

# Реклама и математические модели

## Аналитический обзор

### Евгений Перчик

кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник СВНЦ НАН Украины, заведующий отделом Украинского института социально-экономического моделирования (Харьков)

### Михаил Гаевский

генеральный директор Высшей технической школы (Харьков)

### Владимир Коробов

заведующий отделом УИСЭМ (Харьков)

### Владимир Московкин

кандидат географических наук, докторант Харьковского государственного университета, эксперт УСИЭМ

### Александр Разумовский

заведующий отделом СВНЦ НАН Украины (Харьков)

## ВВЕДЕНИЕ

Эффективность рекламной кампании зависит от множества самых разнообразных факторов, среди которых присутствуют и субъективные, определенную роль играют элементы случайности. Существенные затруднения возникают из-за органически присущего опережения предпринимательскими мероприятиями конечного результата, влияния на него качества продукции и неявно связанных со стратегией рекламы показателей. Однако данные особенности вообще характерны для объектов социально-экономической сферы, которая в настоящее время интенсивно изучается средствами математического моделирования. При этом общая ориентация заключается в построении уравнений, отражающих наиболее существенные стороны рассматриваемых процессов с последующим исследованием решений

\*Неизвестная территория (лаг.)

для оценки сравнительной значимости определяющих факторов, выявления преобладающих тенденций и прогнозирования, с тем чтобы в конечном итоге выработать оптимальную стратегию практической деятельности.

*Первый раздел* посвящен изложению наиболее важных в данном случае положений математического моделирования социально-экономических систем, таких как антиинтуитивное поведение и особенности управления.

Во *втором разделе* обсуждаются возможности использования опыта, накопленного при исследовании более узкого класса задач: о конкурентном взаимодействии — конкретно в экологии и иммунологии, принципиальное сходство которых с борьбой за привлечение потребителя очевидно.

В *третьем разделе* показана целесообразность трактовки рекламных воздействий с позиций распространения информации по каналам связи, подверженным помехам. Некоторые из приведенных здесь рекомендаций могут найти непосредственное практическое приложение.

В *четвертом разделе* акцентируется внимание на исследованиях, посвященных установлению оптимальной интенсивности рекламных воздействий посредством пульсирующего финансирования.

*Заключение* содержит комментарии аспектов практической реализации изложенных выше общих соображений. В библиографии авторы постарались указать доступные издания, за исключением раздела IV, где оказалось необходимым сослаться на оригинальные публикации последних лет.

## I. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Основополагающий тезис Дж. Форрестера, выдвинувшего известную теорию антиинтуитивного поведения, состоит в следующем: *современные социально-экономические системы настолько сложны, что нельзя рассчитывать на возможность их успешного анализа, если использовать лишь*

*традиционные методы, которые опираются прежде всего на опыт и интуицию* [1]. Отмечается возможность человека перерабатывать ограниченный объем информации. Необходимость анализа систем с большим количеством внутренних связей, отслеживания их эволюции на достаточно протяженных временных интервалах и выбора рациональных вариантов поведения требуют представлений, лежащих за пределом его биологических возможностей. Однако такая потребность существует и в реальных условиях ограничивается локальным рассмотрением. Последнее означает, что, если в системе присутствуют нежелательные эффекты, исследователь, не имея возможности охватить явление в целом, старается устранить их воздействием на сравнительно «близкие» причины, способные немедленно давать положительные результаты. *Но изменения кратковременных тенденций, как бы они ни были обнадеживающими, могут в конечном итоге только усугубить негативные процессы.* Иначе говоря, те меры, которые администратор считает самыми подходящими для улучшения положения, зачастую наносят еще больший ущерб.

Данная методология содержит конструктивные начала, демонстрируя широкие перспективы поэтапной обработки информации. При этом построение локализованных — «мгновенных» — моделей с различного рода гипотезами об их поведении осуществляется на качественном уровне, а просчет множества вариантов взаимодействия поручается ЭВМ. В дальнейшем исследователь на основе анализа промежуточных результатов занимается усовершенствованием используемой сложной модели так, чтобы она приобретала свойственные реальной системе характеристики. Приведено мнение академика Н. Н. Моисеева.

