ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК 517.711.3

ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМА ФИКСИРОВАННОЙ МАРШРУТИЗАЦИИ ДЛЯ МИНИМИЗАЦИИ СРЕДНЕГО ВРЕМЕНИ ЗАДЕРЖКИ В СЕТИ

В.М. БУТОРИН
А.В. ПОЛЯНСКИЙ
Е.В. ПАВЛОВА

Юго-Западный государственный университет, г. Курск

e-mail:
bvmwind@mail.ru
polyansky72@gmail.com
arheya@mail.ru

В статье рассматривается математическая модель передачи данных в сетях с ограниченной пропускной способностью каналов и предлагается алгоритм фиксированной маршрутизации для минимизации среднего времени задержки передачи данных.

Ключевые слова: среднее время задержки в сети, пропускная способность канала, фиксированная маршрутизация, алгоритм Флойда.

При дистанционном обучении студентов существует проблема передачи данных в сетях с ограниченной пропускной способностью. В Курской области между населенными пунктами существуют линии связи обладающие различными пропускными способностями: DSL, ADSL, GPRS, Ethernet.

Необходимо определить потоки в сети, минимизирующие среднее время задержки и в случае невозможности доставки материала в срок предложить альтернативные каналы доставки.

Согласно [1], под фиксированной (неразветвленной, однопутевой) маршрутизацией понимают такую процедуру выбора маршрутов, при которой для передачи данных от узла-источника к узлу-адресату используется единственный маршрут.

Рассмотрим следующую модель сети передачи данных, состоящую из N узлов коммутации и M линий связи. Предполагается, что:

1) все линии связи абсолютно надежны;
2) все линии связи помехоустойчивы;
3) время обработки в узлах коммутации отсутствует;
4) длины всех сообщений независимы со средним значением $1/\mu$ байт;
5) трафик, поступающий в сеть, состоит из сообщений, имеющих одинаковый приоритет, для сообщений, возникающих в узле i и предназначенных узлу j, составляет γ_{ij} сообщений/с;
6) каждая линия связи состоит из единственного дуплексного канала связи с пропускной способностью, равной d_{lk} байт/с для линии связи между узлами k к и l, и если линия связи между узлами отсутствует, то $d_{lk} = 0$.

7) каждая линия связи обеспечивает доступ к центральному узлу связи, достаточный для передачи небольшого количества информации (итоговый протокол тестирования студентов).

Полный внешний трафик в сети:

$$\gamma = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\gamma_{ij} . \tag{1}$$

Важной характеристикой качества функционирования сети передачи данных является средняя задержка сообщения в сети:

$$T = \frac{1}{\gamma}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\lambda_{ij}Z_{ij} , \tag{2}$$

где Z_{ij} – среднее время, затрачиваемое на передачу сообщения, которое возникло в узле i и предназначается узлу j.

Применение формулы Литтла к сети очередей приводит к формуле Клейнрока для расчета средней задержки сообщения в сети [2]:

$$T = \frac{1}{\gamma}\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{N}\lambda_{kl}t_{kl} , \tag{3}$$

где λ_{kl} – величина потока в линии (k, l), обусловленная потоком γ_{ij}, t_{kl} – среднее время пребывания сообщений в линии (k, l).

Среднее время пребывания сообщений в линии (k, l)состоит из времени передачи сообщения и времени ожидания в очереди W_{kl} и определяется по формуле [3]:

$$t_{kl} = \frac{1}{\mu\, d_{kl}} + W_{kl} . \tag{4}$$

Время ожидания в очереди:

$$W_{kl} = \frac{1}{\mu\, d_{kl}} \cdot \frac{\lambda_{kl}}{\mu\, d_{kl} - \lambda_{kl}} \tag{5}$$

Подставляя (4) и (5) в (3) и сделав обозначение $f_{kl} = \lambda_{kl} / \mu$, получим выражение для средней задержки сообщений в сети:

$$T = \frac{1}{\gamma}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\frac{f_{kl}}{d_{kl} - f_{kl}} . \tag{6}$$

Необходимо найти потоки сети f_{kl} , которые обеспечат наименьшее значение величины задержки сообщений в сети величине.

