкѣ A на подшипникъ, въ точкѣ C на подпятникъ и удерживается въ покоѣ вертикальнымъ давленіемъ P на зубецъ колеса B, производимымъ непоказанною на чертежѣ шестернею. Радіусъ колеса $B = 1{,}2$ м.; разстоянія: $BC = 0{,}5$ м.; $AB = 1$ м.; $AF = 0{,}5$ м. Опредѣлить давленіе P и реакціи опоръ въ двухъ случаяхъ: 1) когда вѣтеръ давитъ на всѣ четыре крыла, и 2) когда крыло D снято, а линія DE вертикальна.

Отв. $P = 400$ кгр.; $Z_a = 133^1/_3$ кгр.; $Y_c = 240\sqrt{3}$ кгр.; $Z_c = 266^2/_3$ кгр.

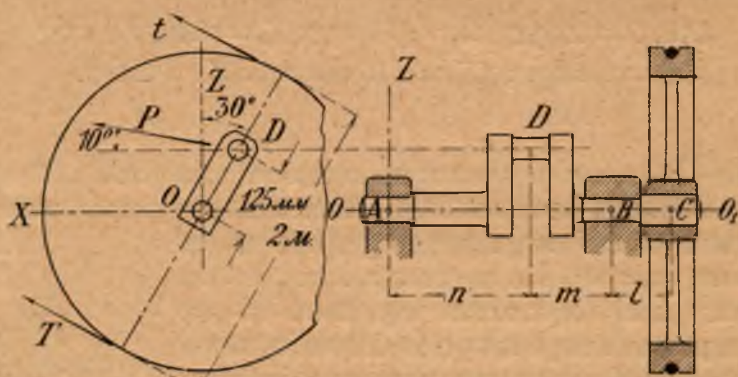
2) $P = 300$ кгр.; $X_a = 80$ кгр.; $Z_a = 100 - 80\sqrt{3}$ кгр.; $X_c = -20$ кгр.; $Y_c = 180\sqrt{3}$ кгр.; $Z_c = 200 + 80\sqrt{3}$ кгр.

178. — Пара, вращающая водяную турбину T и имѣющая моментъ 120 кгр.м., уравновѣшивается давленіемъ на зубецъ B коническаго зубчатаго колеса OB и реакціями опоръ. Давленіе на зубецъ перпендикулярно къ радіусу $OB = 0,6$ м. и составляетъ съ горизонтомъ уголъ $\alpha = 15° = \mathrm{arctg}\, 0,268$. Опредѣлить реакціи подпятника C и подшипника A, если вѣсъ турбины съ валомъ и колесомъ равенъ 1,2 тн. и направленъ вдоль оси OC, а разстоянія: $AC = 3$ м.; $AO = 1$ м.



Отв. $X_a = -X_c = 10,72$ кгр.;
$Y_a = 266\,^2/_3$ кгр.; $Y_c = -66^2/_3$ кгр.;
$Z_c = 1253,6$ кгр.

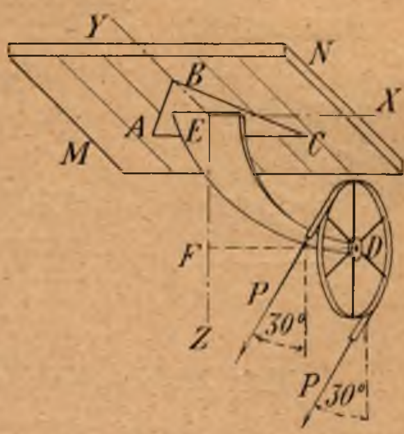
179. — Давленіе шатуна паровой машины, сосредоточенное въ серединѣ D шейки колѣнчатаго вала, равно $P = 2000$ кгр. и направлено подъ угломъ 10° къ горизонту, причемъ плоскость ODO_1, проходящая черезъ оси вала OO_1 и шейки D, образуетъ съ вертикалью уголъ 30°. Отъ маховика M усиліе передается на заводъ съ помощью каната, вѣтви



котораго параллельны и составляютъ съ горизонтомъ уголъ 30°. Дѣйствіе силы P уравновѣшивается натяженіями T и t вѣтвей каната и реакціями подшипниковъ A и B. Вѣсъ маховика 1500 кгр., а діаметръ его $d = 2$ м.; сумма натяженій вѣтвей каната $T + t = 750$ кгр., а указанныя на чертежѣ разстоянія: точки D отъ оси OO_1 равно $r = 125$ мм., $l = 250$ мм., $m = 300$ мм., $n = 450$ мм. Опредѣлить реакціи подшипниковъ A и B, считая $\sin 10° = 0,174$ и $\cos 10° = 0,985$.

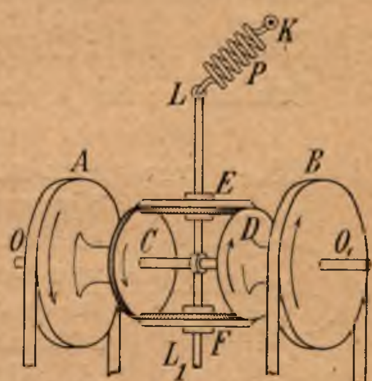
Отв. $X_a \cong -533$ кгр.; $Z_a \cong -514$ кгр.; $X_b \cong -1988$ кгр.;
$Z_b \cong -1291$ кгр.

180. — Подвѣска ременнаго шкива D прикрѣплена къ гладкому горизонтальному потолку MN болтами въ точкахъ A и C и упирается въ него точкой B. Эти точки лежатъ въ вершинахъ равносторонняго треугольника ABC со стороной 30 см. Положеніе центра ременнаго шкива D опредѣляется вертикалью $EF = 40$ см., опущенною изъ центра E треугольника ABC, и горизонталью $FD = 50$ см., параллельною сторонѣ AC. Плоскость шкива перпендикулярна къ прямой FD. Натяженіе P каждой вѣтви ремня равно 120 кгр. и наклонено къ вертикали подъ угломъ 30°. Опредѣлить реакціи въ опорахъ A, B и C, пренебрегая вѣсомъ частей.



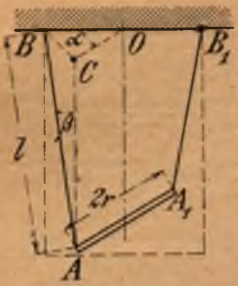
Отв. $Y_a = 140$ кгр.; $Z_a = 106^2/_3\sqrt{3}$ кгр.; $Z_b = 66\sqrt{3}$ кгр.; $Y_c = -260$ кгр.; $Z_c = -293^1/_3\sqrt{3}$ кгр.