Реализация рассматриваемого системно-динамического подхода свидетельствует о том, что главным является не ограниченность исходных данных, на которую часто ссылаются, а неспособность делать правильные выводы из имеющейся информации. *Важнейшее свойство социально-экономических систем состоит в существовании у них чувствительных к внешним воздействиям центров, посредством которых можно радикально корректировать поведение.* Однако локализация этих центров обычными методами непредсказуема, кроме того, усилия должны прилагаться своевременно и в нужном направлении. Существует

конфликт между кратко- и долгосрочными мероприятиями. То есть *действия, направленные на краткосрочное улучшение, могут настолько перегрузить систему долгосрочно угнетающими компонентами, что уже никакими средствами положение не удастся выправить.*

Уникальную особенность социально-экономических систем представляет зависимость эволюции от поведения действующих субъектов во взаимодействии с окружающей средой. В этой связи возникает эпохальный вопрос: *достаточно ли опыт прошлого для предсказания будущего или высокая степень его непредсказуемости составляет саму суть человеческих поступков?* Применительно к глобальным процессам лауреат Нобелевской премии И. Пригожин и Г. Николлис считают, что развитые в настоящее время представления склоняют скорее ко второй альтернативе (главенствуют стохастические процессы с непредсказуемыми правилами поведения) [2]. Обратим внимание на содержащееся здесь *утверждение о возможности построения оптимальной стратегии частью сообщества в своеобразной случайной среде, создаваемой нерациональным окружением.*

Специфику рассматриваемой проблематики иллюстрирует пример покупки-продажи акции предприятий, привлекательность которых  $\alpha_i$  зависит от числа сделавших свой выбор субъектов  $u_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  [2]. Последние удовлетворяют системе нелинейных эволюционных уравнений первого порядка. Оказывается, что текущие значения  $u_i$  определяются, главным образом, характером зависимостей  $\alpha_i$  от  $u_i$  в каждый предшествующий момент времени. При этом даже незначительное опоздание с покупкой объективно выгодных акций может повлечь за собой большие убытки. Расчетным путем удается устанавливать параметры новых видов деятельности, оптимальных с точки зрения дополнительного субсидирования.

Аналогичный пример в вероятностной трактовке об изменении привлекательности акций для каждого из субъектов исследовал Г. Хакен [3]. Учитывалось влияние социального климата, а также внешних воздействий наподобие рекламной информации. Выделены два типичных случая: вследствие частных изменений мнений происходит так называемое одноцентровое распределение и группирование мнений, или «поляризация общества», при хорошо налаженных связях между

субъектами. В определенных условиях последняя формация, внезапно образовавшись, медленно рассасывается. Обратим внимание, что речь идет о закономерностях коллективного поведения, хотя деятельность конкретного субъекта может быть как угодно сложной и не поддаваться математическому моделированию. Сформулирован принцип подчиненности, допускающий исключение при построении моделей подавляющего числа переменных [3]. Отметим систематизированные в [4] количественные оценки эффективности рекламных воздействий применительно к простейшим ситуациям.

---

**Системный анализ рассматривает управление в социально-экономической сфере как достаточно своеобразные процессы внешнего или внутреннего стимулирования, ориентирующие на близкое к желаемому поведение**

---

Задачи о критических режимах в социальных системах с позиций теории катастроф обсуждаются Т. Постоном и И. Стюартом [5], причем и здесь очень важно правильно выбирать определяющие параметры моделей. В процессе их построения приходится переводить информацию качественного характера в количественные соотношения, для чего разработаны специальные алгоритмы [6].