Математическая модель задачи [4]:

$$T = \frac{1}{\gamma}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\frac{f_{kl}}{d_{kl} - f_{kl}} \to \min . \tag{7}$$

При выполнении условий:

1) величина потока меньше пропускной способности

$$f_{kl} < d_{kl} \qquad k,\ l = \overline{1,\ N} ; \tag{8}$$

2) условие сохранения потока в сети

$$\sum_{k=1}^{n} x_{kl}^{(i,\ j)} - \sum_{k=1}^{n} x_{lk}^{(i,\ j)} = \begin{cases} -1, & l = i \\ 0, & l \neq i, j \\ 1, & l = j \end{cases} ; \tag{9}$$

3) фиксированной маршрутизации $x_{kl}^{(i,\,j)} \in \{0,\,1\}, \qquad i,j,k,l = \overline{1,\,N}$. (10)

Для решения поставленной задачи необходимо знать:

1) топологическую структуру сети передачи данных;
2) пропускные способности линий связи $\|d_{kl}\|$;
3) среднюю длину сообщения $1/\mu$;
4) матрицу входных потоков $\|\gamma_{kl}\|$.

Описание алгоритма фиксированной маршрутизации.

*Шаг 1.*Инициализация.

Положить $f_{kl} = 0 \quad k,\, l = \overline{1,\, N}$.

Шаг 2. Поиск допустимого решения.

Для каждой пары вершин сервер ЦО V_i и адресат V_j:

2 а) используя алгоритм Дейкстры [5], найти «наименее загруженный» маршрут π_{ij}^{0}, если таких маршрутов несколько, выбрать среди них маршрут с наименьшим числом промежуточных узлов;

2 б) для каждой дуги маршрута π_{ij}^{0} распределить потоки

$$f_{kl} := f_{kl} + \frac{\gamma_{ij}}{\mu};$$

2 в) если существует линия $(k,\,l)$, для которой $f_{kl} \ge d_{kl}$, то допустимого решения для выбранной пары вершин не существует, переходим к шагу 5, иначе – к шагу 2г);

2 г) для каждой пары узлов V_i и V_j вычислить задержки

$$Z_{ij} = \frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\frac{f_{kl}}{d_{kl} - f_{kl}}}{\gamma_{ij}}.$$

Шаг 3. Поиск «оптимального» решения.

Для V пары «источник V_i – адресат V_j выполнить следующие действия:

3 а) найти маршрут π_{ij}^{opt} такой, что отклонение всего потока γ_{ij} на этот маршрут приведет к максимальному уменьшению величины Z_{ij}. Для этого:

3 б) добавить поток γ_{ij} во все линии связи $(k,\,l)$, не принадлежащие π_{ij}^{opt}:

$$f_{kl} := f_{kl} + \frac{\gamma_{ij}}{\mu}; \qquad k,l = \overline{1,N}: \qquad d_{kl} > 0;$$

3 в) пересчитать «веса» линий связи $(k,\,l)$:

$$\omega_{kl} := \begin{cases} \dfrac{1}{\mu}\dfrac{1}{d_{kl-f_{kl}}}, & \textit{при} \qquad f_{kl} > d_{kl;} \\ \infty, & \textit{иначе} \end{cases};$$

3 г) учитывая «веса» ω_{kl}, с помощью алгоритма Дейкстры, определяем кратчайшие пути между парой узлов V_i и $V_j - \pi_{ij}^{opt}$;

3 д) положить $f_{kl} = 0$;

3 е) для каждой дуги маршрута π_{ij}^{opt} распределить потоки

$$f_{kl} := f_{kl} + \frac{\gamma_{ij}}{\mu}.$$

Шаг 4. Вычисляем время задержки в сети:

$$T = \frac{1}{\gamma}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\frac{f_{kl}}{d_{kl} - f_{kl}}.$$

Работа алгоритма закончена.

Шаг 5. Корректировка задачи.

5а) если в «наименее загруженном» маршруте π_{ij}^{0}, существует линия (k, l)для которой $f_{kl} \geq d_{kl}$, то удаляем ее из условия задачи и переходим к шагу 1;

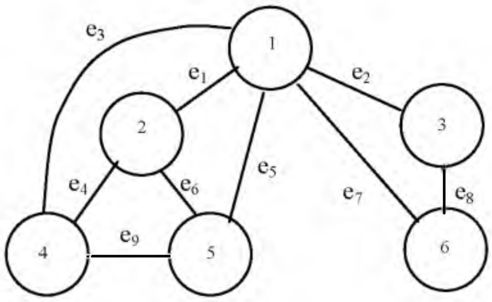
5б) если не удается определить путь от сервера ЦО V_i и адресат V_j, то предлагается вариант доставки информации в ближайший населенный пункт; для этого вершина V_j и связанные с ней дуги удаляются из графа и задача решается заново.

Однако, даже при применении эффективных алгоритмов маршрутизации (фиксированной или альтернативной) все еще существует проблема передачи данных от центра дистанционного обучения к адресатам, связанная с низкой пропускной способностью некоторых линий связи.