181. — Для измѣренія силы, передаваемой ременнымъ шкивомъ A шкиву B, служитъ динамометръ Уайта, схематически изображенный на чертежѣ. Шкивы A и B свободно вращаются на неподвижной оси OO_1; шкивъ A составляетъ одно цѣлое съ зубчаткой C, а шкивъ B съ зубчаткой D. Эти двѣ зубчатки сцѣпляются съ зубчатками E и F, свободно вращающимися вокругъ вертикальной оси LL_1. Діаметры зубчатокъ C, D, E и F одинаковы, каждый по 20 см. Моментъ силы, вращающей шкивъ A, 1200 кгр. см. равенъ моменту силы, тормазящей шкивъ B. Ось LL_1 удерживается отъ вращенія вокругъ оси OO_1 пружинными вѣсами P, прикрѣпленными къ неподвижной точкѣ K. Найти давленія N, оказываемыя зубчатками E и F на ось LL_1, и предсказать показаніе вѣсовъ P, если $LE = 50$ см.; направленіе LK перпендикулярно къ плоскости OLO_1.



Отв. $N_e = N_f = 120$ кгр.; $P = 40$ кгр.

182. — Бифиляръ состоитъ изъ стержня AA_1, подвѣшеннаго на двухъ нерастяжимыхъ нитяхъ длины l, которыя укрѣплены въ точкахъ B и B_1. Длина стержня $AA_1 = BB_1 = 2r$, а вѣсъ P. Стержень повернутъ вокругъ вертикальной оси на уголъ α. Опредѣлить моментъ M пары, которую



нужно приложить къ стержню, чтобы удержать его въ равновѣсіи, а также натяженіе T нитей.

Изъ треугольниковъ ABC и BOC находимъ: $\sin\beta = \frac{2r}{l}\sin\frac{\alpha}{2}$. Проектируя приложенныя къ AA_1 силы на вертикаль, получимъ: $T = \frac{P}{\cos\beta}$; изъ ур. моментовъ относительно оси OD находимъ:

$$M = 2rT\sin\beta\cos\frac{\alpha}{2}.$$

Отв. $M = \frac{Pr^2\sin\alpha}{\sqrt{l^2 - 4r^2\sin^2\frac{\alpha}{2}}}$; $T = \frac{lP}{2\sqrt{l^2 - 4r^2\sin^2\frac{\alpha}{2}}}$.

183. — Круглый столъ $A_1A_2A_3$ стоитъ на трехъ ножкахъ A_1, A_2 и A_3; въ центрѣ O помѣщенъ грузъ. Какому условію должны удовлетворять центральные углы φ_1, φ_2 и φ_3 для того, чтобы давленія на ножки A_1, A_2 и A_3 относились, какъ $1:2:3$.

При рѣшеніи задачи берутся моменты силъ относительно двухъ изъ радіусовъ: OA_1, OA_2 и OA_3.

Отв. $\sin\varphi_1 : \sin\varphi_2 : \sin\varphi_3 = 1 : 2 : 3$; $\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 2\pi$.

184. — Столъ стоитъ на трехъ ножкахъ, концы которыхъ A, B и C образуютъ равносторонній треугольникъ со стороною a. Вѣсъ стола P направленъ по вертикали ZOO_1, проходящей черезъ центръ O_1 треугольника ABC. На столѣ помѣщенъ грузъ p въ точкѣ M, координаты которой суть x и y, если ось OX параллельна AB. Опредѣлить давленіе каждой ножки на полъ.

Отв. $N_a = \frac{P+p}{3} + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}y - x\right)\frac{p}{a}$;

$N_b = \frac{P+p}{3} + \left(x + \frac{\sqrt{3}}{3}y\right)\frac{p}{a}$; $N_c = \frac{P+p}{3} - \frac{2\sqrt{3}}{3}\frac{y}{a}\cdot p$.

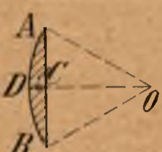
185. — Глубина заложенія опоръ моста черезъ рѣку Аа на Риго-Туккумской ж. д. расчитана въ томъ предположеніи, что вѣсъ опоры съ приходящимся на нее грузомъ уравновѣшивается давленіемъ грунта на дно опоры и боковымъ треніемъ, при чемъ грунтъ — мелкозернистый песокъ, насыщенный водою, — принимается за жидкое тѣло. Вычислить глубину h заложенія этихъ опоръ, если нагрузка на опору 9054 пуд., вѣсъ опоры на погонную сажень ея высоты 1022 пуд., высота опоры надъ дномъ рѣки 4 саж., высота воды въ рѣкѣ надъ дномъ 3 саж., площадь основанія опоры 0,785 кв. саж., боковая поверхность опоры на 1 погонную сажень высоты 3,14 кв. саж., вѣсъ 1 куб. саж. песку, насыщеннаго водою, 1100 пуд., вѣсъ 1 куб. саж. воды 593 пуда и коефиціентъ тренія желѣзнаго футляра, въ которомъ заключена каменная опора, о песокъ 0,176.

Отв. $h = 4{,}73$ саж.

VIII. Центръ тяжести.

186. — Опредѣлить положеніе центра тяжести C стержневого контура $AFBD$, состоящаго изъ дуги ADB четверти окружности радіуса $FD = R$ и изъ дуги полуокружности AFB, построенной на хордѣ AB, какъ на діаметрѣ. Линейныя плотности стержней одинаковы.

Отв. $CF = \frac{2R}{\pi}$.

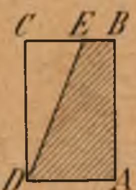


187. — Найти центръ тяжести C площади кругового сегмента ADB радіуса $AO = 30$ дм., если уголъ $AOB = 60°$.

Отв. $OC = \frac{30}{2\pi - 3\sqrt{3}}$ дм.

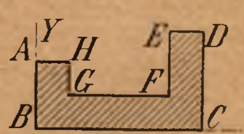
188. — Опредѣлить положеніе C центра тяжести площади, ограниченной полукругомъ AOB радіуса R и двумя прямыми равной длины AD и DB, при чемъ $OD = 5R$.

Отв. $OC = R\frac{52 + 3\pi}{24 + 3\pi}$.



189. — Провести черезъ вершину D однороднаго прямоугольника $ABCD$ прямую DE такъ, чтобы, при подвѣшиваніи отрѣзанной по этой прямой трапеціи $ABED$ за вершину E, сторона $AD = a$ была горизонтальна.

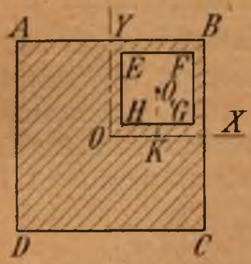
Отв. $BE = \frac{a}{2}(\sqrt{3} - 1)$.