Заметим, что *наиболее подходящим для моделирования социально-экономической проблематики оказался аппарат эволюционной динамики, развитый в сфере теоретической физики.* Методы анализа сложных технических систем [7] играют определенную роль лишь при слабых связях между субъектами, позволяя использовать более формализованные вычислительные алгоритмы [8]. Здесь приведены также конструктивные схемы построения оптимальных стратегий поведения в условиях описательной информации и ограничений допустимой степени риска. Дискретные прогностические модели, связанные, в частности, с методом группового учета аргументов [9], налагают достаточно жесткие требования на объем необходимой априорной информации. Перспективен аппарат размытых математических моделей случайных явлений, предусматривающий их вос-

становление по ограниченным наборам разнотипных данных и характеристик рассматриваемых процессов [10]. С сугубо эвристических позиций вопросы управления крупными компаниями изложены в [11].

Для выявления структуры взаимосвязей между субъектами реальных социально-экономических систем эффективно используются методы прикладного статистического анализа [12]. При этом установлены следующие четыре типа признаков: *описательные*, характеризующие объективные условия функционирования; *частично управляемые*, большинство из которых можно интерпретировать как экзогенные (порождаемые вне системы); *поведенческие*, отражающие свойства системы в основных аспектах ее жизнедеятельности, — главным образом эндогенные (возникающие в системе); *критериальные*, которые интерпретируются в качестве целевых функций, показывающих степень приближения к оптимальному состоянию. Разработаны специальные подходы к определению наиболее информативных признаков, сжатию громоздких числовых массивов, анализу возникающих многомерных временных рядов устойчивости используемых моделей. Общие соображения в отношении их построения, а также сравнительной значимости переменных изложены в работе Р. Пеннона [13].

Системный анализ рассматривает управление в социально-экономической сфере как достаточно своеобразные процессы внешнего или внутреннего стимулирования, ориентирующие на близкое к желаемому поведение [14]. Подчеркивается, что детализация механизмов взаимодействия отдельных субъектов, в отличие от технических приложений, бесперспективна. Имеют значение объединенные по определяющим признакам структурные элементы с идентификацией приоритетных связей между ними. Системная модель коллективного подсознания предусматривает: установление связи между отдельными моделями ситуации; формирование общей модели; выявление неопределенности и противоречивости; пополнение общей модели; выявление влияния поведения на ситуацию; формирование модели поведения; выработку стимулов индивидуального поведения; проверку; подтвержденные (уточнение) стимулов; закрепленные стереотипы.

Аналогичные структуры разработаны для индивидуального и коллективного сознания, интеллекта, ряда

других систем. В частности, коллективное надсознание трактуется как прерогатива творческой силы общества, которая генерирует идеи и тенденции, порождает стимулы, определяющие и направляющие его развитие. Используемый математический аппарат нацелен на минимизацию объемов трудоемких вычислительных процедур и эффективный качественный анализ процессов, способствующий принятию рациональных управленческих решений. В сфере моделирования социально-экономических отношений системный анализ, базирующийся на теории нелинейных эволюционных уравнений, интегрируя лучшие стороны различных подходов, несомненно, является магистральным направлением дальнейших исследований.

## II. РОДСТВЕННЫЕ КОНКУРЕНТНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

К описанию процессов, связанных с воздействием рекламы на потребителей, имеют самое непосредственное отношение модели математической теории борьбы за существование, разработанной В. Вольтерра [15] и его последователями. Подразумевается конкуренция видов популяций, потребляющих одинаковую пищу в некоторой среде обитания. Результаты, достигнутые в данной области за столетний период развития, могут быть весьма полезно интерпретированы при разработке стратегии рекламной кампании. Дело в том, что вследствие нелинейности решения соответствующих уравнений обладают далеко не очевидными свойствами, и на фоне внешне благоприятного состояния существует вероятность различного рода негативных проявлений. С помощью аналогий в каких-то случаях вместо всемерного рекламирования своей продукции может потребоваться оперативно переключить внимание на действия конкурентов или осознать снижение эффективности дальнейших затрат. Естественно, речь идет о суждениях качественного характера (общих свойствах решений), так как не во всех компонентах удается обеспечить достоверность соответствия математических моделей реальным системам.