Пример расчета сети

Для сети, представленной на рисунке, необходимо учебный материал объемом 700 Мб доставить из ЦО (V_1) к адресатам (V_4-V_6).

Известны:



пропускные способности линий связи в Кбайт/с

$$\|d_{kl}\| = \begin{pmatrix} \infty & 1500 & 900 & 3 & 15 & 2 \\ 1500 & \infty & 0 & 10 & 800 & 0 \\ 900 & 0 & \infty & 0 & 0 & 20 \\ 3 & 10 & 0 & \infty & 900 & 0 \\ 15 & 800 & 0 & 900 & \infty & 0 \\ 2 & 0 & 20 & 0 & 0 & \infty \end{pmatrix};$$

матрица входных потоков

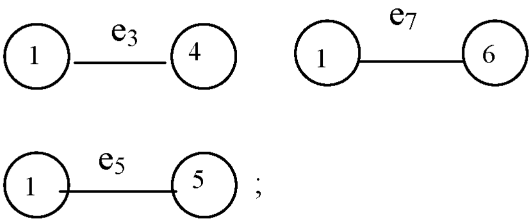
$$\|\gamma_{kl}\| = \begin{pmatrix} 0 & 0{,}1 & 0{,}08 & 0{,}005 & 0{,}002 & 0{,}001 \\ 0{,}1 & 0 & \infty & 0{,}001 & 0{,}006 & 0 \\ 0{,}008 & 0 & \infty & \infty & \infty & 0{,}002 \\ 0{,}005 & 0 & 0{,}001 & 0 & 0{,}005 & 0 \\ 0{,}002 & 0{,}006 & 0 & 0{,}005 & 0 & \infty \\ 0{,}001 & \infty & 0{,}006 & \infty & \infty & 0 \end{pmatrix}.$$

Необходимо определить потоки в сети, минимизирующие среднее время задержки, и в случае невозможности доставки материала в срок предложить альтернативные каналы доставки.

Шаг 1. $f_{kl} = 0 \quad k, l = \overline{1, N}$.

Шаг 2.

a) Используя алгоритм Дейкстры (до тех пор пока адресаты не станут текущими вершинами) определим наименее загруженные маршруты:



;

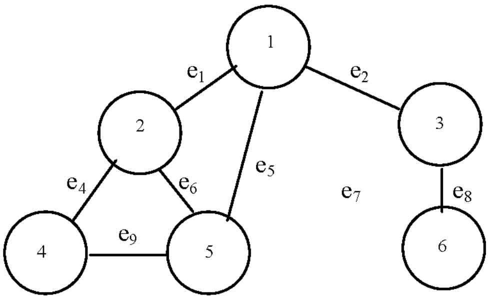
b) для каждой дуги маршрута π_{ij}^{0} распределить потоки

$$f_{14} = 0{,}005 \cdot 7000 = 35; \; f_{15} = 0{,}002 \cdot 7000 = 14;$$

$$f_{16} = 0{,}001 \cdot 7000 = 7;$$

c) для линий (1,4) и (1,6) $f_{kl} \geq d_{kl}$, то переходим к шагу 4.

Шаг 5. Удаляем из сети линии связи (1,4) и (1,6)



Тогда, пропускные способности линий связи в Кбайт/с

$$\left\| d_{kl} \right\| = \begin{pmatrix} \infty & 1500 & 900 & 0 & 15 & 0 \\ 1500 & \infty & 0 & 10 & 800 & 0 \\ 900 & 0 & \infty & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 10 & 0 & \infty & 900 & 0 \\ 15 & 800 & 0 & 900 & \infty & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & \infty \end{pmatrix};$$

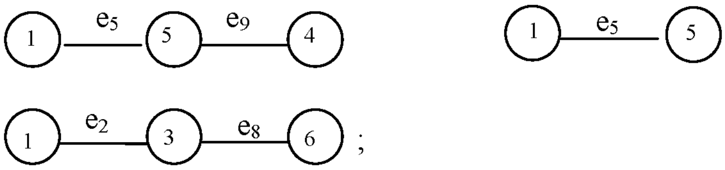
матрица входных потоков

$$\left\| \gamma_{kl} \right\| = \begin{pmatrix} 0 & 0{,}1 & 0{,}08 & \infty & 0{,}002 & \infty \\ 0{,}1 & 0 & \infty & 0{,}001 & 0{,}006 & 0 \\ 0{,}008 & 0 & \infty & \infty & \infty & 0{,}002 \\ \infty & 0 & 0{,}001 & 0 & 0{,}005 & 0 \\ 0{,}002 & 0{,}006 & 0 & 0{,}005 & 0 & \infty \\ \infty & \infty & 0{,}002 & \infty & \infty & 0 \end{pmatrix}$$

Шаг 2.

a) По алгоритму Дейкстры.