190. — Найти центръ тяжести однородной пластинки, изображенной на чертежѣ, зная, что $AH = 2$ см.; $HG = 1{,}5$ см.; $AB = 3$ см.; $BC = 10$ см.; $EF = 4$ см.; $ED = 2$ см.

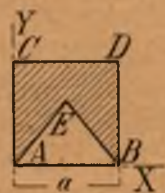
Отв. $x = 5\frac{10}{13}$ см.; $y = 1\frac{10}{13}$ см.

191. — Въ однородной квадратной доскѣ $ABCD$ со стороной $AB = 2$ м. вырѣзано квадратное отверстіе $EFGH$, стороны котораго соотвѣтственно параллельны сторонамъ $ABCD$ и равны 0,4 м. каждая. Опредѣлить координаты x и y центра тяжести оставшейся части доски, зная, что $OK = O_1K = 0{,}6$ м., гдѣ O и O_1 центры квадратовъ, а OK и O_1K соотвѣтственно параллельны сторонамъ квадратовъ.



Отв. $x = y = -0{,}025$ см.

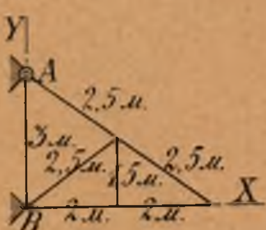
192. — Данъ квадратъ $ABCD$, сторона котораго равна a; найти внутри него такую точку E, чтобы она была центромъ тяжести площади, которая получится, если изъ квадрата вырѣзать равнобедренный треугольникъ AEB.



Отв. $x = \frac{a}{2}$; $y = \frac{a}{2}(3 - \sqrt{3}) = 0{,}634\, a$.

193. — Четыре человѣка несутъ однородную треугольную пластину. Двое взялись за двѣ вершины, остальные за стороны, примыкающія къ третьей вершинѣ. На какомъ разстояніи отъ третьей вершины они должны помѣститься для того, чтобы каждый изъ четырехъ поддерживалъ четверть полнаго вѣса пластины.

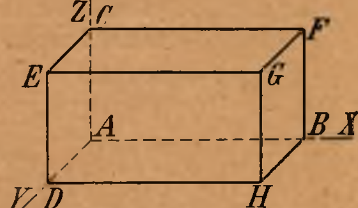
Отв. На разстояніи, равномъ $\frac{1}{3}$ стороны отъ вершины.



194. — Найти координаты центра тяжести плоской фермы, состоящей изъ семи стержней, длины которыхъ указаны на чертежѣ, если вѣсъ 1 метра для всѣхъ стержней одинъ и тотъ же.

Отв. $x = 1{,}46875$ м.; $y = 0{,}9375$ м.

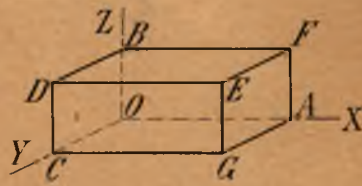
195. — Опредѣлить центръ тяжести системы грузовъ, расположенныхъ въ вершинахъ прямого прямоугольнаго параллелепипеда, стороны котораго: $AB = 20$ см.; $AC = 10$ см.; $AD = 5$ см. Вѣса грузовъ



въ вершинахъ: A, B, C, D, E, F, G, H соотвѣтственно равны: 1 кгр., 2 кгр., 3 кгр., 4 кгр., 5 кгр., 3 кгр., 4 кгр., 3 кгр.

Отв. $x = 9{,}6$ см.; $y = 3{,}2$ см.; $z = 6$ см.

196. — Опредѣлить координаты центра тяжести прямого прямоугольнаго параллелепипеда, ребра котораго суть однородные бруски длиною: $OA = 8$ дм.; $OB = 6$ дм.; $OC = 4$ дм. Вѣса брусковъ: OA — 250 гр.; OB, OC и CD по 75 гр.; CG — 200 гр.; AF — 125 гр.; AG и GE по 50 гр.; BD, BF, DE и EF по 25 гр.

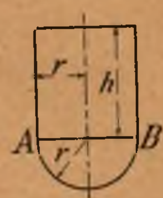


Отв. $x = 4$ дм.; $y = 1{,}75$ дм.; $z = 1{,}575$ дм.

197. — Данъ однородный тетраэдръ $ABCDEF$, усѣченный параллельно основанію; площадь $ABC = a$, площадь $DEF = b$, разстояніе между ними h. Найти разстояніе z центра тяжести даннаго тетраэдра отъ основанія ABC.

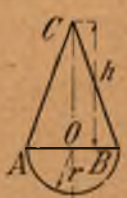
Отв. $z = \dfrac{h}{4} \cdot \dfrac{a + 2\sqrt{ab} + 3b}{a + \sqrt{ab} + b}$.

198. — Найти предѣльную высоту h цилиндра, при которой тѣло, состоящее изъ цилиндра и полушара одинаковой плотности и одинаковаго радіуса r, обладаетъ устойчивостью въ положеніи равновѣсія, т. е. тогда, когда центръ тяжести всего тѣла находится на прямой AB.



Разстояніе центра тяжести однороднаго полушара отъ его основанія равно $^3/_8\ r$.

Отв. $h = \dfrac{r}{\sqrt{2}}$.



199. — Найти предѣльную высоту h конуса, при которой тѣло, состоящее изъ конуса и полушара одинаковой плотности и радіуса r, обладаетъ устойчивостью въ положеніи равновѣсія.

Отв. $h = r\sqrt{3}$.

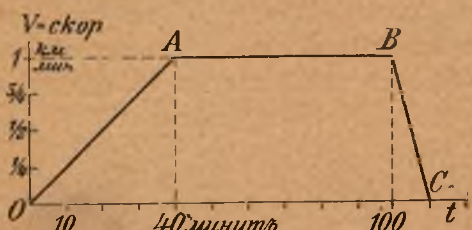
Кинематика.

Въ послѣдующихъ задачахъ (гл. IX, X и XI) вездѣ, гдѣ единицы длины и времени не указаны, подразумѣваются см. и сек.

IX. Движеніе точки.

200. — Кривая разстояній для нѣкотораго движенія, изображенная на чертежѣ, представляетъ четверть окружности ABC. Начертить кривую скоростей. принимая отрѣзокъ $\frac{1}{4}AC$ за единицу скорости.

201. — Линія $OABC$ и часть оси Ot, слѣдующая за точкой C, представляютъ кривую скоростей поѣзда въ км./мин. Найти пройденный путь, какъ функцію времени, для промежутковъ: 1) отъ $t=0$ до $t=40$ мин.; 2) отъ 40 до 100 мин.; 3) отъ 100 до 110 мин.; 4) отъ 110 до 120 мин. За начало разстояній принять точку, въ которой поѣздъ находился въ моментъ $t=0$.



