ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙНАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(Н И У « Б е л Г У »)

ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ

ЭЛЕКТИВНЫЙ КУРС «ИЗБРАННЫЕ ЗАДАЧИ ГЕОМЕТРИИ КАК СРЕДСТВО ПОГОТОВКИ К ЕГЭ»

Выпускная квалификационная работа
обучающегося по направлению подготовки 44.03.01
Педагогическое образование, профиль Математика
очной формы обучения, группы 02041302
Дурневой Анастасии Юрьевны

Научный руководитель
к. ф.- м.н., доцент
Есин В.А.

БЕЛГОРОД 2017

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность исследования. Трудно представить современный мир без того огромного «багажа» геометрических знаний, который скопило человечество. Геометрия сопровождает человека на протяжении нескольких тысячелетий и успела проникнуть практически во все сферы человеческой деятельности. В наш век – век информационных технологий, хотя бы минимум геометрических знаний просто необходим любому человеку. А хорошее геометрическое образование, пространственное воображение и логическое мышление являются прекрасными помощниками многим специалистам различных профессий.

Современные экономические и социальные условия жизни предъявляют все больше требований к выпускникам общеобразовательных школ: им необходимо обладать творческим и логическим мышлением, пространственным воображением, коммуникативными навыками уметь принимать решения и нести за них ответственность.

Введение профильного обучения в старших классах общеобразовательной школы направлено на развитие способности будущего выпускника к самостоятельному конструированию индивидуальной образовательной траектории, что значительно расширяет возможности для раскрытия потенциала личности. Проявления активности и деловой инициативы, способствует ориентации и самоопределению личности в постоянно меняющемся мире. Целью профильного обучения является создание условий для образования старшеклассников с учетом их склонностей и способностей, для их обучения в соответствии с профильными интересами и намерениями в отношении продолжении образования.

Цель исследования: теоретическое обоснование и разработка элективного курса в профильном обучении на старшей ступени общеобразовательной школы.

Объект исследования: процесс обучения обучающихся на старшей ступени общеобразовательной школы.

Предмет исследования: конструирование содержания элективного курса в профильном обучении.

База исследования: МБОУ «СОШ № 29» г. Белгорода им. Д.Б. Мурачева, 10 «А» класс.

Для достижения поставленной цели были определены следующие **задачи исследования**:

1. Провести анализ методологических подходов к конструированию содержания профильного обучения на старшей ступени общеобразовательной школы.
2. Определить совокупность принципов, источников, критериев при конструировании содержания элективного курса в профильном обучении.
3. Определить содержание деятельности учителя при конструировании содержания элективного курса в профильном обучении.
4. Разработать и апробировать технологию конструирования содержания элективных курсов в профильном обучении.

Структура работы: введение, две главы, заключение, литература.

В первой главе представлен аналитический обзор литературы по проблеме исследования; выявлена сущность понятия «элективные курсы», обозначены цели и задачи профильного обучения. Выделена совокупность принципов, источников формирования содержания элективных курсов в профильном обучении на старшей ступени общеобразовательной школы, а также определены типы и виды элективных курсов, роль элективных курсов в преподавании элективных курсов в профильном обучении на старшей ступени общеобразовательной школы, а также определены типы и виды элективных курсов в преподавании математики.

Во второй главе представлены и раскрыты задачи и содержание результативности работы по технологии конструирования элективных курсов в профильном обучении.

ГЛАВА 1. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПОСТРОЕНИЯ ЭЛЕКТИВНЫХ КУРСОВ

1 Профильное обучение

1.1 Отечественный опыт профильного обучения.

Идея создания профильных школ не нова. Реальные гимназии, существовавшие в 19 веке в России, были прообразом будущих школ с профильными классами. Престижные спецшколы советского времени тоже были в определенной степени профильными. И за рубежом практика профильного обучения давно и успешно применяется во всех школах [3, с.4].

Российская школа накопила немалый опыт по дифференцированному обучению школьников. Первая попытка осуществления дифференциации обучения в школе относится к 1864 году. Соответствующий Указ предусматривал организацию семиклассных гимназий двух типов: классическая (цель – подготовка в университет) и реальная (цель – подготовка к практической деятельности и к поступлению в специализированные учебные заведения).

Новый импульс идея профильного обучения получила в процессе подготовки в 1915 – 1916 годах реформы образования, осуществлявшейся под руководством Министра просвещения П.Н. Игнатьева. По предложенной структуре 4 – 7 классы гимназии разделялись на три ветви: новогуманитарную, гуманитарно-классическую, реальную.

В 1918 г. Состоялся первый Всероссийский съезд работников просвещения и было разработано Положение о единой трудовой школе, предусматривающее профилизацию содержания обучения на старшей ступени школы. В старших классах средней школы выделялись три направления: гуманитарное, естественно – математическое и техническое. [3, с.6]

В 1934г. ЦК ВКП(б) и Совет Народных комиссаров СССР принимают Постановление «О структуре начальной и средней школы в СССР», предусматривающее единый учебный план и единые учебные программы. Однако введение на всей территории СССР единой школы со временем высветило серьезную проблему: отсутствие преемственности между единой средней школой и глубоко специализированными высшими учебными заведениями, что заставило ученых – педагогов в который раз обратиться к проблеме профильной дифференциации на старших ступенях обучения.

Академия педагогических наук в 1957 г. Выступила инициатором проведения эксперимента, в котором предполагалось провести дифференциацию по трем направлениям: физико – математическому и техническому; биолого – агрономическому; социально – экономическому и гуманитарному. С целью дальнейшего улучшения работы средней общеобразовательной школы в 1966 г. Были введены две формы дифференциации содержания образования по интересам школьников: факультативные занятия в 8-10 классах и школы (классы) с углубленным изучением предметов, которые, постоянно развиваясь, сохранились вплоть до настоящего времени.

В конце 80х – начале 90х годов в стране появились новые виды образовательных учреждений (лицеи, гимназии), ориентированные на углубленное обучение школьников по избираемым ими образовательным областям с целью дальнейшего обучения в вузе. Также многие успешно существовали и развивались специализированные (в известной мере профильные) художественные, спортивные, музыкальные и др. школы. Этому процессу способствовал Закон Российской Федерации 1992 года «Об образовании», закрепивший вариативность и многообразие типов и видов образовательных учреждений и образовательных программ. [3, с.8]

Таким образом, направление развития профессионального обучения в российской школе в основном соответствует мировым тенденциям развития образования.

Вместе с тем, сеть общеобразовательных учреждений с углубленным изучением предметов (гимназии, лицеи и др.) пока развита недостаточно. Для большинства школьников они малодоступны. Это ведет к таким негативным явлениям, как массовое репетиторство, платные подготовительные курсы при вузах и т.п. Профилизация обучения в старших классах школы должна внести позитивный вклад в разрешение подобных проблем. [7, с. 10]

1.2 Актуальность профильного обучения

В последние годы все чаще поднимается вопрос о профильном обучении в школе. В школах России проводится эксперимент по введению профильного обучения. Ученые и ведущие учителя-практики разрабатывают программы профильных предметов и элективных курсов для профильного обучения.

Не смотря на то, что профильное обучение имеет многолетнюю историю, оно не потеряло своей актуальности. Это связано с тем, что:

1. Профилизация в старших классах соответствует структуре образовательных и живых установок большинства старшеклассников. Социологические исследования доказывают, что большинство старшеклассников (более 70%) отдают предпочтение тому, чтобы «знать основы главных предметов, а углубленно изучать только те, которые выбираются, чтобы в них специализироваться». [6, с.13]
2. К 15 – 16 годам у большинства обучающихся складывается ориентация на сферу будущей профессиональной деятельности. Так по данным социологических опросов примерно 70 – 75% обучающихся в конце 9-го класса уже определились в выборе возможной сферы профессиональной деятельности. [6, с. 14]
3. В высшей школе сформировалось устойчивое мнение о необходимости дополнительной специализированной подготовки старшеклассников

для прохождения вступительных испытаний и дальнейшего образования в вузах. [6, с. 15]

4. Большинство обучающихся считают, что существующее ныне общее образование не дает возможностей для успешного обучения в вузе и построения дальнейшей профессиональной карьеры.

5. Анализ зарубежного опыта показывает, что общее образование на старшей ступени во всех развитых странах является профильным. [6, с. 15]

Таким образом, для углубленного освоения нужных предметов старшеклассниками, а также для успешной сдачи ЕГЭ и поступления в вузы, необходима профилизация обучения, что показывает ее актуальность.

1.3 Цели и задачи профильного обучения

Профильное обучение - средство дифференциации и индивидуализации позволяющее за счет изменений в структуре, содержании и организации образовательного процесса более плотно учитывать интересы, склонности и способности обучающихся, создавать условия для обучения старшеклассников в соответствии с их профессиональными намерениями в отношении продолжения образования. Профильная школа есть институциональная форма реализации этой цели. Это основная форма, перспективными в отдельных случаях могут стать иные формы профильного обучения, в том числе выводящие реализацию соответствующих образовательных стандартов и программ за стены отдельного общеобразовательного учреждения. Профильное обучение направлено на реализацию личностно – ориентированного учебного процесса. При этом существенно расширяются возможности выстраивания учеником индивидуальной образовательной траектории. [6, с. 16]

Переход к профильному обучению преследует основные цели:

- обеспечить углубленное изучение отдельных предметов программы полного общего образования;

- создать условия для существования дифференциации содержания обучения старшеклассников широкими и гибкими возможностями построения школьниками индивидуальных образовательных программ;
- способствовать установлению равного доступа к полноценному образованию разным категориям обучающихся в соответствии с их способностями, индивидуальными склонностями и потребностями;
- расширить возможности социализации обучающихся, обеспечить преемственность между общим и профессиональным образованием, более эффективно подготовить выпускников школы к освоению программ высшего профессионального образования. [6, с 17]

2. Элективные курсы в профильном обучении

Разнообразие форм обучения в современной школе направлено на успешное выполнение поставленных образовательных задач. Одной из подобных форм выступает элективный курс, основной целью которого является профессиональная ориентация обучающихся старших классов.

В соответствии с одобренной Министерством образования и науки Российской Федерации «Концепцией профильного обучения на старшей ступени общего образования» дифференциация содержания обучения в старших классах осуществляется на основе различных сочетаний курсов трех типов: базовых, профильных, элективных. Каждый из курсов этих трех типов вносит свой вклад в решение задач профильного обучения. Однако можно выделить круг задач, приоритетных для курсов каждого типа. [11, с. 8]

Базовые общеобразовательные курсы отражают обязательную для всех школьников инвариативную часть образования и направлены на завершение образовательной подготовки обучающихся. [11, с. 9]

Профильные курсы обеспечивают углубленное изучение отдельных предметов и ориентированы в первую очередь на подготовку выпускников школы к последующему профессиональному образованию. [11, с. 9]

Элективные же курсы связаны, прежде всего, с удовлетворением индивидуальных образовательных интересов, потребностей и склонностей каждого школьника. Именно они, по существу, и являются важнейшим средством построения индивидуальных программ, так как в наибольшей степени связаны с выбором каждым школьником содержания образования в зависимости от его интересов, способностей, последующих жизненных планов. Элективные курсы как бы «компенсируют» во многом достаточно ограниченные возможности базовых и профильных курсов в удовлетворении разнообразных образовательных потребностей старшеклассников. [11, с. 10]

Элективные курсы (курсы по выбору) играют важную роль в системе профильного обучения на старшей ступени школы. В отличие от факультативных курсов, существующих в школе, элективные курсы обязательны для старшеклассников. Они позволяют обучающимся развить интерес к предмету и четко определиться со своим дальнейшим выбором профессии. Роль элективных курсов в системе профильного обучения достаточно велика, так как они обеспечивают удовлетворение индивидуальных интересов и потребностей каждого обучающегося. Элективные курсы не только углубляют знания обучающихся по предмету, но и способствуют развитию их мышления, формируют у них навыки самообразования, готовят школьников к олимпиадам, к сдаче ЕГЭ [1, с. 1-2].