Наименее загруженные маршруты:



;

b) потоки по линиям связи:

$$f_{15} = 0{,}002 \cdot 7000 = 14; \quad f'_{15} = 0{,}002 \cdot 7000 = 14;$$

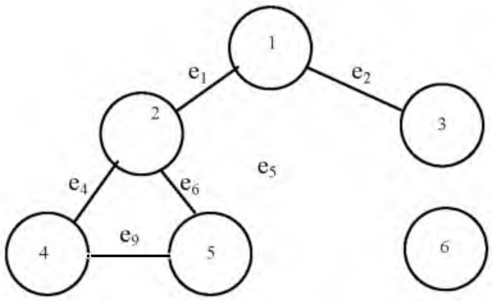
$$f_{13} = 0{,}08 \cdot 7000 = 560; \quad f_{36} = 0{,}006 \cdot 7000 = 42;$$

общий поток по дуге (1,5) равен 28;

c) для линий (1,5) и (3,6) $f_{kl} \geq d_{kl}$, то переходим к шагу 4.

Шаг 5.

Удаляем из сети линии связи (1,5) и (3,6) :



Узел V_6 становится изолированным, следовательно, сообщение в этот пункт отправить нельзя (пользователю выдается соответствующее сообщение, что информация может быть доставлена из V_1 или V_3).

Пропускные способности линий связи в Кбайт/с

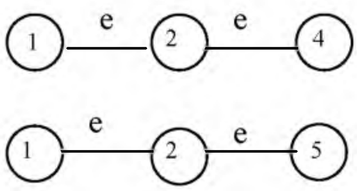
$$\|d_{kl}\| = \begin{pmatrix} \infty & 1500 & 900 & 0 & 0 & 0 \\ 1000 & \infty & 0 & 10 & 800 & 0 \\ 900 & 0 & \infty & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & \infty & 900 & 0 \\ \infty & 800 & 0 & 900 & \infty & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \infty \end{pmatrix};$$

матрица входных потоков

$$\|\gamma_{kl}\| = \begin{pmatrix} 0 & 0{,}1 & 0{,}08 & \infty & \infty & \infty \\ 0{,}1 & 0 & \infty & 0{,}001 & 0{,}006 & 0 \\ 0{,}008 & 0 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 0 & 0{,}001 & 0 & 0{,}005 & 0 \\ 0{,}002 & 0{,}006 & 0 & 0{,}005 & 0 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 0 \end{pmatrix}$$

По алгоритму Дейкстры, наименее загруженные маршруты $\gamma_{14} = 0{,}101$ и $\gamma_{15} = 0{,}106$. Маршрут 1-2-4-5 имеет такую загруженность, что и маршрут 1-2-5, но наименьшее число узлов;

b) потоки по линиям связи:



$$f_{12} = 0{,}1 \cdot 7000 = 700; \quad f'_{12} = 0{,}1 \cdot 7000 = 700;$$

$$f_{24} = 0{,}001 \cdot 7000 = 7; \quad f_{25} = 0{,}006 \cdot 7000 = 42;$$

общий поток по дуге (1,2) равен 1400.

Матрица допустимых потоков:

$$F=\begin{pmatrix} 0 & 1400 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 7 & 42 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2) Для каждой пары узлов V_i и V_j вычислим задержки:

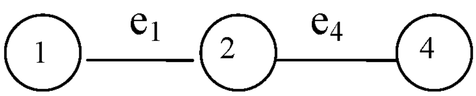
$$Z_{14}=\left(\frac{1400}{1500-1400}+\frac{7}{10-7}\right)/0{,}101\approx 162\widetilde{n};$$

$$Z_{15}=\left(\frac{1400}{1500-1400}+\frac{42}{500-42}\right)/0{,}106\approx 132\widetilde{n}.$$

Шаг 3. Поиск «оптимального» решения:

1 а) добавить поток $\gamma_{ij}=0{,}101\cdot 7000=707$ во все линии связи (1,4), не принадлежащие π_{ij}^{opt}.