Отв. 1) $s=0{,}0125t^2$ км.; 2) $s=t-20$ км.; 3) $s=11t-0{,}05t^2-520$ км.; 4) $s=85$ км.

202. — Точка движется по прямой линіи; разстояніе ея въ см. отъ неподвижной точки на этой прямой $S=4t-2t^2$. Найти скорость v и ускореніе $\dot{v}$ точки въ моментъ t и построить кривыя разстояній и скоростей.

Отв. $v=4-4t$ см./сек.; $\dot{v}=-4$ см./сек.^{2}

203. — Точка движется по прямой такъ, что разстоянiе ея s отъ неподвижной точки измѣняется по закону: $s = a \sin kt$, гдѣ $a = 4$ см., $k = \frac{1}{2} \frac{1}{\text{сек.}}$. Вычертить кривыя: разстоянiй, скоростей и ускоренiй.

204. — Корабль при спускѣ прошелъ первый футъ въ 10 сек. Найти, во сколько времени онъ прошелъ путь 400 фут., двигаясь равноускоренно.

Отв. 3 мин. 20 сек.

205. — Снарядъ при выходѣ изъ дула орудiя имѣетъ скорость 500 м./сек. Предполагая, что движенiе внутри орудiя было равноускореннымъ, найти, во сколько времени снарядъ прошелъ всю длину дула, равную 1 метру.

Отв. 0,004 сек.

206. — Поѣздъ при отправленiи со станцiи движется равноускоренно съ ускоренiемъ $\frac{1}{9}$ м./сек.^{2}. На какомъ разстоянiи отъ станцiи скорость поѣзда будетъ равна 72 км./час.?

Отв. 1,8 км.

207. — Поѣздъ движется со скоростью 72 км./час.; при торможенiи онъ получаетъ замедленiе, равное 0,4 м./сек.^{2}. Найти, за сколько времени до прихода поѣзда на станцiю и на какомъ отъ нея разстоянiи должно быть начато торможенiе.

Отв. 50 сек.; 500 м.

208. — Копровая баба, ударивши сваю, движется затѣмъ вмѣстѣ съ нею въ теченiе 0,02 сек. до остановки, при чемъ свая углубляется въ землю на 6 см. Опредѣлить начальную скорость движенiя сваи, считая его равнозамедленнымъ.

Отв. 6 м./сек.

209. — Водяныя капли вытекаютъ изъ отверстiя вертикальной трубочки черезъ 0,1 сек. одна послѣ другой и падаютъ съ ускоренiемъ 981 см./сек.^{2}. Опредѣлить разстоянiе между двумя сосѣдними каплями черезъ 1 сек. послѣ момента истеченiя первой капли.

Отв. 93,2 см.

210.— Дано движеніе точки уравненіями:

$$x = 10\cos 2\pi \frac{t}{5}, \quad y = 10\sin 2\pi \frac{t}{5}\cdot$$

Найти траекторію точки, величину и направленіе скорости v, а также величину и направленіе ускоренія $\dot{v}$.

Отв. Окружность радіуса 10 см.; $v = 4\pi$ направлено по касательной въ сторону противъ часовой стрѣлки; $\dot{v} = 1{,}6\pi^2$ направлено къ центру.

211.— Движеніе точки опредѣляется уравненіями: $x = a\cos(\alpha + \omega t)$, $y = b\sin(\beta + \omega t)$, гдѣ a, b, α, β и ω величины постоянныя. Найти уравненіе траекторіи.

Отв. Эллипсъ: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab}\sin(\beta - \alpha) = \cos^2(\beta - \alpha)$.

212.— Движеніе точки выражается уравненіями:

$$x = v_0 t\cos\alpha, \quad y = v_0 t\sin\alpha - \frac{1}{2}gt^2,$$

при чемъ ось OX горизонтальна, ось OY направлена по вертикали вверхъ, v_0 и $\alpha < \frac{\pi}{2}$ величины постоянныя. Опредѣлить кинематическое значеніе величинъ v_0 и α, и найти: 1) траекторію точки, 2) координаты наивысшаго ея положенія, 3) проекціи скорости въ тотъ моментъ, когда точка находится на оси OX.

Отв. 1) парабола: $y = x\,\mathrm{tg}\,\alpha - \frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}\cdot x^2$;

2) $x = \frac{v_0^2}{2g}\sin 2\alpha$; $y = \frac{v_0^2}{2g}\sin^2\alpha$; 3) $v_0\cos\alpha$; $-v_0\sin\alpha$.

213.— Движеніе точки выражается тѣми же уравненіями, что и въ предыдущей задачѣ. Опредѣлить при данной величинѣ v_0 уголъ α такъ, чтобы точка при своемъ движеніи прошла черезъ данную неподвижную точку (a, b), и изслѣдовать рѣшеніе.

Отв. $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{1}{a}\left(2h \pm \sqrt{4h(h - b) - a^2}\right)$, гдѣ $h = \frac{v_0^2}{2g}\cdot$

214.— Опредѣлить движеніе точки, ускореніе которой равно $12t$ см./сек.^{2} и направлено по отрицательной оси OX, если въ моментъ $t = 2$ сек. скорость точки 6 см./сек. и направлена по положительной оси OX, а въ моментъ $t = 3$ сек. координата точки $x = 50$ см.

Отв. $x = 14 + 30t - 2t^3$.

215. — Опредѣлить траекторію точки, если величина ея скорости постоянна и равна 3 см./сек., уголъ между направленіемъ скорости и осью OX равенъ $\frac{\pi}{2}t$, а въ моментъ $t=0$ точка находилась въ началѣ координатъ.

Отв. Окружность радіуса $\frac{6}{\pi}$ см.: $x^2=\frac{12}{\pi}y-y^2$.

216. — Точка движется въ плоскости, обладая постояннымъ по величинѣ ускореніемъ 40 см./сек.^{2}, направленнымъ къ началу координатъ; уголъ, образуемый радіусомъ-векторомъ точки съ осью OX, растетъ пропорціонально времени, увеличиваясь каждую секунду на 2 радіана. Въ начальный моментъ точка находится на оси OX на разстояніи 10 см. отъ начала координатъ и обладаетъ скоростью 20 см./сек., направленною параллельно оси OY. Опредѣлить траекторію точки.

Отв. Окружность радіуса 10 см.

217. — Прямолинейное движеніе точки опредѣляется уравненіемъ: $t=a\lg(b+s)$, гдѣ s — разстояніе движущейся точки отъ точки неподвижной, a и b — постоянныя и логариѳмъ взятъ при основаніи 10. Найти скорость v и ускореніе $\dot{v}$ точки въ моментъ времени t.

