

расфокусировки изображения. В основе данного исследования заложена зависимость между видом гистограмм направленных градиентов и характера размытости изображения. На основе полученных результатов, были описаны методы отсеивания и составлен алгоритм фильтрации изображений с учетом регулирования необходимой степени присутствия признаков искаженности на отсеянных изображениях.

Данный алгоритм был протестирован на более чем 200 изображениях разного качества и разрешения, в результате чего было выяснено, что вероятность ошибки (неверного определения качества изображения) составила 2 процента.

Предлагаемый алгоритм обладает несколькими важными свойствами, а именно: высоким быстродействием, гибкостью, универсальностью по отношению к входным параметрам и широким спектром дальнейших модификаций.

Литература

1. Ming-Jun Chen and Alan C Bovik. No-reference image blur assessment using multiscale gradient. // EURASIP Journal on Image and Video Processing. – 2011 – №1.
2. M. Cannon. Blind Deconvolution of Spatially Invariant Image Blurs with Phase. // ASSP-24. – 1996.
3. Костюков М. В. Статья: Детектор смазанности и расфокусировки на основе модели текста // Abi production. – 2013. URL <http://www.science-education.ru/110-9812> (дата обр. 20.05.2015)

Сведения об авторах

Демяненко Яна Михайловна, к.т.н. доцент, доцент, Институт математики, механики и компьютерных наук, Южный федеральный университет, dem@math.sfedu.ru. Обработка изображений.

Раскин Антон Владимирович, студент, Институт математики, механики и компьютерных наук, Южный федеральный университет, raskin.anton.v@gmail.com. Обработка изображений.

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ НУЛЕЙ ЛИНЕЙНЫХ КОМБИНАЦИЙ L – ФУНКЦИЙ ДИРИХЛЕ, ЛЕЖАЩИХ НА ПОЧТИ ВСЕХ КОРОТКИХ ПРОМЕЖУТКАХ КРИТИЧЕСКОЙ ПРЯМОЙ

До Дык Там

Белгородский государственный национальный исследовательский университет, ул. Студенческая, 14, г. Белгород, 308007, Россия.

Аннотация

В работе рассматривается распределение нулей линейных комбинаций аналогов функции Харди, соответствующих L - функций Дирихле, лежащих на

критической прямой. Проведен перенос результатов А. А. Карацубы для дзета-функции Римана на линейные комбинации аналогов функции Харди, соответствующих L - функций Дирихле.

ON DISTRIBUTION OF THE ZEROS OF LINEAR COMBINATIONS OF L - DIRICHLET FUNCTIONS LYING ON THE CRITICAL LINE

Do Duc Tam

Belgorod State University, Studencheskaya St., 14, Belgorod, 308007, Russia.

1. Введение

Пусть

$$Z(t, \chi) = e^{i\theta(t, \chi)} L(0, 5 + it, \chi),$$

где функция $\theta(t, \chi)$ подобрана так, что $Z(t, \chi)$ вещественна при вещественных t [1, с. 485]. Пусть далее

$$G(t) = a_1 Z(t, \chi_1) + a_2 Z(t, \chi_2) + \dots + a_l Z(t, \chi_l), \quad (1.1)$$

где a_1, a_2, \dots, a_l – произвольные вещественные числа, χ_1, \dots, χ_l – примитивные характеры Дирихле по модулям, соответственно, k_1, k_2, \dots, k_l . $Z(t, \chi)$ представляет собой аналог функции Харди [2, гл. 2]. Через $[k_1, k_2, \dots, k_l]$ обозначим наименьшее общее кратное натуральных чисел k_1, \dots, k_l .

В 1991 году А.А. Карацуба [1] стал изучать задачу о нижней оценке числа нулей нечетного порядка функции $G(t)$ на отрезке $(T, T+H)$, где $H = T^{27/82+\varepsilon}$, ε – произвольное малое положительное число. Он доказал, что при $K \geq 3$, $\varepsilon, \varepsilon_1$ – произвольно малых фиксированных положительных числах, не превосходящих 0,01, $T \geq T_0(\varepsilon, \varepsilon_1) > 0$ и $H = T^{27/82+\varepsilon_1}$:

$$N_0(T+H, G) - N_0(T, G) \geq cH (\ln T)^{\beta-\varepsilon},$$

где $N_0(T, G)$ – число нулей нечетного порядка функции $G(t)$, лежащих в промежутке $(0, T)$, $\beta = \frac{1}{\varphi(K)}$, φ – функция Эйлера.