2.1 Примерные требования к программам элективных курсов. Виды элективных курсов

В Концепции профильного обучения на старшей ступени общего образования, утвержденной приказом Министерства образования России от 18.07.02 № 2783, обозначены цели перехода к профильному обучению, среди которых можно выделить цель создания условий для существенной дифференциации содержания обучения старшеклассников с широкими и гибкими возможностями построения школьниками индивидуальных образовательных программ. С этой целью помимо профильных общеобразовательных предметов в старшей школе вводятся элективные курсы - обязательные для посещения по выбору обучающихся. [9, с. 17]

Набор профильных и элективных курсов на основе базовых общеобразовательных предметов составит индивидуальную образовательную траекторию для каждого школьника.

Элективные курсы – обязательные курсы по выбору обучающихся из компонента образовательного учреждения, входящие в состав профиля обучения.

К основным задачам элективных курсов относятся:

- «надстройки» профильного курса, когда такой дополнительный профессиональный курс становится в полной мере углубленным;
- развитие содержания одного из базовых учебных предметов, что позволяет развивать и поддерживать интерес к этому предмету, а также получить дополнительную подготовку для сдачи ЕГЭ по данному учебному предмету;
- способствует удовлетворению познавательных интересов обучающихся в различных сферах человеческой деятельности.
- ориентация в особенностях будущей профессиональной деятельности, «профессиональная проба», когда обучающиеся приобщаются к самым элементарным основам практической деятельности в рамках той или иной профессии. [2, с. 8]

В соответствии с этими задачами можно выделить следующие виды элективных курсов:

- «углубляющие» курсы, имеющие целью более подробно изучить какой – либо раздел или разделы профильного курса, расширяя его дополнительной информацией;

- «коррекционные» курсы, помогающие обучающимся, которые по каким-либо причинам решили сменить профиль (т.е. развивающие содержание базового предмета до профильного уровня), а также готовящие к сдаче ЕГЭ по этому предмету;
- «общекультурные» курсы, направленные на развитие общего кругозора, повышение культурного уровня обучающихся. Подобные курсы создают благоприятные условия для реализации межпредметного характера обучения различным учебным дисциплинам, создания новых интегрированных дисциплин на стыке предметных областей;
- «ориентационные» курсы, приобщающие старшеклассников к основам будущей профессии, предусматривающие так называемые «профессиональные пробы» [4, с. 8].

2.2 Характеристика элективных курсов для профильного обучения

Элективные курсы являются неотъемлемыми компонентами вариативной системы образовательного процесса на ступенях основного общего и среднего (полного) общего образования, обеспечивающими успешное профильное и профессиональное самоопределение обучающихся. [10, с.9]

Можно условно выделить несколько типов элективных курсов:

1. Предметные элективные курсы, которые решают задачи углубления, расширения знания учебного предмета, входящего в базисный учебный план.

В свою очередь, предметные курсы можно разделить на несколько групп:

- Элективные курсы повышенного уровня, направленные на углубленное изучение предмета (могут иметь как тематическое, так и временное согласование с профильным учебным предметом);

- Элективные курсы, в которых углубленно изучаются отдельные разделы профильного учебного предмета;
- Элективные курсы, в которых расширено или углубленно изучаются отдельные разделы базового курса, не входящие в обязательную программу;
- Прикладные элективные курсы, целью которых является знакомство обучающихся с важнейшими путями и методами применения знаний на практике, развитие интереса обучающихся к современной технике и производству.
- Элективные курсы, посвященные изучению методов познания природы;
- Элективные курсы, посвященные истории предмета, как входящего в учебный план школы, так и не входящего в него; [10, с.11]
- Элективные курсы, посвященные изучению методов решения задач, составлению и решению задач на основе физического, химического, биологического эксперимента[8, с.139]
- Репетиционные элективные курсы, направленные на ликвидацию имеющихся «пробелов в знаниях» старшеклассника по предметам избранного профиля за предыдущие годы или же на подготовку к сдаче единого государственного экзамена по отдельным, наиболее сложным разделам учебных программ по предмету [10,с. 11].

2. Межпредметные и надпредметные элективные курсы, цель которых – выполнение функций общекультурного развития и удовлетворения интересов обучающихся к различным областям знаний, отсутствующим в учебном плане.

3. Прикладные элективные курсы, цель которых – обеспечить знакомство обучающихся с важнейшими способами применения знаний по предмету на практике, развитие их интереса к современной профессиональной деятельности. [10, с.11]

Элективные курсы, хотя и различаются по целям и содержанию, но во всех случаях они должны соответствовать запросам обучающиеся, которые их выбирают.

При проведении элективных курсов можно использовать новые технические возможности, в частности, электронные учебные пособия. Это обусловлено меньшей наполняемостью групп и большей общностью интересов школьников. В настоящее время имеется достаточно большое количество весьма качественных CD – дисков, создаются электронные библиотеки, разрабатывается методика использования электронных материалов как на уроках, так и в процессе самообразования. [4]

В Концепции профильного обучения четко обозначено:

1) Элективные курсы – обязательные для посещения курсы по выбору обучающихся, входящие в состав профиля обучения на старшей ступени школы.

2) Элективные курсы реализуются за счет школьного компонента учебного плана, предназначены для содержательной поддержки изучения основных профильных предметов или служат для внутрипрофильной специализации обучения и для построения индивидуальных образовательных траекторий.

3) Количество элективных курсов должно быть избыточно по сравнению с числом курсов, которые обязан выбрать обучающийся.

4) Элективные курсы должны быть направлены на решение следующих задач:

- Способствовать самоопределению ученика и/или выбору дальнейшей профессиональной деятельности;
- Создавать положительную мотивацию обучения на планируемом профиле;
- Познакомить обучающихся с ведущими для данного профиля видами деятельности;
- Активизировать познавательную деятельность школьников;

- Повысить информационную и коммуникативную компетентность обучающихся. [4, с. 8]

То, что набор элективных курсов определяют сами школьники, ставит обучающихся в ситуацию самостоятельного выбора индивидуальной образовательной траектории, профессионального самоопределения. Основные мотивы выбора, которые следует учитывать при разработке и реализации элективных курсов:

- Подготовка к ЕГЭ по профильным предметам;
- Приобретение знаний и навыков, освоение способов деятельности для решения практических, жизненных задач, уход от традиционного школьного «академизма»;
- Возможности успешной карьеры, продвижения на рынке труда;
- Любопытство;
- Поддержка изучения базовых курсов;
- Профессиональная ориентация;
- Интеграция имеющихся представлений в целостную картину мира [13, с. 45].

3. Содержания элективных курсов

Содержание программы курса по выбору, прежде всего, находится в зависимости от особенностей набора профилей на третьей ступени обучения в данной школе и специфики состава обучающихся (количество, уровень предшествующей подготовки, половой состав и т.п.). Понятно, что, работая с одной группой нужно, прежде всего, ликвидировать пробелы в знаниях, а с другой – получить опыт решения задач повышенного уровня сложности. Но какие бы задачи не сформулировал перед собой учитель, он не может не помнить о необходимости соблюдения следующих условий:

- Содержание курса, форма его организации должны помогать ученику оценить свой потенциал с точки зрения образовательной перспективы («Я учусь в социально-гуманитарном классе не потому, что не нашел в себе силы выучить таблицу умножения, а потому, что намерен стать юристом или журналистом, а для этого буду поступать в Университет»).

- Отбирая содержание, учитель (автор программы, учебника) должен ответить на вопросы: «Почему ученик выбирает именно этот курс, а не другой? Чем он будет ему полезен, интересен?».
- Элективные курсы должны способствовать созданию положительной мотивации («Пойду на социально-гуманитарный профиль, потому, что мне интересно то-то и то-то, у меня хорошо получается то-то»); помочь ученикам проверить себя, ответить на главные вопросы: «Могу ли я, хочу ли я учить это, заниматься этим?». Вместе с тем, надо помнить, что чрезмерная перегруженность курса новым содержанием может не позволить ученику ответить на главные вопросы.
- Курсы (по возможности) должны опираться на какое-либо пособие. Это позволит исключить «монополию учителя на информацию».
- Содержание элективных курсов не должно дублировать содержание предметов обязательных для изучения, базовый курс.
- Курс должен быть построен так, чтобы он позволял в полной мере использовать активные формы организации занятий, информационные, проектные формы работы. В противном случае и «ликвидация пробелов» и «углубленная подготовка» переродится во вполне традиционное «натаскивание».
- Курсы должны познакомить ученика со спецификой видов деятельности, которые будут для него ведущими, если он совершит выбор того или иного профиля (историк, филолог, физик и т.д.), то есть повлиять на выбор учеником сферы будущей профессиональной деятельности, пути (направления) получения им образования в профессиональной школе (прежде всего, высшей).

- Они должны включать пробы по ведущим для данного профиля видам деятельности (чтобы показать специфику данного профиля через деятельность, например: работа с текстами, анализ источников, использование правовых документов и т.п.). [14, с.28]

3.1 Структура и критерии оценки программы элективных курсов

Программы элективных курсов носят примерный характер. Поскольку элективные курсы ориентированы на удовлетворение запросов конкретных групп обучающихся, то можно сказать, что программы предполагают определённую доработку, которую учитель может осуществить, исходя из своих профессиональных возможностей и особенностей состава обучающихся. [8, с.140]

Другая особенность программ элективных курсов заключается в том, что они не определяют жёстко обязательный для изучения объём учебного материала, поскольку содержание итогового контроля по курсу разрабатывает сам учитель. [8,с. 140]

Темп изучения элективного курсов может быть адекватен реально складывающейся ситуации – на чём-то задержались, потому что тема вызвала особый интерес или при её беглом изучении возникли трудности [8, с.141].

Элективные курсы обладают ещё одной очень важной особенностью – они позволяют преодолеть одну из главных причин трудностей, возникающих в школе при изучении нормативных предметов. Эта причина – требование обязательной успеваемости, т.е. того, чтобы разные дети, с разными возможностями за одно и то же время достигли одинаковых образовательных результатов. Обучающиеся могут усваивать знания и умения, которые формируются на материале элективных курсов, разными темпами.

Пояснительная записка (название, основное содержание, для кого предназначен курс). Важно, чтобы пояснительная записка была краткой и в то же время давала достаточно полное представление о курсе.

Необходимо показать, какое место занимает курс в образовательном процессе: какие общенаучные и профильные умения и навыки формируются при изучении элективного курса, каким образом создаются условия для активизации интереса обучающихся, профессионального самоопределения и т.д.

Цели и задачи курса формулируются в терминах, понятных и учителю и обучающимся.

Цель курса – для чего он изучается, какие потребности субъектов образовательного процесса удовлетворяет. В соответствии с целями формулируются задачи изучения курса, то есть, то, что необходимо для достижения поставленных целей и над чем необходимо работать учителю и обучающимся при изучении курса.

Основные компоненты содержания курса. В этом разделе программы необходимо отразить суть содержания теоретических и практических знаний, а так же самостоятельной работы обучающихся: основные знания, умения и навыки, методы и виды деятельности, опыт их освоения, а так же указать, какие разделы и из каких школьных курсов должны быть предварительно освоены.

Текущий контроль.

Если строить элективный курс исходя из интересов обучающихся, то вопрос о критериях оценки должен решаться совместно с обучающимся, которым вместе с учителем необходимо определить, в чём могут проявиться их успехи в освоении курса и кто мог бы выступить в роли эксперта.