Отв. $v=\frac{\lg_n 10}{a}10^{t/a}$; $\dot{v}=\left(\frac{\lg_n 10}{a}\right)^2 10^{t/a}$.

218. — Дано прямолинейное движеніе точки: $x=\frac{mv_0}{k}\left(1-e^{-\frac{k}{m}t}\right)$, гдѣ v_0, m, k и e постоянныя величины. Опредѣлить характеръ этого движенія, пользуясь выраженіями пройденнаго разстоянія x и скорости v. Найти ускореніе $\dot{v}$ и выразить его черезъ скорость v.

Отв. Ассимптотическое приближеніе къ точкѣ, для которой $x=\frac{mv_0}{k}$; $\dot{v}=-\frac{kv_0}{m}e^{-\frac{k}{m}t}=-\frac{k}{m}v$.

219. — Дано уравненіе кривой разстояній затухающаго колебательнаго движенія: $s=2e^{-0{,}01t}\sin 25t$ см., гдѣ e постоянная, а t — время. Найти періодъ колебанія T, т. е. продолжительность двухъ размаховъ и отношеніе n двухъ послѣдовательныхъ амплитудъ.

Отв. $T=\frac{2\pi}{25}=0{,}08\pi$; $n=e^{0{,}0004\pi}$.

X. Вращеніе твердаго тѣла и движеніе параллельное неподвижной плоскости.

220. — Опредѣлить угловую скорость ω: 1) вала тихоходной паровой машины, дѣлающей 30 оборотовъ въ минуту; 2) паровой турбины Лаваля, дѣлающей 15000 оборотовъ въ минуту.

Отв. 1) $\omega = 3{,}14\ldots \frac{1}{\text{сек.}}$; 2) $\omega = 1570{,}8 \frac{1}{\text{сек.}}$

221. — Опредѣлить скорость v и ускореніе $\dot{v}$ точки, находящейся на поверхности земли въ С.-П.Б., принимая во вниманіе только вращеніе земли около оси; широта С.-П.Б. 60°; радіусъ земли 6000 км.

Отв. $v = \frac{5}{72}\pi$ км./сек.; $\dot{v} = \frac{1}{622080}\pi^2$ км./сек.^{2}

222. — Маховое колесо радіуса 0,5 м. вращается равномѣрно около оси; скорость точекъ, лежащихъ на его ободѣ, равна 2 м./сек. Сколько оборотовъ въ минуту дѣлаетъ колесо?

Отв. $\frac{120}{\pi} \cong 38{,}2$ об./мин.

223. — Точка A шкива движется со скоростью 50 см./сек., а точка B со скоростью 10 см./сек.; разстояніе $AB = 20$ см. Опредѣлить угловую скорость ω и діаметръ шкива d.

Отв. $\omega = 2 \frac{1}{\text{сек.}}$; $d = 50$ см.

224. — Валъ начинаетъ вращаться равноускоренно изъ состоянія покоя; въ первые 5 сек. онъ совершаетъ 12,5 оборотовъ. Какова его угловая скорость ω по истеченіи этихъ 5 сек.?

Отв. $\omega = 5$ об./сек. $= 10\,\pi \frac{1}{\text{сек.}}$

225. — Тѣло, начиная вращаться равноускоренно изъ состоянія покоя, дѣлаетъ 3600 оборотовъ въ первыя 2 минуты. Опредѣлить угловое ускореніе $\dot{\omega}$.

Отв. $\dot{\omega} = \frac{1}{2}$ об./сек.$^2 = \pi \frac{1}{\text{сек.}^2}$.

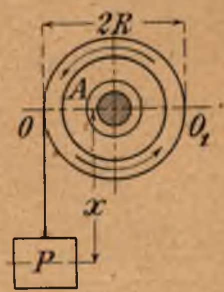
226. — Маховое колесо начинаетъ вращаться изъ состоянія покоя равноускоренно; черезъ 10 мин. послѣ начала движенія оно имѣетъ угловую скорость, соотвѣтствующую 120 оборотамъ въ минуту. Сколько оборотовъ совершило колесо въ эти 10 мин.?

Отв. 600 оборотовъ.

227.— Колесо, имѣющее неподвижную ось, получило начальную скорость $2\pi\frac{1}{\text{сек.}}$; сдѣлавъ 10 оборотовъ, оно, вслѣдствіе тренія въ подшипникахъ, остановилось. Опредѣлить угловое ускореніе $\dot{\omega}$ колеса, предполагая, что движеніе его было равнозамедленнымъ.

Отв. $\dot{\omega} = 0{,}1\pi\frac{1}{\text{сек.}^2}$.

228.— Валъ A, радіуса $R = 10$ см., приводится во вращеніе гирей P, подвѣшенной къ нему на нити. Движеніе гири выражается уравненіемъ: $x = 100t^2$, гдѣ x разстояніе въ см. гири отъ неподвижной горизонтали OO_1. Опредѣлить угловую скорость ω и угловое ускореніе $\dot{\omega}$ вала, а также полное ускореніе $\dot{v}$ точки на поверхности вала въ моментъ t.



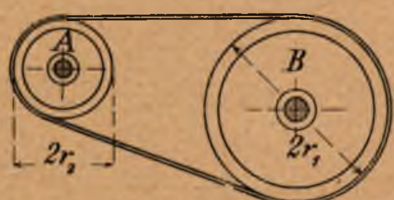
Отв. $\omega = 20t$; $\dot{\omega} = 20\frac{1}{\text{сек.}^2}$;

$\dot{v} = 200\sqrt{1 + 400t^4}$ см./сек.^{2}

229.— Маховое колесо радіуса 2 м., вращаясь равнозамедленно, сдѣлало 600 оборотовъ отъ момента $t = 0$ до момента $t = 20$ сек.; въ моментъ $t = 15$ сек. оно обладало угловой скоростью $\omega_1 = 30\pi\frac{1}{\text{сек.}}$. Опредѣлить ускореніе точекъ обода колеса въ моментъ $t = 20$ сек.

Отв. 12π м./сек.^{2}

230.— Динамомашина, со шкивомъ A, приводится въ движеніе изъ состоянія покоя безконечнымъ ремнемъ отъ шкива B паровой машины; радіусы шкивовъ: $r_1 = 75$ см.; $r_2 = 30$ см. Послѣ пуска въ ходъ паровой машины угловое ея ускореніе равно $0{,}4\pi\frac{1}{\text{сек.}^2}$. Опредѣлить, пренебрегая скольженіемъ ремня по шкивамъ, черезъ сколько времени динамомашина будетъ дѣлать 300 оборотовъ въ минуту.