Конкуренция сообщества из  $n$  видов за пищу описывается системой уравнений:

$$\frac{du_i}{dt} = \left( \varepsilon_i - \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} u_j \right) u_i, \quad i = \overline{1, n},$$

где  $\varepsilon_i > 0$ ;  $\gamma_{ij} > 0$ ;  $\gamma_{ij} = \gamma_{ji}$  — коэффициенты, отражающие добычу  $u_i$  в реальной обстановке и при изолированном существовании.

Получены условия устойчивого состояния сообщества, при отклонении от которого средние затраты на конкуренцию, как оказывается, возрастают. Если количество пищи неограничено, в конечном итоге сохранится лишь вид с наибольшим значением  $\varepsilon/\gamma$ .

**Вместо рекламирования своей продукции может потребоваться оперативно переключить внимание на действия конкурентов или осознать снижение эффективности дальнейших затрат**

Применительно к рассматриваемой проблематике особенно интересны закономерности поведения системы, состоящей из «хищников» и избирательно пожираемых ими «жертв» (терминология специальных источников). Обратим внимание на органичность трактовки  $\varepsilon_i$  и  $\gamma_{ij}$  в категориях коммерческих операций.

Теория распространяется на случай произвольных  $\varepsilon_i$ ,  $\gamma_{ij}$ , отвечающих внутривидовой конкуренции, изменяющихся во времени параметров среды обитания, а также учет целого ряда других факторов. Стимулированы условия, при которых введение в систему дополнительных видов способствует лишь их истощению. Динамика численности видов представляется двумя типами колебаний: *быстрых или сезонных* (для биологических популяций) и *медленных*, показывающих, что после достаточно длительных периодов подавленного состояния возможны резкие всплески [16]. Практическая значимость их прогнозирования очевидна.

Важное понятие «экологической ниши» вида, участвующего в конкуренции за общий ресурс, и условия ее реализации проанализированы в [17]. Отметим выявленную здесь дестабилизацию системы при усилении конкуренции между «хищниками» (антагонизм в среде «жертв» дает обратный эффект) и максимальную устойчивость сообщества без иерархических структур. Показана целесообразность использова-

ния наряду с этими категориями, уточняющих состояние системы: «информационная энтропия» и «упругость». Интенсивно исследуются также задачи типа «сбора урожая», связанные с идентификацией факторов, максимизирующих численность «хищников» и «жертв» по отдельности или вместе. Проявляется интерес к поведению рассматриваемых систем в случайных средах, совершенствованию моделей конкурентного взаимодействия, развитию аналитических методов изучения происходящих процессов [18].

По мнению Дж. Николаса, «циркуляция и распространение слухов, будь то политическая пропаганда, религиозные догмы или просто коммерческая реклама, представляют собой не что иное, как весьма интересный частный случай «эпидемиологии» [19]. Инфекционное заболевание можно трактовать в форме конфликта между иммунной системой, выполняющей защитные функции, и возбудителями болезни. Иммунологическая реактивность на проникание живых тел и веществ, несущих генетически чужеродную информацию (антигенов), складывается из следующих пяти компонентов: *выработка антител, гиперчувствительность немедленного и замедленного типов, иммунологическая память, иммунологическая толерантность*. Вторичное попадание антигенов в организм сопровождается более быстрым и мощным ответом иммунной системы [20]. Здесь приведен обзор исследований, посвященных математическому моделированию инфекционных заболеваний. Привлекаются, в частности, уравнения межвидовых взаимодействий:

$$\begin{aligned} \frac{du_1}{dt} &= \varepsilon_1 u_1 - \gamma_{11} u_1^2 + \alpha_{12} u_1 u_2; \\ \frac{du_2}{dt} &= \varepsilon_2 u_2 - \gamma_{22} u_2^2 + \alpha_{21} u_1 u_2, \end{aligned}$$

где  $u_i$  — концентрации антигенов и антител; члены с  $u_i$ ,  $u_1 u_2$  и  $u_i^2$  отражают соответственно динамику изменения численности видов в рассматриваемой среде; межвидовые и внутривидовые связи;  $\varepsilon_i$ ,  $\alpha_{ij}$  — соответствующие их сравнительной значимости коэффициенты.