Основной задачей элективный курсов является развитие творческого потенциала обучающихся, их интеллектуальной, культурологической, организаторской активности. В связи с этим наиболее перспективной оказывается накопительная оценка достижений типа портфолио, которая выставляется в завершении каждого модуля.

Обязательно в содержании элективного курса должен присутствовать перечень рекомендуемой литературы [1].

Критерии оценки элективных курсов:

1. Соответствие Концепции профильного обучения на старшей ступени общего образования. Программа позволяет ученику оценить свои возможности в процессе деятельности, соответствующей профилю, и сделать обоснованный выбор профиля обучения в старшей школе или направление дальнейшего обучения.

2. Образовательный потенциал программы. Программа курса углубляет и расширяет знания по предметам, входящим в учебный план школы, а не дублирует их содержание.

3. Мотивирующий потенциал программы. Содержание курса ориентировано на развитие у обучающихся мотивов образовательной деятельности, соответствует познавательным возможностям обучающихся.

4. Развивающий потенциал программы. Содержание курса способствует интеллектуальному, эмоциональному, творческому развитию школьников, предполагает широкое использование методов активного обучения.

5. Профильный потенциал программы. Содержание курса соответствует набору профилей, способствует профильному самоопределению школьников, дает представление о деятельности в рамках профиля.

6. Содержательный потенциал программы. Курс содержит знания, необходимые для достижения запланированных в программе целей подготовки. Способ построения содержания учебного материала также соответствует стоящим в программе целям обучения и определяются объективным уровнем развития научных знаний.

7. Контролирующий потенциал программы. В программе конкретно определены ожидаемые результаты обучения и методы проверки их достижения, указаны способы оценивания деятельности обучающихся, форма подведения итогов.

8. Ресурсный потенциал программы. Программа реалистична с точки зрения использования учебно-методических и материально-технических средств, кадровых возможностей школы.

9. Формальная структура программы. Наличие в программе необходимых разделов: пояснительной записки (с обязательным целеполаганием), основного (тематического) содержания, ожидаемых результатов обучения, списка литературы [1].

3.2 Роль элективных курсов в преподавании математики

Математика, как точная наука, занимает особое место среди школьных предметов. Это связано с тем, что математику, в отличие от других предметов сдают как по окончании основной, так и средней школы в обязательном порядке. А также и при поступлении в большинство высших учебных заведений независимо от профильной направленности учебного заведения. В связи с этим можно считать, что в профильной школе математика займет важное место, поэтому абсолютное большинство учителей математики заинтересованы в ведении элективных курсов.

Переход к профильному обучению преследует следующие цели: обеспечить углубленное изучение математики; создать условия для существенной дифференциации содержания образования; способствовать установлению равного доступа к полноценному образованию всем категориям, в соответствии с их способностями и потребностями. Важной целью обучения является знакомство с математикой как с общекультурной ценностью, выработка понимания того, что математика является инструментом познания окружающего мира и самого себя. В процессе преподавания математики может быть частично решен вопрос о более глубоком понимании учеником логики математического мышления. Очень важно показать, что ему при решении разного рода «нематематических» проблем может помочь следование этой логике. Одной из важнейших задач ведения элективных курсов является развитие интереса к математике обучающихся.

Математика является как базовым, так и профильным предметом по техническому и технологическому направлениям, поэтому содержание элективных курсов должно удовлетворять следующим условиям:

- соответствие принципам системности, научности, последовательности изложения и т. д.;
- отсутствие дублирования обязательного минимума содержания по математике;
- необходимость подготовки разнообразных форм обучения на курсе и разработки системы контроля – итоговой аттестации;

Для утверждения программы элективных курсов создается муниципальная экспертная комиссия для оценки разрабатываемых учителями курсов.

Выбирая элективный курс, учитель должен хорошо обдумать, будет ли интересна и доступна данная программа ему и его ученикам. В задачи элективных курсов не входит работа со слабоуспевающими обучающимися, на предмет дополнительных занятий с целью «исправления» оценок. [9, с.4].

Элективный курс проводится для сравнительно небольшого числа обучающихся, изъявивших желание его выбрать. Уровень учебных достижений обучающихся одного класса и одной школы различен. Одной из важных особенностей элективных курсов является ориентация на различные группы обучающихся. Условная классификацию обучающихся профильной школы выглядит следующим образом: группа учеников, составляющая математических вундеркиндов, победителей олимпиад и конкурсов высокого уровня; группа учеников, которые в течение всех прежних лет постоянно и с увлечением изучали математику, участвовали в олимпиадах, занимались в кружках; обучающиеся, хорошо занимающиеся по математике на протяжении предыдущих лет; группа обучающихся, которым легко давалась математика; группа учеников, которые пришли в профильный класс как еще в одну секцию, кружок; группа обучающихся «слабых», неспособных освоить профильную программу по математике вообще. В связи с этим учителями разрабатываются курсы, ориентированные на различные группы обучающихся.

Содержание курса напрямую зависит состава группы обучающихся. Содержание может быть различным:

- направленно на корректировку, закрепление базовой дидактической единицы школьного образования и оценивается через контрольную работу;
- включает в себя не только базовую дидактическую единицу школьного образования, но и дидактическую единицу, которая должна идти в зачет как базовый курс по некоторым специальностям среднего профессионального образования;
- идет в зачет только как часть профильного курса высшего профессионального образования.

Опыт проведения элективных курсов не велик, поэтому учителю, составляющему программу курсов, придется исходить из собственного опыта и опыта своих коллег. Одной из основных целей прохождения обучающимся элективного курса является развитие личности ребенка, распознавание и раскрытие его способностей. Было бы неверно считать, что важной целью обучения является «выращивание» математиков. В процессе изучения программы важно дать обучающимся возможность использовать различные учебники, задачники, хрестоматии, энциклопедии, глобальную сеть Интернет, а также развить интерес к предмету.

Элективные курсы служат для построения индивидуальных образовательных траекторий школьника. Курсы могут вестись в традиционной форме, как лекция, семинар, дискуссия, диспут, выступления с докладами и т. д.

Таким образом из всего вышесказанного можно сделать вывод, что профильное обучение является составной частью общей проблемы модернизации содержания школьного образования. Решение данной проблемы позволит снизить непомерную учебную нагрузку на обучающихся основной школы и одновременно обеспечить полноценное образование старшеклассников в соответствии с их индивидуальными способностями и наклонностями. С введением профильного обучения появится реальная возможность ликвидировать существующий разрыв и обеспечить преемственность между общим и профессиональным образованием. Этот разрыв в настоящее время достиг ужасающих размеров. Введение профильного обучения не предусматривает каких-либо резких революционных изменений существующей системы общего образования. [9, с.8]

При профильном обучении учитываются интересы, склонности и способности каждого ученика. Полученные в школе знания и навыки должны помочь им в дальнейшем реализовать свои карьерные планы.

Профильное обучение может реализовываться по четырем базовым моделям:

- профильная школа, в которой учатся только старшеклассники;
- индивидуальное расписание, когда ученик с помощью преподавателей составляет для себя программу на год. Вариации могут быть любыми, но в плане обязательно должен присутствовать необходимый минимум всех основных предметов;
- профильные классы в общеобразовательных школах;

Последняя модель является самой распространенной. Предполагается разделение учебного плана старшеклассников на 3 части.

- базовые дисциплины – это традиционный набор школьных предметов, которые являются обязательными для всех: русский язык, алгебра, история и пр.;
- профильные дисциплины – для углубленного изучения. Они определяют содержание каждого конкретного направления. Например: математика, физика, химия, биология – основные в естественнонаучном профиле; литература, русский и иностранные языки – в гуманитарном;

- элективные курсы – обязательные предметы по выбору ученика, которые еще больше подкрепляют направленность обучения.

Конструирование содержания элективных курсов – это процесс разработки и детализации системы знаний, умений, опыта творческой деятельности обучающихся, опыта эмоционально-ценностного отношения к объектам мира и определение взаимосвязи между ними с целью обеспеченности целостности и целенаправленности элективного курса.

Ведущим компонентом содержания элективных курсов, в рамках компетентностного подхода, является опыт творческой деятельности обучающихся. Опыт творческой деятельности – это совокупность знаний и практически освоенных обучающимися умений, сформировавшихся в процессе решения творческих задач.

В условиях вариативности образовательного процесса при конструировании содержания элективных курсов приоритетной является совокупность следующих принципов: принцип интегративности; принцип продуктивности обучения, принцип вариативности содержания, принцип единства содержательного и процессуального компонентов обучения.

Источниками отбора содержания элективных курсов в профильном обучении являются: учебные тексты, отражающие специфику выбранного профиля; различные виды профессиональной деятельности обучающихся, соответствующие выбранному профилю; проблемы предметных областей наук; средства массовой информации; Интернет. [9, с.14].

Результативность технологии конструирования содержания элективного курса в профильном обучении определяется: критерием личностно-смыслового отношения ученика к содержанию элективного курса, критерием сформированности опыта творческой деятельности.

ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА ПРОГРАММЫ ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА «ИЗБРАННЫЕ ЗАДАЧИ ГЕОМЕТРИИ КАК СРЕДСТВО ПОДГОТОВКИ К ЕГЭ»

Пояснительная записка

Элективный курс «Избранные задачи геометрии как средство подготовки к ЕГЭ» разработан для обучающихся 10-11х классов, планирующих сдавать Единый государственный экзамен по математике на профильном уровне. При разработке данной программы учитывалось то, что элективный курс как компонент образования должен быть направлен на удовлетворение познавательных интересов и потребностей старшеклассников. В данном курсе отсутствует чрезмерная перегруженность новым содержанием. Основной акцент сделан на обобщение линии теоретического и усиление линии практического содержания, что позволяет обучающимся не только ознакомиться с задачами, предлагаемыми на экзамене, но и сконцентрироваться на способах и методах их решения, а также изучить новые нетипичные методы решения некоторых задач. Этот курс требует от обучающихся большой самостоятельной работы, способствует подготовке обучающихся к сдаче экзамена и продолжению образования, повышения уровня математической культуры.

Цели курса:

- развить интерес и положительную мотивацию у обучающихся к изучению геометрии;
- формирование умений решать планиметрические задачи;
- определение уровня способности обучающихся и их готовности к успешной сдаче ЕГЭ.

Задачи курса:

- обобщить и систематизировать знания обучающихся по основным разделам планиметрии;
- познакомить обучающихся с некоторыми методами и приемами решения планиметрических задач;

- развить умение приводить аргументированное решение, анализировать условие задачи и выбирать наиболее рациональный способ ее решения;
- создать условия для подготовки к сдаче ЕГЭ по математике.

По данным статистической обработки результатов ЕГЭ планиметрические задачи вызывают трудности не только у «слабых», но и даже у более подготовленных обучающихся. В предлагаемом курсе отсутствует чрезмерная перегруженность новым содержанием, основной акцент сделан на усиление линии не теоретического, а практического содержания, что позволяет обучающимся не только ознакомиться с задачами, предлагаемыми на экзамене, но и сконцентрироваться на способах и методах их решения.

Структура курса представляет собой три логически законченных и содержательно взаимосвязанных раздела, изучение которых обеспечит системность и практическую направленность знаний и умений обучающихся. Все занятия направлены на расширение и углубление базового курса. Содержание курса можно корректировать, учитывая склонности, интересы и уровень подготовленности обучающихся. Предлагаемый курс является практико-ориентированным, он рассчитан на 17 часов. Для наиболее успешного усвоения материала планируются различные формы работы с обучающимися: лекционно-семинарские занятия, групповые, индивидуальные формы работы.

В результате изучения курса обучающиеся должны уметь:

- анализировать условия задачи, определять ход решения, наиболее эффективный в создавшейся ситуации;
- точно и грамотно формулировать теоретические положения и излагать собственный ход решения;
- применять аппарат алгебры и тригонометрии к решению геометрических задач;
- применять свойства геометрических преобразований к решению задач;

- оформлять решение задачи согласно требованиям ЕГЭ.

