

MSC 74F10

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО УДАРА  
В ПЛАСТЕ ВБЛИЗИ СКВАЖИНЫ****И.В. Некрасова**

Белгородский государственный университет,  
ул. Студенческая, 14, Белгород, 308007, Россия, e-mail: [Nekrasova-I@bsu.edu.ru](mailto:Nekrasova-I@bsu.edu.ru)

Представлена математическая модель распределения поля давления в поропругом грунте в процессе гидравлического удара (разрыва) пласта. Её вывод основан на строгом усреднении точных уравнений, описывающих на микроскопическом уровне совместное движение твердого скелета грунта и вязкой жидкости, заполняющей поры в грунте.

В безразмерных переменных дифференциальные уравнения точной модели в области  $\Omega \in \mathbf{R}^3$ , моделирующей нефтяной пласт, состоят из уравнений Стокса для вязкой жидкости в порах. В области  $\Omega_0$ , моделирующей скважину, скорость  $\partial \mathbf{w}^\varepsilon / \partial t$  и давление  $p^\varepsilon$  также подчиняются системе уравнений Стокса. Твердая упругая часть области  $\Omega$  подчиняется уравнениям Ламэ.

Модель замыкается условиями непрерывности перемещений и нормальных напряжений на границе жидкости и упругого тела, однородными начальными условиями на перемещения и скорости и смешанными условиями на границе области движения: на верхнем сечении области  $\Omega$  задано распределение давления, а на оставшейся части границы – условие неподвижности.

Модель содержит два безразмерных параметра  $\alpha_\mu$  и  $\alpha_\lambda$ , зависящих от малого параметра  $\varepsilon$ . Целью автора является вывод предельной модели (усреднённых уравнений) при стремлении  $\varepsilon$  к нулю. При этом безразмерные параметры удовлетворяют следующим ограничениям:

$$0 < \lambda_0 < \infty, \quad 0 < \mu_0 < \infty,$$

где

$$\mu_0 = \lim_{\varepsilon \searrow 0} \alpha_\mu(\varepsilon), \quad \lambda_0 = \lim_{\varepsilon \searrow 0} \alpha_\lambda(\varepsilon).$$

В результате усреднения получена односкоростная модель, представляющая собой начально-краевую задачу для нестационарной модели Стокса.