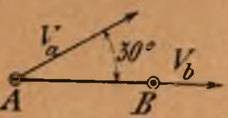


Отв. 10 сек.

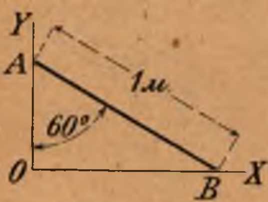
231.— Тѣло вращается вокругъ неподвижной оси такъ, что уголъ его поворота φ выражается уравненіемъ: $\varphi = 20^\circ \sin 10^\circ \frac{t}{5 \text{ сек.}}$. Опредѣлить: угловую скорость ω тѣла въ моментъ $t = 0$, моменты t_1 и t_2, въ которые измѣняется направленіе вращенія, и періодъ колебанія T.

Отв. $\omega = \frac{1}{810} \cdot \pi^2 \frac{1}{\text{сек.}}$; $t_1 = 45$ сек.; $t_2 = 135$ сек.; $T = 180$ сек.

232.— Прямая AB, длина которой равна 30 см., движется въ плоскости чертежа. Въ нѣкоторый моментъ времени скорость точки A составляетъ съ прямой AB уголъ 30° и равна $v_a = 180$ см./сек.; направленіе скорости точки B въ этотъ моментъ совпадаетъ съ направленіемъ прямой AB. Опредѣлить скорость v_b точки B.



Отв. $v_b = 90\sqrt{3}$ см./сек.



233.— Стержень AB длины 1 м. движется, опираясь все время своими концами на двѣ взаимно перпендикулярныя прямыя OX и OY. Найти координаты x и y мгновеннаго центра въ тотъ моментъ, когда уголъ $AOB = 60^\circ$.

Отв. $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ м.; $y = 0{,}5$ м.

234.— По окружности круга, радіусъ котораго 20 см., катится безъ скольженія кругъ, радіусъ котораго вдвое меньше. Вычертить подвижную и неподвижную центроиды. Опредѣлить скорости вершинъ A, B и C квадрата, вписаннаго въ меньшую окружность, въ тотъ моментъ, когда вершина A находится на большей окружности, зная, что центръ круга $ABCD$ движется равномѣрно и описываетъ окружность въ 1 сек.

Отв. $v_a = 0$; $v_b = 20\pi\sqrt{2}$ см./сек.; $v_c = 40\pi$ см./сек.

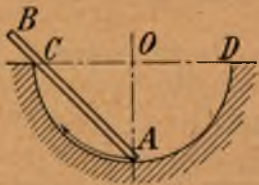
235.— Велосипедное колесо катится безъ скольженія по землѣ и имѣетъ угловую скорость $30 \frac{1}{\text{сек.}}$. Найти скорость велосипеда, если радіусъ колеса 30 см.

Отв. 32,4 км./час.

236. — Катушка касается горизонтальной плоскости HH окружностью радіуса R. На средней цилиндрической части катушки радіуса r намотана нить AB, конецъ B которой тянутъ со скоростью w по горизонтальному направленію. Опредѣлить скорость v перемѣщенія точки O оси катушки, если она катится безъ скольженія.

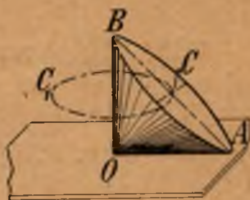
Отв. $v = w \cdot \dfrac{R}{R - r}$.

237. — Прямая AB движется въ плоскости чертежа, при чемъ конецъ ея A все время находится на полуокружности CAD, а сама прямая все время проходитъ черезъ неподвижную точку C діаметра CD. Опредѣлить скорость v_c точки прямой, совпадающей съ точкою C въ тотъ моментъ, когда радіусъ OA перпендикуляренъ къ CD, если извѣстно, что скоростъ точки A въ этотъ моментъ 4 м./сек.



Отв. $v_c = 2\sqrt{2}$ м./сек.

238. — Прямой круговой конусъ, высота котораго $OC = 18$ см., а уголъ при вершинѣ $AOB = 90^c$, катится по плоскости безъ скольженія, имѣя вершину въ неподвижной точкѣ O. Зная, что точка C движется равномѣрно и возвращается въ первоначальное положеніе черезъ 1 сек., опредѣлить скорости концовъ A и B діаметра AB.



Отв. $v_a = 0$; $v_b = 36\pi\sqrt{2}$ см./сек.

Динамика.

XI. Основы динамики точки.

Въ послѣдующихъ задачахъ ускореніе силы тяжести g, если не указана его величина, слѣдуетъ принимать равнымъ 9,81 м./сек.^{2}

239.— Пружина давитъ съ силою 49050 динъ; выразить это давленіе въ килограммахъ.

Отв. 0,05 кгр.

240.— Движеніе тѣла, вѣсомъ 100 гр., выражается уравненіями: $x = 2t$; $y = 3 + t - 5t^2$. Опредѣлить въ килограммахъ силу, дѣйствующую на тѣло.

Отв. $X = 0$; $Y = -\frac{1}{981}$ кгр.

241.— Движеніе матеріальной точки, вѣсомъ 2 гр., выражается уравненіями: $x = 3 \cos 2\pi t$; $y = 4 \sin 2\pi t$. Опредѣлить проекціи силы, дѣйствующей на точку, въ зависимости отъ ея координатъ.

Отв. $X = -\frac{1}{981} 8\pi^2 x$ гр.; $Y = -\frac{1}{981} 8\pi^2 y$ гр.

242.— Шаръ, масса котораго равна 1 грамму, падаетъ вслѣдствіе дѣйствія силы тяжести и при этомъ испытываетъ сопротивленіе воздуха, такъ что движеніе шара выражается уравненіемъ: $x = 490t - 245\ (1 - e^{-2t})$, при чемъ ось OX направлена по вертикали внизъ. Опредѣлить въ динахъ силу R сопротивленія воздуха, испытываемаго шаромъ, въ зависимости отъ его скорости v, принявъ $g = 980$ см./сек.^{2}.

Отв. $R = 2v$.

243. — Тѣло, вѣсомъ 2 кгр., движется прямолинейно и равноускоренно. Пройденный путь $s = 49{,}05t^2$. Опредѣлить силу, дѣйствующую на тѣло.

Отв. 0,2 кгр.

244. — Тѣло, лежащее на негладкомъ горизонтальномъ полу, получаетъ начальную скорость 2 м./сек. и движется затѣмъ прямолинейно и равнозамедленно; пройдя 4 м., оно останавливается. Опредѣлить приходящуюся на единицу массы величину силы тренія пола.

Отв. 50 динъ $\cong$ 0,051 гр.

245. — Въ шахту опускается равноускоренно бадья вѣсомъ 20 пуд.; въ первыя 10 сек. она проходитъ 100 фут. Найти натяженіе каната, на которомъ виситъ бадья, если $g = 32$ фут./сек.^{2}.