Возможные критерии оценок.

Оценка «отлично» - обучающийся освоил теоретический материал курса, получил навыки применения его при решении конкретных задач, в работе над индивидуальными домашними заданиями продемонстрировал умение работать самостоятельно. Как правило, для получения высокой оценки обучающийся должен показать не только знание теории и владение набором стандартных методов, но и сообразительность, математическую культуру.

Оценка «хорошо» - обучающийся освоил идеи и методы данного курса в такой степени, что может справиться со стандартными заданиями; выполняет домашнее задание прилежно; наблюдаются определенные положительные результаты, свидетельствующие об интеллектуальном росте и о возрастании общих умений обучающегося. Допустимы незначительные пробелы в рассуждениях, не влияющие на их общую логику.

Оценка «удовлетворительно» - обучающийся освоил наиболее простые идеи и методы куса, что позволило ему успешно выполнять простые задания, но со сложными заданиями возникают трудности.

Содержание курса

Тема 1. Треугольники

Треугольники и их виды. Соотношения между сторонами и углами треугольника. Теорема Пифагора. Теоремы синусов и косинусов. Площадь треугольника. Точки пересечения высот, биссектрис, медиан и серединных перпендикуляров треугольника. Свойства замечательных точек треугольника. Признаки подобия треугольников. Теорема Фалеса. Теорема о пропорциональных отрезках в треугольнике.

Тема 2. Четырёхугольники

Многоугольник. Выпуклый многоугольник. Свойство диагоналей выпуклого четырехугольника. Параллелограмм. Прямоугольник. Ромб. Квадрат. Трапеция. Площади четырехугольников.

Тема 3. Окружность

Характеристическое свойство окружности. Углы, связанные с окружностью: вписанный, угол между хордой и секущей, угол между касательной и хордой. Вписанные и описанные окружности. Теорема о квадрате касательной.

Таблица 1 – Учебно-теметический план

№ п/п	Тема занятия	Количество часов	Форма проведения
Тема 1. Треугольники			
1.1	Треугольники и их виды. Соотношения между сторонами и углами треугольника	1	лекция - беседа
1.2	Теорема Пифагора. Теоремы синусов и косинусов. Площадь треугольника.	1	лекция, практическое занятие
1.3	Четыре замечательные точки треугольника и их свойства.	1	лекция, выступления обучающихся
1.4	Подобные треугольники. Теорема Фалеса. Теорема о пропорциональных отрезках в треугольнике.	1	лекция, практическое занятие
1.5	Решение задач по теме «Треугольники»	1	практическое занятие
Тема 2. Четырёхугольники			
2.1	Многоугольник. Выпуклый многоугольник. Свойство диагоналей выпуклого четырехугольника.	1	лекция - беседа
2.2	Параллелограмм. Прямоугольник. Ромб. Квадрат. Трапеция.	1	лекция, практическое занятие
2.3	Площадь прямоугольника, параллелограмма и трапеции.	1	практическое занятие
2.4	Решение задач по теме «Четырёхугольники»	1	практическое занятие
Тема 3. Окружность			
3.1	Характеристическое свойство окружности. Углы, связанные с окружностью.	1	лекция - беседа
3.2	Окружности, вписанные и описанные около треугольника.	1	лекция, пактическое занятие
3.3	Окружности, вписанные и описанные около четырёхугольника.	1	лекция, практическое занятие
3.4	Комбинации окружности с другими геометрическими фигурами. Теорема о квадрате касательной.	1	выступления обучающихся, практическое занятие
3.5	Решение задач по теме «Окружность»	1	практическое занятие
Решение задач по изученным темам из материалов ЕГЭ 1ч.			
Итоговая контрольная работа 1ч.			

Занятие 1.5

Тема: «Решение задач по теме «Треугольники»

Цели и задачи занятия:

образовательные

- обобщить, закрепить и углубить знания по изученной теме;
- отработать навыки решения типовых задач, встречающихся на едином государственном экзамене;

развивающие

- развить логическое мышление, самостоятельность обучающихся при решении задач;
- развить умение решать задачи, аргументируя свое решение;

воспитательные

- воспитать познавательную активность, упорство в достижении поставленной цели.

Форма проведения: практическое занятие.

Ход занятия

Организационный этап (2 мин.)

- Приветствие;
- Проверка готовности класса к занятию;
- Проверка отсутствующих;
- Объявление темы занятия.

Закрепление изученного материала

Очень важным этапом решения геометрической задачи является выполнение правильных, наглядных чертежей и рисунков. Очень важным для «задачного рисунка» является его простота, лаконичность. Иногда в результате анализа решения задачи приходиться отказываться от уже построенного изображения и выполнять новый чертеж, обладающий большей простотой и наглядностью, наиболее верно изображающий расположение фигур в соответствии с условием задачи

Задача 1. Медиана BH треугольника АВС пересекается с его биссектрисой AM в точке K и делится этой точкой на два равных отрезка. Найдите площадь этого треугольника, если $BH = 16$ см, $AM = 20$ см. [12]

Решение. Для решения этой задачи, прежде всего, следует изобразить ΔABC, соответствующим её условию. Допустим, выполнено изображение треугольника ABC (рис.1.1). Далее необходим анализ данной геометрической ситуации: не в любом треугольнике биссектриса одного его угла делит пополам медиану, проведенную из вершины другого угла.

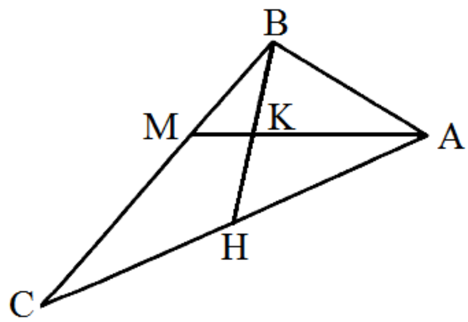

Рис.1.1

Так как точка K – середина BH и AM – биссектриса угла BAC, то AK – медиана и биссектриса ΔABH. Поэтому ΔABH – равнобедренный ($AB = AH$) и AK – его высота. Это означает, что для решения задачи сначала нужно построить равнобедренный треугольник ABH ($AB = AH$) и его медиану AK, затем на луче AH построить точку C, такую, что $AC = 2AH$. Тогда ΔABC – искомый, в котором AM (продолженный отрезок AK до пересечения с BC) – его биссектриса (рис.1.2).

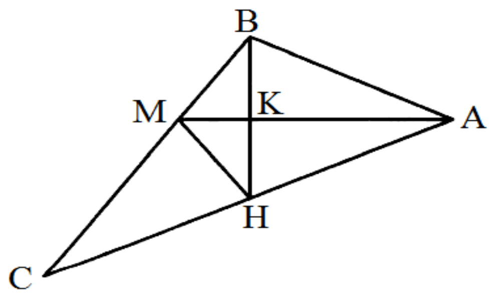

Рис. 1.2

Теперь (рис.1.2) получается совершенно другое, верное изображение треугольника ABC и можно приступать к необходимым вычислениям.

Итак, AK – серединный перпендикуляр отрезка $BH \Longrightarrow BK = \frac{1}{2}BH = 8$ – высота ΔABM. Поэтому: $S_{\Delta ABM} = \frac{1}{2}AM \cdot BK = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 8 = 80$.

Так как $AB = AH$ и BH– медиана ΔABC, то $AC = 2AB$. По свойству биссектрисы угла в треугольнике ABC имеем: $CM : MB = AC : AB = 2 : 1 \Longrightarrow$ $\Longrightarrow CB : MB = 3 : 1 \Longrightarrow S_{\Delta ABC} = 3S_{\Delta ABM} = 3 \cdot 80 = 240$ (см^2).

Ответ: 240 см^2.

Задача 2. В треугольнике ABC проведена биссектриса AM. Пряма, походящая через вершину B перпендикулярно AM, пересекает сторону AC в точке N; $\mathrm{AB} = 6, \mathrm{BC} = 5, \mathrm{AC} = 9$

а) Доказать, что биссектриса угла C делит отрезок MN пополам.

б) Пусть P – точка пересечения биссектрис треугольника ABC. Найдите отношение $AP : PN$.

Решение.

а) В треугольнике ABC имеем:

$\frac{BM}{MC} = \frac{AB}{AC} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$, откуда получаем, что $BM = 2$, $MC = 3$ (рис.2).

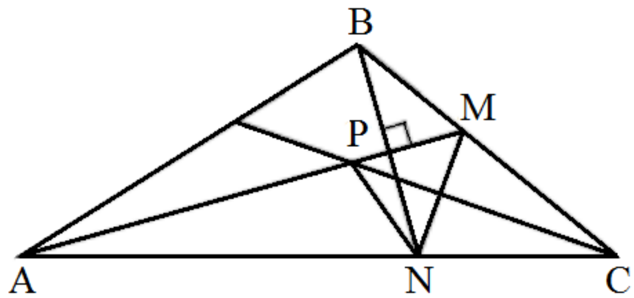

Рис. 2

В треугольнике ABN биссектриса AM перпендикулярна стороне BN, следовательно, треугольник ABN равнобедренный. Получаем, что $AN =$ $= AB = 6$. Откуда $CN = AC - AN = 9 - 6 = 3$.

Следовательно треугольник NCM равнобедренный, а, значит, биссектриса угла C является медианой треугольника NCM и делит отрезок MN пополам.

б) Прямая CP является серединным перпендикуляром к отрезку MN, следовательно, $PM = PN$.

Втреугольнике ACM имеем:

$\frac{AP}{PM} = \frac{AC}{CM} = \frac{9}{3} = 3$, откуда получаем, что $AP : PN = AP : PM = 3$.

Ответ: 3.

Задача 3. Внутри треугольника ABC взята точка K. Известно, что $AK = 1$, $KC = \sqrt{3}$, а величины углов AKC, ABK и KBC равны $120°$, $15°$ и $15°$ соответственно. Найти длину BK. [16, 18с.]

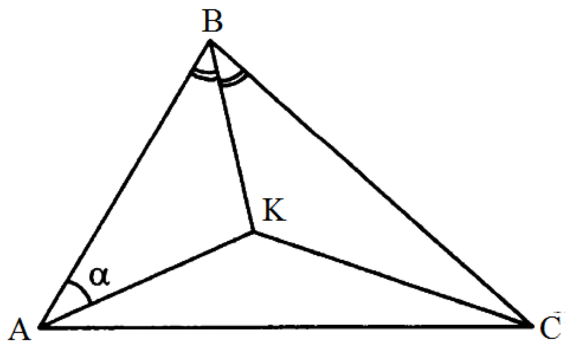

Рис.3

Решение. Пусть $\angle BAK = \alpha$. Тогда $\angle AKB = 180° - 15° - \alpha = 165° - \alpha$, $\angle BKC = 360° - 120° - (165° - \alpha) = 75° + \alpha$ и $\angle BCK = 180° - 15° - (75° + \alpha) = 90° - \alpha$ (рис.3). Пусть $BK = x$. Применив теорему синусов к треугольникам ABK и KBC, получим, что

$$\begin{cases} \frac{AK}{\sin \angle ABK} = \frac{BK}{\sin \angle BAK}, \\ \frac{KC}{\sin \angle KBC} = \frac{BK}{\sin \angle BCK}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{\sin 15°} = \frac{x}{\sin \alpha}, \\ \frac{\sqrt{3}}{\sin 15°} = \frac{x}{\cos \alpha}; \end{cases} \Rightarrow tg\alpha = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60°.$$

Имеем, далее

$$x = \frac{\sin 60°}{\sin 15°} = \frac{\sqrt{3}}{2} : \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{6} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3} - 1} = \frac{3\sqrt{2} + 6}{2},$$

поскольку

$$\sin 15° = \sin(45° - 30°) = \sin 45° \cos 30° - \cos 45° \sin 30° = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}.$$

Ответ: $\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$

Задача 4. В треугольнике ABC биссектриса угла ABC пересекает сторону AC в точке K. Изветсно, что $BC = 2$, $KC = 1$, $BK = \frac{3\sqrt{2}}{2}$. Найти площадь треугольнка ABC. [16, 29с.]