Модель, построенная в терминах теории катастроф:

$$\begin{aligned} \frac{du_1}{dt} &= \frac{\delta}{2} (1-x) - u_1 - \gamma_1 u_1 u_2; \\ \frac{du_2}{dt} &= -(\gamma_1 u_1 u_2 + \gamma_2 u_2^2) \end{aligned}$$

регулируется посредством обратной связи, которая аппроксимируется пороговой функцией

$$\varepsilon \frac{dx}{dt} = - \left[ x^3 - \left( u_1 - \frac{1}{2} \right) x + u_2 - \frac{1}{2} \right],$$

где  $0 < \varepsilon \ll 1$  — параметр возмущения,  $x$  — показатель эффективности ( $|x| \leq 1$ ;  $\beta, \gamma, \text{const}$ ).

Возрастание концентрации свободного антигена характеризуется критическим поведением решения, в противном случае оно выходит на устойчивые траектории. Таким образом, удается удовлетворительно описывать иммунную толерантность и иммунные реакции циклического характера.

Модели, разработанные академиком Г. И. Марчуком [21] учитывают целый ряд дополнительных факторов: концентрацию плазмноклеток и скорость производства антител, характеристики пораженного органа и иммунологическую память, интенсивность испытываемых негативных воздействий и др. Произведено обстоятельное изучение поведения решений получаемых уравнений аналитическими средствами и с помощью вычислительного эксперимента. В результате установлены четыре качественно различных типа решения, допускающих интерпретацию как формы протекания болезни: *субклиническая, острая с выздоровлением, хроническая и летальный исход*. Они характеризуются соответственно: *устойчивым выведением антигенов из организма; быстрым ростом их концентрации и режим спадам вследствие мощного иммунного ответа; длительной персистенцией и, наконец, неограниченным возрастанием концентрации антигенов*. Из большого количества рассмотренных конкретных проблем отметим одновременное воздействие на организм разнотипных антигенов.

На основании проведенных исследований сделаны важные в практическом отношении выводы о решающей роли состояния иммунной системы и качественных характеристик антигенов (по сравнению с их концентрацией), специфике реагирования на малые дозы вялых антигенов, влиянии слабой стимуляции иммунной системы на переход заболевания на хроническое. Довольно неожиданна целесообразность искусственного повышения концентрации антигена для форсирования острой формы с последующим выздоровлением [22].

*Аналогия рекламной деятельности, направленной на привлечение потребителей, с конкурентными взаимодействиями*

*в других областях, будь то экология или иммунология, несомненна.* Действительно, нетрудно провести параллели между практически всеми используемыми в них категориями: ресурс — средства потребителя, концентрация антигена — затраты на рекламу и т. п. Ответственным моментом является рациональное назначение параметров исходных уравнений, однако возникающие при этом осложнения в настоящее время можно считать чисто техническими, поскольку их преодоление осуществляется, исходя из общих принципов имитационного моделирования [13]. Наряду с этим идентификация параметров должна всемерно привязываться к конкретике изучаемой проблемы, и в той же иммунологии ей посвящены специальные разработки [23]. Особенности социального аспекта в моделировании рекламной деятельности отражены выше.

*Один из приоритетных для рассматриваемого класса моделей — фактор запаздывания (имеется в виду реакция системы на внешние воздействия).* Так, процесс обучения описывается уравнением [24]:

$$\frac{du}{dt} = k[u(t) - u(t-1)][a - u(t)], \quad k > 0; t \leq 1$$

решение которого  $u = a$  при отвечающем существу задачи значении  $u(1)$  устойчиво. Соответственно незначительные нарушения не препятствуют достижению в итоге положительного результата, если они не затрагивают основы — получения и восприятия информации.