В настоящей работе получены оценки для числа нулей функции $G(t)$ на почти всех промежутках вида $(T, T+H)$, где $H = X^{\varepsilon_1}$, $X \leq T \leq 2X$, ε_1 – сколь угодно малое фиксированное положительное число.

2. Основные теоремы

Теорема 1. Пусть $\varepsilon, \varepsilon_1 > 0$ – произвольно малые фиксированные положительные числа и пусть $K = [k_1, k_2, \dots, k_l] \geq 3$, $\beta = \frac{1}{\varphi(K)}$, $X \geq X_0(\varepsilon, \varepsilon_1)$, $H = X^{\varepsilon_1}$, $X, T, 2X$. Если E_1 – множество тех T из промежутка $[X, 2X]$, для которых не выполняется неравенство

$$N_0(T+H, G) - N_0(T, G) \geq c_1 H (\ln T)^{\beta-\varepsilon}, \quad (1.2)$$

то для меры множества E_1 справедлива оценка $\mu(E_1) \square X^{1-0,5\varepsilon_1}$.

Теорема 2. Пусть $\varepsilon, \varepsilon_1 > 0$ – произвольно малые фиксированные положительные числа и пусть $K = [k_1, k_2, \dots, k_l] \dots 3$, $X \dots X_0(\varepsilon, \varepsilon_1)$, $H = X^{\varepsilon_1}$, $M = [XH^{-1}]$. При $m = M+1, M+2, \dots, 2M$ рассмотрим интервалы вида $[mH, mH+H]$. Тогда в каждом из указанных интервалов, за исключением не более $M^{1-0,5\varepsilon_1}$ из них, содержится более чем $c_2 H (\ln X)^{\beta-\varepsilon}$ нулей нечётного порядка функции $G(t)$.

Для доказательств основных теорем нам понадобятся леммы. Эти леммы близки к известным леммам [3, с. 1215].

Пусть $\varepsilon_1, \varepsilon_2, h_1$ – положительные числа с условиями $\varepsilon_1 < 0,01$, $\varepsilon_2 < 1$, $h_1 < 1$, r – натуральное число, $H = X^{\varepsilon_1}$, $Y = H^{0,01}$, $P = \sqrt{\frac{kT}{2\pi}}$, $P_0 = \sqrt{\frac{kX}{\pi}}$. Пусть далее

$$a(\lambda) = \sum_{m_1 = \lambda v_2} \frac{\beta(v_1) \beta(v_2) \chi(n)}{v_2},$$

λ – рациональные числа, знаменатель которых не превосходит Y , $0 < v_1, v_2 < Y$ – натуральные числа, $\beta(v)$ – вещественные числа, причем $|\beta(v)| \leq 1$ при $v \leq Y$, $\beta(v) = 0$ при $v > Y$, $\beta(v) = 0$ при $v \not\equiv 1 \pmod{k}$. Суммы $W_j(T)$, $j = 0, 1, 2$ определяются равенствами:

$$W_0(T) = \sum_{\lambda_1 < \lambda_2 \leq P} \frac{a(\lambda_1) \overline{a(\lambda_2)}}{\sqrt{\lambda_2 \lambda_1}} \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^{iT} e^{-\left(\frac{H}{2} \ln \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right) \right)^2},$$

$$W_1(T) = \sum_{\lambda_1 < \lambda_2 \leq P_0^{1-\varepsilon_2}} \frac{a(\lambda_1) \overline{a(\lambda_2)}}{\sqrt{\lambda_2 \lambda_1}} \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^{iT} B(\lambda_1) \overline{B(\lambda_2)} e^{-\left(\frac{H+1}{2} \ln \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right) \right)^2},$$

$$W_2(T) = \sum_{P_0^{1-\varepsilon_2} < \lambda_1 < \lambda_2 \leq P} \frac{a(\lambda_1) \overline{a(\lambda_2)}}{\sqrt{\lambda_2 \lambda_1}} \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^{iT} e^{-\left(\frac{H}{2} \ln \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right) \right)^2},$$

где $B(\lambda) = \left((P/\lambda)^{ih_1} - 1 \right)^r / (\ln(P/\lambda))^r$.