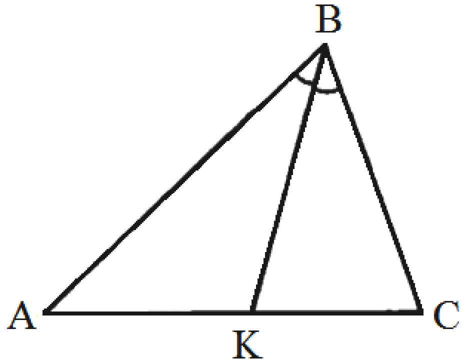

Рис.4

Решение: Пусть $AK = x$ (рис.4). Пименив к треугольнику ABC теорему о биссектрисе внутренноего угла получим, что

$$\frac{AB}{AK} = \frac{BC}{KC} \Leftrightarrow \frac{AB}{x} = \frac{2}{1} \Leftrightarrow AB = 2x.$$

Применим теперь к треугольнику ABC формулу для вычисления длины биссектрисы. Имеем:

$$BK^2 = AB \cdot BC - AK \cdot KC \Leftrightarrow \frac{9}{2} = 2x \cdot 2 - x \cdot 1 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}.$$

Значит, стороны треугольника ABC равны $AB = 3$, $AC = \frac{5}{2}$ и $BC = 2$, а полупериметр равен $p = \frac{1}{2}\left(3 + \frac{5}{2} + 2\right) = \frac{15}{4}$. Для вычисления площади треугольник авоспользуемся формулой Геррона:

ля вычисления площади треугольник авоспользуемся формулой Геррона:

$$S_{\Delta ABC} = \sqrt{\frac{15}{4}\left(\frac{15}{4} - 3\right)\left(\frac{15}{4} - \frac{5}{2}\right)\left(\frac{15}{4} - 2\right)} = \frac{15\sqrt{7}}{16}.$$

Ответ: $\frac{15\sqrt{7}}{16}$.

Задача 5. В треугольнике ABC проведены медианы BD и CE, M – точка их пересечения. Доказать, что треугольник BCM равновелик четырехугольнику $ADME$. [5, 76 с.]

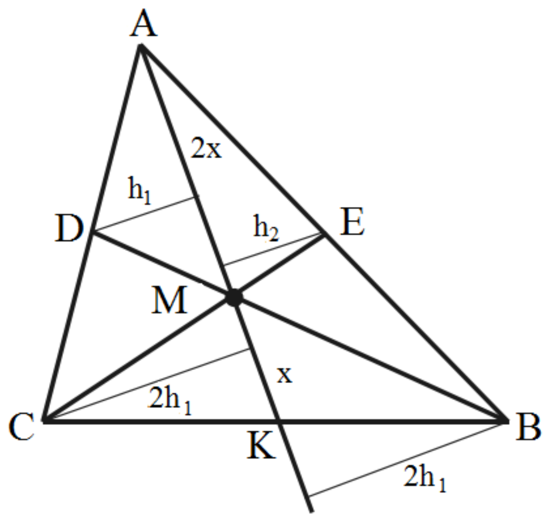

Рис.5

Решение. Пусть $MK = x$. Тогда $MA = 2x$ (рис. 5). Проведем высоты h_1 и h_2 в треугольниках AMD и AME. Так как точки D и C – середины сторон AC и AB , то легко видеть, что высоты треугольников MCK и MBK соответственно равны $2h_1$ и $2h_2$. Площади треугольника BCM и четырехугольника $ADME$ запишем как суммы площадей треугольников:

$$S_{ADME} = S_{ADM} + S_{AEM} = \frac{1}{2} \cdot 2x(h_1 + h_2);$$

$$S_{BCM} = S_{BMK} + S_{CMK} = \frac{1}{2} \cdot x(2h_1 + 2h_2) = \frac{1}{2} \cdot 2x(h_1 + h_2).$$

Полученные выражения равносильны, значит, $S_{ADME} = S_{BCM}$, что и требовалось доказать.

Задача 6. Медиана, проведенная к гипотенузе прямоугольного трегугольника, равна m и делит прямой угол в отношении $1 : 2$. Найти стороны треугольника. [5, 77 с.]

Решение. Пусть CO – медиана, проведенная к гипотенузе AB, $CO = m$ (рис.6). Она разбивает данный треугольник на два равнобедренных треугольника, то есть $AO = BO = CO = m$, $AB = 2m$.

По условию медиана делит прямой угол в отношении $1 : 2$, то есть $\angle ACO = 30°$, $\angle BCO = 60°$. Следовательно, ΔCOB – правильный, $CB = m$. $AC = BC \cdot \sqrt{3}$, поэтому $AC = m\sqrt{3}$.

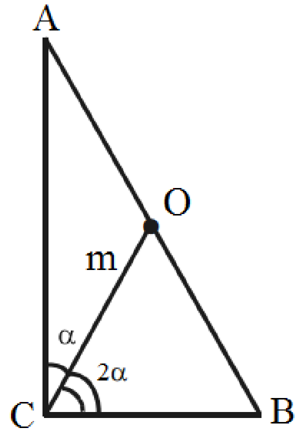

Рис.6

Ответ: m, $m\sqrt{3}$, $2m$

Рефлексия. Продолжите предложения:

- Сегодня на занятии мне было интересно…
- Сегодня на занятии мне было трудно…
- Сегодня на занятии я узнал(а)…

Индивидуальное домашнее задание (задачи для самостоятельного решения).

Занятие 2.5

Тема: «Решение задач по теме «Четырёхугольники»

Цели:

образовательные

- обобщить, закрепить и углубить знания по изученной теме;
- отработать навыки решения типовых задач, встречающихся на едином государственном экзамене;

развивающие

- развить логическое мышление, самостоятельность обучающихся при решении задач;
- развить умение решать задачи, аргументируя свое решение;

воспитательные

- воспитать познавательную активность, упорство в достижении поставленной цели.

Форма проведения: практическое занятие.

Ход занятия

Организационный этап (2 мин.)

- Приветствие;
- Проверка готовности класса к занятию;
- Проверка отсутствующих;
- Объявление темы занятия.

Закрепление изученного материала

В контрольно измерительных вариантах ЕГЭ встречается планиметрическая задача на вычисление длин, углов, площадей, связанных с плоскими фигурами. Это довольно сложная задача, либо с двумя вопросами (один из которых – на доказательство), либо требующая рассмотрения двух случаев и приводящая к двум разным ответам.

Задача 1. Диагонали AC и BD трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O. Площади треугольников AOD и BOC равны соответственно 49 и 36.

а) докажите, что площади треугольников AOB и COD равны.

б) найдите площадь трапеции. [18, 27 с.]

Решение. а) В условии задачи не сказано, какие стороны трапеции являются ее боковыми сторонами, а какие – основаниями. Докажем вначале, что площади двух треугольников, общая вершина которых находится в точке пересечения диагоналей, а основаниями служат боковые стороны трапеции, равны. Рассмотрим трапецию $KLMN$ с основаниями KN и LM, диагонали которой пересекаются в точке O (рис.7). Площади треугольников KLN и KMN равны, поскольку эти треугольники имеют общее основание KN и их высоты, проведенные к этому основанию, равны как высоты трапеции. Но тогда $S_{\Delta KOL} = S_{\Delta KLN} - S_{\Delta KON} = S_{\Delta KMN} - S_{\Delta KON} = S_{\Delta MON}$, что и требовалось.

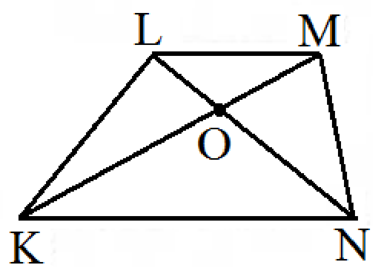

Рис. 7.1

По условию $S_{\Delta AOD} \neq S_{\Delta BOC}$, поэтому ADи BC являются не боковыми сторонами, а основаниями трапеции. Следовательно, треугольники AOB и COD являются треугольниками, общая вершина которых находится в точке пересечения диагоналей данной трапеции, а основаниями служат её боковые стороны. Значит, их площади равны.

б) Треугольники AOD и BOC подобны по двум углам, и отношение их площадей равно квадрату коэффициента подобия k. Поэтому $k = \frac{7}{6} = \frac{AO}{OC}$. Поскольку треугольники ABO и CBO имеют общую высоту, проведённую из вершины B, отношение их площадей равно отношению их оснований, то есть $\frac{S_{\Delta ABO}}{S_{\Delta CBO}} = \frac{AO}{OC} = \frac{7}{6}$. Значит, $S_{\Delta ABO} = \frac{7}{6} S_{\Delta CBO} = \frac{7}{6} \cdot 36 = 42$. Поэтому и $S_{\Delta COD} = 49 + 36 + 42 + 42 = 169$.

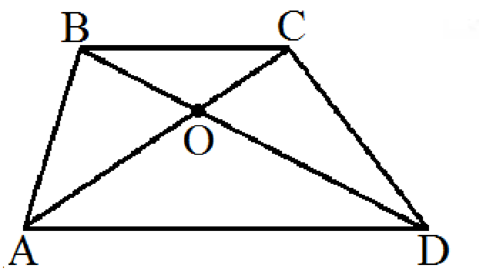

Рис. 7.2

Задача 2. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ длины диагоналей равны 7 и 18. Найдите площадь четырехугольника, зная, что длины отрезков, соединяющих середины его противоположных сторон равны. [12, 15 с.]

Решение. Пусть MK и PH – отрезки, соединяющие середины противоположных сторон выпуклого четырехугольника $ABCD$ (рис.8), причем
$MK = PH, AC = 18, BD = 7$.

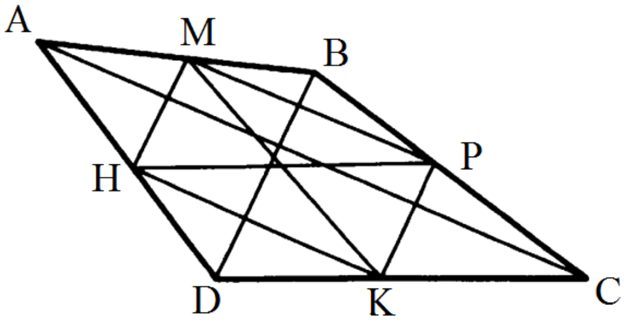

Рис. 8

Имеем: $MP \parallel AC, MP = \frac{1}{2}AC$ (как средняя линия ΔABC);

$HK \ \parallel AC, HK = \frac{1}{2}AC$ (как средняя линия ΔABC) $\Longrightarrow MP \parallel HK,$
$MP = HK \Longrightarrow$ MPKH – параллелограмм. А так как $MK = PH,$ то четырёхугольник $MPKN$ – прямоугольник, стороны которого параллельны диагоналям AC и BD данного четырёхугольника $ABCD$, поэтому $AC \perp BD$. Это означает, что $S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 7 = 63$ (кв. ед).

Ответ: 63 кв. ед.

Задача 3. Площадь трапеции $ABCD$ равна 90, а одно из оснований трапеции вдвое больше другого. Диагонали пересекаются в точке O; отрезки, соединяющие середину P основания AD с вершинами B и C, пересекаются с диагоналями трапеции в точках M и N соответственно. Найти площадь четырехугольника $OMPN$.

