MSC 80M99

О МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОСОБЕННОСТЯХ ТЕПЛООБМЕНА СФЕРИЧЕСКОЙ ЧАСТИЦЫ В ЛАМИНАРНОМ ПОТОКЕ ВЯЗКОЙ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ГАЗООБРАЗНОЙ СРЕДЕ

Н.В. Малай, А.А. Стукалов, Е.Р. Щукин, С.В. Цыбульников

Белгородский государственный университет,
ул. Студенческая, 14, Белгород, 308007, Россия, e-mail:
malay@bsu.edu.ru, ctukalov@bsu.edu.ru, evgrom@yandex.ru

Исследование многочисленных энергетических процессов связано с решением задач о переносе теплоты. Перенос этой субстанции в твердых телах, жидкостях и газах подчиняется условно принятым линейным зависимостям – перенос теплоты подчиняется закону Фурье: плотность теплового потока (удельный тепловой поток) пропорционален температурному градиенту. На основании этого линеаризованного закона выводится дифференциальное уравнение переноса теплоты [1,2]. В работе рассматривается следующая краевая задача:

$$\rho_e c_{pe} \left(\mathbf{U_e} \nabla\right) T_e = \operatorname{div}\left(\lambda_e \nabla T_e\right), \quad \operatorname{div}\left(\lambda_i \nabla T_i\right) = -q_i \tag{1}$$

с краевыми условиями в сферической системе координат r, θ, φ

$$r = R, \;\; T_e = T_i, \;\; \lambda_e \frac{\partial T_e}{\partial r} = \lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial r} + \sigma_o \sigma_1 \left(T_i^4 - T_{e\infty}^4\right),$$
$$r \to \infty, \quad T_e = T_{e\infty},$$
$$r \to 0, \quad T_i \neq \infty,$$

где R – радиус частицы, σ_o – постоянная Стефана-Больцмана; σ_1 – интегральная степень черноты; ρ_e, $\mathbf{U_e}$ и c_{pe} – плотность, массовоая скорость и удельная теплоемкость газообразной среды; q_i – плотность тепловых источников, неоднородно распределенных в объеме частицы, за счет которых происходит нагрев поверхности частицы.

В литературе первое уравнение в выражении (1) называется конвективным уравнением переноса тепла. Оно описывает переноса тепла в газообразной среде за счет движения самой среды левая часть этого уравнения и за счет теплопроводности – правая часть. Наличие левой части делает это уравнение существенно нелинейным, что приводит к большим математическим трудностям при нахождении его решений [3,4].

Таким образом, многие задачи по теплопереносу с которыми сталкиваются сегодня физики, инженеры и специалисты по прикладной математике, не поддаются точному решению. Среди причин, затрудняющих точное решение, можно указать, например, нелинейные уравнения движения, переменные коэффициенты и нелинейные граничные условия на известных или неизвестных границах сложной формы.

Проведенные авторами исследования показали, что нелинейную систему уравнений можно решить используя метод сращиваемых асимптотических разложений [3,4]. Доказана теорема единственности решения для рассматриваемой краевой задачи.

Литература

1. Годунов С.К. Уравнения математической физики / М.: Наука, 1971.
2. Соболев С.А. Уравнения математической физики / М.: Наука, 1966.
3. Ван-Дайк М. Методы возмущений в механике и жидкости / М.: Химия, 1966.
4. Коддингтон Э.А., Левинсон Н. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений / М.: Иностр. лит-ра, 1958.