Отв. 18 пуд. 30 фунт.

246. — Тѣло, вѣсомъ 20 гр., совершаетъ колебательное движеніе по горизонтальной прямой. Разстояніе тѣла отъ неподвижной точки опредѣляется уравненіемъ: $s = 10 \sin \frac{\pi}{2} t$. Найти зависимость между силой P, дѣйствующей на тѣло, и разстояніемъ s, а также наибольшую величину этой силы.

Отв. $P = -\frac{5\pi^2}{g} \cdot s$ гр.; $P_{\max} = \frac{50\pi^2}{g}$.

247. — Камень падаетъ безъ начальной скорости въ колодезь. Звукъ отъ удара камня о дно колодца услышанъ черезъ 6,5 сек. отъ момента начала его паденія. Скорость звука равна $36g$ м./сек., гдѣ g—ускореніе силы тяжести въ м./сек.^{2}. Найти глубину колодца.

Отв. $18g = 176{,}58$ м.

248. — Поѣздъ, вѣсомъ безъ паровоза 196,2 тн., двигаясь по горизонтальному пути равноускоренно, черезъ 60 сек. послѣ начала движенія пріобрѣлъ скорость 54 км./час. Опредѣлить натяженіе цѣпи между паровозомъ и поѣздомъ во время движенія, если сила тренія равна 0,005 вѣса поѣзда.

Отв. 5981 кгр.

249. — Тяжелое тѣло спускается по гладкой плоскости, наклоненной подъ угломъ 30° къ горизонту. Найти, принявъ $g = 10$ м./сек.^{2}, во сколько времени тѣло пройдетъ путь 9,6 м., если въ начальный моментъ его скорость равнялась 2 м./сек.

Отв. 1,6 сек.

250. — По наклонной плоскости, составляющей съ горизонтомъ уголъ 30°, спускается безъ начальной скорости тяжелое тѣло; сопротивленіе тренія равно 0,1 его вѣса. Какую скорость будетъ имѣть тѣло, пройдя 2 м. отъ начала движенія.

Отв. 3,96 м./сек.

251. — Поѣздъ идетъ со скоростью 36 км./час. подъ уклонъ, уголъ котораго $\alpha = 0{,}008$. Въ нѣкоторый моментъ машинистъ, увидавъ опасность, затормаживаетъ поѣздъ. Сопротивленіе отъ торможенія и тренія въ осяхъ составляетъ 0,1 вѣса поѣзда. Опредѣлить, на какомъ разстояніи и черезъ сколько времени отъ момента начала торможенія поѣздъ остановится, полагая $\sin\alpha = \alpha$?

Отв. приближ.: 50 м.; 10 сек.

252. — За 500 м. до станціи, стоящей на пригоркѣ высоты 2 м., машинистъ поѣзда, идущаго со скоростью 12 м./сек., закрылъ паръ и началъ тормазить. Какъ велико должно быть сопротивленіе отъ торможенія, считаемое постояннымъ, чтобы поѣздъ остановился у станціи, если вѣсъ поѣзда равенъ 1 000 000 кгр., а сопротивленіе тренія 2000 кгр.

Отв. приближ. 8679 кгр.

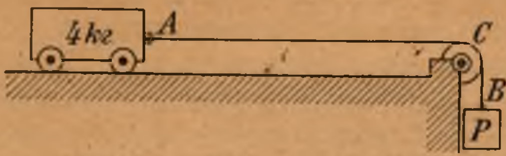
253. — Поѣздъ, вѣсомъ 800 000 кгр., движется въ данный моментъ со скоростью 15 м./сек. Съ этого момента машинистъ закрываетъ паръ и поѣздъ далѣе движется равнозамедленно вслѣдствіе тренія. Пройдя 2000 м., поѣздъ имѣетъ скорость 2 м./сек. Опредѣлить въ кгр./метр. работу, затраченную на преодолѣніе тренія, и время, въ теченіе котораго скорость уменьшилась съ 15 до 2 м./сек.

Отв. 9 011 200 кгр. м.; 235 сек.

254. — При выстрѣлѣ изъ пушки ядро вылетаетъ со скоростью 570 м./сек.; вѣсъ ядра 6 кгр. Какъ велико среднее давленіе P пороховыхъ газовъ, если ядро проходитъ внутри орудія 2 м.? Сколько времени движется ядро въ пушкѣ, если считать давленіе газовъ постояннымъ? Какъ велико постоянное сопротивленіе, благодаря которому скорость ядра уменьшается съ 570 м./сек. до нуля на протяженіи 0,1 м.?

Отв. $P = 49\,680$ кгр.; 0,007 сек.; 993 500 кгр.

255. — Тѣло, вѣсомъ 4 кгр., приводится въ движеніе по горизонтали гирей $P = 900$ гр., привязанной къ веревкѣ ACB. Опредѣлить ускореніе тѣла A, пренебрегая сопротивленіями и считая $g = 980$ см./сек.^{2}.



Отв. $v = 180$ см./сек.^{2}.

256. — Какъ велика мощность въ лошадиныхъ силахъ машины, поднимающей 120 разъ въ минуту молотъ вѣсомъ 200 кгр. на высоту 75 см.?

Отв. 4 лош. силы.

257. — Вычислить мощность въ лош. силахъ водопадовъ Ніагары, Иматры и Наровскаго; для каждаго изъ нихъ ниже даны высота паденія воды въ м. и средній расходъ воды въ куб. метрахъ въ 1 сек.: Ніагара— 66 м. и 8800 куб. м., Иматра—12 м. и 400 куб. м., Наровскій—12 м. и 250 к. м.

Отв. 1) 7 744 000 л. с. 2) 64 000 л. с. 3) 40 000 л. с.

258. — Вычислить мощность паровыхъ машинъ на станціи трамвайной сѣти, если число вагоновъ на линіи 45, вѣсъ каждаго вагона 10 тн., сопротивленіе тренія равно 0,02 вѣса вагона, средняя скорость вагоновъ 12 км./час.

Отв. 400 лош. силъ.

259. — Для того, чтобы поднять 5000 куб. м. воды на высоту 3 м., поставленъ насосъ съ двигателемъ въ 2 лош. силы. Сколько времени потребуется для выполненія этой работы, если коефиціентъ полезнаго дѣйствія насоса 0,8?

Коефиціентомъ полезнаго дѣйствія называется отношеніе полезной работы,—въ данномъ случаѣ работы, затраченной на поднятіе воды,—къ работѣ движущей силы, которая должна быть больше полезной работы вслѣдствіе вредныхъ сопротивленій.

Отв. 34 часа 43 мин. 20 сек.