Решение. Возможно два варианта чертежа, удовлетворяющих условию задачи и получающихся в результате обозначения вершин.

1. Пусть $BC = a$ – верхнее основание трапеции, тогда нижнее основание $AD = 2BC = 2a$ (рис.9.1) и h – высота трапеции. Площадь трапеции $S_{ABCD} = \frac{a+2a}{2}h = \frac{3}{2}ah = 90$. Отсюда $ah = 60$.

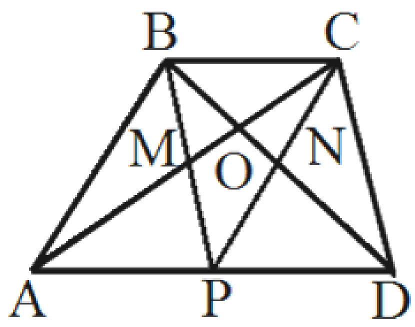

Рис. 9.1

Так как четырехугольники $ABCP$ и $BCDP$ – параллелограммы, то точки M и N являются точками пересечения их диагоналей. Тогда BN и CM – медианы треугольника BCP. Следовательно, $S_{OMPN} = \frac{1}{3}S_{BCP} = \frac{1}{3}ah = 20$.

2. Пусть $AD = a$ – верхнее основание, тогда $BC = 2AD = 2a$ (рис. 9.2).

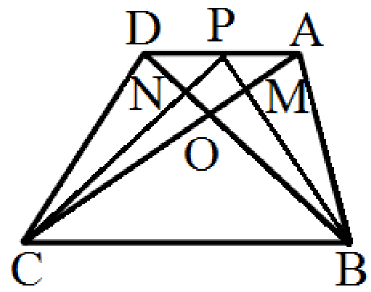

Рис. 9.2

Так как треугольники COB и AOD подобны с коэффициентом подобия, равным 2, то высота треугольника AOD составляет $\frac{1}{3}$ высоты трапеции $ABCD$ и $S_{AOD} = \frac{1}{2}a \cdot \frac{1}{3}h = \frac{1}{6}ah = \frac{1}{6} \cdot 60 = 10$.

Соответственно, треугольники CMB и AMP подобны с коэффициентом подобия, равным 4. Так как $BC : PA = 4 : 1$, то $S_{PAM} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}a \cdot \frac{1}{5}h = \frac{1}{20}ah = 3$.

Аналогично получаем, что $S_{DNP} = 3$. Тогда $S_{OMPN} = S_{AOD} - 2S_{PAM} =$
$= 10 - 3 - 3 = 4$.

Ответ: 20 или 4.

Задача 4. Медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M. Точки A_2, B_2 и C_2 - середины отрезков MA, MB и MC соответственно.

а) докажите, что площадь шестиугольника $A_1B_2C_1A_2B_1C_2$ вдвое меньше площади треугольника ABC.

б) найдите сумму квадратов всех сторон этого шестиугольника, если известно, что $AB = 5$, $BC = 8$ и $AC = 10$. [13, с. 3]

Решение. а) Площадь треугольника A_1MB_2 в два раза меньше площади треугольника A_1MB, поскольку $MB = 2MB_2$, а высота, проведенная из вершины A_1, у этих треугольников общая: $S_{A_1MB} = 2S_{A_1MB_2}$(рис.10).

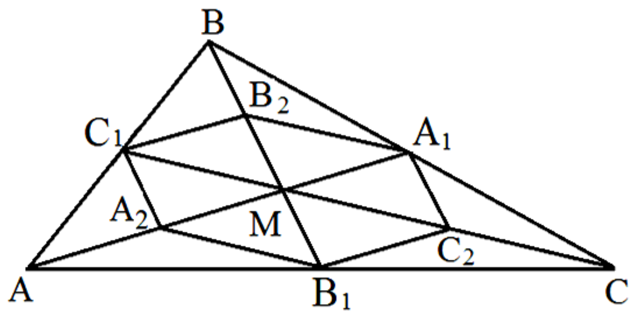

Рис. 10

Аналогично получаем еще 5 равенств:

$S_{A_1MC} = 2S_{A_1MC_2}$, $S_{B_1MC} = 2S_{B_1MC_2}$, $S_{B_1MA} = 2S_{B_1MA_2}$, $S_{C_1MA} = S_{C_1MA_2}$ и $S_{C_1MB} = S_{C_1MB_2}$.

Складывая эти равенства почленно, получаем $S_{ABC} = 2S_{A_1C_2B_1A_2C_1B_2}$.

б) Обозначим длины сторон BC, AC, AB треугольника ABC через a, b, c (рис.11).

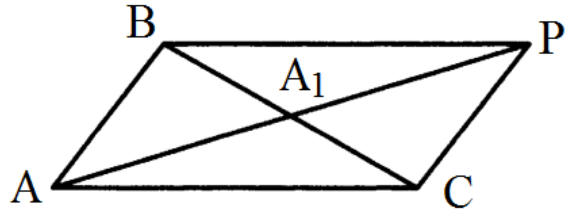

Рис. 11

Докажем, что квадрат медианы AA_1равен $\frac{1}{4}(2a^2 + 2c^2 - b^2)$, а $CC_1^2 = \frac{1}{4}(2a^2 + 2b^2 - c^2)$.

Для доказательства на продолжении отрезка AA_1 за точку A_1 отложим отрезок $A_1P = AA_1$. Получим параллелограмм $ACPB$ со сторонами $AC = PB = b$ и $AB = CP = c$ диагоналями $BC = a$ и $AP = 2AA_1$. Сумма квадратов диагоналей параллелограмма равна сумме квадратов его сторон:

$2b^2 + 2c^2 = a^2 + 4AA_1^2$, откуда $AA_1^2 = \frac{1}{4}(2b^2 + 2c^2 - a^2)$.

Аналогично доказывается, что $BB_1^2 = \frac{1}{4}(2b^2 + 2c^2 - a^2)$, а $CC_1^2 = \frac{1}{4}(2a^2 + 2b^2 - c^2)$.

Отрезок C_1A – средняя линия треугольника ABM, значит,

$$C_1A_2 = \frac{1}{2}BM = \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}BB_1 = \frac{1}{3}BB_1.$$

Рассуждая аналогично, мы получим, что стороны шестиугольника втрое меньше медиан треугольника ABC:

$B_2C_1 = B_1C_2 = \frac{1}{3}AA_1$, $A_2B_1 = A_1B_2 = \frac{1}{3}CC_1$. Следовательно, сумма квадратов сторон шестиугольника равна

$$2\cdot(B_1C_2^2 + A_1C_2^2 + A_1B_2^2) = \frac{2}{9}(A_1A_1^2 + B_1B_1^2 + C_1C_1^2) =$$

$$= \frac{2}{9}\cdot\frac{1}{4}\cdot(2b^2 + 2c^2 - a^2 + 2a^2 + 2C^2 - b^2 + 2a^2 + 2b^2 - c^2) =$$

$$= \frac{1}{18}\cdot 3\cdot(a^2 + b^2 + c^2) = \frac{1}{6}\cdot(a^2 + b^2 + c^2).$$

Подставляя длины сторон треугольника ABC, получаем ответ: сумма квадратов сторон шестиугольника равна $\frac{63}{2}$.

Ответ: $\frac{63}{2}$.

Рефлексия. Продолжите предложения:

- Сегодня на занятии мне было интересно…

- Сегодня на занятии мне было трудно…
- Сегодня на занятии я узнал(а)…

Индивидуальное дамашнее задание (задачи для самостоятельного решения).

Занятие 3.2

Тема: «Окружности, вписанные и описанные около треугольника»

Цели и задачи:

- обобщить и систематизировать знания обучающихся по теме;
- познакомить обучающихся с некоторыми методами и приемами решения задач по данной теме.

Форма проведения: лекция, практическое занятие.

Ход занятия

Организационный этап (2 мин.)

- Приветствие;
- Проверка готовности класса к занятию;
- Проверка отсутствующих;
- Объявление темы занятия.

Изучение нового материала:

1. Окружность, описанная около треугольника

Окружность называется описанной около треугольника, если она проходит через все его вершины.

Центр окружности, описанной около треугольника, является точкой пересечения перпендикуляров к сторонам треугольника, проведенных через середины этих сторон.

Около любого треугольника можно описать окружность, и только одну.

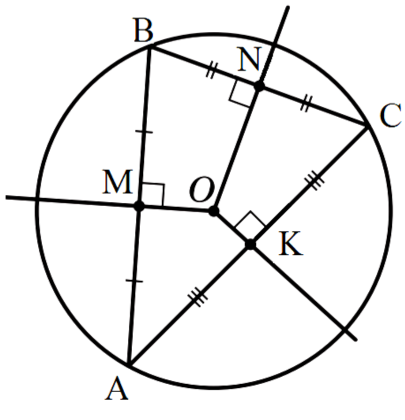

Рис. 12

$BN = NC; KC = KA; BM = MA; OM \perp \mathbf{AB}; \mathbf{ON} \perp \mathbf{BC}; \mathbf{OK} \perp \mathbf{AC}$ (рис. $\mathbf{12}$).

2. Окружность, вписанная в треугольник

Окружность называется вписанной в треугольник, если она касается всех его сторон.

Центр окружности, вписанной в треугольник, является точкой пересечения его биссектрис.

В любой треугольник можно вписать окружность, и при том только одну (рис. 13).

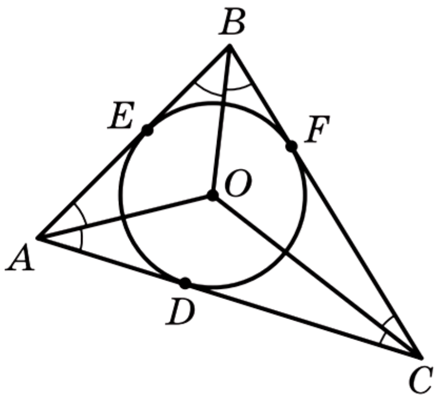

Рис. 13

Пример. Точка касания вписанной в равнобедренный треугольник окружности делит боковую сторону на отрезки 15 и 10 см, считая от вершины. Найдите периметр треугольника. [17, с. 19]

Решение. Треугольник $\boldsymbol{ABC}$ – равнобедренный (рис. 14), значит, $\boldsymbol{BM = BN = 15}$ см; $\boldsymbol{NA = MC = 10}$ см. По свойству касательных, выходящих из одной точки, $\boldsymbol{CM = CD = 10}$ см и $\boldsymbol{AD = AN = 10}$ см.

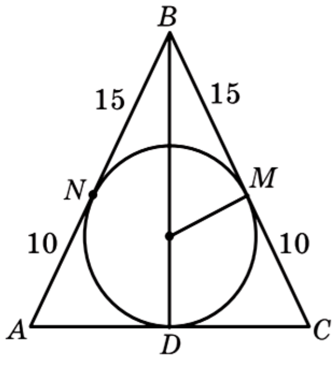

Рис. 14

Тогда имеем: $\boldsymbol{AB = BC = 25}$ см; $\boldsymbol{AC = 20}$ см; $\boldsymbol{P = 2AB + AC = 2 \cdot 25 + +20 = 70}$ см.

Ответ: 70 см.

3. Комбинации окружностей, описанных и вписанных в треугольник

В прямоугшольном треугольнике АСВ (рис 15):

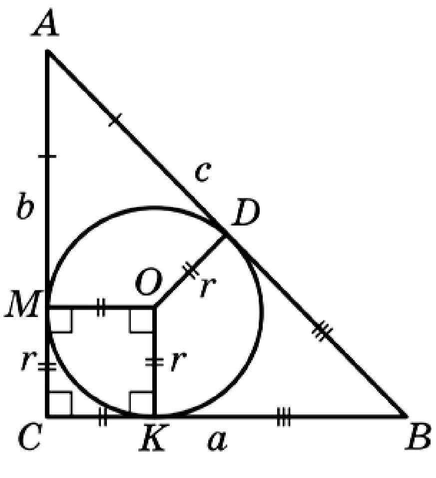

Рис. 15

$\boldsymbol{OK = OM = OD = r}$ ($\boldsymbol{OKCM}$ – квадрат).