Лемма 1. Имеет место неравенство:

$$\sum_{j=0}^2 \int_X^{2X} W_j^2(T) \square r^4 (1 + 8\varepsilon_2^{-1} L^{-1})^{4r} h_1^2 (\varepsilon_2^{-1} + 8\varepsilon_2^{-2} L^{-1} h_1^{-1})^4 XH^{-1} Y^{12} L^7,$$

где $L = \ln X$.

Следствие 1. Пусть δ – произвольное положительное число, не превосходящее 1, E_1 – множество таких T из интервала $[X, 2X]$, для которых

$$\sum_{j=0}^2 W_j^2(T) \geq r^4 (1 + 8\varepsilon_2^{-1} L^{-1})^{4r} h_1^2 (\varepsilon_2^{-1} + 8\varepsilon_2^{-2} L^{-1} h_1^{-1})^4 X^{1-\delta} H^{-1} Y^{12} L^7. \quad (1.3)$$

Тогда для меры множества E_1 справедлива оценка $\mu(E_1) \square X^\delta$.

Лемма 2. При обозначениях теоремы 2 справедливо неравенство

$$\sum_{j=0}^2 \sum_{m=M}^{2M} W_j^2(mH) \ll r^4 (1 + 8\varepsilon_2^{-1}L^{-1})^{4r} h_1^2 (\varepsilon_2^{-1} + 8\varepsilon_2^{-2}L^{-1}h_1^{-1})^4 MH^{-1}Y^{12}L^8. \quad (1.4)$$

Следствие 2. Пусть δ – произвольное положительное число, не превосходящее 1, E_1 – множество таких $M \leq m \leq 2M$, для которых

$$\sum_{j=0}^2 W_j^2(mH) \geq r^4 (1 + 8\varepsilon_2^{-1}L^{-1})^{4r} h_1^2 (\varepsilon_2^{-1} + 8\varepsilon_2^{-2}L^{-1}h_1^{-1})^4 M^{1-\delta} H^{-1}Y^{12}L^8. \quad (1.5)$$

Тогда для количества элементов этого множества $\mu(E_1)$ справедлива оценка $\mu(E_1) \ll M^\delta$.

Доказательства основных теорем приводятся по схеме работы А. А. Крацубы [1] с учетом лемм 1 и 2.

3. Заключение

В работе автор пользуется методами А.А. Крацубы 1) получения оценки “сельберговского типа” для числа нулей $\zeta(s)$ на “почти всех” коротких промежутках критической прямой и 2) исследования нулей функций, являющихся линейными комбинациями рядов Дирихле и не имеющих эйлеровского произведения.

В работе автор получает нижнюю оценку для числа нулей функции $G(t)$ вида

$$G(t) = \sum_{n=1}^N a_n Z(t, \chi_n),$$

где $N \geq 2$ – произвольное фиксированное целое число, a_n произвольные фиксированные вещественные числа, χ_n характеры Дирихле по модулям k_n , $n=1, \dots, N$, $Z(t, \chi_n)$ – аналоги функции Харди $Z(t)$. Случай когда количество слагаемых в линейной комбинации рядов Дирихле растёт вместе с t представляет собой трудность и требует дальнейшего исследования.

Литература

1. Крацуба А.А. О нулях специального вида функций, связанных с рядами Дирихле // Известия АН СССР. Серия Математическая. 1991. 55;3, С.483 – 514.
2. Воронин С.М., Крацуба А.А. Дзета – функция Римана // М.: Физматлит, 1994. 376 с.
3. Крацуба А.А. Распределение нулей функции $\zeta\left(\frac{1}{2} + it\right)$ // Известия АН СССР. Серия Математическая. 1984. 48; 6. С.1214 – 1224.
4. Крацуба А.А. О нулях функции Дэвенпорта – Хейльброна, лежащих на критической прямой // Известия АН СССР. Серия Математическая. 1990. 54;2, С.303 – 315.

Сведения об авторах

До Дык Там, аспирант, e-mail: doductam140189@gmail.com, Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород. Область научных интересов: аналитическая теория чисел.