260. — Разгрузка угля съ баржи производится моторомъ, поднимающимъ бадью; бадья, вмѣщающая 1 тн. угля, вѣситъ 1 тн.; 1500 тн. угля должны быть выгружены въ теченіе 10 час., при чемъ бадью съ углемъ приходится поднимать на высоту 9 м. Опредѣлить теоретическую мощность мотора.

Отв. 10 лош. силъ.

261. — Вычислить работу, которая производится при подъемѣ груза въ 20 кгр. по наклонной плоскости на разстояніе 6 метр., если уголъ, образуемый плоскостью съ горизонтомъ, равенъ $30°$, а сопротивленіе тренія составляетъ 0,01 нормальнаго давленія груза на плоскость.

Отв. $60+0{,}6\sqrt{3}$ кгр. метр.

262. — Когда пароходъ идетъ со скоростью 15 узловъ въ часъ, машина его развиваетъ 5144 лош. силъ. Опредѣлить силу сопротивленія воды движенію парохода, зная, что коефиціентъ полезнаго дѣйствія машины и винта равенъ 0,4, а 1 узелъ/час. $=0{,}5144$ м./сек.

Отв. 20 тоннъ.

263. — Поѣздъ, вѣсомъ 187,5 тн., идетъ по горизонтальному участку пути съ ускореніемъ 0,1962 м./сек.^{2}. Сопротивленіе поѣзда равно 10 кгр. на тонну его вѣса. Опредѣлить мощность паровой машины паровоза въ моментъ $t=10$ сек., если въ моментъ $t=0$ скорость поѣзда равнялась 18,038 м./сек.

Изъ ур. живой силы: $d\left(\frac{mv^2}{2}\right)=Pg\,ds-0{,}01\ mg\,ds$, гдѣ P — обозначаетъ силу тяги паровоза въ кгр., находимъ элементарную работу паровозной машины: $P\,ds=0{,}01\ m\,ds+\frac{m}{g}v\,dv$; отсюда получаемъ мощность N машины:

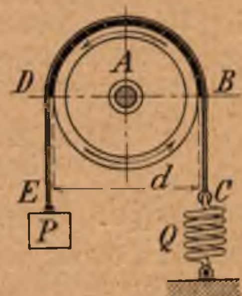
$$N=\frac{1}{75}\left(0{,}01\ mv+\frac{m}{g}v\frac{dv}{dt}\right).$$

Отв. 1500 лош. силъ.

264. — Найти въ лошадиныхъ силахъ мощность паровой машины, если среднее давленіе пара на поршень въ теченіе всего хода равно 5 кгр. на кв. см.; длина хода поршня 40 см.; площадь поршня 300 кв. см.; число рабочихъ ходовъ 120 въ мин. и коефиціентъ полезнаго дѣйствія 0,9.

Отв. 14,4 лош. силъ.

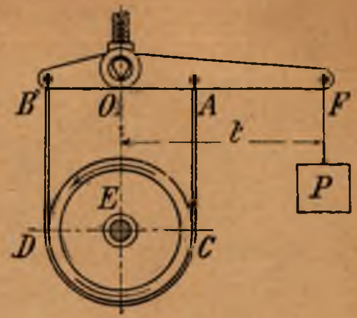
265. — Для измѣренія мощности двигателя на шкивъ его A надѣта лента съ деревянными колодками. Правая вѣтвь ленты BC удерживается пружинными вѣсами Q, а лѣвая ея вѣтвь DE натягивается грузомъ P. Опредѣлить мощность двигателя въ тотъ моментъ, когда онъ дѣлаетъ 120 об./мин., если при этомъ пружинные вѣсы показываютъ натяженіе правой вѣтви ленты въ 4 кгр.. вѣсъ груза P равенъ 1 кгр.; діаметръ шкива $d=63^7/_{11}$ см.; $\pi=3^1/_7$.



Разность натяженій вѣтвей BC и DE ленты равна силѣ, тормазящей шкивъ.

Отв. $0{,}16\cong\frac{1}{6}$ лош. силы.

266. — Динамометръ Пальдера, употребляющійся для измѣренія мощности моторовъ, состоитъ изъ ленты съ вертикальными вѣтвями AC и BD, охватывающей нижнюю половину шкива E испытуемаго мотора, и изъ рычага BF, опирающагося остріемъ призмы на опору O. Приподымая или опуская опору O, можно измѣнять натяженія вѣтвей ленты, а вмѣстѣ съ тѣмъ и силу тренія между лентой и шкивомъ. Равновѣсное горизонтальное положеніе рычага BF достигается подвѣшиваніемъ гирь P. Опредѣлить мощность двигателя въ тотъ моментъ, когда онъ дѣлаетъ 240 об./мин., если вѣсъ гирь, уравновѣшивающихъ натяженія вѣтвей ленты, $P = 3$ кгр., а плечо $l = 50$ см.



Отв. $0{,}16\pi \cong 0{,}5$ лош. силы.

267. — При помощи ремня передается 20 лош. силъ. Радіусъ ременнаго шкива 50 см., число оборотовъ 150 въ мин. Предполагая, что натяженіе T ведущей вѣтви ремня вдвое больше натяженія t ведомой вѣтви, опредѣлить натяженія T и t.

Отв. $T = 382$ кгр.; $t = 191$ кгр.

268. — Грунтъ утрамбовывается помощью ручной бабы вѣса 60 кгр. и поперечнаго сѣченія 12 кв. дм., которая падаетъ съ высоты 1 метра. При послѣднемъ ударѣ баба входитъ въ грунтъ на глубину 1 см., при чемъ сопротивленіе грунта движенію бабы можно считать постояннымъ. Какую наибольшую нагрузку выдержитъ грунтъ, не давая осадки.

Допускается, что утрамбованный грунтъ можетъ выдержать безъ осадки нагрузку, не превосходящую того сопротивленія, которое встрѣчаетъ баба, углубляясь въ грунтъ.

Отв. 5 кгр. на кв. см.

269. — Однородный массивъ $ABCD$, размѣры котораго указаны на чертежѣ, вѣситъ $P = 4000$ кгр. Опредѣлить работу, которую необходимо затратить на опрокидываніе его вращеніемъ вокругъ ребра D.

Отв. 4000 кгр. м.

270. — Матеріальная точка, вѣсомъ 3 кгр., двигалась по горизонтальной прямой налѣво со скоростью 5 м./сек. Къ ней приложили постоянную силу, направленную вправо. Дѣйствіе силы прекратилось черезъ 30 сек., и тогда скорость точки оказалась равной 55 м./сек. и направленной вправо. Найти величину этой силы и совершенную ею работу.

Отв. 0,61 кгр.; 459 кгр. м.