Сумма катетов прямоугольного треугольника равна сумме диаметров вписанной и описанной окружностей: $\boldsymbol{a+b=2R+2r}$ или $\boldsymbol{r=\frac{a+b-c}{2}}$, так как $\boldsymbol{R=\frac{c}{2}}$,

$\boldsymbol{r}$ – радиус вписанной окружности.

$\boldsymbol{R}$ – радиус описанной окружности.

В равнобедренном треугольнике: центр окружности, вписанный в равнобедренный треугольник, лежит на медиане, высоте и биссектрисе, проведенной к основанию. АО – биссектриса $\angle\boldsymbol{A}$; $\boldsymbol{OD=OM=r}$ (рис.16).

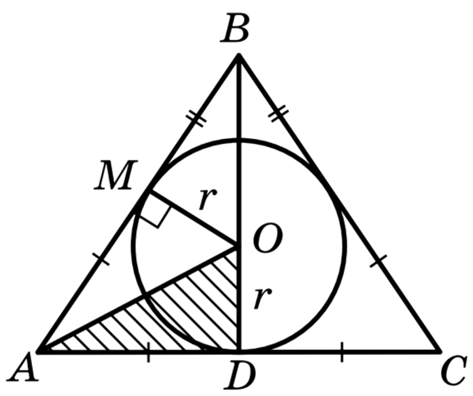

Рис. 16

В равностороннем треугольнике центры окружности, описанной около равностороннего треугольника, и окружности, вписанной в него, совпадают. Это точка пересечения медиан, биссектрис и высот этого треугольника, которую называют центром равностороннего треугольника (рис. 17).

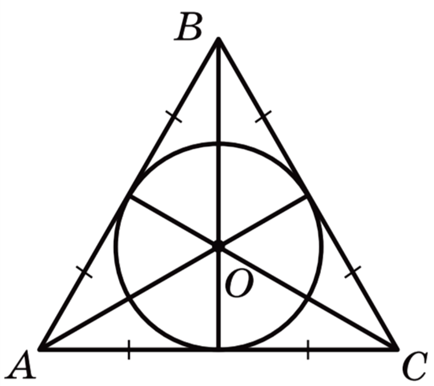

Рис. 17

Закрепление изученного материала

Задача 1. Из одной окружности проведены две хорды длиной $\mathbf{9}$ и $\mathbf{17}$ см. Найти радиус окружности, если расстояние меджду серединами данных хорд равно 5 см.

Решение. Пусть $\boldsymbol{AB = 9}$ см, $\boldsymbol{AC = 17}$ см, $\boldsymbol{MN = 5}$ см, где $\boldsymbol{M}$ и $\boldsymbol{N}$ – середины хорд .

Соединим точки $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$ и рассмотрим треугольник $\boldsymbol{ABC}$ (рис. 18). По теореме о средней линии треугольника $\boldsymbol{BC = 2}$, а $\boldsymbol{MN = 10}$ см (заметим, что $\boldsymbol{17^2 > 10^2 + 9^2}$, поэтому $\angle\boldsymbol{B}$ – тупой и центр описанной окружности лежит вне треугольника).

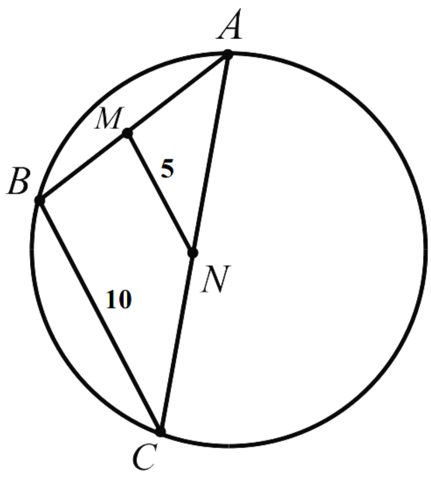

Рис.18

Искомый радиус вычислим как радиус описанной окружности треугольника $\boldsymbol{ABC}$ по формуле $\boldsymbol{\frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4S}}$, где $\boldsymbol{S}$ – его площадь:

$$\frac{\mathbf{9 \cdot 17 \cdot 10}}{\mathbf{4 \cdot \sqrt{18 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 1}}} = \frac{\mathbf{9 \cdot 17 \cdot 5}}{\mathbf{2 \cdot 9 \cdot 4}} = \frac{\mathbf{85}}{\mathbf{8}} \text{ (см)}.$$

Ответ: 10,625 см.

Задача 2. Найдиет угол при вершине $\boldsymbol{B}$ равнобедренного треугольника $\boldsymbol{ABC}$ с основанием $\boldsymbol{AC}$, если сторона $\boldsymbol{AB}$ треугольника стягивает дугу описанной около него окружности, равную $\mathbf{140°}$.

Решение. По условию стороны $\boldsymbol{AB}$ и $\boldsymbol{BC}$ равны, значит, они стягивают равные дуги (рис. 19). Но тогда градусная величина дуги $\boldsymbol{AC}$, не содержащей точки $\boldsymbol{B}$, будет равна $\mathbf{360^\circ - 2 \cdot 140^\circ = 80^\circ}$. Вписанный угол $\boldsymbol{ABC}$ равен половине дуги, на которую он опирается, то есть равен $\mathbf{80^\circ : 2 = 40^\circ}$

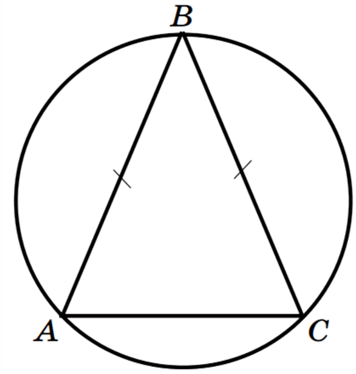

Рис. 19

Ответ: $\mathbf{40^\circ}$.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1.Сторона $\boldsymbol{AB}$ треугольника $\boldsymbol{ABC}$ равна $\sqrt{\mathbf{2}}$, радиус описанной окружности равен $\mathbf{1}$. Найдите угол $\boldsymbol{C}$.

Ответ: $\mathbf{45^\circ}$.

Задача 2. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна $\mathbf{35}$, угол при вершине, противолежащей основанию, равен $\mathbf{120^\circ}$. Найдите диаметр описанной около этого треугольника окружности.

Ответ: $\mathbf{70}$.

Задача 3. Вписанная окружность треугольника $\boldsymbol{ABC}$ касается стороны $\boldsymbol{BC}$, в точке $\boldsymbol{K}$, а вписанная – в точке $\boldsymbol{L}$. Докажите, что $\boldsymbol{CK = BL = \frac{(a+b-c)}{2}}$, где $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ – длины сторон треугольника. [15, с. 56]

Рефлексия. Продолжите предложения:

- Сегодня на занятии мне было интересно…
- Сегодня на занятии мне было трудно…
- Сегодня на занятии я узнал(а)…

Информация о домашнем задании

Выучить конспект и решить следующие задачи:

Задача 1.Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник, если один из углов треугольника равен $60°$, а расстояние от центра до вершины этого угла равно 16. (Ответ: 8).

Задача 2. Сторона правильного треугольника равна $14\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого ртеугольника. (Ответ: 14).

В завершении второй главы хотелось бы отметить, что программа элективного курса «Избранные задачи геометрии как средство подготовки к ЕГЭ» ориентированна на приобретение определенного опыта решения планиметрических задач. Разработанный курс систематизирует и углубляет ранее изученный материал, способствует закреплению теоретических знаний и развитию практических навыков и умений.

При аппробации данного курса в МБОУ «СОШ№29» г. Белгорода им. Д.Б. Мурачева в 10 «А» классе удалось выполнить поставленные цели и задачи: познакомить обучающихся с некоторыми методами и приемами решения планиметрических задач; обобщить и систематизировать знания обучающихся по основным разделам планиметрии; развить умение приводить аргументированное решение, анализировать условие задачи и выбирать наиболее рациональный способ ее решения; создать условия для подготовки к сдаче ЕГЭ по математике. Это позволяет сделать вывод о эффективности данного курса и его действенности. Обучающиеся успешно прошли ряд занятий, освоили материал и грамотно применяли его для решения практических задач. Так же при проведении пробного тестирования ЕГЭ (организованного школой) обучающиеся продемонстрировали готовность к решению планиметрических задач.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Старшая ступень общеобразовательной школы должна способствовать профессиональному самоопределению старшеклассника, успешной социализации, обеспечить преемственность между школьным и профессиональным образованием. Необходимо создание условий для осознанного выбора будущей образовательно-профессиональной траектории, через возможность попробовать себя в различных видах деятельности. Это представляется возможным осуществить в рамках реализации элективных курсов на старшей ступени общеобразовательной школы.

Результативность электиных курсов будет достигнута только в том случае, если у обучающихся появится возможность осознанного выбора элективного курса. Для обоснования выбора элективного курса обучающимся нужны определенные условия. Во-первых, они должны ясно осозновать свои интересы, планы. Во-вторых, обучающиеся должны иметь возможность заранее познакомиться с содержанием предложенных элективных курсов, изучив их краткие аннотации в виде учебно-методических комплектов. В-третьих, учителю, который будет реализовывать элективный курс, необходимо провести презентацию элективного курса для того, чтобы старшеклассники имели полное представление о содержании предлагаемого элективного курса. Основная особенность элективных курсов – вариативность, что предоставляет обучающемуся возможность свободного выбора индивидуальной образовательной траектории, способствующей профссиональному самоопределению старшеклассника.

Элективные курсы реализуются за счет школьного компонента учебного плана и носят авторский характер.

В результате аппробации разработанного элективного курса были достигнуты главные цели: создание условий для подготовки к сдаче ЕГЭ по математике; расширение кругозора обучающихся, развитие математического мышления, формирование активного познавательного интереса к предмету.

Анализ методической литературы показал, что проблема профильного обучения, в частности содержания элективных курсов, является несовершенство учебно-методического обеспечения, поэтому необходимо обратиться к педагогическому конструированию как инструменту разработки содержания элективных курсов.

Применение данного элективного курса будет способствовать росту познавательной активности обучающихся, развитию их логического мышления, обучающиеся смогут лучше подготовится к сдаче ЕГЭ и утвердиться в правильности выбора будущей профессии. Интеграция общеобразовательной и профильной подготовки обучающихся в школе будет обеспечивать высокий уровень личностного развития обучающихся при соблюдении необходимых педагогических условий:

- наличие обучающихся, желающих углубить свои знания по математике, выбравших для себя деятельность, непосредственно связанную с математикой;
- профильную дифференциацию целесообразно осуществлять посредством элективных курсов в средней общеобразовательной школе;
- содержание элективного курса должно удовлетворять требованиям обучающихся, создавать условия для дальнейшего развития способностей обучающихся, подготовить почву для успешной сдачи экзамена и осознанного выбора будушей профессии школьниками.

Таким образом, разработанный элективный курс способствует не только успешной подготовке к сдаче экзамена, но и профессиональному самоопределению обучающихся, а так же формирует логическое мышление и математическую культуру у школьников.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баранников А.В. Элективные курсы в профильном обучении / А.В. Баранников / / Первое сентября, 2004. – №102. – С.1–2.

2. Богуславский А.А. Программно-методический комплекс № 6. Школьная система автоматизированного проектирования: пособие для учителя / А.А. Богуславский. – М.: КУДИЦ, 1995. – 26 с.