Матрица допустимых потоков:



$$F=\begin{pmatrix} 0 & 1400 & 707 & 707 & 707 & 707\\ 707 & 0 & 0 & 7 & 707 & 0\\ 707 & 0 & 0 & 0 & 0 & 707\\ 707 & 707 & 0 & 0 & 707 & 0\\ 707 & 707 & 0 & 707 & 0 & 0\\ 707 & 0 & 707 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2 а) пересчитаем «веса» линий связи (k,l):

$$\omega_{12}=\omega_{21}=\frac{1}{7000}\cdot\frac{1}{1500-1400}=1{,}429\cdot 10^{-6};$$

$$\omega_{13}=\omega_{31}=\frac{1}{7000}\cdot\frac{1}{900-707}=0{,}740\cdot 10^{-6};$$

$$\omega_{45}=\omega_{54}=\frac{1}{7000}\cdot\frac{1}{900-707}=0{,}740\cdot 10^{-6};$$

$$\omega_{25}=\omega_{52}=\frac{1}{7000}\cdot\frac{1}{800-707}=1{,}536\cdot 10^{-6};$$

$$\omega_{14}=\omega_{41}=\omega_{15}=\omega_{51}=\omega_{16}=\omega_{61}=\omega_{36}=\omega_{63}=\omega_{24}=\omega_{42}=\infty$$

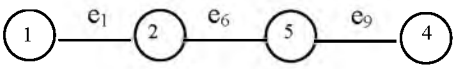
т.к. $f_{kl}>d_{kl}$

$$\omega=\begin{pmatrix} 0 & 1{,}429\cdot 10^{-6} & 0{,}740\cdot 10^{-6} & \infty & \infty & \infty\\ 1{,}429\cdot 10^{-6} & 0 & \infty & \infty & 1{,}536\cdot 10^{-6} & \infty\\ 0{,}740\cdot 10^{-6} & \infty & 0 & \infty & \infty & \infty\\ \infty & \infty & \infty & 0 & 0{,}740\cdot 10^{-6} & \infty\\ \infty & 1{,}536\cdot 10^{-6} & \infty & 0{,}740\cdot 10^{-6} & 0 & \infty\\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 0 \end{pmatrix}$$

3 а) учитывая «веса» ω_{kl}, с помощью алгоритма Дейкстры определяем кратчайшие пути между парой узлов V_i и V_j.

Замечание. Как было показано на шаге 2, до адресата V_6 нет допустимого пути, поэтому для упрощения расчетов из матриц можно было бы удалить 6-ю строку и 6-й столбец.

Кратчайший путь:



;

4 а) $f_{kl} = 0$;

5 а) для каждой дуги маршрута (1-4) потоки:

$$f_{12} = 0{,}1 \cdot 7000 = 700;\ f_{25} = 0{,}006 \cdot 7000 = 42;$$
$$f_{54} = 0{,}005 \cdot 7000 = 35.$$

Аналогично, шаг 3 выполняем для пути (1-5) (допустимый путь также останется оптимальным). Потоки по дугам:

$$f_{12}' = 0{,}1 \cdot 7000 = 700;\ f_{25}' = 0{,}006 \cdot 7000 = 42.$$

Матрица оптимальных потоков:

$$F = \begin{pmatrix} 0 & 1400 & 0 & 0 & 84 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 42 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Шаг 4. Вычисляем среднее время задержки в сети:

$$T = \frac{1}{0{,}100 + 0{,}006 + 0{,}005}\left(\frac{1400}{1500-1400} + \frac{84}{800-84} + \frac{35}{900-35}\right) = 128\ \tilde{n}.$$

Работа алгоритма закончена.

Список литературы

1. Бертсекас Д., Галлагер Р. Сети передачи данных / пер. с англ. – М.: Мир. – 1989. – 544 с.
2. Вишневицкий В.М, Теоретические основы проектирования компьютерных сетей. – М.: Техносфера, 2003. – 512 с.
3. Клейнрок Л. Вычислительные системы с очередями / пер. с англ. – М.: Мир, 1979. – 600 с.
4. Dijkstra E. W. A note on two problems in connexion with graphs // Numer. Math. – 1959. – N 1. – P. 269-271.
5. Jackson J.R. Networks of Waiting Lines. Operations Research, 1959, №. P. 518-521.

APPLICATION OF THE ALGORITHM FIXED ROUTING TO MINIMIZE THE AVERAGE TIME OF A DELAY IN THE NETWORK

V.M. BUTORIN
A.V. POLYANSKY
E.V. PAVLOVA

South-West State University, Kursk

e-mail:
bvmwind@mail.ru
polyansky72@gmail.com
arheya@mail.ru

In the article we consider a mathematical model of transfer of Dan-owned networks with limited bandwidth channels and proposed algorithm fixed routing to minimize the mean time delay data transmission.

Keywords: average latency in the network, the way of the channel, fixed routing, algorithm Floyd.