Такое же, в целом не характерное для «запаздывания», свойство присуще решению уравнения вида

$$\frac{du}{dt} = -ku(t-1)[1 + u(t)],$$

которое встречается при моделировании деловой активности в экономике [25].

В оговоренных выше конкурентных моделях экологии и иммунологии «запаздывание» оказывает негативное дестабилизирующее влияние. *Поэтому отслеживание действий соперника, внезапный выход на рынок с новым товаром, отыскание принципиально более доступных средств доведения рекламной продукции потребителям зачастую лежат в основе достижения кардинального превосходства. В идеале наступает состояние, характеризующееся самопроизвольным (без дополнительных затрат) распро-*

*странением желательной информации по типу инфекционного заболевания с летальным исходом.*

В следующем разделе речь пойдет о влиянии на поток информации свойств среды, в которой она распространяется.

### Литература

1. Форрестер Дж. Антиинтуитивное поведение сложных систем // Современные проблемы кибернетики. — М., 1977.
2. Николис Г., Пригожин И. Понимание сложного. Введение. — М., 1990.
3. Хакен Г. Синергетика. — М., 1980.
4. Кемени Дж., Снелл Дж. Кибернетическое моделирование. Некоторые приложения. — М., 1972.
5. Постон Т., Стюарт И. Теория катастроф и ее приложения. — М., 1980.
6. Никифоров А. И. Преобразование типов признаков в задачах анализа разнотипных данных // Методы и системы в задачах науки и производства. — М., 1986. — С. 177-191.
7. Бусленко Н. П., Калашников В. В., Коваленко И. Н. Лекции по теории сложных систем. — М., 1973.
8. Кини Р. Х., Райфа Х. Принятие решений при многих критериях предпочтения и замещения. — М., 1981.
9. Иващенко А. Г. Непрерывность и дискретность (переборные методы моделирования и кластеризации). — Киев, 1990.
10. Кузнецов В. В. Интервальные статистические модели. — М., 1991.
11. Моррис У. Наука об управлении. Байесовский подход. — М., 1971.
12. Айвазян С. А. Многомерный статистический анализ в социально-экономических исследованиях // Современные проблемы кибернетики. — М., 1978.
13. Шеннон Р. Имитационные модели систем — искусство и наука. — М., 1978.
14. Дружинин В. В., Которов Д. С. Системотехника. — М., 1985.
15. Вольтерра В. Математическая теория борьбы за существование. — М., 1976.
16. Свирижев Ю. М., Елизаров Е. Я. Математическое моделирование биологических систем // Проблемы космической биологии. — М., 1972.
17. Свирижев Ю. М., Логорет Д. О. Устойчивость биологических сообществ. — М., 1978.
18. Свирижев Ю. М. Нелинейные волны, диссипативные структуры и катастрофы в экологии. — М., 1987.
19. Николис Дж. Динамика иерархических систем: эволюционное представление. — М., 1989.
20. Бельх Л. Н., Асаченков А. Л. Математическое моделирование инфекционных заболеваний // Вычислительные процессы и системы. — М., 1985. — № 3. — С. 12-79.
21. Марчук Г. И. Математические методы в иммунологии. — М., 1985.
22. Марчук Г. И. Математические модели в иммунологии. Вычислительные методы и эксперимент. — М., 1991.
23. Зуев С. М. Определение параметров моделей по данным наблюдений // Вычислительные процессы и системы. — М., 1985. — № 3. — С. 80-107.
24. Колмановский В. Б., Носов В. Р. Устойчивость и периодические режимы систем с последействием. — М., 1981.
25. Хэссард Б., Казаринов Н., Вэн И. Теория и приложения бифуркации рождения цикла. — М., 1985.

*Продолжение следует*