3. Болотов В.А. Образование на старшей ступени во всех развитых странах является профильным / В.А. Болотов. / / Математика в школе, – 2003. – №9. С.4–8.

4. Бубнов В.А. Информационные технологии на уроках алгебры / В.А. Бубнов / / Информатика и образование, 2000. – № 5. – С.7–8.

5. Зеленяк О.П. Решение задач по планиметрии. Технология алгоритмического подхода на основе задач-теорем / О.П. Зеленяк. – Киев, М.: ДиаСофтЮП, ДМК Пресс, 2008. – 336 с.

6. Концепция модернизации российского образования на период до 2010 г. / / Вестник образования России, 2010. – № 6. – С.11–15.

7. Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования / / Стандарты и мониторинг в образовании, 2002.– № 2. – С. 11–16.

8. Мальцева С.С. Элективные курсы как средство гуманитаризации профильного обучения / С.С. Мальцева / / Альмонах современной науки и образования. – №5. – Тамбов: Грамота, – 2007.– С. 139–141.

9. Нифонтов, В.И. Структура и содержание учебных программ элективных курсов: методические рекомендации по разработке и оформлению / В.И. Нифонтов, Е.В. Шмыглева. – Екатеринбург: МБУ ИМЦ «Екатеринбургский Дом Учителя», 2012. – 19 с.

10. О методических рекомендациях по реализации элективных курсов: Письмо М-ва образования Р.Ф. / / Вестник образования России, 2002. – №15. – С. 8–11.

11. Об элективных курсах в системе профильного обучения на старшей ступени общего образования: Письмо М-ва образования Р.Ф. / / Вестник образования России, – 2003. – №21. – С. 15–19.

12. Потоскуев Е.В. ЕГЭ. Математика. Задания 14, 16. Опорные задачи по геометрии. Планиметрия. Стереометрия / Е.В. Потоскуев. – М.: Экзамен, – 2017. – 223 с.

13. Роганин, А.Н. ЕГЭ. Математика: универсальный справочник / А.Н. Роганин, Ю.А Захарийченко, Л.И. Захарийченко. – Москва: Эксмо, – 2016. – 386 с.

14. Русских Н.Б. Требования разработке и оформлению программ элективных курсов в профильной школе и курсов по выбору в основной школе – предпрофильная подготовка: методическое пособие / Н.Б. Русских. – КИРОВ: КЦТ. – 2006. 36с.

15. Прасалов В.В. Задачи по планиметрии: учебное пособие. – 5-е изд., испр. и доп. / В.В. Прасалов. – М.: Московские учебники, – 2006. – 640с.

16. Садовничий Ю.В. ЕГЭ 2017. Математика. Профильный уровень. Задание 16. Планиметрия / Ю.В. Садовничий. – М.: Экзамен, 2017. – 144с.

17. Ященко И.В. ЕГЭ 2017. Математика. Профильный уровень. Типовые тестовые задания / И.В. Ященко [и др.] / Под ред. И.В. Ященко. – М.: Экзамен, 2017. – 55 с.

18. Ященко И.В. Подготовка к ЕГЭ по математике в 2017 году. Профильный уровень. Методические указания / И.В. Ященко, С.А. Шестаков, А.С. Трепалин. – М.: МЦНМО, 2017. – 246 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Задачи для работы на занятиях

Тема 1. Треугольники

№1. Стороны треугольника равны 10, 10 и 12. Найдите его площадь.

Ответ: 48.

№2. В треугольнике ABC внешний угол при вершине A равен $135°$, $AB = BC = 3$. Найдите площадь треугольника ABC.

Ответ: 4,5.

№3. В треугольнике ABC угол A равен $77°$, стороны AC и BC равны. Найдите угол C. Ответ дайте в градусах.

Ответ: 26.

№ 4. В треугольнике ABC угол A равен $62°$, внешний угол при вершине B равен $118°$. Найдите угол C. Ответ дайте в градусах.

Ответ: 56.

№5. Углы треугольника относятся как $1 : 3 : 4$. Найдите меньший из них. Ответ дайте в градусах.

Ответ: $22{,}5$.

№6. В треугольнике ABC угол C равен $164°$, AD и BE – биссектрисы, пересекающиеся в точке O. Найдите угол AOB. Ответ дайте в градусах.

Ответ: 172.

№7. В треугольнике со сторонами 6 и 4 проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведённая к первой из этих сторон, равна 2. Чему равна высота, поведенная ко второй стороне?

Ответ: 3.

№ 8. Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен $30°$. Боковая сторона треугольника равна 8. Найдите площадь этого треугольника.

Ответ: 16.

№9. В треугольнике ABC угол C равен $90°$, угол A равен $30°$, $AB = 92$. Найдите BC.

Ответ: 46.

№10. В треугольнике ABC угол C равен $90°$, $AC = 48$, $BC = 14$. Найдите $\sin A$.

Ответ: $0{,}28$.

№11. В треугольнике ABC угол C равен $90°$, CH – высота, $AB = 18$, $\sin A = \frac{5}{6}$. Найдите AH.

Ответ: $5{,}5$.

№12. В треугольнике ABC угол C равен $90°$, CH – высота, $BC = 12$, $BH = 6$. Найдите $\sin A$.

Ответ: 0,5.

№13.В треугольнике ABC биссектриса BB_1 пересекает медиану AA_1 в точке O. Найти отношение площади треугольника AOB_1, если известно, что $AB : AC = 1 : 4$.

Ответ: искомое отношение может быть любым числом большим 6, но меньшим 15.

№14. Две стороны остроугольного треугольника равны 30 и 35, а медианы этих сторон пересекаются под прямым углом. Найдите третью сторону этого треугольника.

Ответ: $5\sqrt{17}$.

Тема 2. Четырехугольники

№1. Найдите тупой угол параллелограмма, если его острый угол равен $42°$. Ответ дайте в градусах.

Ответ: 138.

№2. Сумма двух углов параллелограмма равна $86°$. Найдите один из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.

Ответ: 137.

№3. Диагональ параллелограмма образует с двумя его сторонами углы в $24°$ и $35°$. Найдите больший угол параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

Ответ: 121.

№4. Два угла параллелограмма относятся как $4 : 5$. Найдите больший угол параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

Ответ: 100.

№5. В параллелограмме $ABCD$ угол A острый и $\sin A = \frac{\sqrt{15}}{4}$. Найдите $\cos B$.

Ответ: $-0{,}25$.

№ 6. Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке E, угол AEC равен $144°$. Найдите больший угол параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

Ответ: 108.

№7. В параллелограмме $ABCD$ высота, проведённая к стороне AB, равна 19, $\sin A = \frac{1}{4}$. Найдите AD.

Ответ: 76.

№8. Площадь параллелограмма $ABCD$равна 5. Точка E– середина стороны CD. Найдите площадь треугольника ADE.

Ответ: 1,25.

№9. Диагональ прямоугольника вдвое больше одной из его сторон. Найдите больший из углов, которые образует диагональ со сторонами прямоугольника. Ответ дайте в градусах.

Ответ: 60.

№10. В ромбе $ABCD$ угол ABC равен $130°$. Найдите угол ACD. Ответ дайте в градусах.

Ответ: 25.

№11. Сумма углов ромба равна $130°$. Найдите больший угол ромба. Ответ дайте в градусах.

Ответ: 115.

№12. На стороне CD квадрата $ABCD$ взята точка E так, что $CE : ED =$ $= 1 : 3$. Прямая AE пересекает прямую BC в точке K. Найдите тангенс угла AKB.

Ответ: 0,75.

№13. Даны два квадрата, диагонали которых равны 15 и 17. Найдите диагональ квадрата, площадь которого равна разности площадей данных квадратов.

Ответ: 8.

№ 14. Найдите диагональ прямоугольника, если его периметр равен 68, а периметр одного из треугольников, на которые диагональ разделила прямоугольник, равен 60.

Ответ: 26.

№15. Одно из оснований трапеции в 10 раз меньше её средней линии. Во сколько раз оно меньше другого основания трапеции?

Ответ: 19.

№ 16. Перпендикуляр, опущенный из вершины тупого угла на боковое основание равнобедренной трапеции, делит его на части, равные 44 и 26. Найдите среднюю линию этой трапеции.

Ответ: 44.

№17. Площадь равнобедренной трапеции равна 32, а её диагонали взаимно перпендикулярны. Найдите высоту этой трапеции.

Ответ: $4\sqrt{2}$.

Тема 3. Окружность

№ 1. Центральный угол на $25°$ больше острого вписанного угла, опирающегося на ту же дугу окружности. Найдите вписанный угол. Ответ дайте в градусах.

Ответ: 25.

№2. Концы пересекающихся хорд AB и CDделят окружность в отношении $AC : CB : BD : DA = 2 : 3 : 4 : 6$. Найдите величину угла между прямыми AB и CD. Ответ дайте в градусах.

Ответ: 72.

№3. Стороны четырехугольника $ABCD$ – AB, BC, CD и AD – стягивают дуги описанной окружности, градусные меры которых равны соответственно $90°$, $60°$, $99°$, $111°$. Найдите угол B этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.

Ответ: 105.

№4. Найдите радиус окружности, описанной около прямоугольника, стороны которого равны 22 и $\sqrt{245}$.

Ответ: 13,5.

№5. Площадь треугольника равна 20, а радиус вписанной окружности равен 2. Найдите периметр этого треугольника.

Ответ: 20.

№6. Около окружности описан многоугольник, площадь которого равна 72. Его периметр равен 36. Найдите радиус этой окружности.

Ответ: 4.

№7. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 35, угол при вершине, противолежащей основанию, равен $120°$. Найдите диаметр описанной около этого треугольника окружности.

Ответ: 70.

№8. Радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, равен 45. Найдите высоту этого треугольника.

Ответ: 135.

№9. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник, если один из углов треугольника равен $60°$, а расстояние от центра окружности до вершины этого угла равно 16.

Ответ: 8.

№10. Сторона правильного треугольника равна $14\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

Ответ: 14.

№ 11. Около выпуклого четырехугольника описана окружность радиуса $\mathbf{3}$. Одна из сторон этого четырехугольника равна $\mathbf{5}$. Найдите длину противоположной ей стороны четырехугольника, если его диагонали взаимно перпендикулянры.

Ответ: $\sqrt{\mathbf{11}}$.

№12. В треугольник, стороны которого равны 8, 9 и 13, вписана окружность. Найдите длины отрезков этих сторон, но которые они делятся точками касания с вписанной окружностью.

Ответ: 7; 6; 2

№13. Высота прямоугольного треугольника, проведенная из вершины его прямого угла, разбивает данный треугольник на два треугольника, в которые вписаны окружности радиусов 2,5 и 5. Найдите радиус окружности, вписанной в данный треугольник.

Ответ: $\mathbf{2,5\sqrt{5}}$.

№ 14. В остроугольном треугольнике $\boldsymbol{BCD}$ проведена высота $\boldsymbol{CE}$ и из точки $\boldsymbol{E}$ опущены перпендикуляры на стороны $\boldsymbol{BC}$ и $\boldsymbol{CD}$. Известно, что $\boldsymbol{CE = b}$, $\boldsymbol{MN = a}$. Найти угол $\boldsymbol{BCD}$.

Ответ: $\boldsymbol{arcsin\frac{a}{b}}$.

№15. В треугольнике $\boldsymbol{ABC}$ с длиной стороны $\boldsymbol{BC}$ равной $\mathbf{9}$, вписана окружность, касающаяся стороны $\boldsymbol{BC}$ в точке $\boldsymbol{D}$. Известно, что $\boldsymbol{AD = DC}$ и косинус угла $\boldsymbol{BCA}$ равен $\mathbf{\frac{2}{3}}$. Найти длину стороны $\boldsymbol{AC}$.

Ответ: 4.